

市北初级中学北校 2025-2026 学年八年级下期末模拟数学试卷 02

一、单选题

1. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 240^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()

- A. 100° B. 60° C. 80° D. 160°

【答案】B

【解析】

【分析】由平行四边形 $ABCD$ 的性质可得, $\angle A = \angle C$, $\angle A + \angle B = 180^\circ$. 再根据 $\angle A + \angle C = 240^\circ$, 即可求出答案.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore \angle A = \angle C, \angle A + \angle B = 180^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle A + \angle C = 240^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 120^\circ,$$

$$\angle B = 180^\circ - \angle A = 60^\circ.$$

故选: B

【点睛】本题考查了平行四边形的基本性质, 利用平行四边形的对角相等, 邻角互补是解题的关键.

2. 直线 $y = \frac{1}{2}x + m$ 经过点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 > x_2$, 下列结论正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 = y_2$
C. $y_1 < y_2$ D. y_1 、 y_2 的大小不能确定

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查一次函数的性质, 根据在一次函数 $y = kx + b$ 中, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大进行求解即可.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + m$ 中, $k = \frac{1}{2} > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$$\because x_1 > x_2,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故选: A

3. 若 $m < 0$, $mn > 0$, 则点 (m, n) 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】先根据有理数乘法的符号法则判断 n 的正负, 再根据平面直角坐标系各象限的坐标符号特征, 判断点所在象限.

【详解】解: $\because m < 0$, $mn > 0$,

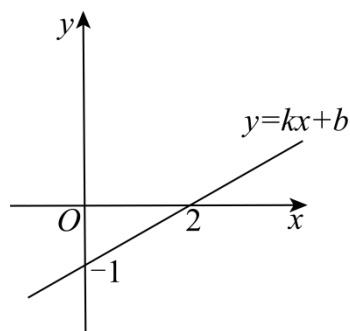
$\therefore n < 0$,

$\therefore$ 点 (m, n) 的横坐标 $m < 0$, 纵坐标 $n < 0$,

又 $\because$ 第三象限内点的横、纵坐标均为负数,

$\therefore$ 点 (m, n) 在第三象限.

4. 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示, 则下列结论中正确的是 ()



- A. $k < 0$ B. 当 $x = 2$ 时, $y = 0$
C. y 随 x 的增大而减小 D. 当 $x > 0$ 时, $y > 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一次函数的图象与性质判断即可.

【详解】解: A、由图象可知, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、三、四象限, 则有 $k > 0$, 该选项不符合题意;

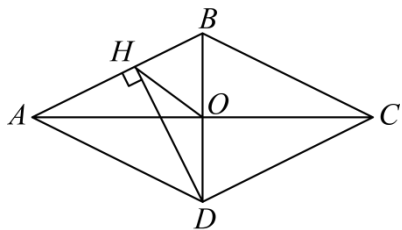
B、由图象可知, 当 $x = 2$ 时, $y = 0$, 该选项符合题意;

C、由图象可知, y 随 x 的增大而增大, 该选项不符合题意;

D、由图象可知, 当 $x > 2$ 时, $y > 0$, 该选项不符合题意.

5. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H , 连接 OH , 若 $OA = 6$,

$OH = 4$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积为 ()



A. $24\sqrt{7}$

B. $48\sqrt{7}$

C. 48

D. 96

【答案】C

【解析】

【分析】由菱形的性质得 $AC = 2OA = 12$ ， $OB = OD$ ，再由直角三角形斜边上的中线性性质求出 BD 的长度，然后由菱形的面积公式求解即可。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC = 2OA = 2 \times 6 = 12, \quad BO = DO$$

$$\therefore DH \perp AB,$$

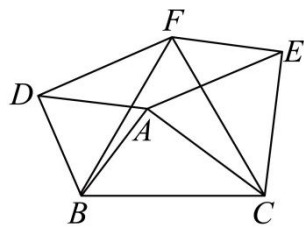
$$\therefore \angle BHD = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = 2OH = 2 \times 4 = 8,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48.$$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ， $\triangle ABD$ ， $\triangle ACE$ ， $\triangle BCF$ 都是等边三角形，下列结论中：① $AB \perp AC$ ；② $\triangle DBF \cong \triangle ABC$ ；③ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形；④ $\angle DFE = 110^\circ$ ；

⑤ $S_{\text{四边形}AEFD} = 5$ 。正确的个数是 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】B

【解析】

【分析】由 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ，得出 $\angle BAC = 90^\circ$ ，故①正确；再由 SAS 证得 $\triangle ABC \cong \triangle DBF$ ，得

$AC = DF = AE = 4$ ，同理 $\triangle ABC \cong \triangle EFC$ (SAS)，得 $AB = EF = AD = 3$ ，则四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

故②③正确；然后由平行四边形的性质得 $\angle DFE = \angle DAE = 150^\circ$ ，则④错误；最后求出 $S_{\square AEFD} = 6$ ，故⑤错误；即可得出答案.

【详解】解： $\because AB = 3, AC = 4, BC = 5,$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$

$\therefore AB \perp AC$ ，故①正确；

$\because \triangle ABD, \triangle ACE$ 都是等边三角形

$$\therefore \angle DAB = \angle EAC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DAE = 150^\circ$$

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle FBC$ 都是等边三角形

$$\therefore BD = BA, BF = BC, \angle DBF + \angle FBA = \angle ABC + \angle ABF = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DBF = \angle ABC$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBF$ 中

$$\begin{cases} AB = DB \\ \angle ABC = \angle DBF \\ BC = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBF$ (SAS)，故②正确；

$$\therefore AC = DF = AE = 4$$

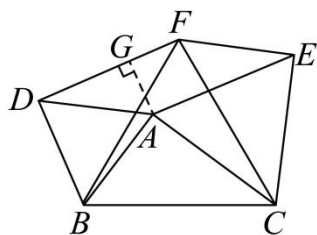
同理可证： $\triangle ABC \cong \triangle EFC$ (SAS)

$$\therefore AB = EF = AD = 3$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形，故③正确；

$\therefore \angle DFE = \angle DAE = 150^\circ$ ，故④错误；

过 A 作 $AG \perp DF$ 于 G ，如图所示：



则 $\angle AGD = 90^\circ$

$\because$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形

$$\therefore \angle FDA = 180^\circ - \angle DFE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore AG = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore S_{\square AEFD} = DF \cdot AG = 4 \times \frac{3}{2} = 6, \text{ 故⑤错误.}$$

综上所述, 正确的是①②③, 共 3 个.

故选: B

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质、勾股定理的逆定理、全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识, 熟练掌握平行四边形的判定与性质, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DBF$ 是解题的关键.

二、填空题

7. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数为_____

【答案】6

【解析】

【分析】本题利用任意多边形外角和为定值 360° , 结合题目给出的内角和与外角和的数量关系, 再根据多边形内角和公式列方程求解即可得到边数.

【详解】设这个多边形的边数为 n ,

根据题意列方程得 $(n-2) \times 180^\circ = 2 \times 360^\circ$,

解得 $n = 6$.

8. 直角三角形斜边长为 30, 则这个三角形重心到直角顶点的距离为_____.

【答案】

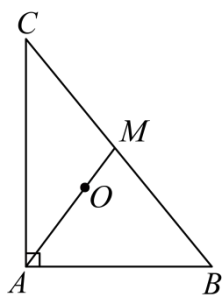
10

【解析】

【分析】本题主要考查三角形重心的性质, 直角三角形斜边中线的性质, 熟练掌握是解题关键.

根据直角三角形中, 斜边上的中线等于斜边的一半得出 $AM = \frac{30}{2} = 15$, 再依据三角形重心的性质, 重心到顶点的距离是中线长的 $\frac{2}{3}$ 即可求解.

【详解】解: 在直角三角形中, 斜边上的中线长为 $AM = \frac{30}{2} = 15$,



$\therefore$ 重心到直角顶点的距离为该中线长的 $\frac{2}{3}$, 即 $\frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \times 15 = 10$,

故答案为: 10.

9. 将直线 $y = 5x - 3\sqrt{3}$ 向上平移 3 个单位, 得到的直线的解析式是_____.

【答案】 $y = 5x - 3\sqrt{3} + 3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数图象的平移问题, 根据“上加下减, 左减右加”的平移规律求解即可.

【详解】 解: 将直线 $y = 5x - 3\sqrt{3}$ 向上平移 3 个单位, 得到的直线的解析式是 $y = 5x - 3\sqrt{3} + 3$,

故答案为: $y = 5x - 3\sqrt{3} + 3$.

10. 已知一次函数 $y = (2m - 2)x + m + 1$ 中, y 随 x 的增大而减小, 且其图象与 y 轴交点在 x 轴上方. 求 m 的取值范围: _____.

【答案】 $-1 < m < 1$

【解析】

【分析】 一次函数中, y 随 x 增大而减小, 说明自变量系数小于 0, 即 $2m - 2 < 0$, 图象过二、四象限; 又该函数的图象与 y 轴交点在 x 轴上方, 据此解答 m 的取值范围即可.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 y 随 x 的增大而减小

$$\therefore 2m - 2 < 0$$

$$m < 1$$

又 $\because$ 其图象与 y 轴交点在 x 轴上方

$$m > -1$$

$\therefore m$ 的取值范围是: $-1 < m < 1$

故答案为: $-1 < m < 1$

【点睛】 本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解: 直线 $y = kx + b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系. $k > 0$ 时, 直线必经过一、三象限; $k < 0$ 时, 直线必经过二、四象

限； $b > 0$ 时，直线与 y 轴正半轴相交； $b = 0$ 时，直线过原点； $b < 0$ 时，直线与 y 轴负半轴相交.

11. 直线 $y = 5 - 2x$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 5

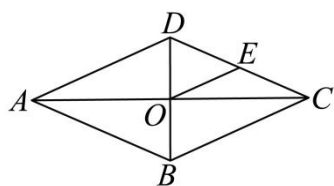
【解析】

【分析】 令 $x = 0$ 时求出 y 值，即可得出答案.

【详解】 解：当 $x = 0$ 时， $y = 5$ ，

所以直线 $y = 5 - 2x$ 在 y 轴上的截距是 5.

12. 如图，菱形的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， E 是 CD 的中点，且 $OE = 3$ ，则 CD 的长是_____.



【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了菱形的性质以及直角三角形斜边上的中线性质的性质，由菱形的性质可得 $AC \perp BD$ ，由直角三角形的性质可得 $CD = 2OE$ ，故可求解.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ，

$\therefore \triangle COD$ 是直角三角形，

$\because$ 点 E 是 CD 的中点，

$\therefore CD = 2OE = 6$.

故答案为：6.

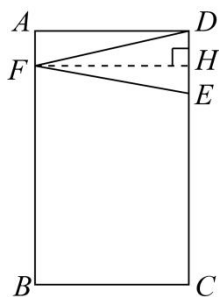
13. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 12$ ， $BC = 7$ ，点 E 在 CD 边上，点 F 在 AB 边上，连接 EF 、 DF ，若 $CE = 3DE$ ， $EF = 5\sqrt{2}$ ，则 DF 的长为_____.

【答案】 $\sqrt{53}$ 或 $\sqrt{65}$ 或 $\sqrt{65}$ 或 $\sqrt{53}$

【解析】

【分析】 分两种情况讨论，画出图形，根据矩形的性质及勾股定理分别解答即可.

【详解】 解：如图，当 $\triangle DFE$ 为锐角三角形时，过点 F 作 $FH \perp DE$ 交 DE 于点 H ，则有 $\angle FHD = 90^\circ$ ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore \angle A = \angle ADH = 90^\circ$, $AB = DC = 12$, $AD = BC = 7$,

$\therefore$ 四边形 $AFHD$ 为矩形,

$\therefore AD = FH = BC = 7$,

$\because \angle FHD = 90^\circ$,

$\therefore \angle FHE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,

$\therefore HE = \sqrt{FE^2 - FH^2} = 1$,

$\because CE = 3DE$, $DC = 12$, $DC = CE + DE$,

$\therefore 4DE = 12$,

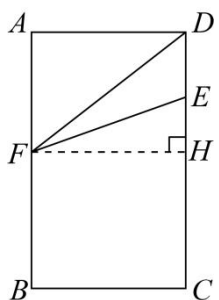
$\therefore DE = 3$,

$\therefore DH = DE - HE = 2$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DFH$ 中根据勾股定理有 $DF^2 = FH^2 + DH^2$,

即 $DF = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53}$.

如图, 当 $\triangle DFE$ 为钝角三角形时, 过点 F 作 $FH \perp DC$ 交 DC 于点 H , 则有 $\angle FHD = 90^\circ$.



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore \angle A = \angle ADH = 90^\circ$, $AB = DC = 12$, $AD = BC = 7$,

$\therefore$ 四边形 $AFHD$ 为矩形,

$\therefore AD = FH = BC = 7$,

$\because \angle FHD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle FHE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore HE = \sqrt{FE^2 - FH^2} = 1,$$

$$\because CE = 3DE, DC = 12, DC = CE + DE,$$

$$\therefore 4DE = 12,$$

$$\therefore DE = 3,$$

$$\therefore DH = DE + HE = 4,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle DFH \text{ 中根据勾股定理有 } DF^2 = FH^2 + DH^2,$$

$$\text{即 } DF = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}.$$

故答案为: $\sqrt{53}$ 或 $\sqrt{65}$.

【点睛】 本题考查了矩形的判定及性质、勾股定理等知识点, 熟练掌握上述知识点是解答本题的关键.

14. 我们把直角坐标平面内到 x 轴距离是到 y 轴距离 2 倍的点称为“特殊点”. 那么一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象上的“特殊点”坐标为_____.

【答案】 $(1, 2)$

【解析】

【分析】 本题考查一次函数图象上点的坐标特征. 设一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象上的“特殊点”坐标为 $(t, -2t + 4)$, 根据题意可得, $|-2t + 4| = 2|t|$, 解方程即可求出答案.

【详解】 解: 设一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象上的“特殊点”坐标为 $(t, -2t + 4)$, 根据题意可得,

$$|-2t + 4| = 2|t|,$$

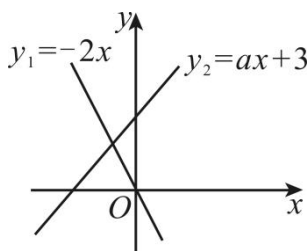
$$\text{则 } -2t + 4 = 2t \text{ 或 } -2t + 4 = -2t$$

$$\text{解得 } t = 1,$$

即一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象上的“特殊点”坐标为 $(1, 2)$,

故答案为: $(1, 2)$

15. 如图, 函数 $y_1 = -2x$ 与 $y_2 = ax + 3$ 的图象相交于点 $A(-1, 2)$, 则当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围是_____.



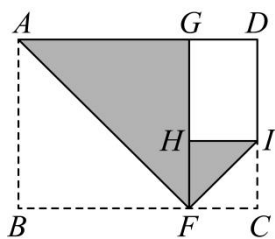
【答案】 $x > -1$

【解析】

【详解】解：观察图象可知，当 $x > -1$ 时，函数 $y_1 = -2x$ 的图象位于函数 $y_2 = ax + 3$ 的图象下方，

$\therefore$ 当 $y_1 < y_2$ 时， x 的取值范围是 $x > -1$.

16. 动手操作是学习数学的一种好方法. 如图，小华同学在一次折纸活动中，将一张 A4 纸（长宽比为 $\sqrt{2}:1$ ）ABCD 沿 AF 折叠，使点 B 落在 AD 边上的点 G 处，再沿 FI 折叠，使点 C 落在 FG 边上的点 H 处，则矩形 GHID 的长与宽的比值为_____.



【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据矩形的性质及折叠的性质证明四边形 ABFG 是正方形，四边形 ICFH 是正方形，设 $AB = x$ ，则 $BC = \sqrt{2}x$ ，根据正方形的性质得到 $AB = BF = GF = x$ ， $FC = FH = HI = (\sqrt{2} - 1)x$ ，进而得到 $GH = (2 - \sqrt{2})x$ ，计算 $\frac{GH}{HI}$ 即可.

【详解】解： $\because$ 矩形 ABCD，

$\therefore \angle BAG = \angle B = 90^\circ$ ，

由折叠的性质可知 $\angle AGF = \angle B = 90^\circ$ ， $BF = GF$ ，

$\therefore \angle GFB = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 ABFG 是正方形，

同理可证四边形 ICFH 是正方形，

设 $AB = x$ ，则 $BC = \sqrt{2}x$ ，

$\because$ 四边形 ABFG 是正方形，

$$\therefore AB = BF = GF = x,$$

$$\therefore FC = (\sqrt{2} - 1)x,$$

$\therefore$ 四边形 $ICFH$ 是正方形,

$$\therefore FC = FH = HI = (\sqrt{2} - 1)x,$$

$$\therefore GH = GF - HF = x - (\sqrt{2} - 1)x = (2 - \sqrt{2})x,$$

$$\therefore \text{矩形 } GHID \text{ 的长与宽的比值为 } \frac{GH}{HI} = \frac{(2 - \sqrt{2})x}{(\sqrt{2} - 1)x} = \sqrt{2}.$$

17. 我国传统的计重工具——秤的应用,方便了人们的生活.如图,可以用秤砣到秤纽的水平距离,来得出秤钩上所挂物体的重量.称重时,若秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 x (厘米) 时,秤钩所挂物重为 y (斤),则 y 是 x 的一次函数.下表中为若干次称重时所记录的一些数据.其中有一对数据记录错误,请排除后利用正确的数据确定当水平距离 x 为 12 厘米时,对应的物体重量 y 为_____斤.

x (厘米)	1	3	4	6
y (斤)	0.8	1.2	1.6	1.8

【答案】3

【解析】

【分析】熟练掌握数据用比例查错纠错,函数的三种表示方法,由表格数据求函数解析式,是解决此类问题的关键.根据 $\frac{1.2-0.8}{3-1} = \frac{1.8-0.8}{6-1} = 0.2$, $\frac{1.6-0.8}{4-1} = \frac{4}{15}$, 发现 1.6 记录错误,更正为 1.4, 设 $y = 0.2x + b$, 将 $(1, 0.8)$ 代入, 求得 $b = 0.6$, 得到 $y = 0.2x + 0.6$, 把 $x = 12$ 代入, 得到结果.

$$\text{【详解】解: } \because \frac{1.2-0.8}{3-1} = \frac{1.8-0.8}{6-1} = 0.2, \quad \frac{1.6-0.8}{4-1} = \frac{4}{15},$$

$\therefore$ 1.6 记录错误, 应为 1.4.

设 $y = 0.2x + b$, 将 $(1, 0.8)$ 代入, 得 $0.8 = 0.2 + b$,

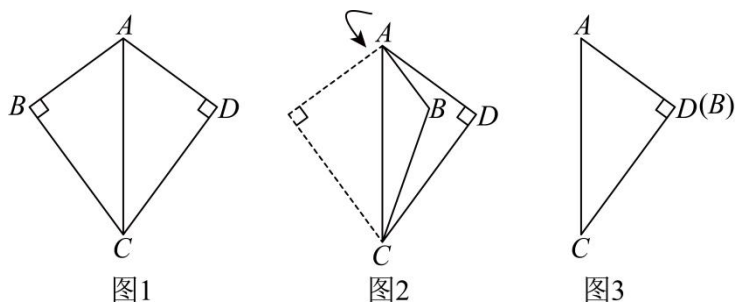
$$\therefore b = 0.6,$$

$$\therefore y = 0.2x + 0.6,$$

当 $x=12$ 时, $y=0.2 \times 12 + 0.6 = 3$,

$\therefore$ 当水平距离 x 为 12 厘米时, 对应的物体重量 y 为 3 斤.

18. 如图 1, 在四边形纸片 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = AD$, $CB = CD$, 若 $\angle BCD = 60^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, 现将该纸片沿对角线 AC 折叠, 使点 B 落在点 D 处, 得到双层 $\triangle ACD$ (如图 3), 再沿着过 $\triangle ACD$ 某一顶点的直线将双层三角形剪开, 使得展开后的平面图形中有一个是平行四边形, 则所得的平行四边形的周长为 _____.



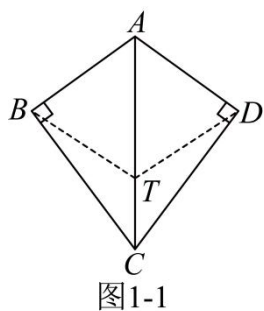
【答案】 $\frac{16\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ 或 $\frac{32}{3}\text{cm}$

【解析】

【分析】 分两种情形讨论, 当直线过点 B (D) 时, 四边形 $ABTD$ 是菱形, 利用菱形的性质和直角三角形的性质求解; 当直线经过点 A 时, 四边形 $AECF$ 是菱形, 同理求解即可.

【详解】 解: 有两种情形:

当直线过点 B (D) 时, 如图, 四边形 $ABTD$ 是菱形,



$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = AD$, $CB = CD$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle ACD (\text{HL})$,

$\therefore \angle ACB = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle BCD = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $BC = 4\text{cm}$,

$\therefore AB = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 所得的平行四边形的周长为 $4 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$;

当直线经过点 A 时, 四边形 $AECF$ 是菱形, 连接 EF 交 AC 于 O ,

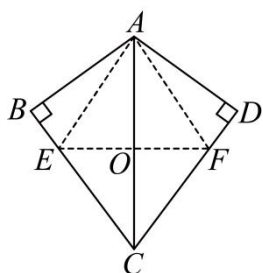


图1-2

$\because AC = 2AB = \frac{8\sqrt{3}}{3}$, 四边形 $AECF$ 是菱形,

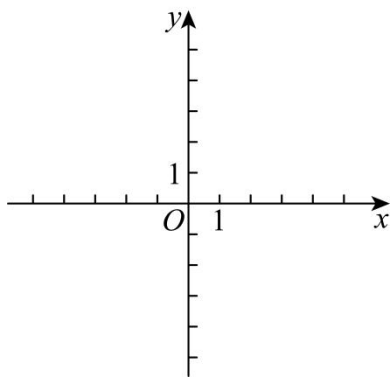
$\therefore OC = OA = \frac{1}{2}AC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore EC = \frac{8}{3}$,

$\therefore$ 所得的平行四边形的周长 $= 4 \times \frac{8}{3} = \frac{32}{3}(\text{cm})$.

三、解答题

19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数的图象经过点 $A(2,3)$ 与点 $B(0,5)$.



(1) 求此一次函数的解析式, 并在坐标系中画出它的图象;

(2) 若设点 C 为此一次函数图象与 x 轴的交点, 求 $\triangle BOC$ 的面积.

【答案】 (1) $y = -x + 5$, 画图见解析

(2) $\frac{25}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了求一次函数的解析式, 画一次函数的图象, 求一次函数与 x 轴的交点坐标, 熟练掌握

求一次函数的解析式及画一次函数的图象是关键.

(1) 先用待定系数法求一次函数的解析式, 再经过 $A(2,3)$, $B(0,5)$ 两点作直线即可;

(2) 先求出一次函数与 x 轴的交点坐标, 再计算三角形的面积即可.

【小问 1 详解】

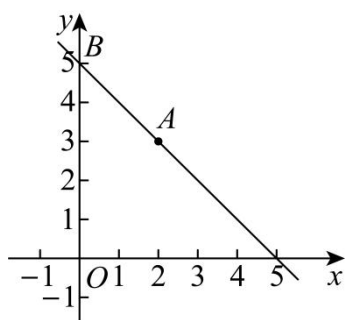
解: 设一次函数的解析式为 $y = kx + b$,

将 $A(2,3)$, $B(0,5)$ 代入 $y = kx + b$, 得 $\begin{cases} 2k + b = 3 \\ b = 5 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -x + 5$;

经过 $A(2,3)$, $B(0,5)$ 两点作直线, 如图所示:



【小问 2 详解】

解: 令 $y = 0$, 则 $-x + 5 = 0$,

解得 $x = 5$,

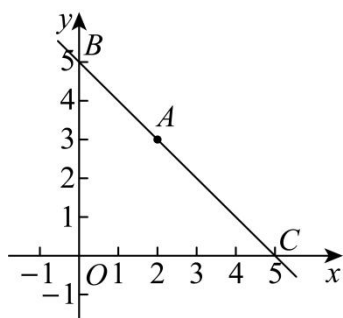
$\therefore C(5,0)$,

$\therefore OC = 5$,

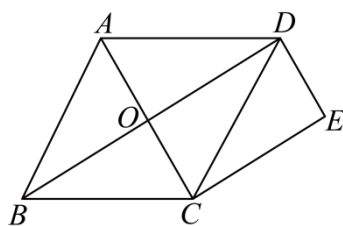
$\because B(0,5)$,

$\therefore OB = 5$,

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $\triangle BOC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$.



20. 如图，点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点，过点 C 作 $CE \parallel OD$ ，过点 D 作 $DE \parallel AC$ ， CE 与 DE 相交于点 E 。



- (1) 求证：四边形 $OCED$ 是矩形。
- (2) 若 $AB = 8$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求矩形 $OCED$ 的面积。

【答案】(1) 证明见解析

(2) $16\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查矩形的性质与判定、菱形的性质，等边三角形的性质与判定，勾股定理，掌握矩形的判定方法及菱形的对角线互相垂直平分是解题的关键。

(1) 由条件可证得四边形 $OCED$ 为平行四边形，再由菱形的性质可求得 $\angle COD = 90^\circ$ ，则可证得四边形 $OCED$ 为矩形。

(2) 首先推知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，所以 $AC = 8$ ，再用菱形的对角线互相平分即可求得 OC 的长，再利用勾股定理求出 OD 的长即可得到答案。

【小问 1 详解】

证明： $\because CE \parallel OD$ ， $DE \parallel AC$ ，

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形。

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ，即 $\angle COD = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是矩形；

【小问 2 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = BC = CD = 8,$$

$$\text{又} \because \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

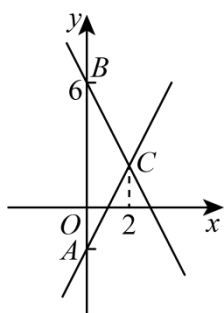
$$\therefore AC = AB = 8,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AC = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, 由勾股定理得 $OD = \sqrt{CD^2 - OC^2} = 4\sqrt{3},$

$$\therefore S_{\text{矩形}OCED} = OC \cdot OD = 16\sqrt{3}.$$

21. 如图, 一次函数 $y_1 = 2x - 2$ 的图象与 y 轴交于点 A , 一次函数 y_2 的图象与 y 轴交于点 $B(0, 6)$, C 为两函数图象的交点, 且点 C 的横坐标为 2.



(1) 求 C 点坐标及一次函数 y_2 的函数解析式;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(3) 在坐标轴上, 是否存在一点 P , 使得 $S_{\triangle ACP} = 2S_{\triangle ABC}$? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $C(2, 2)$, $y_2 = -2x + 6$;

(2) $\triangle ABC$ 的面积为 8;

(3) 存在一点 P , 使得 $S_{\triangle ACP} = 2S_{\triangle ABC}$, 点 P 的坐标为 $(0, 14)$ 或 $(0, -18)$ 或 $(9, 0)$ 或 $(-7, 0)$.

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是待定系数法求一次函数的解析式、一次函数的性质、一次函数与几何综合、一次函数图象与坐标轴的交点问题, 解题关键是利用分类讨论思想解题.

(1) 将 $x = 2$ 代入 $y_1 = 2x - 2$ 可求出 C 点坐标, 再利用待定系数法即可解决问题;

(2) 求出 A 点的坐标, 然后根据三角形面积公式求解即可;

(3) 分情况讨论: ①当点 P 在 y 轴上时; ②当点 P 在 x 轴上时.

【小问 1 详解】

解：把 $x=2$ 代入 $y_1=2x-2$ ，得 $y=2$ ，

$$\therefore C(2,2),$$

设 $y_2=kx+b(k \neq 0)$ ，

把 $B(0,6)$ ， $C(2,2)$ 代入，得 $\begin{cases} b=6 \\ 2k+b=2 \end{cases}$ ，

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases},$$

$$\therefore y_2=-2x+6;$$

【小问 2 详解】

解： $\because$ 一次函数 $y_1=2x-2$ 的图象与 y 轴交于点 A ，

$$\therefore A(0,-2),$$

$$\therefore AB=6-(-2)=8,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2} \times AB \times x_C=\frac{1}{2} \times 8 \times 2=8;$$

【小问 3 详解】

解：存在，理由如下：

$$\because S_{\triangle ACP}=2S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ACP}=2 \times 8=16,$$

$$\textcircled{1} \text{当点 } P \text{ 在 } y \text{ 轴上时, } S_{\triangle ACP}=\frac{1}{2} \cdot AP \cdot x_C=\frac{1}{2} \cdot AP \cdot 2=16,$$

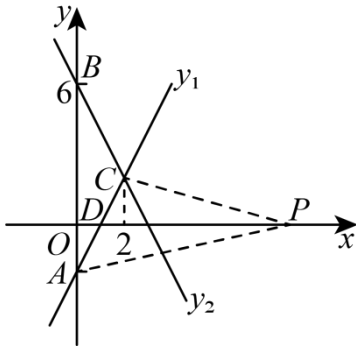
$$\therefore AP=16,$$

$$\because A(0,-2),$$

$$\therefore -2+16=14, \quad -2-16=-18,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (0,14) \text{ 或 } (0,-18),$$

$\textcircled{2}$ 当点 P 在 x 轴上时，如图，



设直线 $y_1 = 2x - 2$ 与 x 轴交于点 D ,

$$\therefore D(1, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle ACP} = S_{\triangle PCD} + S_{\triangle ADP} = \frac{1}{2} \cdot PD \cdot |y_C| + \frac{1}{2} \cdot PD \cdot |y_A| = 16$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot PD \cdot (2 + 2) = 16,$$

$$\therefore PD = 8,$$

$$\therefore D(1, 0),$$

$$\therefore 1 + 8 = 9, \quad 1 - 8 = -7,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (9, 0) \text{ 或 } (-7, 0),$$

综上, 在坐标轴上, 存在一点 P , 使得 $S_{\triangle ACP} = 2S_{\triangle ABC}$, 点 P 的坐标为 $(0, 14)$ 或 $(0, -18)$ 或 $(9, 0)$ 或 $(-7, 0)$.

22. 某公司生产的一种营养品信息如下表. 已知甲食材每千克的进价是 40 元, 是乙食材每千克进价的 2 倍. 该公司每日用 18000 元购进甲、乙两种食材并恰好全部用完.

营养品信息表		
营养成分	每千克含铁 42 毫克	
配料表	原料	每千克含铁
	甲食材	50 毫克
	乙食材	10 毫克
规格	每包食材含量	每包单价
A 包装	1 千克	45 元

B 包装	0.25 千克	12 元
------	---------	------

(1) 问每日购进甲、乙两种食材各多少千克？

(2) 已知每日其他费用为 2000 元，且生产的营养品当日全部售出．若 A 的数量不低于 B 的数量，则 A 为多少包时，每日所获总利润最大？最大总利润为多少元？

【答案】 (1) 每日购进甲食材 400 千克，乙食材 100 千克

(2) 当 A 为 400 包时，总利润最大．最大总利润为 2800 元．

【解析】

【分析】 (1) 设每日购进甲食材 x 千克，乙食材 y 千克，根据 根据总购进费用和营养品含铁量信息列出方程组解答即可；

(2) 设 A 为 m 包，则 B 为 $\frac{500-m}{0.25} = (2000-4m)$ 包，根据“ A 的数量不低于 B 的数量”求出 m 的取值范围；设总利润为 W 元，根据题意求出 W 与 m 的函数关系式，再根据一次函数的性质，即可得到获利最大的进货方案，并求出最大利润．

【小问 1 详解】

解：∵ 甲食材每千克的进价是 40 元，是乙食材每千克进价的 2 倍，

∴ 乙食材每千克进价是 20 元，

设每日购进甲食材 x 千克，乙食材 y 千克，

$$\text{由题意得} \begin{cases} 40x + 20y = 18000 \\ 50x + 10y = 42(x + y) \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 400 \\ y = 100 \end{cases},$$

答：每日购进甲食材 400 千克，乙食材 100 千克；

【小问 2 详解】

解：设 A 为 m 包，则 B 为 $\frac{500-m}{0.25} = (2000-4m)$ 包，

记总利润为 W 元，则

$$W = 45m + 12(2000 - 4m) - 18000 - 2000 = -3m + 4000,$$

∵ A 的数量不低于 B 的数量，

$$\therefore m \geq 2000 - 4m \text{ 且 } m \leq 500,$$

$$\therefore 400 \leq m \leq 500,$$

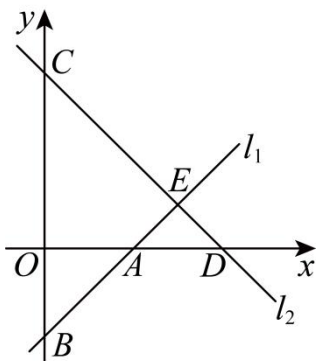
$$\therefore k = -3 < 0,$$

∴ W 随 m 的增大而减小，

∴当 $m=400$ 时, W 的最大值为 2800 元.

答: 当 A 为 400 包时, 总利润最大. 最大总利润为 2800 元.

23. 如图, 已知直线 $l_1: y=kx-2$ 与直线 $y=x$ 平行, 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B . 直线 l_2 与 y 轴交于点 $C(0,4)$, 与 x 轴交于点 D , 与直线 l_1 交于点 $E(3,m)$.



(1) 求直线 l_2 对应的函数表达式;

(2) 求四边形 $AOCE$ 的面积;

(3) 点 F 是线段 CE 的一个动点, 连接 OF , 若线段 OF 将四边形 $AOCE$ 的面积分成 1:2 的两部分, 请求出点 F 的坐标.

【答案】 (1) $y = -x + 4$

(2) 7

(3) $F\left(\frac{7}{6}, \frac{17}{6}\right)$ 或 $F\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 三角形的面积, 求得交点坐标是解题的关键.

(1) 由直线 $l_1: y=kx-2$ 与直线 $y=x$ 平行, 得到直线 l_1 为 $y=x-2$, 进而求得 E 的坐标, 然后根据待定系数法即可求得直线 l_2 对应的函数表达式;

(2) 根据两直线的解析式求得 A 、 D 的坐标, 然后根据 $S_{\text{四边形}AOCE} = S_{\triangle COD} - S_{\triangle AED}$ 求解即可.

(3) 由题意得 $S_{\triangle CFO} = \frac{1}{3}S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{7}{3}$ 或 $S_{\triangle CFO} = \frac{2}{3}S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{14}{3}$, 设 $F(m, -m+4)$, 再由三角形面积

公式求解 m , 即可求出坐标.

【小问 1 详解】

解: ∵ 直线 $l_1: y=kx-2$ 与直线 $y=x$ 平行,

$$\therefore k=1,$$

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 为 } y=x-2,$$

$$\because \text{点 } E(3, m) \text{ 在直线 } l_1 \text{ 上},$$

$$\therefore m=3-2=1,$$

$$\therefore E(3, 1),$$

$$\text{设直线 } l_2 \text{ 的解析式为 } y=ax+b,$$

$$\text{把 } C(0, 4), E(3, 1) \text{ 代入得:}$$

$$\begin{cases} b=4 \\ 3a+b=1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的解析式为 } y=-x+4;$$

【小问2 详解】

$$\text{解: 在直线 } l_1: y=x-2 \text{ 中, 令 } y=0, \text{ 则 } x-2=0,$$

$$\text{解得: } x=2,$$

$$\therefore A(2, 0),$$

$$\text{在直线 } l_2: y=-x+4 \text{ 中, 令 } y=0, \text{ 则 } -x+4=0,$$

$$\text{解得: } x=4,$$

$$\therefore D(4, 0),$$

$$\therefore AD=4-2=2, \quad OD=4,$$

$$\therefore C(0, 4),$$

$$\therefore OC=4,$$

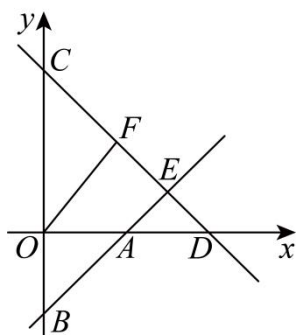
$$\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} OC \cdot OD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8, \quad S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} AD \cdot y_E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AOCE} = S_{\triangle COD} - S_{\triangle AED} = 8 - 1 = 7.$$

故四边形 $AOCE$ 的面积是 7.

【小问3 详解】

解：如图，



∵ 线段 OF 将四边形 $AOCE$ 的面积分成 $1:2$ 的两部分，

$$\therefore S_{\triangle CFO} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{7}{3} \text{ 或 } S_{\triangle CFO} = \frac{2}{3} S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{14}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2} OC \times x_F = \frac{7}{3} \text{ 或 } \frac{1}{2} OC \times x_F = \frac{14}{3};$$

设 $F(m, -m+4)$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times m = \frac{7}{3} \text{ 或 } \frac{1}{2} \times 4 \times m = \frac{14}{3},$$

$$\therefore m = \frac{7}{6} \text{ 或 } m = \frac{7}{3},$$

$$\therefore F\left(\frac{7}{6}, \frac{17}{6}\right) \text{ 或 } F\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right).$$