

2025 学年度第二学期期末学习能力诊断练习

八年级数学学科试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

注意:

1、本练习卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.

2、除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 在平面直角坐标系中, 点 $A(2,3)$ 关于原点对称的点的坐标为 ()

- A. $(2,-3)$ B. $(-2,3)$ C. $(-2,-3)$ D. $(-3,-2)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据坐标的中心对称性质计算即可.

【详解】解: $\because$ 所求点与 $A(2,3)$ 关于原点对称,

$\therefore$ 横坐标与纵坐标互为相反数,

$\therefore$ 所求点坐标为 $(-2,-3)$.

故选 C.

【点睛】本题考查了坐标的中心对称, 熟记中心对称的性质是解题关键.

2. 若正比例函数的图象经过点 $(-1, 2)$, 则这个图象必经过点 ().

- A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(2, -1)$ D. $(1, -2)$

【答案】D

【解析】

【详解】设正比例函数的解析式为 $y=kx$ ($k \neq 0$),

因为正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 $(-1, 2)$,

所以 $2=-k$,

解得: $k=-2$,

所以 $y=-2x$,

把这四个选项中的点的坐标分别代入 $y=-2x$ 中，等号成立的点就在正比例函数 $y=-2x$ 的图象上，所以这个图象必经过点 $(1, -2)$ 。

故选：D.

3. 下列函数中，一定是反比例函数的是 ()

A. $y = \frac{x}{2}$

B. $y = \frac{2}{x}$

C. $y = \frac{x}{k}$

D. $y = \frac{k}{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据反比例函数的定义逐一判断选项即可，反比例函数的定义为：形如 $y = \frac{k}{x}$ ，其中 k 为常数且 $k \neq 0$ 的函数是反比例函数。

【详解】解：选项 A、 $y = \frac{x}{2}$ 是正比例函数，不符合反比例函数定义，故 A 错误；

选项 B、 $y = \frac{2}{x}$ 符合反比例函数定义，常数 $2 \neq 0$ ，故 B 正确；

选项 C、 $y = \frac{x}{k}$ 是正比例函数，不符合反比例函数定义，故 C 错误；

选项 D、 $y = \frac{k}{x}$ 未说明 $k \neq 0$ ，当 $k = 0$ 时不是反比例函数，故 D 错误。

4. 定义：将顺次连接四边形各边中点所得到的四边形称为中点四边形。如果中点四边形是正方形，那么原四边形的两条对角线一定满足 ()

A. 两条对角线互相平分且相等

B. 两条对角线互相垂直且相等

C. 两条对角线互相平分且垂直

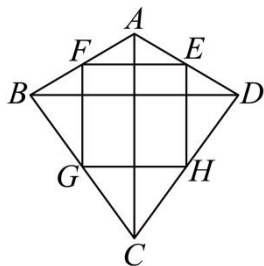
D. 两条对角线互相垂直且不等

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意画图，利用中位线定理得 $EH \parallel FG \parallel AC$ ， $EF \parallel BD \parallel HG$ ， $EF = \frac{1}{2}BD = GH$ ， $FG = \frac{1}{2}AC = EH$ ，然后根据正方形的性质得四个角是直角，四条边相等，然后，根据平行线的性质即可解答。

【详解】解：根据题意画出图形如下：



$\therefore E、F、G、H$ 分别是四边形 $ABCD$ 各边 $AB、BC、CD、$ 的中点,

$\therefore EH \parallel FG \parallel AC, EF \parallel BD \parallel HG,$

$\therefore EF = \frac{1}{2}BD = GH, FG = \frac{1}{2}AC = EH,$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是正方形,

$\therefore EF = FG = GH = HE, \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = \angle FEH = 90^\circ,$

$\therefore AC = BD, AC \perp BD$, 即两条对角线互相垂直且相等.

5. 菱形具有且矩形不一定具有的性质是 ()

A. 四条边都相等

B. 四个角都是直角

C. 对角线互相平分

D. 对称轴互相垂直

【答案】A

【解析】

【分析】根据菱形和矩形的性质逐一判断选项即可求解.

【详解】解: A、菱形的四条边都相等, 矩形的四条边不一定都相等, 该选项符合题意;

B、矩形的四个角都是直角, 菱形的四个角不一定是直角, 该选项不符合题意;

C、菱形和矩形的对角线都互相平分, 该选项不符合题意;

D、菱形和矩形的对称轴都互相垂直, 该选项不符合题意.

6. 已知命题: ①一组对边平行、一组对边相等的四边形是平行四边形; ②一组对边平行、一组对角相等的四边形是平行四边形. 下列四个选项中, 正确的是 ()

A. 命题①与命题②都是真命题

B. 命题①是真命题, 命题②是假命题

C. 命题①是假命题, 命题②是真命题

D. 命题①与命题②都是假命题

【答案】C

【解析】

【分析】分别判断两个命题的真假, 命题①可通过反例判断, 命题②可根据平行线性质和平行四边形定义证明, 即可得到结果.

【详解】解: ①对于命题“一组对边平行、一组对边相等的四边形是平行四边形”, 等腰梯形满足一组对边平行, 另一组对边相等, 但等腰梯形不是平行四边形, 因此命题①是假命题;

②对于命题“一组对边平行、一组对角相等的四边形是平行四边形”,

设四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle A = \angle C$,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$,

$$\because \angle A = \angle C,$$

$$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 两组对边分别平行, 是平行四边形, 故命题②是真命题.

综上, 命题①是假命题, 命题②是真命题, 故选 C.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 点 $A(-2, -3)$ 到 x 轴的距离为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 理解点的坐标中各个数字的意义并解题即可.

【详解】 解: 根据点的坐标的几何意义, 点 $A(-2, -3)$ 到 x 轴的距离为 3,

故答案为: 3.

8. 经过点 $Q(3, 3)$ 且平行于 y 轴的直线是不是某个函数的图像? _____. (填“是”或“不是”)

【答案】 不是

【解析】

【分析】 先确定所求直线的表达式, 再根据函数的定义判断即可, 函数定义要求对于自变量 x 的每一个确定的值, 因变量 y 都有唯一确定的值与之对应.

【详解】 解: 经过点 $Q(3, 3)$ 且平行于 y 轴的直线的表达式为 $x = 3$,

根据函数的定义, 对于自变量 x 的每一个确定的值, 都有唯一确定的 y 值与之对应, 才满足函数关系,

在直线 $x = 3$ 中, 当 x 取 3 时, 有无数个 y 值与之对应, 不满足函数的定义,

因此该直线不是某个函数的图像.

9. 点 $M(3, 1)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为_____.

【答案】 $(-3, 1)$

【解析】

【分析】 本题考查了关于 y 轴对称的点的坐标, 熟练掌握关于 y 轴对称的点的坐标特征: 横坐标互为相反数, 纵坐标不变, 是解题的关键. 根据此特征解答即可.

【详解】 解: 在平面直角坐标系中, 点 $M(3, 1)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 $(-3, 1)$,

故答案为: $(-3,1)$.

10. 已知 $f(x) = kx - 2$, 且 $f(2) = 4$, 那么实数 k 的值为_____.

【答案】

3

【解析】

【详解】解: 由题意得 $2k - 2 = 4$,

解得 $k = 3$.

11. 已知函数 $y = (1 - 2k)x$ 是正比例函数, 且 y 随 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k > \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】依据正比例函数的定义可知 $1 - 2k < 0$, 然后解不等式即可.

【详解】解: $\because$ 正比例函数 $y = (1 - 2k)x$, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore 1 - 2k < 0$,

解得: $k > \frac{1}{2}$.

故答案为: $k > \frac{1}{2}$.

【点睛】本题主要考查的是正比例函数的性质, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

12. 已知函数 $y = -2x + 3$, 当 $x > 1$ 时, 函数值 y 的取值范围为_____.

【答案】 $y < 1$

【解析】

【分析】根据一次函数的增减性, 结合给定的 x 的取值范围, 即可求出函数值 y 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 函数 $y = -2x + 3$ 中, $k = -2 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

当 $x = 1$ 时, $y = -2 \times 1 + 3 = 1$,

$\because x > 1$,

$\therefore y < 1$.

13. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上, 且 $y_1 < y_2 < 0$, 那么 x_1 _____ x_2 (填 “>” 或 “<” 或 “=”)

【答案】

>

【解析】

【分析】根据反比例函数解析式判断比例系数符号，得到函数在各象限内的增减性，结合已知 $y_1 < y_2 < 0$ 判断点所在象限，即可比较 x_1 与 x_2 的大小.

【详解】解：∵反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 中，比例系数 $k = 1 > 0$,

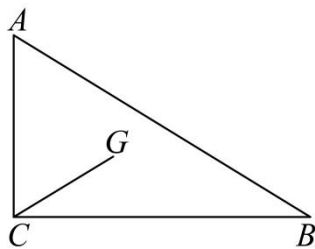
∴反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象位于第一、第三象限，且在每个象限内， y 随 x 的增大而减小，

∵ $y_1 < y_2 < 0$,

∴点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在第三象限，

∴ $x_1 > x_2$.

14. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $CG = 2$ ，则 AB 的长为_____.

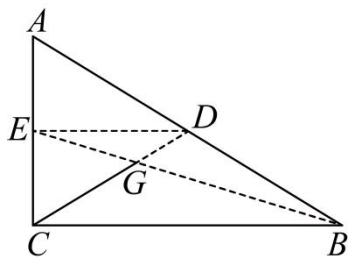


【答案】6

【解析】

【分析】本题考查相似三角形以及直角三角形斜边中线的性质. 延长 CG 交 AB 于 D ，连接 BG 并延长交 AC 于 E ，连接 ED ，根据中位线定理得到 $DE \parallel CB$. $ED = \frac{1}{2}CB$ ，再证明 $\triangle AED \sim \triangle ACB$ ，得到 DG ， CD ，再根据直角三角形斜边中线性质的求出斜边长度.

【详解】解：延长 CG 交 AB 于 D ，连接 BG 并延长交 AC 于 E ，连接 ED .



∵点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

∴点 D 、 E 是 _____ 的中点.

$$\therefore DE \parallel CB, \quad ED = \frac{1}{2}CB.$$

$$\therefore \angle DEG = \angle CBG, \quad \angle EDG = \angle BCG.$$

$$\therefore \triangle DEG \sim \triangle CBG.$$

$$\therefore \frac{DG}{CG} = \frac{ED}{CB} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore DG = \frac{1}{2}CG = \frac{1}{2} \times 2 = 1.$$

$$\therefore CD = CG + DG = 2 + 1 = 3.$$

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点.

$$\therefore AB = 2CD = 6.$$

故答案为 6.

15. 已知菱形的一条边与它的两条对角线所成的两个角的度数之比为 $1:2$ ，则这个菱形的较大内角为

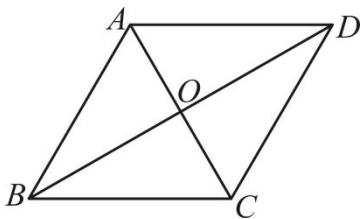
_____.

【答案】 120° ## 120 度

【解析】

【分析】根据已知条件，设 $\angle CBD = x$ ，则 $\angle BCA = 2x$ ，由菱形的对角线互相垂直得出方程，解方程得出各个内角的度数，找到菱形内的较大内角，通过计算即可得出结果.

【详解】解：如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD, \quad \angle ADC = \angle ABC = 2\angle CBD, \quad \angle BAD = \angle BCD = 2\angle BCA,$$

设 $\angle CBD = x$ ，则 $\angle BCA = 2x$ ，

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD + \angle BCA = 90^\circ, \quad \text{即 } x + 2x = 90^\circ,$$

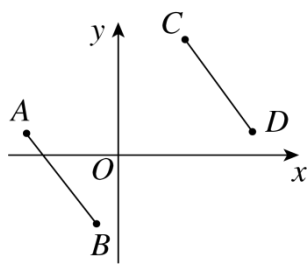
解得 $x = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCA = 2 \times 30^\circ = 60^\circ, \quad \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{菱形的较大角 } \angle BAD = \angle BCD = 2\angle BCA = 120^\circ.$$

16. 如图，将线段 AB 平移至线段 CD 的位置，且点 A 与点 C 对应，点 B 与点 D 对应. 如果点 A 、 B 、

C 的坐标分别为 $A(-3,1)$ 、 $B(-1,-3)$ 、 $C(3,5)$ ，那么点 D 的坐标为_____.



【答案】

$(5,1)$

【解析】

【分析】先确定点 A 到点 C 的坐标的变化特征，再根据此特征解答即可.

【详解】解： $\because$ 点 $A(-3,1)$ 经过平移的对应点 $C(3,5)$,

$\therefore$ 横坐标加 6，纵坐标加 4，

$\therefore$ 点 $B(-1,-3)$ 的对应点的坐标为 $(-1+6, -3+4)$,

即 $D(5,1)$.

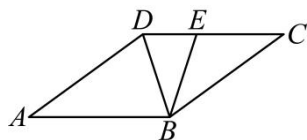
17. 已知四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle BAD < 90^\circ$ ，如果用剪刀将该菱形只剪两刀，则可以得到三个等腰三角形，那么 $\angle BAD$ 的度数为_____.

【答案】 36° 或 72° 或 $(\frac{180}{7})^\circ$

【解析】

【分析】先画出图形，分三种情况：连接 BD ，在 CD 上取一点 E ，使 $BE = BD$ ，且 $BE = CE$ ，根据菱形的性质得 $\angle ADB = \angle BDC = \angle ABD = \angle CBD$ ，再设 $\angle A = x$ ，则 $\angle C = x$ ，再求出 $\angle CBE = 90^\circ - \frac{3}{2}x$ ，然后根据 $\angle CBE = \angle C$ 得出方程，求出解即可；连接 BD ，在 CD 上取一点 E ，使 $DE = BD$ ，且 $BE = CE$ ，仿照上述过程解答即可.

【详解】解：连接 BD ，在 CD 上取一点 E ，使 $BE = BD$ ，且 $BE = CE$ ，



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = AD, \angle ADB = \angle BDC, \angle ABD = \angle CBD$ ，则 $\triangle ABD, \triangle BDE, \triangle BCE$ 是等腰三角形，

$\therefore \quad = \quad = \quad = \quad .$

设 $\angle A = x$, 则 $\angle C = x$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle BDC = \angle CBD = 90^\circ - \frac{x}{2}.$$

$$\therefore BD = BE ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BED = \frac{180^\circ - x}{2},$$

$$\therefore \angle EBD = 180^\circ - 2 \times \frac{180^\circ - x}{2} = x ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CBD - \angle DBE = \frac{180^\circ - x}{2} - x = 90^\circ - \frac{3}{2}x .$$

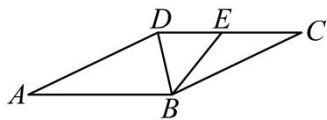
$$\therefore BE = CE ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle C ,$$

$$\text{即 } 90^\circ - \frac{3}{2}x = x ,$$

解得 $x = 36^\circ$, 即 $\angle BAD = 36^\circ$;

连接 BD , 在 CD 上取一点 E , 使 $DE = BD$, 且 $BE = CE$,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB = AD, \angle ADB = \angle BDC, \angle ABD = \angle CBD$, 则 $\triangle ABD, \triangle BDE, \triangle BCE$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle ADB = \angle BDC = \angle ABD = \angle CBD .$$

设 $\angle A = x$, 则 $\angle C = x$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle BDC = \angle CBD = 90^\circ - \frac{x}{2}.$$

$$\therefore BD = DE ,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle BED = \frac{180^\circ - \left(90^\circ - \frac{x}{2}\right)}{2} = 45^\circ + \frac{x}{4},$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CBD - \angle DBE = 90^\circ - \frac{x}{2} - \left(45^\circ + \frac{x}{4}\right) = 45^\circ - \frac{3}{4}x .$$

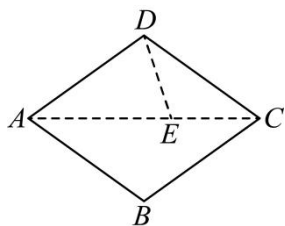
$$\therefore BE = CE ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle C ,$$

$$\text{即 } 45^\circ - \frac{3}{4}x = x ,$$

$$\text{解得 } x = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ , \text{ 即 } \angle BAD = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ .$$

连接 AC , 在 AC 上取一点 E , 使 $DE = CE$, 且 $AD = AE$,



设 $\angle DAB = 2\alpha$ ，则 $\angle BCD = 2\alpha$ ， $\angle ADC = 180^\circ - 2\alpha$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle DAC = \angle ACD = \alpha$ ，

$\therefore DE = CE$ ，且 $AD = AE$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle DCE = \alpha$ ， $\angle ADE = \angle AED = 2\alpha$ ，

$\therefore \angle ADE + \angle CDE = \angle ADC$ ，

$\therefore 2\alpha + \alpha = 180^\circ - 2\alpha$ ，

解得 $\alpha = 36^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$ 。

所以 $\angle BAD$ 的度数为 36° 或 72° 或 $(\frac{180}{7})^\circ$ 。

18. 定义一种“循环移位密码”，规则如下：(1) 将 26 个英文字母按顺序对应数字 0–25：

$A \rightarrow 0, B \rightarrow 1, C \rightarrow 2 \dots, Z \rightarrow 25$ 。(2) 密钥为三个字母： WFL 。(3) 加密时，首先将明文每个字母对应的

的数字，加上密钥对应位置字母的数字（密钥可以循环使用）得到一个新数，然后求这个新数关于 26 的余

数，通过余数对应的字母，得到密文。例如：明文为“world”，密钥为“WFL”，那么加密计算规则以

及加密后的密文如下表所示：

明文 及对 应数 字	W (22)	O (14)	R (17)	L (11)	D (3)	...	...
密钥 及对 应数 字	W (22)	F (5)	L (11)	W (22)	F (5)	L (11)	...
密文	44 (18)	19 (19)	28 (2)	33 (7)	8 (8)	...	

=明文+ 密钥							
	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>C</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	...	

如果明文为 *ADC*，那么密文应该是_____.

【答案】

WIN

【解析】

【分析】根据给定的加密规则，先将明文的字母转换为对应数字，再依次与密钥对应位置的数字相加，计算和对 26 的余数，最后将余数转换为对应字母即可得到密文.

【详解】根据规则可得：

明文 *ADC* 对应数字依次为 $A \rightarrow 0$ ， $D \rightarrow 3$ ， $C \rightarrow 2$ ，

密钥 *WFL* 对应数字依次为 $W \rightarrow 22$ ， $F \rightarrow 5$ ， $L \rightarrow 11$ ，

逐个计算密文对应余数：

第一个字母： $0 + 22 = 22, 22 \div 26 = 0 \dots 22$ ，余数 22 对应字母为 *W*，

第二个字母： $3 + 5 = 8, 8 \div 26 = 0 \dots 8$ ，余数 8 对应字母为 *I*，

第三个字母： $2 + 11 = 13, 13 \div 26 = 0 \dots 13$ ，余数 13 对应字母为 *N*，

故密文为：*WIN* .

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 64 分)

19. 已知一个多边形的内角和比它的外角和多 360° ，求这个多边形的边数.

【答案】这个多边形的边数是 6.

【解析】

【分析】本题首先由题意得出等量关系，即这个多边形的内角和比外角和多 360° ，由此列出方程即可解出边数.

【详解】解：设边数为 n ，根据题意，得

$$(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ + 360^\circ,$$

解得 $n = 6$.

答：这个多边形的边数是 6.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知两点 $A(-1, 1)$ ， $B(2, 5)$.

(1) 求点 A 、 B 两点间的距离;

(2) 如果线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 P , 求点 P 的坐标.

【答案】 (1)

5

(2)

$$\left(\frac{9}{2}, 0\right)$$

【解析】

【分析】 (1) 利用勾股定理即可解答;

(2) 设 P 点的坐标为 $(x, 0)$, 根据垂直平分线的性质得出 $PA = PB$, 即可得出

$$(x+1)^2 + (0-1)^2 = (x-2)^2 + (0-5)^2, \text{ 解方程即可.}$$

【小问 1 详解】

$$\text{解: } AB = \sqrt{(2+1)^2 + (5-1)^2} = 5;$$

【小问 2 详解】

解: 设 P 点的坐标为 $(x, 0)$,

$\because$ 线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 P ,

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore PA^2 = PB^2,$$

$$\therefore A(-1, 1), B(2, 5),$$

$$\therefore (x+1)^2 + (0-1)^2 = (x-2)^2 + (0-5)^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{9}{2},$$

$$\therefore P\left(\frac{9}{2}, 0\right).$$

21. 【情境】某城市为鼓励市民节约用水, 对居民生活用水实行阶梯水价. 具体收费标准如下表:

月用水量 x (单位: 立方米)	水价 (元/立方米)
不超过 15 立方米的部分	3
超过 15 立方米但不超过 25 立方米的部分	5

超过 25 立方米的部分	7
--------------	---

【问题】

(1) 当 $x > 25$ 时, 写出每月水费 y (元) 与月用水量 x (立方米) 之间的函数关系式;

(2) 小海家上个月的水费为 130 元, 请问小海家上个月的用水量是多少立方米?

【答案】 (1)

$$y = 7x - 80 (x > 25)$$

(2)

30 立方米

【解析】

【分析】 (1) 根据每月的水费等于 15 立方米的水费加上 $(25-15)$ 立方米的水费, 再加上超过 25 立方米的水费, 然后整理得出关系式;

(2) 将 $y = 130$ 代入关系式得出答案即可.

【小问 1 详解】

解: $\because x > 25$,

$$\therefore y = 3 \times 15 + (25 - 15) \times 5 + (x - 25) \times 7 = 7x - 80;$$

【小问 2 详解】

解: $\because 130 > 3 \times 15 + (25 - 15) \times 5$,

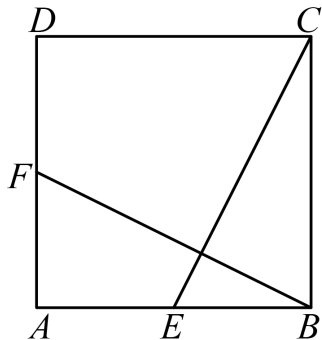
$\therefore$ 当 $y = 130$ 时,

$$\text{即 } 7x - 80 = 130,$$

解得 $x = 30$,

所以小海家上个月用水量是 30 立方米.

22. 如图 2, 已知点 E 、 F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 AB 、 AD 上, 且 $AE = DF$. 连接 BF 、 CE .



(1) 求证: $BF = CE$;

(2) 将线段 CE 绕点 E 逆时针旋转 90° , 使得点 C 落在点 G 处, 连接 FG .

①请在如图的基础上, 完善图形;

②求证: $FG \parallel AB$.

【答案】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore AB = AD = BC$, $\angle A = \angle CBE = 90^\circ$,

又 $\because AE = DF$,

$\therefore AB - AE = AD - DF$, 即 $BE = AF$,

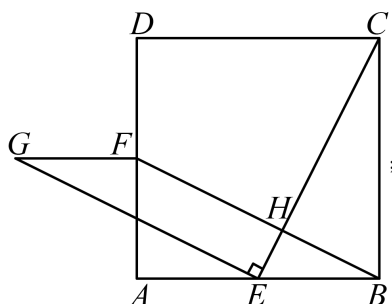
在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AF = BE \\ \angle A = \angle CBE, \\ AB = BC \end{cases}$$

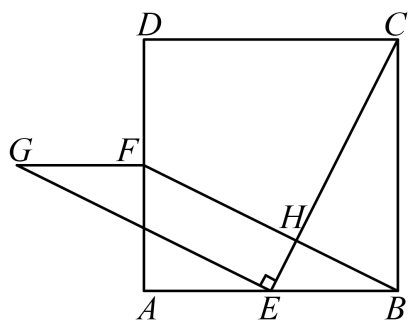
$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE (SAS)$.

$\therefore BF = CE$.

(2) ①如图所示,



②如图所示, 设 CE 、 BF 交于点 H ,



由 (1) 中结论可得, $\angle FBA = \angle ECB$,

$\because \angle CEB + \angle ECB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CEB + \angle FBA = 90^\circ$,

$\therefore \angle EHB = 90^\circ$,

由旋转可知 $\angle CEG = 90^\circ$,

$$\therefore BF \parallel EG$$

又由 (1) 可知 $BF = CE$, 且 $CE = GE$,

$\therefore BF = GE$, 故四边形 $BFG E$ 为平行四边形,

$$\therefore FG \parallel AB.$$

【解析】

【分析】(1) 由正方形性质可证得 $BE = AF$, 再用 SAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle BCE$ 即可得到结论;

(2) ①根据题意作图即可;

②设 CE 、 BF 交于点 H , 先证明 $\angle EHB = 90^\circ$, 再利用旋转和平行线的性质证明 $BF \parallel EG$. 继而证明四边形 $BFG E$ 为平行四边形即可得证.

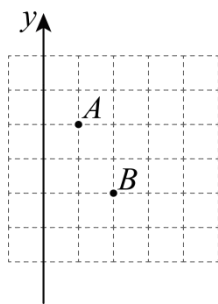
【小问 1 详解】

略.

【小问 2 详解】

略.

23. 如图展示了反比例函数图象的一部分, 图象暂未绘制完整, y 轴的部分信息已在图中呈现, 点 A 、点 B 的位置如图 3 所示, 设图 3 中方格纸中的每个小正方形的边长为 1.

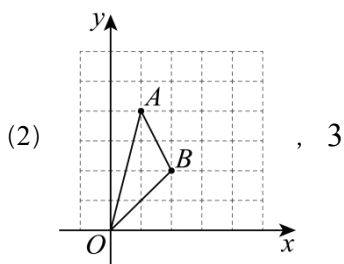


(1) 假如点 A 、点 B 在某个反比例函数的图象上, 试依据目前的信息求该函数的解析式;

(2) 在图 3 中画出 x 轴以及坐标原点 O , 求出 $\triangle OAB$ 的面积;

(3) 请联系现实问题, 为 (1) 所得反比例函数设计一个实际应用场景.

【答案】(1) $y = \frac{4}{x}$



(3) 用纸裁出面积为4的矩形，所裁矩形的长 y 与宽 x 的关系为 $y = \frac{4}{x}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法解答即可；

(2) 根据(1)补全坐标系，进而根据图形利用割补法求出 $\triangle OAB$ 的面积；

(3) 根据(1)所得函数解析式写出实际应用场景即可.

【小问1详解】

解：由图可知，点 A 的横坐标为1，点 B 的横坐标为2，

设 $A(1, a)$ ，则 $B(2, a-2)$ ，

$\because$ 点 A 、点 B 在某个反比例函数的图象上，

$$\therefore 1 \times a = 2(a-2),$$

解得 $a = 4$ ，

$$\therefore A(1, 4),$$

设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ，则 $k = 1 \times 4 = 4$ ，

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{4}{x};$$

【小问2详解】

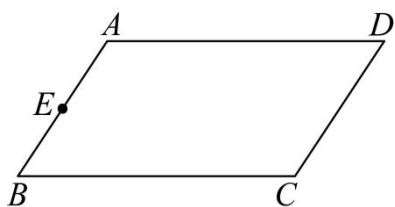
解：画图略，

$$S_{\triangle OAB} = 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 8 - 2 - 1 - 2 = 3;$$

【小问3详解】

解：用纸裁出面积为4的矩形，所裁矩形的长 y 与宽 x 的关系为 $y = \frac{4}{x}$.

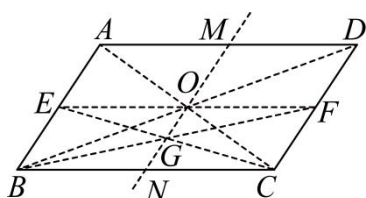
24. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 为 AB 的中点，请仅用一把无刻度的直尺完成下列画图.



(1) 作出线段 AD 的中点;

(2) 作以 BC 为底的梯形, 且使该梯形的面积与四边形 $ABCD$ 的面积之比为 $3:8$, 写出简要说理过程.

【答案】(1) 如图所示, 点 M 即为所求:



(2) 四边形 $BCFO$ 即为所求, 理由如下:

设 $BC = 2a$, 平行四边形 $ABCD$ 底边 BC 的高为 h , 则 $OF = a$, 梯形 $BCFO$ 底边 BC 的高为 $\frac{1}{2}h$,

$$\therefore S_{\text{平行四边形}ABCD} = 2ah, \quad S_{\text{梯形}BCFO} = \frac{1}{2} \times (a + 2a) \times \frac{1}{2}h = \frac{3}{4}ah,$$

$$\therefore S_{\text{梯形}BCFO} : S_{\text{平行四边形}ABCD} = \frac{3}{4}ah : 2ah = 3:8.$$

【解析】

【分析】(1) 连接 AC 、 BD 相交于点 O , 连接 EO 并延长交 CD 于点 F , 连接 BF 、 CE 相交于点 G , 经过点 O 、 G 画直线 OG , 交 AD 于点 M , 交 BC 于点 N , 由平行四边形的性质及全等三角形的性质易证明四边形 $BCFE$ 是平行四边形, 即得 $BG = FG$, 进而由三角形中位线的性质得到 $MN \parallel AB$, 即得到四边形 $ABNM$ 是平行四边形, 再根据平行四边形的性质及全等三角形的性质可推导出 $AM = DM$, 即点 M 为线段 AD 的中点, 故点 M 即为所求;

(2) 由 (1) 作图所得的四边形 $BCFO$ 即为所求.

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

略

25. 已知: 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是四边形 $ABCD$ 的边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上的点, 且点 E 、 F 、 G 、 H 不与四边形 $ABCD$ 的顶点重合.

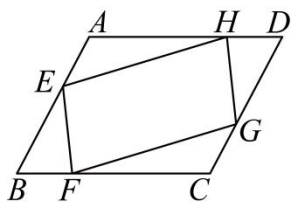


图1

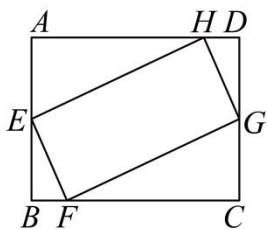


图2

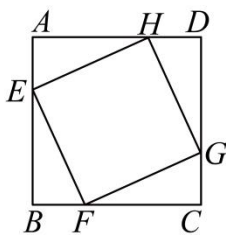


图3

(1) 如图1, 如果四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 都是平行四边形, 求证: $AE = CG$;

(2) 如图2, 如果四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 都是矩形, 且 $AE = BE$, 求 $\frac{S_{\text{四边形}EFGH}}{S_{\text{四边形}ABCD}}$ 的值;

(3) 如图3, 如果四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 都是正方形, 且 EH 、 EF 、 GF 、 GH 所在直线为对称轴, 作 A 、 B 、 C 、 D 的对称点 A' 、 B' 、 C' 、 D' , 如果 $AB = 4$, $A'B' = 2$, 求 $\triangle BEF$ 的面积 (简要写出主要的解题思路即可).

【答案】(1) 证明: 如图, 连接 FH ,

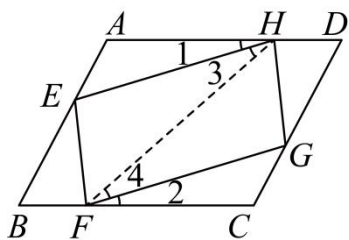


图1

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $\angle A = \angle C$,

$\therefore \angle AHF = \angle CFH$, 即 $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$,

$\because$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

$\therefore EH = GF$, $EH \parallel GF$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle CGF (AAS)$,

$\therefore AE = CG$;

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】(1) 连接 FH ，证明 $\triangle AEH \cong \triangle CGF$ (AAS) 即可求证；

(2) 连接 EG ，可证四边形 $AEGD$ 和四边形 $BCGE$ 都是矩形，即得 $S_{\triangle HEG} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} AEGD}$ ，

$$S_{\triangle FEG} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} BCGE}，\text{进而得到 } S_{\text{四边形} EFGH} = S_{\triangle HEG} + S_{\triangle FEG} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} AEGD} + \frac{1}{2} S_{\text{四边形} BCGE} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} ABCD}，$$

即可求解；

(3) 连接 $A'E$ 、 $B'F$ ，由轴对称的性质可得 $\angle AEH = \angle A'EH$ ， $\angle BEF = \angle B'EF$ ， $BE = B'E$ ， $AE = A'E$ ，

进而可证 A' 、 B' 、 E 三点共线，设 $AE = A'E = a$ ，则 $BE = B'E = 4 - a$ ，得到 $a + 2 = 4 - a$ ，即得 $a = 1$ ，

得到 $AE = 1$ ， $BE = 3$ ，再由 $\triangle BEF \cong \triangle AHE$ (AAS) 得 $BF = AE = 1$ ，最后根据三角形的面积公式计算

即可求解。

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

解：如图，连接 EG ，

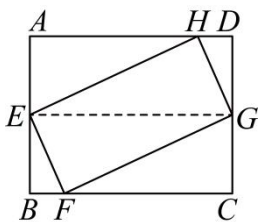


图2

同理(1)可得 $AE = CG$ ，

$$\therefore AE = BE，$$

$$\therefore AE = BE = CG = DG，$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore$ 四边形 $AEGD$ 和四边形 $BCGE$ 都是矩形，

$$\therefore S_{\triangle HEG} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} AEGD}，S_{\triangle FEG} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} BCGE}，$$

$$\therefore S_{\text{四边形} EFGH} = S_{\triangle HEG} + S_{\triangle FEG} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} AEGD} + \frac{1}{2} S_{\text{四边形} BCGE} = \frac{1}{2} (S_{\text{四边形} AEGD} + S_{\text{四边形} BCGE}) = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} ABCD}，$$

$$\therefore \frac{S_{\text{四边形} EFGH}}{S_{\text{四边形} ABCD}} = \frac{1}{2}；$$

【小问 3 详解】

解：如图，连接 $A'E$ 、 $B'F$ ，

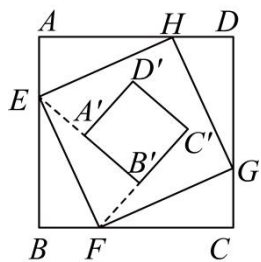


图3

由轴对称的性质可得 $\angle AEH = \angle A'EH$ ， $\angle BEF = \angle B'EF$ ， $BE = B'E$ ， $AE = A'E$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是正方形，

$$\therefore \angle FEH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A'EH + \angle A'EF = 90^\circ, \quad \angle AEH + \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A'EF = \angle BEF,$$

$$\therefore \angle A'EF = \angle B'EF,$$

$\therefore A'$ 、 B' 、 E 三点共线，

设 $AE = A'E = a$ ，则 $BE = B'E = 4 - a$ ，

$$\therefore A'B' = 2,$$

$$\therefore a + 2 = 4 - a,$$

$$\therefore a = 1,$$

$$\therefore AE = 1, \quad BE = 3,$$

$$\therefore \angle AEH + \angle AHE = 90^\circ, \quad \angle AEH + \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle AHE,$$

又 $\therefore \angle B = \angle A = 90^\circ$ ， $EF = HE$ ，

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle AHE (AAS),$$

$$\therefore BF = AE = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} BF \cdot BE = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}.$$