

2025 学年度第二学期八年级数学期末试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

1. 下列函数中，一次函数的是 ()

- A. $y = ax - 1$ B. $y = \frac{1}{2}x - 1$ C. $y = x^2 + 2$ D. $y = x^{\frac{1}{2}}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题根据一次函数的定义判断各选项即可，一次函数的定义为：形如 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的函数.

【详解】解：选项 A: $y = ax - 1$ 中未说明 $a \neq 0$ ，当 $a = 0$ 时，该函数不是一次函数，故 A 选项错误；

选项 B: $y = \frac{1}{2}x - 1$ 中， $k = \frac{1}{2} \neq 0$ ， $b = -1$ ，符合一次函数定义，故 B 选项正确；

选项 C: $y = x^2 + 2$ 中 x 的次数为 2，不符合一次函数定义，故 C 选项错误；

选项 D: $y = x^{\frac{1}{2}}$ 中 x 的次数不是 1，不符合一次函数定义，故 D 选项错误.

2. 正方形具有而矩形不一定有的性质是 ()

- A. 对角线互相垂直 B. 对角线相等
C. 对角互补 D. 四个角相等

【答案】A

【解析】

【分析】根据正方形的性质，矩形的性质逐一进行判断即可.

【详解】解：A 中对角线互相垂直，是正方形具有而矩形不具有，故符合题意；

B 中对角线相等，正方形具有而矩形也具有，故不符合题意；

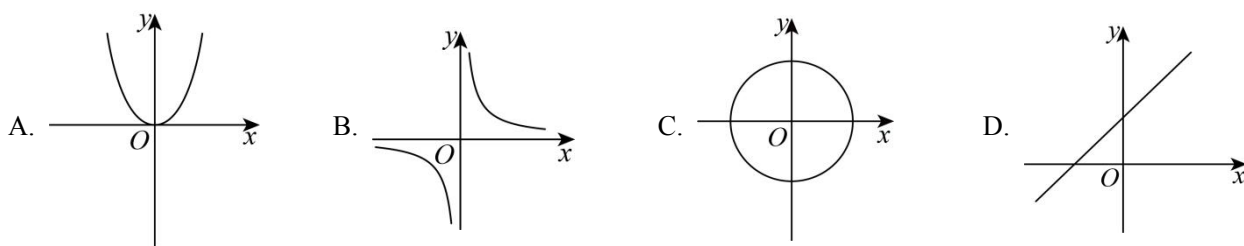
C 中对角互补，正方形具有而矩形也具有，故不符合题意；

D 中四个角相等，正方形具有而矩形也具有，故不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了正方形的性质，矩形的性质. 解决本题的关键是对正方形，矩形性质的灵活运用.

3. 下列图像中，不能表示 y 是 x 的函数的是 ()



【答案】C

【解析】

【详解】选项 A，图像中，对于每一个 x ，都有唯一一个 y 值与之对应，能表示 y 是 x 的函数；

选项 B，图像中，对于每一个 x ，都有唯一一个 y 值与之对应，能表示 y 是 x 的函数；

选项 C，图像中，对于每一个 x ，不止有唯一一个 y 值与之对应，不能表示 y 是 x 的函数；

选项 D，图像中，对于每一个 x ，都有唯一一个 y 值与之对应，能表示 y 是 x 的函数.

4. 在凸 n 边形的所有内角中，锐角的个数最多是 ().

A. 0

B. 1

C. 3

D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】先根据任意凸多边形的所有外角和都等于 360° ，得出其外角中钝角的个数，再根据内角与对应的外角互补即可得出答案.

【详解】任意凸多边形的所有外角和都等于 360°

则其外角中钝角的个数不能超过 3 个

又因内角与对应的外角互补

则内角中锐角的个数不能超过 3 个，即内角中锐角的个数最多是 3 个

故选：C.

【点睛】本题考查了多边形的外角和、钝角与锐角的定义，依据题意，将问题转化为外角中钝角的个数问题是解题关键.

5. 点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上， $PA \perp x$ 轴于点 A ， $\triangle PAO$ 的面积为 2，则 k 的值为 ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. ± 4

【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形面积可得 $|k|$ 的值，题目未说明反比例函数图象所在象限，因此 k 有两种可能.

【详解】解： $\because$ 过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象上一点作 x 轴垂线，该点、垂足和原点围成的三角形面积

为 $\frac{1}{2}|k|$,

又 $\because \triangle PAO$ 的面积为 2,

$$\therefore \frac{1}{2}|k| = 2,$$

解得 $|k| = 4$, 即 $k = \pm 4$,

本题未给出函数图象所在象限, 因此 k 的值为 ± 4 .

6. 已知反比例函数图像 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 上三点 $P(n, a)$, $Q(n-1, b)$, $R(n+2, c)$, ($n > 1$) 那么 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $b > a > c$ B. $c > b > a$ C. $c > a > b$ D. $a > b > c$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据 $k < 0$ 判断函数的增减性与所在象限, 再结合三个点横坐标的大小关系, 即可比较纵坐标 a, b, c 的大小.

【详解】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, $k < 0$,

$\therefore$ 函数图象位于第二、四象限, 且在每个象限内, y 随 x 的增大而增大,

$$\because n > 1,$$

$$\therefore n-1 > 0, \quad n+2 > 0,$$

$\therefore n-1 < n < n+2$, 三个点的横坐标都为正数,

$\therefore P, Q, R$ 三点都在第四象限,

$$\therefore b < a < c, \text{ 即 } c > a > b.$$

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

7. 一次函数 $y = -3(x+3)$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】-9

【解析】

【分析】令 $x = 0$, 求出函数与 y 轴交点的坐标, 即可得出在 y 轴上的截距.

【详解】解: 一次函数 $y = -3(x+3)$,

$$\text{令 } x = 0, \quad y = -3 \times 0 - 9 = -9,$$

$\therefore$ 一次函数 $y = -3(x+3)$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -9)$,

∴ 一次函数 $y = -3(x+3)$ 在 y 轴上的截距是 -9 .

8. 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 4$ 与直线 $y = kx + 2$ 平行, 那么 k 的值为_____.

【答案】 $-\frac{3}{4}$ 或 -0.75

【解析】

【分析】 根据两直线平行的条件即可求出 k 的值.

【详解】 解: ∵ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 4$ 与 $y = kx + 2$ 平行,

∴ $k = -\frac{3}{4}$, 且 $4 \neq 2$, 满足条件.

9. 一次函数 $y = -3x + 5$ 的图象不经过第_____象限.

【答案】 三

【解析】

【分析】 根据一次函数图象与系数的关系, 判断函数图象经过的象限, 即可得到不经过的象限.

【详解】 解: 一次函数 $y = -3x + 5$,

∵ $k = -3 < 0$, $b = 5 > 0$,

∴ 一次函数 $y = -3x + 5$ 的图象经过一、二、四象限,

即不经过第三象限.

10. 把一次函数 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 的图像向左平移 3 个单位长度, 那么所得图像的函数表达式是_____.

【答案】 $y = \frac{2}{3}x + 3$

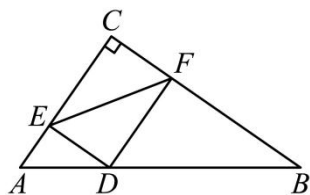
【解析】

【分析】 根据一次函数解析式平移规律“上加下减, 左加右减”, 对原解析式进行变换即可得到结果.

【详解】 解: 将 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 的图像向左平移 3 个单位长度, 所得图像的函数表达式为 $y = \frac{2}{3}(x+3) + 1$,

展开整理得 $y = \frac{2}{3}x + 3$.

11. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$. 点 D 是 AB 边上的动点, 过点 D 作边 AC , BC 的垂线, 垂足分别为 E , F . 连接 EF , 则 EF 的最小值为_____.

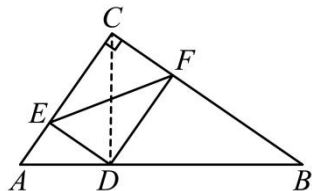


【答案】 $\frac{60}{13}$

【解析】

【分析】连接 CD ，由勾股定理求出 $AB = 13$ ，再证四边形 $CFDE$ 是矩形，得 $EF = CD$ ，然后由垂线段最短得 $CD \perp AB$ 时，线段 EF 的值最小，进而由三角形的面积求出 CD 的长即可。

【详解】解：如图，连接 CD ，



$\because \angle ACB = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$,

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$,

$\because DE \perp AC$, $DF \perp BC$,

$\therefore \angle DEC = \angle DFC = \angle ECF = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $CFDE$ 是矩形,

$\therefore EF = CD$,

由垂线段最短可知，当 $CD \perp AB$ 时，线段 CD 最小，则线段 EF 的值最小，

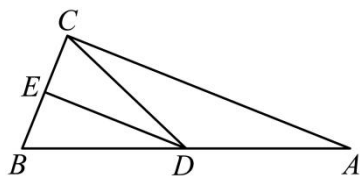
此时， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AC = \frac{1}{2}AB \cdot CD$ ，即 $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times 13 \times CD$ ，

解得： $CD = \frac{60}{13}$ ，

$\therefore EF$ 的最小值为 $\frac{60}{13}$ 。

12. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 4$ 。若 D ， E 分别是 AB ， BC 的中点， $DE = 5$ ，则

$CD =$ _____。



【答案】 $\sqrt{29}$

【解析】

【分析】由三角形中位线定理得到 $AC = 2DE = 10$ ，利用勾股定理求出 AB 的长，再由直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得答案。

【详解】解：∵ D ， E 分别是 AB ， BC 的中点，

∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴ $AC = 2DE = 10$ ；

在 $Rt\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ， $AC = 10$ ，

∴ $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 10^2} = 2\sqrt{29}$ ，

∵ D 为 AB 的中点，

∴ $CD = \frac{1}{2}AB = \sqrt{29}$ ．

13. 在平面直角坐标系中，若点 $M(2,4)$ 与点 $N(x,4)$ 之间的距离是3，则 x 的值是_____．

【答案】 -1 或 5 或 -1

【解析】

【分析】根据点 $M(2,4)$ 与点 $N(x,4)$ 之间的距离是3，可以得到 $|2-x|=3$ ，从而可以求得 x 的值．

【详解】解：∵点 $M(2,4)$ 与点 $N(x,4)$ 之间的距离是3，

∴ $|2-x|=3$ ，

解得， $x = -1$ 或 $x = 5$ ，

故答案为 -1 或 5 ．

【点睛】本题考查两点间的距离，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

14. 点 $M(-6,5)$ 关于 y 轴对称的点 N 的坐标是_____．

【答案】 $(6,5)$

【解析】

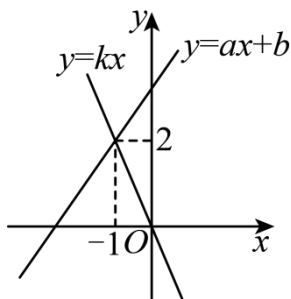
【分析】本题考查关于坐标轴对称的点的坐标特征，利用关于 y 轴对称的点（纵坐标不变，横坐标互为相反数）的坐标规律即可求解．

【详解】解：已知点 M 的坐标为 $(-6,5)$ ，关于 y 轴对称的点，可得点 N 的横坐标为 $-(-6) = 6$ ，纵坐标为 5 ，

∴点 N 的坐标为 $(6,5)$ ．

15. 一次函数 $y = ax + b$ 与正比例函数 $y = kx$ 在同一平面坐标系中的图象如图所示，则关于 x 的不等式

$ax + b < kx$ 的解集为_____．



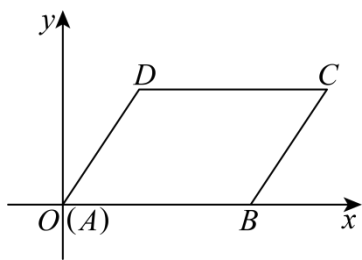
【答案】

$$x < -1$$

【解析】

【详解】解：由图象可知：关于 x 的不等式 $ax + b < kx$ 的解集为 $x < -1$.

16. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 、 D 的坐标分别是 $A(0,0)$ 、 $B(4,0)$ 、 $D(1,\sqrt{2})$ ，则顶点 C 的坐标是_____.



【答案】 $(5, \sqrt{2})$

【解析】

【分析】直接利用平行四边形的性质得出 AB 的长，进而得出顶点 C 的坐标.

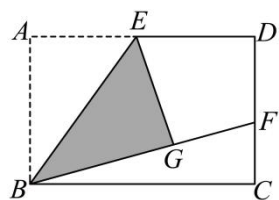
【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $A(0,0)$ 、 $B(4,0)$,

$$\therefore DC = AB = 4,$$

$$\therefore D(1, \sqrt{2}),$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } (5, \sqrt{2}).$$

17. 如图，四边形 $ABCD$ 是长方形， E 是 AD 的中点，将 $\triangle ABE$ 折叠后得到 $\triangle GBE$ ，延长 BG 交 CD 于点 F ，若 $CF = 2$ ， $FD = 3$ ，则 BC 的长为_____.

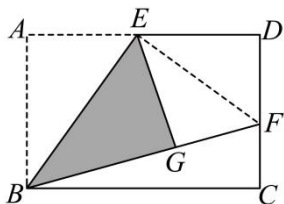


【答案】 $2\sqrt{15}$

【解析】

【分析】 连接 EF ，根据矩形性质求出 AB 的长，由折叠性质可得 $BG = AB$ ， $EG = AE$ ， $\angle BGE = \angle A = 90^\circ$ ，结合中点定义可得 $EG = ED$ ，利用 HL 证明 $Rt\triangle EGF \cong Rt\triangle EDF$ ，从而求出 GF 的长，进而得到 BF 的长，最后在 $Rt\triangle BCF$ 中利用勾股定理求解即可。

【详解】 解：连接 EF ，



$\because CF = 2$ ， $FD = 3$ ，

$\therefore CD = CF + FD = 2 + 3 = 5$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形，

$\therefore AB = CD = 5$ ， $\angle A = \angle D = \angle C = 90^\circ$ ，

由折叠的性质可知， $\triangle ABE \cong \triangle GBE$ ，

$\therefore BG = AB = 5$ ， $EG = AE$ ， $\angle BGE = \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EGF = 180^\circ - \angle BGE = 90^\circ$ ，

$\because E$ 是 AD 的中点，

$\therefore AE = ED$ ，

$\therefore EG = ED$ ，

在 $Rt\triangle EGF$ 和 $Rt\triangle EDF$ 中，

$$\begin{cases} EF = EF \\ EG = ED \end{cases}$$

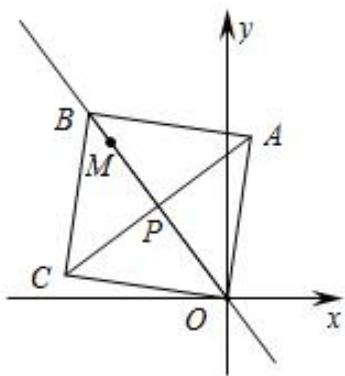
$\therefore Rt\triangle EGF \cong Rt\triangle EDF (HL)$ ，

$\therefore GF = DF = 3$ ，

$\therefore BF = BG + GF = 5 + 3 = 8$ ，

在 $Rt\triangle BCF$ 中，由勾股定理得： $BC = \sqrt{BF^2 - CF^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ 。

18. 如图，点 $M(-3, 4)$ ，点 P 从 O 点出发，沿射线 OM 方向 1 个单位/秒匀速运动，运动的过程中以 P 为对称中心， O 为一个顶点作正方形 $OABC$ ，当正方形面积为 128 时，点 A 的坐标是_____。



【答案】 $\left(\frac{8}{5}, \frac{56}{5}\right)$

【解析】

【分析】根据题意可求出直线 OM 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x$ ，从而可设直线 AC 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x + b$ ．过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，易证 $\triangle OCE \cong \triangle AOD$ (AAS)，即得出 $OE = AD$ ， $CE = OD$ ．设 $A(t, \frac{3}{4}t + b)$ ，则可求出 $C(-\frac{3}{4}t - b, t)$ ．将 C 点坐标代入 $y = \frac{3}{4}x + b$ ，解得： $t = \frac{4}{25}b$ ，即得出 $A(\frac{4}{25}b, \frac{28}{25}b)$ ，从而可求出 $OA^2 = \frac{32}{25}b^2$ ．再根据正方形面积为 128，即 $OA^2 = 128$ ，可求出 b 的值，进而得出 A 点坐标．

【详解】设直线 OM 的解析式为 $y = kx (k \neq 0)$ ，

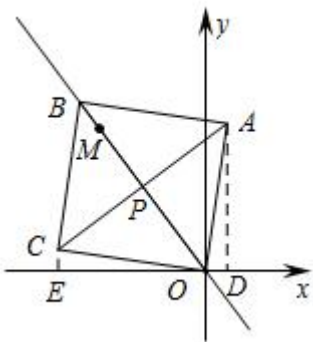
将 $M(-3, 4)$ 代入，得 $4 = -3k$ ，

解得： $k = -\frac{4}{3}$ ，

$\therefore$ 直线 OM 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x$ ，

$\therefore$ 可设直线 AC 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x + b$ ．

如图，过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，



$\therefore \angle OEC = \angle ODA$ ， $OC = OA$ ．

$$\therefore \angle OCE + \angle COE = 90^\circ.$$

$\because$ 四边形 $OABC$ 为正方形,

$$\therefore AO \perp OC,$$

$$\therefore \angle AOD + \angle COE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCE = \angle AOD,$$

$$\therefore \triangle OCE \cong \triangle AOD (\text{AAS}),$$

$$\therefore OE = AD, CE = OD.$$

$$\text{设 } A(t, \frac{3}{4}t + b),$$

$$\therefore OE = AD = \frac{3}{4}t + b, CE = OD = t,$$

$$\therefore C(-\frac{3}{4}t - b, t),$$

$$\therefore t = \frac{3}{4} \left(-\frac{3}{4}t - b \right) + b,$$

$$\text{整理, 得: } t = \frac{4}{25}b$$

$$\therefore A(\frac{4}{25}b, \frac{28}{25}b).$$

$$\therefore OA^2 = x_A^2 + y_A^2 = \left(\frac{4}{25}b\right)^2 + \left(\frac{28}{25}b\right)^2 = \frac{32}{25}b^2.$$

$\because$ 正方形面积为 128,

$$\therefore OA^2 = 128, \text{ 即 } \frac{32}{25}b^2 = 128,$$

$$\text{解得: } b_1 = 10, b_2 = -10 \text{ (舍)},$$

$$\therefore A(\frac{8}{5}, \frac{56}{5}).$$

【点睛】 本题考查坐标与图形, 一次函数的实际应用, 正方形的性质, 三角形全等的判定和性质等知识, 综合性较强, 较难. 正确作出辅助线是解题关键.

三、解答题: 本题共 7 小题, 共 58 分.

19. 已知 y 是 $2x - 7$ 的正比例函数, 且当 $x = -2$ 时, $y = 7$. 求 y 与 x 之间的函数表达式.

$$\text{【答案】 } y = -\frac{14}{11}x + \frac{49}{11}$$

【解析】

【分析】先理解题意，设 $y = k(2x - 7)$ ，再把 $x = -2$ ， $y = 7$ 分别代入计算，得 $k = -\frac{7}{11}$ ，故 $y = -\frac{14}{11}x + \frac{49}{11}$ 。

【详解】解：∵ y 是 $2x - 7$ 的正比例函数，

$$\therefore \text{设 } y = k(2x - 7),$$

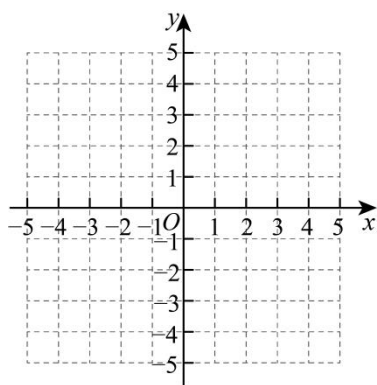
$$\therefore \text{当 } x = -2 \text{ 时, } y = 7,$$

$$\therefore 7 = k(-4 - 7),$$

$$\therefore k = -\frac{7}{11},$$

$$\therefore y = -\frac{7}{11}(2x - 7) = -\frac{14}{11}x + \frac{49}{11},$$

20. 如图，在直角坐标平面内，已知点 $A(-1, 2)$ 。



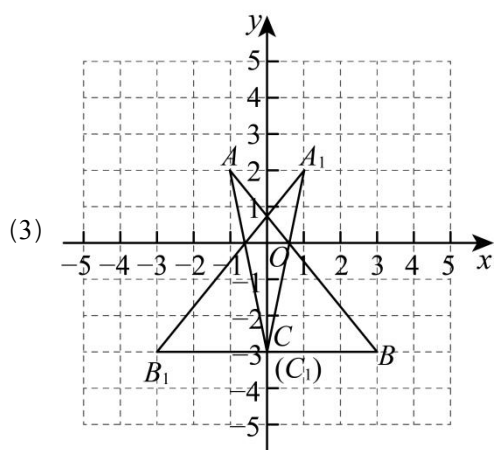
(1) 把点 A 向右平移 4 个单位再向下平移 5 个单位，得到点 B ，那么点 B 的坐标是_____；

(2) 点 $C(0, -3)$ ，那么 $\triangle ABC$ 的面积等于_____；

(3) 在图中画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ 。

【答案】(1) $B(3, -3)$

(2) $\frac{15}{2}$



【解析】

【分析】(1) 利用点平移的坐标变换规律写出点 B 的坐标即可；

(2) 画出 $\triangle ABC$ ，利用网格求三角形的面积即可．

(3) 根据关于 y 轴对称的点的坐标规律得出点 A_1, B_1, C_1 ，然后顺次连接即可．

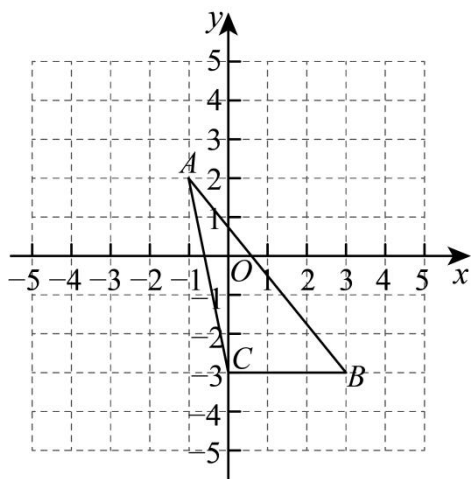
【小问 1 详解】

解：点 $A(-1, 2)$ ，把点 A 向右平移 4 个单位再向下平移 5 个单位，得到点 B ，

那么点 B 的坐标是 $(-1+4, 2-5)$ ，即 $B(3, -3)$ ．

【小问 2 详解】

解：画出 $\triangle ABC$ ：



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}.$$

【小问 3 详解】

解：点 $A(-1, 2)$ ， $B(3, -3)$ ， $C(0, -3)$ 关于 y 轴对称的对应点的坐标分别为 $A_1(1, 2)$ ， $B_1(-3, -3)$ ， $C_1(0, -3)$ ，

则 $\triangle A_1B_1C_1$ 图形略；

21. 已知一次函数 $y = (9 + 3m)x + n - 8$,

(1) m 为何值时, y 随 x 的增大而减小?

(2) m, n 为何值时, 函数图像与 y 轴交点在 x 轴的上方?

【答案】(1) $m < -3$

(2) $m \neq -3$ 且 $n > 8$

【解析】

【分析】(1) 根据一次函数的增减性可得一次项系数小于 0, 据此建立不等式求解即可;

(2) 求出函数图像与 y 轴交点的坐标, 根据交点在 x 轴的上方得到交点的纵坐标大于 0, 据此建立不等式求出 n 的取值范围, 再根据一次函数的定义得到一次项系数不为 0, 则可求出 m 的取值范围.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 在 $y = (9 + 3m)x + n - 8$ 中, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore 9 + 3m < 0,$$

$$\therefore m < -3;$$

【小问 2 详解】

解: 在 $y = (9 + 3m)x + n - 8$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = n - 8$,

$$\therefore \text{一次函数 } y = (9 + 3m)x + n - 8 \text{ 与 } y \text{ 轴交点的坐标为 } (0, n - 8),$$

$\because$ 一次函数 $y = (9 + 3m)x + n - 8$ 与 y 轴交点在 x 轴的上方,

$$\therefore n - 8 > 0,$$

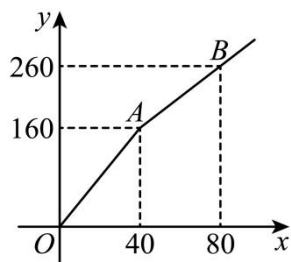
$$\therefore n > 8;$$

$$\text{又 } \because 9 + 3m \neq 0,$$

$$\therefore m \neq -3;$$

$\therefore$ 当 $m \neq -3$ 且 $n > 8$ 时, 函数图像与 y 轴交点在 x 轴的上方.

22. 小李以每千克 2 元的价格购进某种水果若干千克, 销售一部分后, 根据市场行情降价销售, 销售额 y (元) 与销售量 x (千克) 之间的关系如图所示.



(1) 求降价后销售额 y (元) 与销售量 x (千克) 之间的函数表达式;

(2) 当销售量为多少千克时, 小李销售此种水果的利润为 196 元?

【答案】 (1) $y = 2.5x + 60 (x \geq 40)$

(2) 当销售量为 272 千克时, 小李销售此种水果的利润为 196 元

【解析】

【分析】 (1) 降价后图像为过 $A(40, 160)$ 、 $B(80, 260)$ 两点的一次函数, 设 $y = kx + b$, 代入两点坐标列二元一次方程组求解系数, 结合自变量取值范围写出函数表达式;

(2) 分两段讨论利润: ① $0 \leq x < 40$ 原价销售阶段, 先求出原价段销售额函数, 用“利润 = 销售额 - 总成本”列出利润关系式, 解方程后检验取值是否符合区间; ② $x \geq 40$ 降价销售阶段, 将降价后的销售额函数代入利润公式得到对应利润表达式, 列方程求解并验证取值范围, 最后综合两段结果得出答案.

【小问 1 详解】

解: 降价后的函数图像为过点 $A(40, 160)$ 、 $B(80, 260)$ 的一次函数, 设函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{则} \begin{cases} 40k + b = 160 \\ 80k + b = 260 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 2.5 \\ b = 60 \end{cases},$$

$\therefore$ 降价后销售额 y (元) 与销售量 x (千克) 之间的函数表达式为 $y = 2.5x + 60 (x \geq 40)$;

【小问 2 详解】

解: 当 $0 \leq x < 40$ (原价销售阶段) 时:

由原点与 $A(40, 160)$ 可得原价销售的函数为 $y = 4x$,

单价为 $160 \div 40 = 4$ 元/千克, 此时利润为: $y - 2x = 4x - 2x = 2x$,

令 $2x = 196$,

解得 $x = 98$, 与 $0 \leq x < 40$ 矛盾, 舍去;

当 $x \geq 40$ (降价销售阶段) 时:

将 $y = 2.5x + 60$ 代入利润公式, 得利润为: $(2.5x + 60) - 2x = 0.5x + 60$,

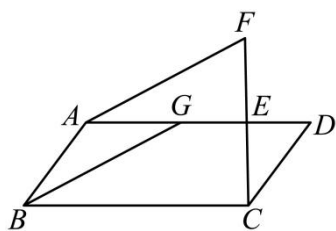
令 $0.5x + 60 = 196$,

解得: $x = 272$

$\because 272 > 40$, 符合区间要求;

综上所述，当销售量为 272 千克时，小李销售此种水果的利润为 196 元.

23. 已知：如图，点 E 、 G 在平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上， $EG = ED$ ，延长 CE 到点 F ，使得 $EF = EC$. 求证： $AF \parallel BG$.

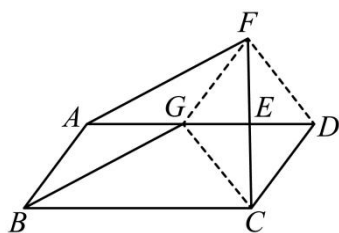


【答案】见解析

【解析】

【分析】连接 FG ， FD ， GC ，利用对角线互相平分的四边形是平行四边形判定四边形 $FGCD$ 是平行四边形，然后根据平行四边形的对边平行且相等可得 $FG \parallel DC$ ， $FG = DC$ ，又四边形 $ABCD$ 也是平行四边形，所以 $AB \parallel DC$ ， $AB = DC$ ，从而得到 $AB \parallel FG$ ， $AB = FG$ ，然后得到四边形 $ABGF$ 是平行四边形，根据平行四边形的对边平行即可得证.

【详解】证明：连接 FG ， FD ， GC .



$$\because EG = ED, EF = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $FGCD$ 是平行四边形 (对角线互相平分的四边形是平行四边形),

$\therefore FG \parallel DC$, $FG = DC$ (平行四边形对边相等且平行),

$\because$ 平行四边形 $ABCD$,

$\therefore AB \parallel DC$, $AB = DC$,

$\therefore AB \parallel FG$, $AB = FG$,

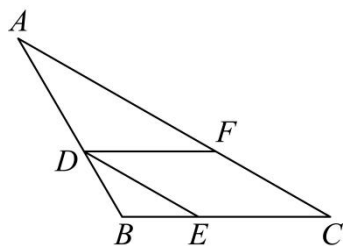
$\therefore$ 四边形 $ABGF$ 是平行四边形 (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形),

$\therefore AF \parallel BG$.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，主要利用了对角线互相平分的四边形是平行四边形，一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，平行四边形的对边平行且相等，作出辅助线构造出平行四边形是解题的关键.

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，且 $DE \parallel AC$ ， $AD = DE$ ，点 F 在

边 AC 上, 且 $CE = CF$, 连接 FD .



(1) 求证: 四边形 $DECF$ 是菱形;

(2) 如果 $\angle A = 30^\circ$, $CE = 6$, 求四边形 $DECF$ 的面积.

【答案】(1) 证明: $\because AB = BC$,

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle A, \angle BED = \angle C,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BED,$$

$$\therefore BD = BE,$$

$$\therefore BA - BD = BC - BE,$$

$$\therefore AD = CE,$$

$$\therefore AD = DE,$$

$$\therefore DE = EC,$$

$$\therefore CE = CF,$$

$$\therefore DE = CF,$$

$$\therefore DE \parallel FC,$$

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是平行四边形,

$$\therefore CE = CF,$$

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是菱形.

(2) 18

【解析】

【分析】(1) 先利用等边对等角、平行线的性质证明四边形 $DECF$ 是平行四边形, 再结合 $CE = CF$ 即可证明结论;

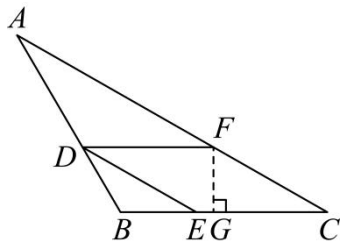
(2) 如图: 过点 F 作 $FG \perp BC$ 交 BC 于 G , 则 $\angle FGC = 90^\circ$, 由菱形的性质以及等边对等角可得 $CF = CE = 6$ 、 $\angle A = \angle C = 30^\circ$; 利用 30° 度角所对的直角边等于斜边的一半可得 $FG = 3$, 最后根据菱形的面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

解：如图：过点 F 作 $FG \perp BC$ 交 BC 于 G ，则 $\angle FGC = 90^\circ$ ，



$\because$ 四边形 $DECF$ 是菱形， $CE = 6$ ，

$\therefore CF = CE = 6$ ，

$\because AB = BC$ ，

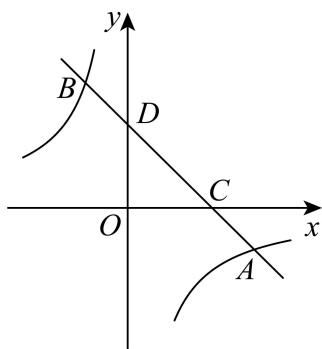
$\therefore \angle A = \angle C = 30^\circ$ ，

$\because \angle FGC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，

$\therefore FG = \frac{1}{2}FC = 3$ ，

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 的面积 $= EC \cdot FG = 6 \times 3 = 18$ 。

25. 如图，一次函数 $y_1 = mx + n$ ($m \neq 0$) 的图像与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像交于 $A(a, -1)$ ， $B(-1, 3)$ 两点，且一次函数 y_1 的图像交 x 轴于点 C ，交 y 轴于点 D 。



(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 在第四象限的一次函数图像上有一点 P ，满足 $CP = 8BD$ ，请求出点 P 的坐标；

(3) 当 $y_1 \leq y_2$ 时，直接写出 x 的取值范围。

(4) 在 $\triangle ODC$ 中找一点 Q ，使 $QO + QC + QD$ 的值最小，直接写出点 Q 的坐标。

【答案】(1) $y_1 = -x + 2$ ， $y_2 = -\frac{3}{x}$

(2) $(10, -8)$

(3) $-1 \leq x < 0$ 或 $x \geq 3$.

(4) $Q\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}, 1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

【解析】

【分析】(1) 先将点 B 的坐标代入反比例函数的解析式求出 k ，从而求出反比例函数的解析式；然后将 A 点的坐标代入反比例函数解析式就可以求出 a 的值，确定点 A 的坐标，最后利用待定系数法即可求得一次函数的解析式；

(2) 由一次函数解析式求得 C 、 D 的坐标，进而求得 $BD = \sqrt{2}$ ，进一步根据题意得到 CP 的长度，利用距离公式求得点 P 的坐标；

(3) 通过图像观察就可以直接看出当 $y_1 \leq y_2$ 时， x 的取值范围；

(4) 如图：将 $\triangle OQC$ 绕 O 旋转得到 $\triangle OQ_1C_1$ ，易得 $\triangle OQQ_1$ 是等边三角形，则 $OQ = QQ_1$ ， $\angle OQQ_1 = 60^\circ$ ；进而得到如图：当 D 、 Q 、 Q_1 、 C_1 共线时， $DQ + OQ + CQ$ 有最小值，此时 $\angle OQD = 120^\circ$ ；再求得点 C_1 的坐标，运用待定系数法求得直线 DC_1 的方程为 $y = (-\sqrt{3} - 2)x + 2$ ；然后说明 $\triangle GOQ$ 是等腰直角三角形，即 $OG = GQ$ ；设 $OG = GQ = t$ ，即 $Q(t, t)$ ，然后代入直线解析式求得 t 即可。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像过点 $B(-1, 3)$ ，

$$\therefore k = -1 \times 3 = -3,$$

$$\therefore y_2 = -\frac{3}{x},$$

$\because A(a, -1)$ 在双曲线上，

$$\therefore -1 = -\frac{3}{a}, \text{ 即 } a = 3,$$

$$\therefore A(3, -1),$$

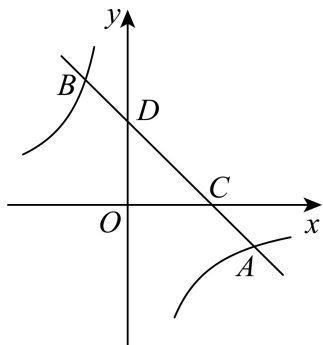
$\because$ 一次函数 $y_1 = mx + n (m \neq 0)$ 的图像经过 A 、 B 两点，

$$\therefore \begin{cases} 3m + n = -1 \\ -m + n = 3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = -1 \\ n = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式 $y_1 = -x + 2$.

【小问 2 详解】

解：在 $y = -x + 2$ 中，当 $x = 0$ 时， $y = 2$ ；当 $y = 0$ 时，则 $x = 2$ ，



$$\therefore D(0, 2), C(2, 0),$$

$$\therefore B(-1, 3),$$

$$\therefore BD = \sqrt{(1-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore CP = 8BD,$$

$$\therefore CP = 8\sqrt{2},$$

$$\text{设点 } P \text{ 的坐标为 } (a, -a+2), \text{ 则 } CP = \sqrt{(a-2)^2 + (-a+2-0)^2} = 8\sqrt{2},$$

解得 $a = 10$ 或 -6 (舍去),

$\therefore$ 点 P 在第四象限,

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore a = 10, \text{ 则 } -a + 2 = -8,$$

$$\therefore P \text{ 的坐标为 } (10, -8);$$

【小问 3 详解】

解：由 (1) 可知：一次函数 $y_1 = mx + n (m \neq 0)$ 的图像与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像交于 $A(3, -1)$,

$B(-1, 3)$ 两点,

观察图像可知，当 $y_1 \leq y_2$ 时， x 的取值范围是 $-1 \leq x < 0$ 或 $x \geq 3$.

【小问 4 详解】

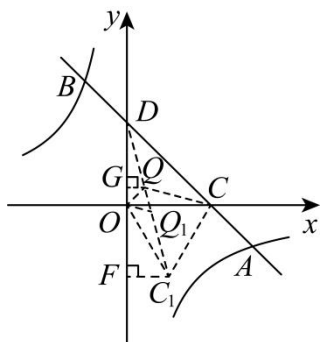
解：如图：将 $\triangle OQC$ 绕 O 旋转得到 $\triangle OQ_1C_1$ ，则 $OC_1 = OC = 2$ ， $\angle COC_1 = 60^\circ$ ， $OQ = OQ_1$ ， $C_1Q = CQ$ ，

$$OQ = OQ_1 \angle QOQ_1 = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle QOQ_1$ 是等边三角形,

$$\therefore OQ = QQ_1, \quad \angle OQQ_1 = 60^\circ,$$
$$\therefore D\underline{Q} + O\underline{Q} + C\underline{Q} = D\underline{Q} + \underline{Q}\underline{Q}_1 + \underline{Q}_1C_1,$$

∴如图: 当 D 、 Q 、 Q_1 、 C_1 共线时, $DQ+OQ+CQ$ 有最小值, 此时 $\angle OQD=120^\circ$,



如图: 过 C_1 作 $C_1F \perp y$ 轴于 F ,

$$\therefore \angle COC_1 = 60^\circ,$$
$$\therefore \angle FOC_1 = 30^\circ,$$
$$\therefore FC_1 = \frac{1}{2}OC_1 = 1, OF = \sqrt{OC_1^2 - FC_1^2} = \sqrt{3},$$
$$\therefore C_1(1, -\sqrt{3}),$$

设直线 DC_1 的方程为 $y = kx + b$,

$$\begin{cases} 2=b \\ -\sqrt{3}=k+b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=-\sqrt{3}-2 \\ b=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 DC_1 的方程为 $y = (-\sqrt{3} - 2)x + 2$,

$$\because OC_1 = OC = 2,$$
$$\therefore \angle ODC_1 = \angle OC_1D,$$
$$\therefore \angle FOC_1 = \angle ODC_1 + \angle OC_1D = 30^\circ,$$
$$\therefore \angle ODC_1 = 15^\circ,$$
$$\therefore \angle DOQ = 180^\circ - \angle ODC_1 - \angle OQD = 45^\circ,$$

如图：过 Q 作 $QG \perp y$ 轴于 G ，则 $\triangle GOQ$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore OG = GQ,$$

设 $OG = GQ = t$, 即 $Q(t, t)$,

$\because$ 点 Q 在直线 DC_1 的方程为 $y = (-\sqrt{3} - 2)x + 2$ 上,

$$\therefore t = (-\sqrt{3} - 2)t + 2, \text{ 解得: } t = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore Q\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$