

2025-2026 学年八年级数学下学期期末模拟卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.
4. 测试范围: : 沪教版(五四制)(2024)八年级下册第 23 章~第 26 章

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 每小题列出的四个备选项中只有一个符合题目要求)

1. 四边形的不稳定性是指当四边形的边长一定时, 不能确定的是 ()

- A. 四边形的内角大小 B. 四边形的内角和
C. 四边形的外角和 D. 四边形的周长

【答案】A

【详解】解: $\because$ 任意四边形的内角和恒为 360° , 外角和也恒为 360° ,

$\therefore$ B 和 C 选项的量都是确定的;

$\because$ 四边形周长为四条边长的和, 边长一定时, 周长也一定,

$\therefore$ D 选项的量是确定的;

$\because$ 四边形具有不稳定性, 边长确定时, 四边形可改变形状, 内角大小会发生变化,

$\therefore$ 不能确定的是四边形的内角大小.

2. 直线 $y = 3x + n$ 与 $y = -4x + 2$ 的交点不可能在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】C

【详解】解: $\because$ 直线 $y = -4x + 2$ 经过第一、二、四象限, 不经过第三象限,

$\therefore$ 无论 n 取何值, 交点都不可能在第三象限.

3. 在平面直角坐标系中, 点 P 在第二象限, 它到 x 轴、 y 轴的距离分别为 3 个单位长度和 4 个单位长度, 那么点 P 的坐标是 ()

- A. $(-4,3)$ B. $(-3,4)$ C. $(4,-3)$ D. $(3,-4)$

【答案】A

【详解】解：设点 P 的坐标为 (a,b) ,

$\because$ 点 P 在第二象限,

$$\therefore a < 0, b > 0,$$

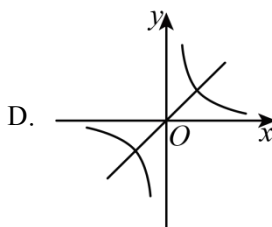
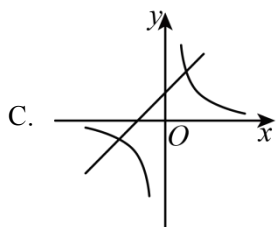
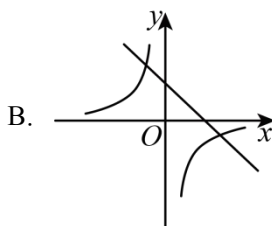
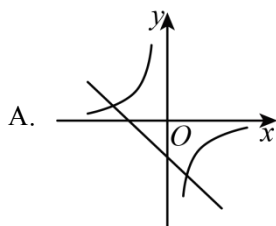
$\because$ 点 P 到 x 轴的距离为 3 个单位长度, 到 y 轴的距离为 4 个单位长度,

$$\therefore |b| = 3, |a| = 4,$$

$$\therefore a = -4, b = 3,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-4,3)$.

4. 函数 $y = kx - k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的大致图象可能是图中的 ()

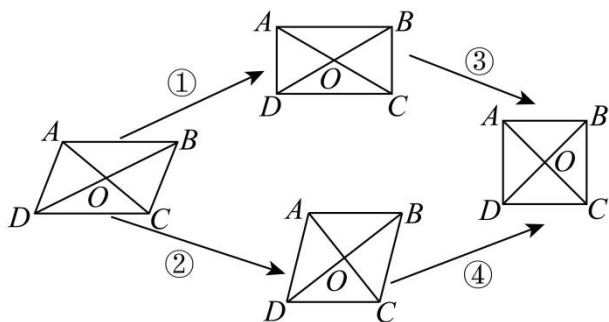


【答案】B

【详解】解：当 $k < 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分布在二、四象限, 一次函数 $y = kx - k$ 的图象过一、二、四象限; B 符合题意;

当 $k > 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分布在一、三象限, 一次函数 $y = kx - k$ 的图象过一、三、四象限, 没有符合题意的图象.

5. 如图是小申同学在复习四边形时整理的平行四边形, 矩形, 菱形, 正方形之间相互关系的思维导图, 其中对应序号的条件填写错误的是 ()



- A. ① $\angle ABC = 90^\circ$ B. ② $AC \perp BD$ C. ③ BD 平分 $\angle ABC$ D. ④ $AB = BC$

【答案】D

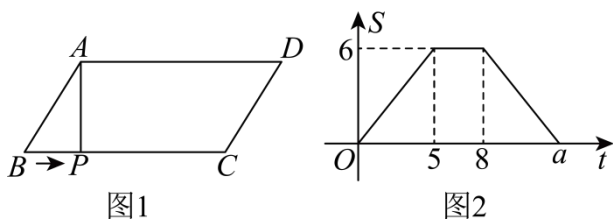
【详解】解：A、有一个角是直角的平行四边形是矩形，则①处的条件正确，故此选项不符合题意；

B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，则②处的条件正确，故此选项不符合题意；

C、由角平分线的性质得到 $DA = DC$ ，有一组邻边相等的矩形是正方形，则③处的条件正确，故此选项不符合题意；

D、菱形的邻边本就相等，则④处的条件错误，故此选项符合题意。

6. 如图1，已知动点 P 在 $\square ABCD$ 的边上沿 $B-C-D-A$ 的顺序运动，其运动速度为每秒1个单位。连结 AP ，记点 P 的运动时间为 t 秒， $\triangle ABP$ 的面积为 S 。如图2是 S 关于 t 的函数图象，则下列说法中错误的是（ ）



- A. a 的值 13 B. $\square ABCD$ 的周长为 16
C. $t = 2.5$ 秒时，线段 AP 最短 D. $\square ABCD$ 的面积为 12

【答案】C

【详解】解：由图象可知：当 $0 \leq t \leq 5$ 时，点 P 在 BC 上运动，

$$\therefore BC = 5 \times 1 = 5,$$

$$\text{当 } t = 5 \text{ 时, } S_{\triangle ABP} = 6, \text{ 即 } S_{\triangle ABC} = 6,$$

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot h = 6, \text{ 其中 } h \text{ 为 } BC \text{ 边上的高,}$$

$$\therefore h = \frac{12}{5} = 2.4.$$

当 $5 < t \leq 8$ 时，点 P 在 CD 上运动， S 保持 6 不变，

$$\therefore CD = (8 - 5) \times 1 = 3,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD = 3, \quad AD = BC = 5.$$

当 $8 < t \leq a$ 时, 点 P 在 DA 上运动,

$$\therefore \text{运动时间为 } AD \div 1 = 5 \text{ 秒},$$

$$\therefore a = 8 + 5 = 13, \text{ 故 A 选项正确};$$

$$\square ABCD \text{ 的周长} = 2(BC + CD) = 2(5 + 3) = 16, \text{ 故 B 选项正确};$$

$$\square ABCD \text{ 的面积} = BC \cdot h = 5 \times 2.4 = 12, \text{ 故 D 选项正确};$$

当 $AP \perp BC$ 时, 线段 AP 最短, 此时 $AP = h = 2.4$,

在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, $AB = 3$, $AP = 2.4$,

$$\therefore BP = \sqrt{AB^2 - AP^2} = \sqrt{3^2 - 2.4^2} = 1.8,$$

$$\therefore t = 1.8 \div 1 = 1.8 \text{ 秒}, \text{ 即 } t = 1.8 \text{ 秒时, } AP \text{ 最短, 故 C 选项错误}.$$

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题(本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 已知点 $A(a, 4)$ 与点 $B(-3, b)$ 关于 x 轴对称, 则点 (a, b) 在第 _____ 象限.

【答案】三

【详解】解: $\because$ 点 $A(a, 4)$ 与点 $B(-3, b)$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore a = -3, b = -4,$$

$\therefore$ 点 (a, b) 的坐标为 $(-3, -4)$.

$\therefore$ 点 (a, b) 在第三象限.

8. 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 $>$ 、 $<$ 、 $=$).

【答案】 $<$

【详解】解: 因为点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上,

$$\text{将 } x = -1 \text{ 代入 } y = \frac{3}{x}, \text{ 得 } y_1 = \frac{3}{-1} = -3,$$

$$\text{将 } x = 2 \text{ 代入 } y = \frac{3}{x}, \text{ 得 } y_2 = \frac{3}{2},$$

$$\text{因为 } -3 < \frac{3}{2},$$

所以 $y_1 < y_2$.

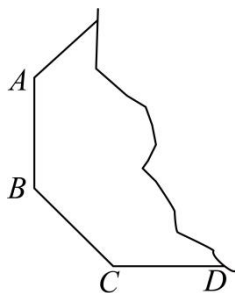
9. 在平面直角坐标系内有两点 $E(\sqrt{3}, -2)$ 、 $F(2\sqrt{3}, 2)$ ，则线段 $EF =$ _____.

【答案】 $\sqrt{19}$

【详解】解： $\because E(\sqrt{3}, -2)$ 、 $F(2\sqrt{3}, 2)$,

$$\therefore EF = \sqrt{(2\sqrt{3} - \sqrt{3})^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{3 + 16} = \sqrt{19}.$$

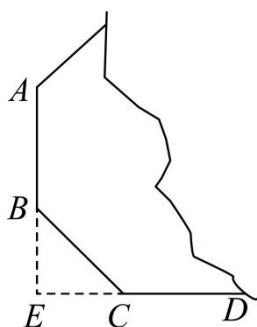
10. 如图，一个正多边形被撕掉了一块，若边 AB 、 CD 所在直线互相垂直，则原正多边形的边数为_____.



【答案】 8

【详解】解：延长 AB 和 DC 交于点 E ，如图，

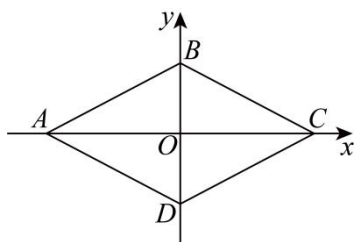
由题意，得 $\angle E = 90^\circ$ ， $\angle ABC = \angle BCD$ ，



$$\therefore \angle EBC = \angle ECB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle E) = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{正多边形的边数为 } \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8.$$

11. 如图，菱形 $ABCD$ 在平面直角坐标系中， $\angle ABC = 120^\circ$ ，若 $AB = 2$ ，则菱形的面积为_____.



【答案】 $2\sqrt{3}$

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$, $BD \perp AC$, $BD = 2BO$, $AC = 2AO$,

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 90^\circ - \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore BO = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

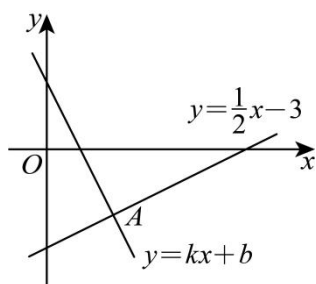
$$\therefore AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2AO = 2\sqrt{3}, BD = 2BO = 2,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}.$$

12. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 与直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 交于点 $A(2, -2)$, 则关于 x 的不等式

$\left(\frac{1}{2} - k\right)x - b - 3 > 0$ 的解集是_____.



【答案】 $x > 2$

【详解】解: $\because \left(\frac{1}{2} - k\right)x - b - 3 > 0$,

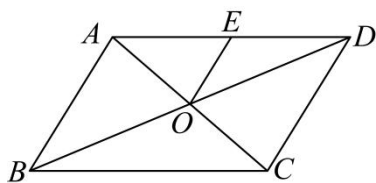
$$\therefore \frac{1}{2}x - 3 > kx + b,$$

$\therefore$ 直线 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 与直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 交于点 $A(2, -2)$,

$$\therefore x > 2 \text{ 时}, \frac{1}{2}x - 3 > kx + b,$$

$\therefore$ 不等式 $\left(\frac{1}{2} - k\right)x - b - 3 > 0$ 的解集是 $x > 2$.

13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 是 AD 的中点, 如果 $OE = 1$, $AD = 3$, 那么 $\square ABCD$ 的周长是_____.



【答案】 10

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC = 3, \quad CD = AB, \quad OA = OC,$$

∴ O 是 AC 中点，

∵点 E 是 AD 的中点，

∴ OE 是 $\triangle ACD$ 中位线，

$$\therefore OE = \frac{1}{2}CD = 1,$$

$$\therefore CD = AB = 2,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长是 } AD + CD + BC + AB = 3 + 2 + 3 + 2 = 10.$$

14. 已知一次函数 $y = (k-1)x - 3$ ，其中 k 为常数，且 $k \neq 1$ 。当 $-3 \leq x \leq 2$ 时，函数 y 的最小值为 -6 ，则 k 的值为_____。

【答案】2 或 $-\frac{1}{2}$

【详解】解：当 $k-1 > 0$ ，即 $k > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，

∴ 当 $x = -3$ 时， y 取得最小值 -6 ，

$$\text{代入解析式得 } -6 = -3(k-1) - 3,$$

解得 $k = 2$ ，符合 $k > 1$ ；

当 $k-1 < 0$ ，即 $k < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，

∴ 当 $x = 2$ 时， y 取得最小值 -6 ，

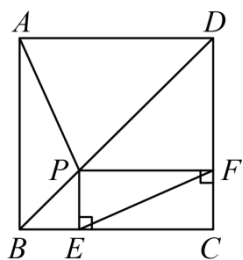
$$\text{代入解析式得 } -6 = 2(k-1) - 3,$$

解得 $k = -\frac{1}{2}$ ，符合 $k < 1$ ；

综上所述， k 的值为 2 或 $-\frac{1}{2}$

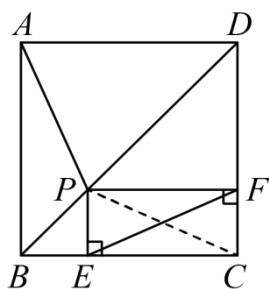
故答案为：2 或 $-\frac{1}{2}$ 。

15. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4， P 是对角线 BD 上一点， $PE \perp BC$ 于点 E ， $PF \perp CD$ 于点 F ，连接 AP ， EF ，则 EF 的最小值为_____。



【答案】 $2\sqrt{2}$

【详解】解：连接 CP ，如下图：



$\because$ 正方形 $ABCD$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = CD = 4$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 4\sqrt{2},$$

又 $PE \perp BC$ ， $PF \perp CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $PECF$ 是矩形，

$\therefore EF = CP$ ，

则 EF 的最小值即为 CP 的最小值，

当 $CP \perp DB$ 时， CP 最短，

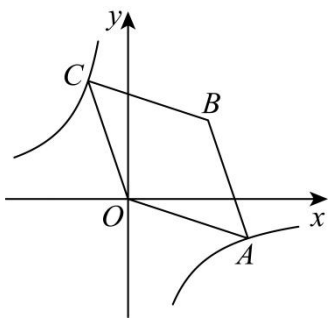
$$\text{此时 } S_{\triangle BCD} = \frac{BC \times CD}{2} = \frac{BD \times CP}{2},$$

$$\therefore CP = \frac{BC \times CD}{BD} = \frac{4 \times 4}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2},$$

即 EF 的最小值为 $2\sqrt{2}$ 。

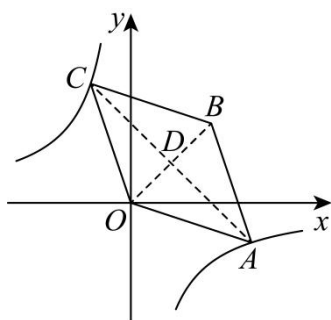
16. 如图，菱形 $OABC$ 的顶点 $A(m, -2)$ ， $C(n, 6)$ 在同一双曲线上。若点 $B(a, a)$ ，则 O ， B 两点间的距离为

_____。



【答案】 $4\sqrt{2}$

【详解】解：连接 AC ， OB 。



$\therefore$ 四边形 $OABC$ 是菱形，

$\therefore$ 对角线 AC 、 OB 互相平分，设交点为 D ，则 D 既是线段 AC 的中点，也是线段 OB 的中点。

$\therefore O(0,0)$ ，点 $B(a,a)$ ， D 为 OB 中点，

$\therefore D$ 点坐标为 $\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ 。

$\therefore A(m, -2)$ ， $C(n, 6)$ ， D 是 AC 中点，

根据中点坐标公式： $\frac{-2+6}{2} = \frac{a}{2}$

$$\therefore \frac{4}{2} = \frac{a}{2},$$

解得 $a = 4$ ，

$\therefore B(4, 4)$ 。

由勾股定理：

$$OB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}.$$

17. 将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 按图 1 方式摆放，点 A 与点 F 重合，点 C 与点 D 重合，其中 $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$ ， $BC = EF = 8$ ， $AC = DF = 6$ 。现固定 $\triangle ABC$ ，将 $\triangle DEF$ 沿射线 AC 方向平移，平均速度每秒 1 个单位长度，平移时间为 t 秒，连接 AE 、 BD ，如图 2。在平移过程中，当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时四边形 $ABDE$ 是轴对称图形。

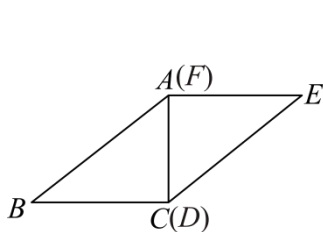


图1

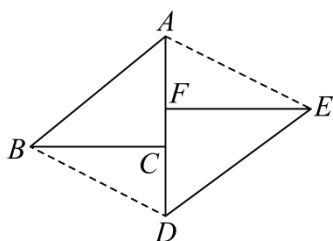


图2

【答案】6 或 $\frac{32}{3}$

【详解】解： $\because \angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$ ， $BC = EF = 8$ ， $AC = DF = 6$ ，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

$\therefore AB = DE, \angle BAC = \angle EDF$ ，

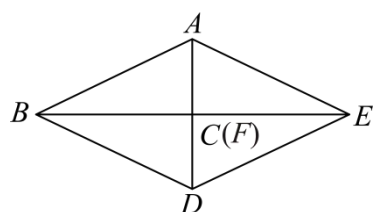
由平移的性质得，点 A, F, C, D 共线，

$\therefore AB \parallel DE$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 始终是平行四边形，

$\therefore$ 当四边形 $ABDE$ 是轴对称图形时，四边形 $ABDE$ 是菱形或矩形。

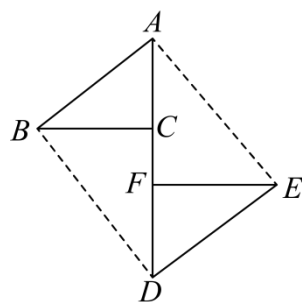
①当四边形 $ABDE$ 是菱形时，此时点 C, F 重合，如图，



$\therefore AF = AC = 6$ ，

$\therefore t = 6$ ；

②当四边形 $ABDE$ 是矩形时，如图，



$\therefore \angle AED = 90^\circ$ ，

设 $CF = a$ ，

$\therefore AD = AC + CF + DF = 6 + a + 6 = 12 + a$ ， $AF = AC + CF = 6 + a$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $EF = 8, DF = 6$ ，

$\therefore DE = \sqrt{EF^2 + DF^2} = 10$ ，

$\therefore \angle AED = \angle DFE = 90^\circ$ ，

$\therefore AE^2 = AF^2 + EF^2, AE^2 = AD^2 - DE^2$ ，

$\therefore AF^2 + EF^2 = AD^2 - DE^2$ ，

即 $(6 + a)^2 + 8^2 = (12 + a)^2 - 10^2$ ，

解得 $a = \frac{14}{3}$ 。

$$\therefore AF = AC + CF = \frac{32}{3},$$

$$\therefore t = \frac{32}{3}.$$

综上所述，当 $t = 6$ 或 $\frac{32}{3}$ 时，四边形 $ABDE$ 是轴对称图形.

18. 恺撒密码是世界上最古老的加密技术之一，采用位移加密方法：明文中的所有字母都按照一个固定数值在字母表上向后（或向前）进行移位后形成密文，例如，向前移动 3 位（密钥 $k = 3$ ）的恺撒密码，如图 1 所示：为方便使用恺撒密码进行加密和解密，可以使用密码盘如图 2 所示.

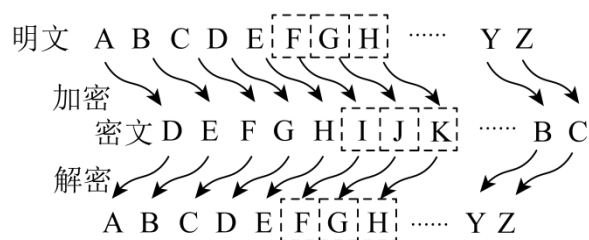


图1

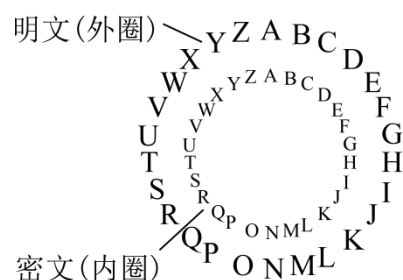


图2

“猜猜我是谁”：我的身份对应的明文是_____.

信息一：我的身份经过了双重加密，密文为“rdykqrahw”，左起奇数位密钥为 a ，偶数位密钥为 b .

信息二：密钥隐于坐标：已知点 $P(a,b)$ 位于第一象限，到 x 轴距离为 3，到 y 轴的距离为 5.

【答案】 *mathlove*

【详解】 解： $\because$ 点 $P(a,b)$ 位于第一象限，到 x 轴距离为 3，到 y 轴的距离为 5，

$$\therefore b = 3, \quad a = 5,$$

$\therefore$ 奇数位密钥 $a = 5$ ，偶数位密钥 $b = 3$ ，

密文是“rdykqrahw”，共 8 位，

奇数位(1、3、5、7 位)用密钥 $a = 5$ 解密，

偶数位(2、4、6、8 位)用密钥 $b = 3$ 解密；

1. 第 1 位： r (第 18 个字母)，密钥 $5 \rightarrow 18 - 5 = 13 \rightarrow m$ ；

2. 第 2 位： d (第 4 个字母)，密钥 $3 \rightarrow 4 - 3 = 1 \rightarrow a$ ；

3. 第 3 位： y (第 25 个字母)，密钥 $5 \rightarrow 25 - 5 = 20 \rightarrow t$ ；

4. 第 4 位： k (第 11 个字母)，密钥 $3 \rightarrow 11 - 3 = 8 \rightarrow h$ ；

5. 第 5 位： q (第 17 个字母)，密钥 $5 \rightarrow 17 - 5 = 12 \rightarrow l$ ；

6. 第 6 位： r (第 18 个字母)，密钥 $3 \rightarrow 18 - 3 = 15 \rightarrow o$ ；

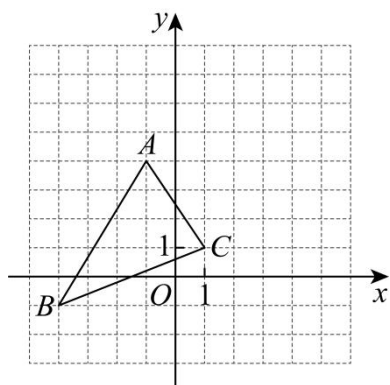
7. 第 7 位： a (第 1 个字母)，密钥 $5 \rightarrow 1 + 26 - 5 = 22 \rightarrow v$ ；

8. 第 8 位: h (第 8 个字母), 密钥 $3 \rightarrow 8-3=5 \rightarrow e$;

将解密后的字母依次组合: $mathlove$.

三、解答题(本大题共有 7 题, 第 19~20 题每题 6 分, 第 21~23 题 8 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 满分 58 分)

19. (本题 6 分) 如图, 将三角形 ABC 向右平移 5 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度. 请回答下列问题:



(1) 平移后的三个顶点坐标分别为: A_1 (__, __), B_1 (__, __), C_1 (__, __);

(2) 画出平移后三角形 $A_1B_1C_1$;

(3) 若平移后的三角形 $A_1B_1C_1$ 内部有任意一点 $P_1(a, b)$, 则平移前对应点的坐标为: P (__, __).

【答案】 (1) 4, 7; 1, 2; 6, 4

(2) 见解析

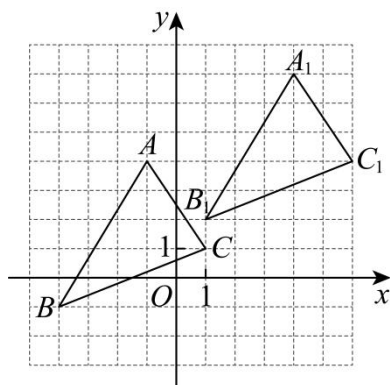
(3) $a-5, b-3$

【详解】 (1) 解: 由图可知 $A(-1, 4)$ 、 $B(-4, -1)$ 、 $C(1, 1)$,

$\therefore$ 将三角形 ABC 向右平移 5 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度,

$\therefore A_1(4, 7)$ 、 $B_1(1, 2)$ 、 $C_1(6, 4)$;3 分

(2) 解: 如图所示:

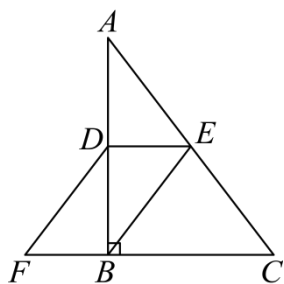


$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;5 分

(3) 解: $\because$ 将三角形 ABC 向右平移 5 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度得到 $A_1B_1C_1$, 平移后的三角形 $A_1B_1C_1$ 内部有任意一点 $P_1(a, b)$,

$\therefore$ 平移前对应点的坐标为: $(a-5, b-3)$6 分

20. (本题 6 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, D, E 分别是 AB 和 AC 的中点, 点 F 在 CB 的延长线上, 且 $CF = 3BF$, 连接 BE, DE, DF



(1) 求证: $BE = DF$;

(2) 若 $AC = 10$, $AB = 8$, 求四边形 $BEDF$ 的周长.

【答案】(1) 见解析

(2) 16

【详解】(1) 证明: $\because D, E$ 分别是 AB 和 AC 的中点,

$\therefore DE$ 是 ABC 的中位线,

$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$,

$\because$ 点 F 在 CB 的延长线上, $CF = 3BF$,

$\therefore BF = \frac{1}{2}BC = DE$,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为平行四边形,

$\therefore BE = DF$;3 分

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AC = 10$, $AB = 8$,

$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 6$,

$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 3$,

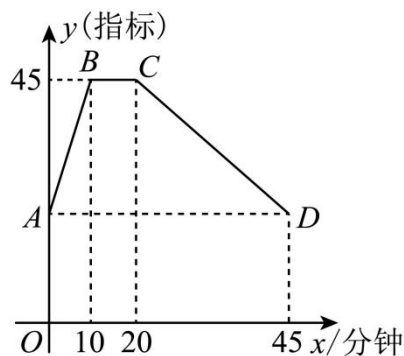
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, E 是 AC 的中点,

$\therefore BE = \frac{1}{2}AC = 5$,

在平行四边形 $BEDF$ 中, $DE = BF = 3$, $DF = BE = 5$,

则四边形 $BEDF$ 的周长为 $2 \times (3+5) = 16$6 分

21. (本题 8 分) 研究发现: 初中生在数学课上的注意力指标随上课时间的变化而变化, 上课开始时, 学生注意力直线上升, 中间一段时间, 学生的注意力保持平稳状态, 随后开始分散, 注意力与时间呈反比例关系降回开始时的水平. 学生注意力指标 y 随时间 x (分钟) 变化的函数图象如图所示.



(1) 求反比例函数的解析式, 并求点 A 对应的指标值;

(2) 张老师在一节课上讲解一道数学综合题需要 15 分钟, 他能否经过适当的安排, 使学生在听这道题的讲解时, 注意力指标都不低于 36? 请说明理由.

【答案】(1) $y = \frac{900}{x}$, A 点对应的指标值为 20

(2) 能, 见解析

【详解】(1) 解: 设反比例函数的关系式为 $y = \frac{k}{x} (20 \leq x \leq 45)$,

由图知, 反比例函数过点 $C(20, 45)$,

代入解析式得 $45 = \frac{k}{20}$,

解得 $k = 900$,

$\therefore$ 反比例函数的关系式为 $y = \frac{900}{x}$,2 分

当 $x = 45$ 时, $y = \frac{900}{45} = 20$,

则 A 点对应的指标值为 20;3 分

(2) 解: 能. 理由:

设上升阶段的表达式为 $y = mx + n$,

将 $A(0, 20) B(10, 45)$ 代入得: $\begin{cases} n = 20 \\ 10m + n = 45 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} m = 2.5 \\ n = 20 \end{cases}$,4 分

$\therefore$ 上升阶段解析式为 $y = 2.5x + 20 (0 \leq x \leq 10)$,5 分

当 $y = 36$ 时, $2.5x + 20 = 36$,

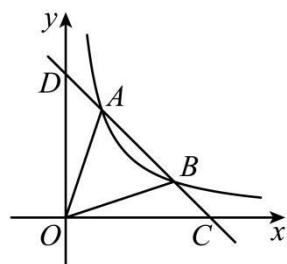
解得: $x = 6.4$,6 分

在下降阶段: $\frac{900}{x} = 36$, 解得 $x = 25$,7 分

$\therefore 25 - 6.4 = 18.6 > 15$,

$\therefore$ 能安排.8 分

22. (本题 8 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = ax + b$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于 $A(1, 3), B(3, m)$ 两点, 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 D , 连接 OA , OB .



(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积;

(3) 在 x 轴上是否存在点 P , 使 $\triangle PCD$ 的面积等于 $\triangle OAB$ 的面积 3 倍. 若存在, 请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $y = -x + 4$, $y = \frac{3}{x}$

(2) 4

(3) 存在, 点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(10, 0)$

【详解】 (1) 解: 将点 $A(1, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 得: $3 = \frac{k}{1}$,

解得 $k = 3$,

故反比例函数的表达式为:

$y = \frac{3}{x}$;2 分

将点 $B(3, m)$ 代入 $y = \frac{3}{x}$ 得: $m = 1$,

故点 $B(3,1)$,

将点 $A(1,3)$, $B(3,1)$ 代入 $y = ax + b$ 得

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 3a + b = 1 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$,

故一次函数解析式为

$y = -x + 4$;4 分

(2) 解: 由一次函数 $y = -x + 4$ 可知, 当 $x = 0$ 时, $y = 4$, 当 $y = 0$ 时, $x = 4$,

所以, $D(0,4), C(4,0)$,

则 $\triangle OAB$ 的面积 $= \triangle BOD$ 的面积 $- \triangle AOD$ 的面积

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 4; \text{6 分}$$

(3) 解: 存在, 点 P 的坐标为 $(-2,0)$ 或 $(10,0)$;

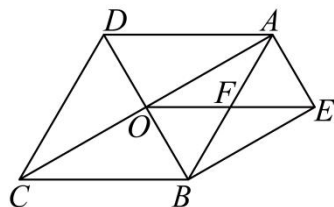
$\therefore \triangle PCD$ 的面积等于 $\triangle OAB$ 的面积 3 倍.

$$\therefore \frac{1}{2} PC \cdot OD = 12, \text{ 即 } \frac{1}{2} PC \times 4 = 12,$$

$$\therefore PC = 6,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (-2,0) \text{ 或 } (10,0). \text{8 分}$$

23. (本题 8 分) 如图, 四边形 $AOBE$ 是平行四边形, 对角线 AB, OE 交于点 F , $FO = FA$, 延长 AO 到点 C , 使 $CO = AO$, 延长 BO 到点 D , 使 $DO = BO$, 连接 AD, DC 和 BC .



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 若 $OE = 13, AC = 24$, 求 AD 与 BC 间的距离.

【答案】(1) 见解析

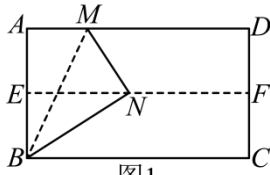
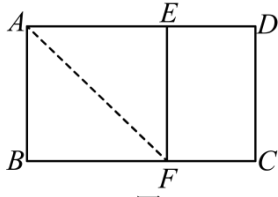
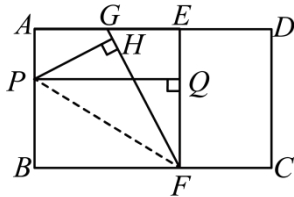
(2) $\frac{120}{13}$

【详解】(1) 证明: $\because CO = AO, DO = BO,$
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\because$ 四边形 $AOBE$ 是平行四边形,
 $\therefore AF = FB, OF = FE,$
 $\therefore FO = FA$
 $\therefore AB = OE,$
 $\therefore$ 四边形 $AOBE$ 是矩形,
 $\therefore BD \perp AC,$
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形;4 分

(2) 解: $\because$ 四边形 $AEBO$ 是矩形,
 $\therefore AB = OE = 13,$
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore OB = OD, \angle AOB = 90^\circ, OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 24 = 12, BC = AB = 13$
在 $Rt\triangle AOB$ 中, 由勾股定理得: $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5,$
 $\therefore BD = 2OB = 2 \times 5 = 10,$
设 AD 与 BC 间的距离为 d
 $\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = BC \cdot d.$
 $\therefore d = \frac{\frac{1}{2} \times 24 \times 10}{13} = \frac{120}{13}.$ 8 分

24. (本题 10 分) 数学兴趣小组在开展“折纸数学”探究活动时, 利用一张矩形纸片 $ABCD$ 进行了如下两步深度操作.

活动探究	
巧构特殊角	1. 对折矩形纸片 $ABCD$, 使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 EF , 把纸片展开. 2. 再一次折叠纸片, 使点 A 落在 EF 上, 并使折痕经过点 B , 得到折痕 BM , 同时得到线段 BN , 使纸片展平.

	 图1
妙分黄金矩形	宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约为0.618) 的矩形叫做黄金矩形. 现有一张黄金矩形纸片 $ABCD$, 长 $AD = \sqrt{5} + 1$. 如图 2, 折叠纸片 $ABCD$, 点 B 落在 AD 上的点 E 处, 折痕为 AF, 连接 EF, 然后将纸片展开.  图2 在图 2 的基础上, 取 AE 的中点 G, 如图 3, 连接 FG, 折叠纸片 $ABCD$, 点 B 落在 FG 上的点 H 处, 折痕为 FP, 过点 P 作 $PQ \perp EF$ 于点 Q.  图3

解决问题:

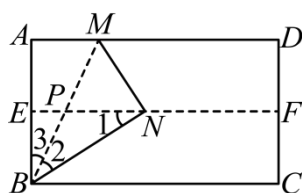
- (1)问题一: 图 1 中 $\angle ABM$ 的度数为____, 请说明你的理由.
- (2)问题二: 证明四边形 $CDEF$ 是黄金矩形;
- (3)问题三: 四边形 $BFQP$ 是否为黄金矩形? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由.

【答案】 (1) 30° , 理由见详解;

(2)证明见详解;

(3)是, 证明见详解.

【详解】 (1) 解: BM 交 EF 于 P , 如图,



∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore \angle A = \angle ABC = 90^\circ,$$

∵ 折叠纸片, 使点 A 落在 EF 上, 并使折痕经过点 B , 得到折痕 BM , 同时得到线段 BN ,

$$\therefore \angle BNM = \angle A = 90^\circ, \quad \angle 2 = \angle 3,$$

∵ 对折矩形纸片 $ABCD$, 使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 EF ,

$$\therefore EF \parallel AD, \quad AE = BE,$$

$$\therefore EP \text{ 为 } \triangle BAM \text{ 的中位线}, \quad \angle 1 = \angle NBC,$$

∵ P 点为 BM 的中点,

$$\therefore PN = PB = PM,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle NBC = \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle NBC + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABM = \angle 3 = 30^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 证明: ∵ 折叠黄金矩形纸片 $ABCD$, 点 B 落在 AD 上的点 E 处,

$$\therefore AB = AE, \quad \angle B = \angle AEF,$$

又 ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAE = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ, \quad AB = CD, \quad AD = BC = \sqrt{5} + 1,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle B = \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times (\sqrt{5} + 1) = 2$$

∴ 四边形 $ABFE$ 是矩形,

$$\therefore AB = AE,$$

∴ 四边形 $ABFE$ 是正方形;

$$\therefore AB = BF = EF = AE,$$

$$\therefore AB = BF = EF = AE = 2,$$

$$\therefore DE = CF = \sqrt{5} + 1 - 2 = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore \angle C = \angle D = \angle DEF = 90^\circ,$$

∴ 四边形 $CFED$ 是矩形,

$$\therefore EF = CD = 2,$$

$$\therefore \frac{DE}{FE} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$\therefore$ 四边形 $CFED$ 是黄金矩形;6 分

(3) 解: 四边形 $BFQP$ 是黄金矩形, 理由如下,

$\because PQ \perp EF$, 四边形 $ABFE$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = \angle BFE = \angle PQF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BFQP$ 是矩形;

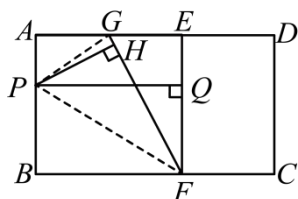
由 (2) 可知, $AB = BF = AE = EF = 2$,

$\because G$ 为 AE 的中点,

$$\therefore AG = EG = 1,$$

$$\therefore FG = \sqrt{EG^2 + EF^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}, \text{7 分}$$

如图, 连接 PG ,



由对折可得: $FH = FB = 2$, $BP = PH$, $\angle PHF = \angle B = 90^\circ$,

设 $BP = PH = x$, 则 $AP = 2 - x$,

$$\because S_{APG} + S_{PBF} + S_{PGF} = S_{\text{梯形}ABFG},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1 \times (2 - x) + \frac{1}{2} \times 2x + \frac{1}{2} \times \sqrt{5}x = \frac{1}{2} \times (1 + 2) \times 2,$$

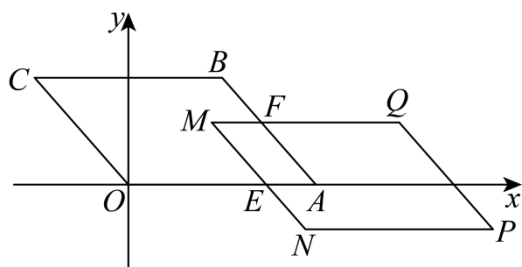
$$\text{解得: } x = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore BP = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore \frac{BP}{BF} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$\therefore$ 四边形 $BFQP$ 是黄金矩形.10 分

25. (本题 12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, A , C 两点的坐标分别为 $(4,0)$, $(-2,3)$. 将平行四边形 $OABC$ 先向右平移 4 个单位后, 再向下平移 1 个单位, 得到平行四边形 $NPQM$.



(1)请求出直线 MN 的解析式;

(2)平行四边形 $NPQM$ 与平行四边形 $OABC$ 的重叠部分的形状是_____，重叠部分的面积是_____;

(3)点 E 是 x 轴上一动点，在直线 OB 上是否存在点 D ，使得以 O, N, D, E 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请求出满足条件的所有点 D 、点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】 (1) $y = -\frac{3}{2}x + 5$

(2)平行四边形, $\frac{4}{3}$

(3)当 $D\left(\frac{2}{3}, 1\right), E\left(\frac{14}{3}, 0\right)$ 或 $D\left(-\frac{2}{3}, -1\right), E\left(\frac{14}{3}, 0\right)$ 或 $D\left(-\frac{2}{3}, -1\right), E\left(-\frac{14}{3}, 0\right)$ 时，以 O, N, D, E 为顶点的四边形为平行四边形.

【详解】 (1)解: $\because$ 将平行四边形 $OABC$ 先向右平移 4 个单位后,再向下平移 1 个单位,得到平行四边形 $NPQM$,

$\therefore$ 点 C 、点 O 分别向右平移 4 个单位后,再向下平移 1 个单位,得到点 M 、点 N ,

$\therefore C(-2, 3), O(0, 0)$,

$\therefore M(2, 2), N(4, -1)$;1 分

设直线 MN 的解析式为 $y = kx + b$,

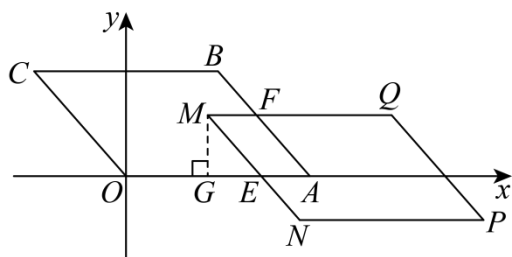
$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 2 \\ 4k + b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{3}{2} \\ b = 5 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 MN 的解析式为

$$y = -\frac{3}{2}x + 5. \text{3 分}$$

(2) 解: 如图所示, 设 MN 与 x 轴交于 E , MD 与 AB 交于 F , 过点 M 作 $MG \perp x$ 轴于 G ,



$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$\therefore OC \parallel AB, BC \parallel OA,$

由平移的性质可得 $MD \parallel BC, MN \parallel OC,$

$\therefore MN \parallel AB, MD \parallel OA,$ 即 $MF \parallel AE, ME \parallel AF,$

$\therefore$ 四边形 $MEAF$ 是平行四边形,

$\therefore$ 平行四边形 $NPQM$ 与平行四边形 $OABC$ 的重叠部分的形状是平行四边形;

在 $y = -\frac{3}{2}x + 5$ 中, 当 $y = 0, x = \frac{10}{3},$

$\therefore E\left(\frac{10}{3}, 0\right),$

$\therefore AE = 4 - \frac{10}{3} = \frac{2}{3},$

$\therefore S_{\text{四边形}AEMF} = AE \cdot y_M = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3},$

$\therefore$ 平行四边形 $NPQM$ 与平行四边形 $OABC$ 的重叠部分的面积为 $\frac{4}{3}.$ 6 分

(3) 解: $\because A(4, 0),$

$\therefore OA = 4,$

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$\therefore BC = OA = 4, BC \parallel OA,$

$\therefore C(-2, 3),$

$\therefore B(2, 3),$

同理可得直线 OB 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x,$ 8 分

设 $D\left(m, \frac{3}{2}m\right), E(n, 0),$

当 OE 为对角线时, 由平行四边形对角线中点坐标相同可得:

$$\begin{cases} \frac{0+n}{2} = \frac{m+4}{2} \\ \frac{0+0}{2} = \frac{-1+\frac{3}{2}m}{2} \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{14}{3} \end{cases},$

$\therefore D\left(\frac{2}{3}, 1\right), E\left(\frac{14}{3}, 0\right); \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

当 OE 为边时, 则 $OE = DN, OE \parallel DN$,

$\therefore \frac{3}{2}m = -1,$

$\therefore m = -\frac{2}{3},$

$\therefore D\left(-\frac{2}{3}, -1\right),$

$\therefore OE = DN = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3},$

$\therefore E\left(-\frac{14}{3}, 0\right) \text{ 或 } E\left(\frac{14}{3}, 0\right); \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

综上所述, 当 $D\left(\frac{2}{3}, 1\right), E\left(\frac{14}{3}, 0\right)$ 或 $D\left(-\frac{2}{3}, -1\right), E\left(\frac{14}{3}, 0\right)$ 或 $D\left(-\frac{2}{3}, -1\right), E\left(-\frac{14}{3}, 0\right)$ 时, 以 O, N, D, E 为顶点的四边形为平行四边形.