

2025 学年第二学期期末学情调研

初二数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

2026.6

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确的选项并填涂在答题纸的相应位置上. 】

1. 下列函数中, 是正比例函数的是 ()

A. $y = \frac{1}{2}x$

B. $y = x^2 - 1$

C. $y = -\frac{2}{x}$

D. $y = -2x + 2$

【答案】A

【解析】

【分析】根据正比例函数的定义: 形如 $y = kx$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的函数是正比例函数, 据此逐一判断选项即可.

【详解】解: 正比例函数的定义为: 形如 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数是正比例函数,

A 选项: $y = \frac{1}{2}x$, 符合 $y = kx$ ($k = \frac{1}{2} \neq 0$) 的形式, 是正比例函数;

B 选项: $y = x^2 - 1$, x 的次数为 2, 不符合定义, 不是正比例函数;

C 选项: $y = -\frac{2}{x}$ 是反比例函数, 不符合定义, 不是正比例函数;

D 选项: $y = -2x + 2$ 常数项不为 0, 属于一次函数, 不符合定义, 不是正比例函数.

2. 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 3)$ 到 x 轴的距离为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. $\sqrt{13}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据点到 x 轴的距离等于该点纵坐标的绝对值求解即可;

【详解】解：∵在平面直角坐标系中，点到 x 轴的距离等于点纵坐标的绝对值，

又∵点 $A(-2,3)$ 的纵坐标为3，∴点 A 到 x 轴的距离为 $|3|=3$ ；

3. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图像经过点 $(1,-2)$ ，那么这个反比例函数的表达式是 ()

A. $y=\frac{1}{x}$

B. $y=-\frac{1}{x}$

C. $y=\frac{2}{x}$

D. $y=-\frac{2}{x}$

【答案】D

【解析】

【分析】将已知点的坐标代入反比例函数一般式，求出系数 k 即可得到函数表达式.

【详解】解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $(1,-2)$ ，

∴将 $x=1$ ， $y=-2$ 代入解析式得 $-2=\frac{k}{1}$ ，

解得 $k=-2$ ，

∴反比例函数的表达式为 $y=-\frac{2}{x}$.

4. 已知平行四边形 $ABCD$ ，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是 ()

A. $\angle A=\angle B$

B. $\angle A=\angle C$

C. $AC=BD$

D. $AB\perp BC$

【答案】B

【解析】

【分析】由矩形的判定方法依次判断即可得出结果.

【详解】解：A、 $\angle A=\angle B$ ， $\angle A+\angle B=180^\circ$ ，所以 $\angle A=\angle B=90^\circ$ ，可以判定这个平行四边形为矩形，不符合题意；

B、 $\angle A=\angle C$ 不能判定这个平行四边形为矩形，符合题意；

C、 $AC=BD$ ，对角线相等，可推出平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故不符合题意；

D、 $AB\perp BC$ ，所以 $\angle B=90^\circ$ ，可以判定这个平行四边形为矩形，不符合题意，

故选B.

【点睛】本题考查了矩形的判定，熟练掌握“有一个角是直角的平行四边形是矩形、对角线相等的平行四边形是矩形、有三个角是直角的四边形是矩形”是解题的关键.

5. 在平面直角坐标系中，点 $(-4,3)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 ()

A. $(4,3)$

B. $(4,-3)$

C. $(-4,-3)$

D. $(-4,3)$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查点关于坐标轴对称的问题，关于 y 轴对称纵坐标不变，横坐标变为原来相反数可得出答案.

【详解】解：点 $(-4, 3)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 $(4, 3)$,

故选：A

6. 如果一次函数 $y=kx+b$ (k 、 b 是常数, $k \neq 0$) 的图像经过第一、二、四象限, 那么 k 、 b 应满足的条件是 ()

- A. $k > 0$, 且 $b > 0$ B. $k < 0$, 且 $b > 0$ C. $k > 0$, 且 $b < 0$ D. $k < 0$, 且 $b < 0$

【答案】B

【解析】

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+b$ (k 、 b 是常数, $k \neq 0$) 的图像经过第一、二、四象限,

∴ $k < 0$, $b > 0$,

故选：B.

7. 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 菱形的对角线互相平分
B. 菱形对角线的交点到四条边的距离相等
C. 菱形的对角线互相垂直
D. 菱形对角线的交点到四个顶点的距离相等

【答案】D

【解析】

【分析】根据菱形的性质推理判断即可.

【详解】解：A, 这是菱形的性质, 所以该选项是真命题, 不合题意;

B, 菱形的对角线平分对角, 角平分线上的点到这个角两边的距离相等, 所以该选项是真命题, 不合题意;

C, 这是菱形的性质, 所以该选项是真命题, 不合题意;

D, 菱形的对角线不相等, 所以菱形对角线的交点到四个顶点的距离不一定相等, 所以该选项是假命题, 符合题意;

故选：D.

【点睛】本题考查真命题和假命题, 菱形的性质, 掌握菱形的性质是解题的关键.

8. 已知四边形 $ABCD$ 是菱形, 分别过边 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点作直线 CD 、 AD 、 AB 、 BC 的垂线. 如果这四条垂线可围成一个四边形, 那么这个四边形一定是 ()

- A. 平行四边形 (非矩形、菱形) B. 矩形
C. 菱形 D. 正方形

【答案】 C

【解析】

【分析】设 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点分别为 E 、 F 、 G 、 H ，且 $EW \perp CD$ 于点 W ， $FN \perp AD$ 于点 N ， $GM \perp AB$ 于点 M ， $HR \perp BC$ 于点 R ，利用平行四边形的判定和性质，三角形全等的判定和性质，矩形的判定和性质，菱形的判定和性质，解答即可；

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

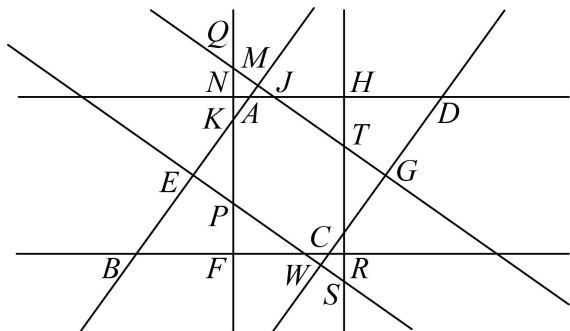
$$\therefore AB \parallel CD, \quad AD \parallel BC, \quad AB = BC = CD = AD,$$

设 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点分别为 E 、 F 、 G 、 H ，且 $EW \perp CD$ 于点 W ， $FN \perp AD$ 于点 N ， $GM \perp AB$ 于点 M ， $HR \perp BC$ 于点 R ，

$$\therefore EW \perp AB, \quad FN \perp BC, \quad BE = DH = \frac{1}{2}BA = \frac{1}{2}DA,$$

$$\therefore EW \parallel GM, \quad FN \parallel HR,$$

$$\therefore PS \parallel QT, \quad PQ \parallel TS,$$



$\therefore$ 四边形 $PQTS$ 是平行四边形, 四边形 $EWGM$ 是矩形, 四边形 $FNHR$ 是矩形,

$$\therefore \angle ANK = \angle AMJ = 90^\circ,$$

设菱形 $ABCD$ 的面积为 S , AB 边上的高为 h_1 , AD 边上的高为 h_2 , 则 $S = AB \cdot h_1 = AD \cdot h_2$,

$$\therefore AB = AD,$$

$$\therefore h_1 = h_2,$$

$$\therefore FN = HR = MG = EW,$$

根据题意, 得 $BF = DG, \angle B = \angle D$,

$$\therefore \angle BFK = \angle DGJ,$$

$$\therefore \begin{cases} \angle BFK = \angle DGJ \\ \angle B = \angle D \\ BF = DG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BFK \cong \triangle DGJ \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BK = DJ, \angle BKF = \angle DJG,$$

$$\therefore BK - BE = DJ - DH, AB - BK = AD - DJ, \angle AKN = \angle AJM$$

$$\therefore EK = JH, AK = AJ,$$

$$\therefore \begin{cases} \angle ANK = \angle AMJ \\ \angle AKN = \angle AJM, \\ AK = AJ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AKN \cong \triangle AJM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AN = AM,$$

$$\therefore AN + AJ + JH = AM + AK + EK,$$

$$\therefore NH = EM,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形} PQTS} = PS \cdot EM = TS \cdot NH,$$

$$\therefore PS = TS,$$

$$\therefore \text{四边形 } PQTS \text{ 是菱形};$$

二、填空题 (本大题共 10 题, 每题 3 分, 满分 30 分)

9. 多边形的外角和都等于_____.

【答案】 360° ##360 度

【解析】

【分析】 本题考查多边形的外角和, 直接根据任意多边形的外角和都等于 360° 求解即可.

【详解】 解: 多边形的外角和都等于 360° ,

故答案为: 360° .

10. 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, 当 $x = 2$ 时, 那么 y 的值为_____.

【答案】

$$\frac{3}{2}$$

【解析】

【分析】将已知 $x=2$ 代入反比例函数解析式，计算即可得到 y 的值

【详解】解：将 $x=2$ 代入 $y=\frac{3}{x}$ ，得 $y=\frac{3}{2}$

11. 已知一次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$ ，求在这个一次函数图像上且位于 x 轴上方的所有点的横坐标的取值范围_____.

【答案】 $x < 6$

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数与不等式之间的关系，一次函数的增减性，先求出函数值为 0 时自变量的值，再判断出函数的增减性即可得到答案.

【详解】解：在 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 中，当 $y=-\frac{1}{2}x+3=0$ 时， $x=6$ ，

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$ ， $-\frac{1}{2} < 0$ ，

$\therefore y$ 随 x 增大而减小，

$\therefore$ 在这个一次函数图像上且位于 x 轴上方的所有点的横坐标的取值范围是 $x < 6$ ，

故答案为： $x < 6$.

12. 在平面直角坐标系中，已知两点 $A(-1,1)$ 、 $B(2,5)$ ，那么 A 、 B 两点间的距离为_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中两点间距离公式计算即可

【详解】解：已知 $A(-1,1)$ ， $B(2,5)$ ，

$\therefore AB = \sqrt{[2-(-1)]^2 + (5-1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

13. 已知反比例函数 $y=\frac{2k-4}{x}$ ，在每一象限内， y 随 x 的增大而减小，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k > 2$

【解析】

【分析】先根据函数 $y=\frac{2k-4}{x}$ 在每个象限内， y 随 x 的增大而减小得出关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围即可.

【详解】解： $\because$ 函数 $y=\frac{2k-4}{x}$ 在每个象限内， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore 2k-4 > 0$ ，解得 $k > 2$.

故答案为： $k > 2$.

【点睛】 本题考查的是反比例函数的性质，熟知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象是双曲线，当 $k > 0$ 时，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小是解答此题的关键.

14. 已知点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 都在一次函数 $y = kx + 3$ ($k \neq 0$) 的图像上，如果 $y_1 > y_2$ ，那么这个一次函数的表达式可以是_____。(只需写出一个)

【答案】 $y = -x + 3$

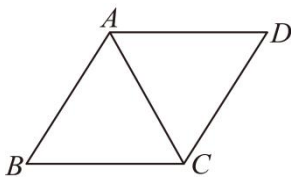
【解析】

【分析】 根据两点横坐标大小与对应函数值的大小关系，结合一次函数性质得到 k 的取值范围，写出一个满足条件的解析式即可.

【详解】 解：由题意得 $-2 < -1$ ， $y_1 > y_2$ ，说明一次函数 $y = kx + 3$ 中 y 随 x 的增大而减小，根据一次函数的性质，可得 $k < 0$ ，

取 $k = -1$ ，得这个一次函数的表达式为 $y = -x + 3$.

15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 58^\circ$ ，则 $\angle BAC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 61

【解析】

【分析】 利用菱形性质得出 $AB = BC$ ，利用等边对等角得出 $\angle BAC = \angle BCA$ ，然后结合三角形内角和定理求解即可.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = BC$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$ ，

$\because \angle BAC + \angle BCA + \angle ABC = 180^\circ$ ， $\angle ABC = 58^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle BCA = 61^\circ$.

16. 一根蜡烛长 30 cm，点燃后，匀速燃烧 50 min 后剩余的长度恰为原来长度的一半，设匀速燃烧时间为 x min，蜡烛的长度为 y cm. 那么 y 关于 x 的函数表达式是_____.

【答案】

$y = 30 - 0.3x (0 \leq x \leq 100)$

【解析】

【分析】先根据已知条件求出蜡烛的燃烧速度，再根据剩余蜡烛长度等于原长度减去燃烧的长度，确定自变量 x 的取值范围，即可得到 y 关于 x 的函数表达式.

【详解】解：由题意得，50 min 燃烧的蜡烛长度为 $\frac{1}{2} \times 30 = 15\text{cm}$ ，

则蜡烛燃烧的速度为 $\frac{15}{50} = 0.3\text{cm/min}$ ，

x min 燃烧的蜡烛长度为 $0.3x\text{cm}$ ，

因此剩余蜡烛长度 $y = 30 - 0.3x$ ，

令 $y \geq 0$ ，得 $30 - 0.3x \geq 0$ ，

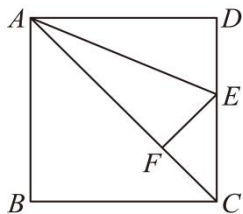
解得 $x \leq 100$ ，

又 $x \geq 0$ ，

因此自变量取值范围为 $0 \leq x \leq 100$ ，

故 y 关于 x 的函数表达式为 $y = 30 - 0.3x (0 \leq x \leq 100)$ 。

17. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 m ， AE 平分 $\angle DAC$ ，交边 CD 于点 E ， $EF \perp AC$ ，垂足为 F 。那么 FC 的长为_____。（用含 m 的代数式表示）



【答案】

$$(\sqrt{2} - 1)m$$

【解析】

【分析】根据正方形的性质得出 $\angle D = 90^\circ$ ， $AD = m$ ，利用勾股定理求出 AC 的长，再根据角平分线的性质或全等三角形的判定与性质得出 $AF = AD$ ，最后根据线段的和差关系求出 FC 的长.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，边长为 m ，

$$\therefore \angle D = 90^\circ, \quad AD = CD = m,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, 由勾股定理得 } AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{m^2 + m^2} = \sqrt{2}m,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle DAC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle FAE,$$

$$\because EF \perp AC,$$

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle AFE,$$

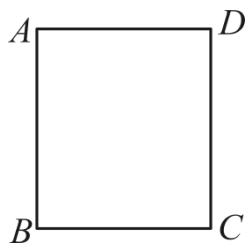
$$\text{在 } \triangle ADE \text{ 和 } \triangle AFE \text{ 中 } \begin{cases} \angle D = \angle AFE \\ \angle DAE = \angle FAE, \\ AE = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle AFE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AF = AD = m,$$

$$\therefore FC = AC - AF = \sqrt{2}m - m = (\sqrt{2} - 1)m.$$

18. 如图, 已知在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 CD 上, 在 ED 的延长线上取点 F , 连接 AF 、 AE , $\triangle AEF$ 的重心 O 在线段 AD 上, 连接 BE , 若四边形 $ABEF$ 是菱形, 那么 $\frac{DO}{DF}$ 的值为_____.

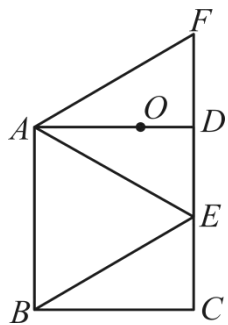


【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】由菱形的性质可得 $AB = AF = EF$, 由三角形重心的性质可得 AD 为 $\triangle AEF$ 的中线, $AO = \frac{2}{3}AD$, 则 $DF = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}AF$, 由矩形的性质可得 $\angle ADE = 90^\circ$, 即 $AD \perp CD$, 求出 $DO = \frac{\sqrt{3}}{6}AF$, 即可得出结果.

【详解】解: 如图:



$\because$ 四边形 $ABEF$ 为菱形,

$$\therefore AB = AF = EF,$$

$\because \triangle AEF$ 的重心 O 在线段 AD 上,

$\therefore AD$ 为 $\triangle AEF$ 的中线, $AO = \frac{2}{3}AD$,

$\therefore DF = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}AF$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$, 即 $AD \perp CD$,

$\therefore AD = \sqrt{AF^2 - DF^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AF$,

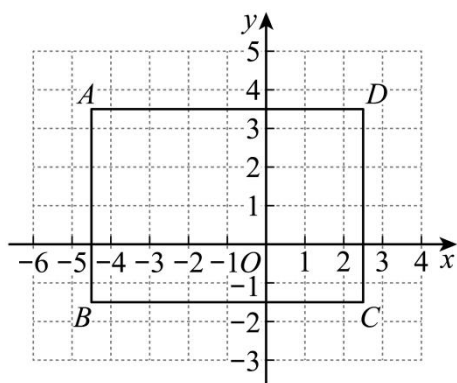
$\therefore AO = \frac{2}{3}AD = \frac{\sqrt{3}}{3}AF$,

$\therefore DO = AD - AO = \frac{\sqrt{3}}{6}AF$,

$\therefore \frac{DO}{DF} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}AF}{\frac{1}{2}AF} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 46 分)

19. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-4.5, 3.5)$ 、 $B(-4.5, -1.5)$ 、 $C(2.5, -1.5)$ 、 $D(2.5, 3.5)$, 求四边形 $ABCD$ 的周长.



【答案】 24

【解析】

【分析】 首先判断四个点的坐标特征, 因为 A 、 B 横坐标相同, 所以 AB 为平行于 y 轴的线段, 利用坐标轴平行线段的长度计算方法: 横坐标相同的两点距离为纵坐标差的绝对值, 纵坐标相同的两点距离为横坐标差的绝对值, 分别求出 AB 、 BC 的长度. 同理可得 CD 、 AD 的长度, 四边长度相加即可得到周长.

【详解】解：∵ $A(-4.5, 3.5)$ 和 $B(-4.5, -1.5)$ 横坐标相同，

$$\therefore AB \parallel y \text{ 轴}, \quad AB = |3.5 - (-1.5)| = 5,$$

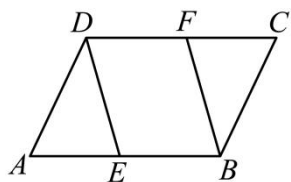
∵ $B(-4.5, -1.5)$ 和 $C(2.5, -1.5)$ 纵坐标相同，

$$\therefore BC \parallel x \text{ 轴}, \quad BC = |2.5 - (-4.5)| = 7,$$

同理可得 $CD = AB = 5$, $AD = BC = 7$,

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的周长} = 2 \times (5 + 7) = 24.$$

20. 如图，已知：在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上， $AE = CF$ 。求证：四边形 $DEBF$ 是一个平行四边形。



【答案】证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, \quad AB = CD.$$

$$\because AE = CF,$$

$$\therefore AB - AE = CD - CF, \quad \text{即 } EB = DF.$$

又因为 E 在 AB 上、 F 在 CD 上，结合 $AB \parallel CD$ ，可得 $EB \parallel DF$ 。

∴ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形。

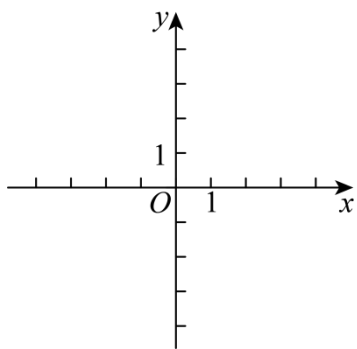
【解析】

【分析】首先利用平行四边形的性质，得到边 AB 与 CD 的关系：平行且相等，结合已知条件 $AE = CF$ ，通过线段的和差关系推导 BE 和 DF 的数量关系，同时根据 AB 与 CD 平行的性质得到 BE 和 DF 的位置关系。依据平行四边形的判定定理，一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，完成证明。

【详解】略

21. 如图，已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像可以由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像平移得到，该一次函数的图

像与 x 轴交点的坐标为 $A(-4, 0)$ ，与 y 轴交于点 B 。



- (1) 求该一次函数的表达式;
- (2) 设点 C 在 y 轴上, 当 $AB = BC$ 时, 求点 C 的坐标.

【答案】 (1) $y = \frac{1}{2}x + 2$

(2) $(0, 2 + 2\sqrt{5})$ 或 $(0, 2 - 2\sqrt{5})$

【解析】

【分析】 (1) 根据平移可得 $k = \frac{1}{2}$, 再把 $A(-4, 0)$ 代入即可求解;

(2) 先求得 AB 的长, 再分点 C 在点 B 的上方、下方两种情况进行计算, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图像可以由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像平移得到,

$$\therefore k = \frac{1}{2}, \text{ 即一次函数为 } y = \frac{1}{2}x + b,$$

$$\text{把 } A(-4, 0) \text{ 代入 } y = \frac{1}{2}x + b, \text{ 得 } \frac{1}{2} \times (-4) + b = 0,$$

解得 $b = 2$,

$$\therefore \text{一次函数的表达式为 } y = \frac{1}{2}x + 2.$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 一次函数的图像与 y 轴交于点 B ,

$$\therefore \text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 2,$$

$$\therefore B(0, 2),$$

$$\therefore OB = 2,$$

$$\therefore A(-4, 0),$$

$$\therefore OA = 4,$$

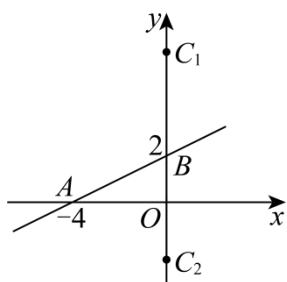
$$\therefore BC = AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore$ 点 C 在 y 轴上,

$\therefore$ 当点 C 在点 B 的上方时, 点 C 的坐标为 $(0, 2 + 2\sqrt{5})$,

当点 C 在点 B 的下方时, 点 C 的坐标为 $(0, 2 - 2\sqrt{5})$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 2 + 2\sqrt{5})$ 或 $(0, 2 - 2\sqrt{5})$.



22. 在探究通过导体的电流与电阻的关系时, 小华得出如下结论: 当导体两端的电压 U 保持不变时, 通过导体的电流 I (单位: A) 与导体的电阻 R (单位: Ω) 满足关系 $I = \frac{U}{R}$. 实验中, 当 $R = 10 \Omega$ 时, $I = 0.6 \text{ A}$.

(1) 写出 I 关于 R 的函数表达式;

(2) 利用 I 关于 R 的函数表达式, 说明当电阻增大为原来的 n 倍 ($n > 1$) 时, 通过导体的电流将如何变化.

【答案】 (1) $I = \frac{6}{R} (R > 0)$

(2) 电流变为原来的 $\frac{1}{n}$

【解析】

【分析】 (1) 将已知的 R 、 I 数值代入 $I = \frac{U}{R}$, 求出常数 U , 再写出 I 关于 R 的函数表达式.

(2) 设原来电阻为 R , 表示出原电流; 再表示电阻增大为原来的 n 倍后的电阻, 求出新电流, 对比得出电流变化规律.

【小问 1 详解】

解: $\because I = \frac{U}{R}$, $R = 10$, $I = 0.6$,

$$\therefore 0.6 = \frac{U}{10},$$

$$\therefore U = 0.6 \times 10 = 6,$$

$$\therefore I = \frac{6}{R} (R > 0);$$

【小问 2 详解】

解：设原电阻为 R ，原电流 $I_1 = \frac{6}{R}$ 。

电阻增大为原来的 n 倍后，新电阻 $R_2 = nR$ 。

$$\therefore I_2 = \frac{6}{nR},$$

$$\therefore I_2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{6}{R},$$

$$\therefore I_2 = \frac{1}{n} I_1,$$

$\therefore$ 电流变为原来的 $\frac{1}{n}$ 。

23. 如图，有一张三角形纸片 ABC 。请你将这个三角形纸片分成面积相等的四部分。

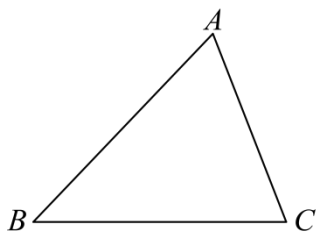


图1

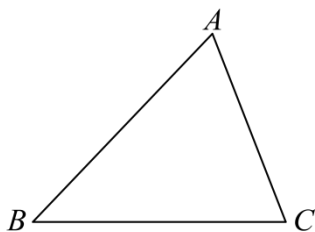


图2

(1) 如果分割后的四部分都是三角形，在图1中画出示意图，并说明分割的方法；

(2) 如果分割后的四部分至少包含一个四边形，在图2中画出示意图，并说明分割的方法。

【答案】(1) 如图1所示，分割方法：先对边 BC 进行四等分，再连接 AD, AE, AF 即可得到四个三角形 $\triangle ABD, \triangle ADE, \triangle AEF, \triangle ACF$ ；

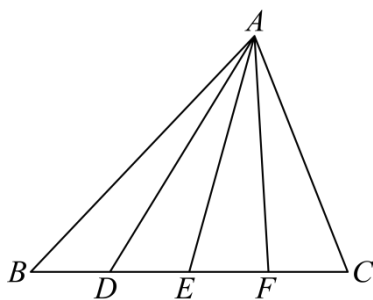


图1

(2) 如图2所示，先取 AB, BC, AC 的中点 D, E, F ，连接 DE, DF ，

可知四边形 $ADEF$ 是平行四边形，连接 AE, DF ，产生交点，过此交点作线段 MN ，交 AD 于 M ，交 EF

于 N ，易知 $S_{\text{四边形}MDEN} = S_{\text{四边形}MNFA} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ； $S_{\triangle BED} = S_{\triangle EFC} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ，四部分面积相等；

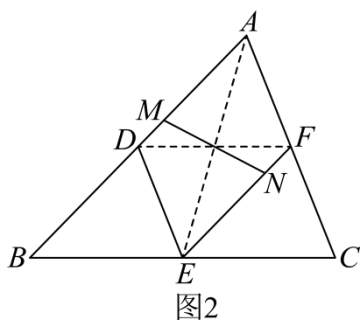


图2

【解析】

【分析】(1) 先取 BC 的四等分点 D, E, F ，再连接 AD, AE, AF 即可得到；

(2) 先取 AB, BC, AC 中点 D, E, F ，再连接 AE, DF 产生交点，过此交点作线段 MN ，得到四边形 $MDEN$ 和四边形 $MNFA$ ，这样的四部分面积相等。

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

略

24. 明文点 $P(x, y)$ 对应密文点 $P'(x', y')$ ，其中加密规则： $x' = kx + b$ ， $y' = y$ 。

(1) 已知两组对应点： $P_1(1, 2)$ 对应 $P'_1(3, 2)$ 、 $P_2(2, 3)$ 对应 $P'_2(5, 3)$ 。

① 求出 x' 关于 x 的函数表达式；

② 如果三个密文点： $A'(5, 1)$ 、 $B'(9, 3)$ 、 $C'(13, 1)$ ，请解密对应明文点 A 、 B 、 C 的坐标；

(2) 存在一条直线 l_1 ，明文点 $Q(x, y)$ 在直线 l_1 上，经过加密规则 ($x' = -x + 8$ ， $y' = y$) 得到的所有密文点 $Q'(x', y')$ 都在直线 l_2 上。如果直线 l_1 、 l_2 分别能将第 (1) ② 题中点 A 、 B 、 C 组成的 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，请写出一组直线 l_1 和 l_2 的表达式 (直线 l_1 和 l_2 不重合)。

【答案】(1) ① $x' = 2x + 1$ ；② $A(2, 1)$ ， $B(4, 3)$ ， $C(6, 1)$

(2) 直线 l_1 的表达式为 $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ ，直线 l_2 的表达式为 $y = -\frac{1}{3}x + 3$

【解析】

【分析】(1) ① 利用待定系数法计算即可得出结果；② 由 ① 得 $x' = 2x + 1$ ，则 $x = \frac{x' - 1}{2}$ ，再结合 $y' = y$ ，计算即可得出结果；

(2) 由 (1) 可得 $A(2, 1)$ ， $B(4, 3)$ ， $C(6, 1)$ ，由题意可得直线 l_1 可以为边 BC 的中线所在直线，即经过 BC

的中点和点 $A(2,1)$ ，利用待定系数法计算即可得出结果.

【小问 1 详解】

解：① $\because$ 加密规则 $x' = kx + b$ ， $P_1(1,2)$ 对应 $P_1'(3,2)$ 、 $P_2(2,3)$ 对应 $P_2'(5,3)$ ，

$$\therefore \begin{cases} k + b = 3 \\ 2k + b = 5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 2 \\ b = 1 \end{cases};$$

$$\therefore x' = 2x + 1;$$

② 由 ① 得 $x' = 2x + 1$,

$$\therefore x = \frac{x' - 1}{2},$$

$$\because y' = y,$$

$$\therefore \text{对于 } A'(5,1), x = \frac{5-1}{2} = 2, y = 1, \text{ 即 } A(2,1),$$

$$\text{对于 } B'(9,3), x = \frac{9-1}{2} = 4, y = 3, \text{ 即 } B(4,3),$$

$$\text{对于 } C'(13,1), x = \frac{13-1}{2} = 6, y = 1, \text{ 即 } C(6,1);$$

【小问 2 详解】

解：由 (1) ② 可得 $A(2,1)$ ， $B(4,3)$ ， $C(6,1)$ ，

$\because$ 直线 l_1 、 l_2 分别能将点 A 、 B 、 C 组成的 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，

$\therefore$ 直线 l_1 可以为边 BC 的中线所在直线，即经过 BC 的中点和点 $A(2,1)$ ，

$$\because B(4,3), C(6,1),$$

$$\therefore BC \text{ 的中点坐标为 } \left(\frac{4+6}{2}, \frac{3+1}{2} \right), \text{ 即 } (5,2),$$

设直线 l_1 的表达式为 $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$),

将 $A(2,1)$ 和 $(5,2)$ 代入解析式得:

$$\begin{cases} 2k_1 + b_1 = 1 \\ 5k_1 + b_1 = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k_1 = \frac{1}{3} \\ b_1 = \frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 的表达式为 } y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3},$$

$\therefore$ 经过加密规则 $(x' = -x + 8, y' = y)$ 得到的所有密文点 $Q'(x', y')$ 都在直线 l_2 上,

$$\therefore y = y', \quad x = 8 - x',$$

$$\therefore y' = \frac{1}{3}(8 - x') + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}x' + 3,$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的表达式为 } y = -\frac{1}{3}x + 3.$$

25. 综合实践：折纸中的数学

问题背景：折纸与数学有着密切的联系，我们可以将几何学原理运用到折纸中，也可以利用折纸研究几何学.

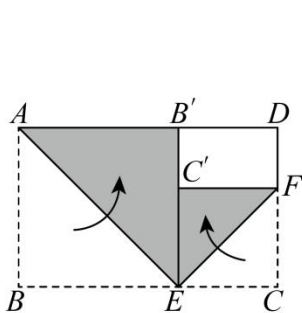


图 1

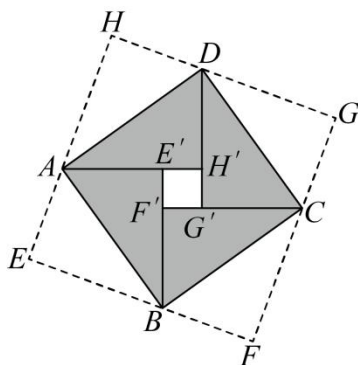


图 2

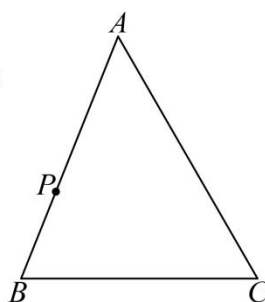


图 3

尝试运用：

(1) 在矩形 $ABCD$ 中，按如图 1 方式折叠.

① $\angle AEF =$ _____ $^\circ$. ② 若四边形 $B'C'FD$ 是正方形，则 $\frac{AB}{BC} =$ _____.

问题拓展：

(2) 我们可以利用折纸折出两个角相等，折痕与一条线段垂直.

① 如图 2，折叠正方形纸片 $EFGH$ ，得到正方形 $ABCD$ 和正方形 $E'F'G'H'$. 若 $\frac{S_{\text{正方形}E'F'G'H'}}{S_{\text{正方形}EFGH}} = \frac{1}{49}$ ，请判

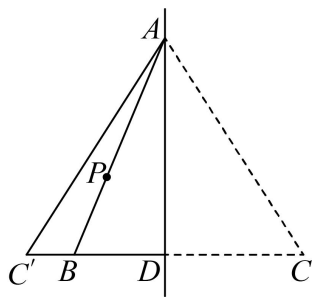
断点 B 在 EF 上的位置；

② 如图 3，点 P 在锐角三角形纸片边 AB 上，折出过点 P 且与边 BC 平行的线段. 请画出你的分步折叠示意图，并加以证明.

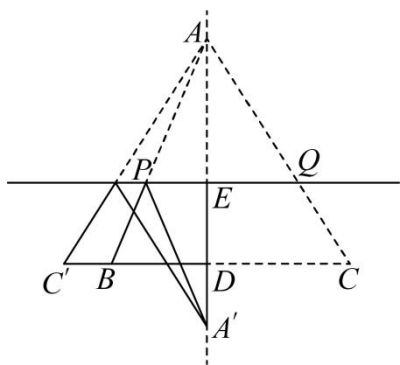
【答案】 (1) ① 90 ② $\frac{2}{3}$

(2) ① 点 B 在 EF 上，靠近 E 点的 $\frac{4}{7}$ 处

②第一步，如图，过点 A 将线段 BC 对折，折痕为 AD ；



第二步，如图，过点 P 将线段 AD 对折，折痕为 PQ ；



线段 PQ 即为所求；

证明如下：

由折叠的性质可得，折痕 $AD \perp BC, PQ \perp AD$ ，

$$\therefore \angle CDE = \angle PED = 90^\circ,$$

$$\therefore PQ \parallel BC$$

【解析】

【分析】(1) ①根据正方形的性质以及翻折的性质得出四边形 $ABEB'$ 和四边形 $ECFC'$ 为正方形，即可得出角的度数；

②令 $DF = CF = CE = x$ ，根据正方形的性质表示出各边的长度，即可得出比值；

(2) ①令正方形 $E'F'G'H'$ 的边长为 a ，根据正方形的面积比得出正方形 $EFGH$ 的边长为 $7a$ ，通过全等三角形的判定和性质得出，令 $AE = BF = x$ ， $BE = y$ ，然后列出二元一次方程组求解；

②根据翻折得出直角，利用内错角相等，两直线平行进行折叠和证明.

【小问 1 详解】

解：① $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，且通过翻折可得，四边形 $ABEB'$ 和四边形 $ECFC'$ 为正方形，

$$\therefore \angle AEB' = \angle C'EF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ;$$

②若四边形 $B'C'FD$ 是正方形, 则令 $DF = CF = CE = x$,

$$\therefore AB = 2x,$$

$$\therefore BC = BE + CE = 3x,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3};$$

【小问 2 详解】

解: ①令正方形 $E'F'G'H'$ 的边长为 a ,

$$\therefore \frac{S_{\text{正方形}E'F'G'H'}}{S_{\text{正方形}EFGH}} = \frac{1}{49},$$

$$\therefore \text{正方形 } EFGH \text{ 的边长为 } 7a,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFGH$ 为正方形,

$$\therefore \angle E = \angle F = \angle ABC = 90^\circ, AB = BC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ - \angle FBC,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = BF,$$

令 $AE = BF = x$, $BE = y$, 由翻折的性质可得,

$$\begin{cases} x + y = 7a \\ y - x = a \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 3a \\ y = 4a \end{cases},$$

$$\therefore BE = \frac{4}{7} EF$$

$\therefore$ 点 B 在 EF 上, 靠近 E 点的 $\frac{4}{7}$ 处;

②略.