

2025-2026 学年八年级数学下学期期末考试

(考试时间：90 分钟 试卷满分：100 分)

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围：新教材沪教版八年级下册全册。

一、选择题 (本题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 在平面直角坐标系中，点 $P(-2,3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(-2,-3)$ B. $(2,-3)$ C. $(2,3)$ D. $(-2,3)$

【答案】A

【分析】本题考查了关于 x 轴对称的点的坐标特征。关于 x 轴对称的点的坐标特征，横坐标不变，纵坐标互为相反数。

根据关于 x 轴对称的点的坐标特征作答即可。

【详解】 $\because$ 点 $P(-2,3)$ 关于 x 轴对称，

$\therefore$ 横坐标不变，为 -2 ，纵坐标变为相反数，为 -3 。

$\therefore$ 对称点的坐标为 $(-2,-3)$ 。

故选：A。

2. 下列函数中， y 的值随 x 的值增大而减小的是 ()

- A. $y=2x-1$ B. $y=-2x+1$ C. $y=\frac{2}{x}$ D. $y=-\frac{2}{x}$

【答案】B

【分析】根据一次函数和反比例函数的性质即可解答。

【详解】解：A 选项， $y=2x-1$ ， y 的值随 x 的值增大而增大，不符合题意；

B 选项， $y=-2x+1$ ， y 的值随 x 的值增大而减小，符合题意；

C 选项， $y=\frac{2}{x}$ ，在每一象限内， y 的值随 x 的值增大而减小，不符合题意；

D 选项, $y = -\frac{2}{x}$, 在每一象限内, y 的值随 x 的值增大而增大, 不符合题意;

故选: B.

【点睛】 本题考查了一次函数和反比例函数的性质, 梳理掌握一次函数和反比例函数的图象与性质是解题的关键.

3. 一个多边形的内角和为 900° , 则这个多边形是 ()

- A. 七边形 B. 八边形 C. 五边形 D. 六边形

【答案】 A

【分析】 本题主要考查了多边形内角和公式, 熟练掌握多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ 并通过建立方程求解边数是解题的关键.

根据多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$, 设边数为 n , 建立方程求解 n 的值, 从而确定多边形的形状.

【详解】 解: $(n-2) \times 180^\circ = 900^\circ$,

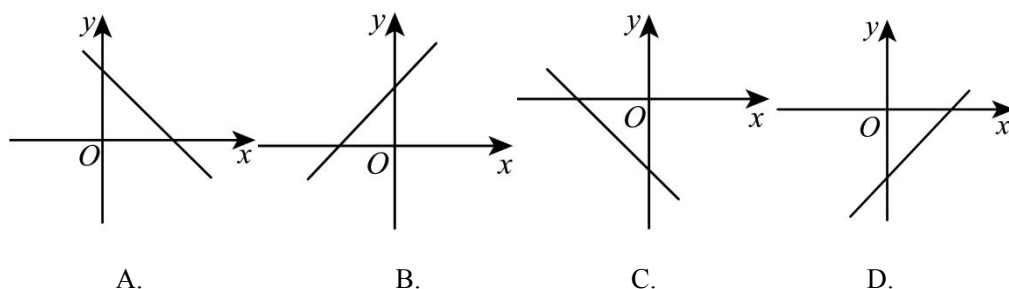
$$n-2 = 900^\circ \div 180^\circ,$$

$$n-2 = 5,$$

$$n = 7,$$

故选: A.

4. 直线 $y = kx - b$ 经过二、三、四象限, 则直线 $y = bx + k$ 的图象只能是图中的 ()



【答案】 D

【分析】 本题考查一次函数的性质、一次函数的图象, 根据直线 $y = kx + b$ 经过二、三、四象限, 可以得到 k 和 b 的正负情况, 从而可以得到直线 $y = bx - k$ 的图象经过哪几个象限, 本题得以解决, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质解答.

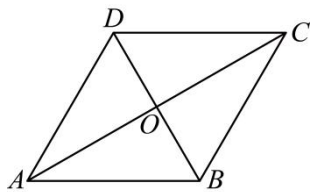
【详解】 解: $\because$ 直线 $y = kx + b$ 经过二、三、四象限,

$$\therefore k < 0, \quad b < 0,$$

$\therefore$ 直线 $y = -bx + k$ 的图象经过第一、三、四象限,

故选：D.

5. 如图，下列四个条件中，能判定平行四边形 $ABCD$ 为菱形的是 ()



A. $\angle ADB = 90^\circ$

B. $AB = BC$

C. $OA = OB$

D. $OA = AB$

【答案】B

【分析】根据菱形的判定定理和矩形的判定定理逐项判断即可.

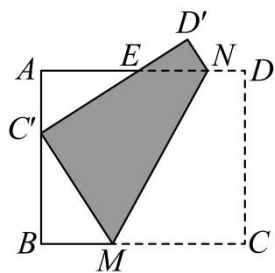
【详解】解：A. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle ADB = 90^\circ$ ，不能判定四边形 $ABCD$ 为菱形，故选项 A 不符合题意；

B. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = BC$ ，根据一组邻边相等的平行四边形是菱形，即 B 选项正确，符合题意；

C. 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则 $OA = OC = \frac{1}{2}AC$ ， $OB = OD = \frac{1}{2}BD$ ，结合 $OA = OB$ 可得 $AC = BD$ ，即平行四边形 $ABCD$ 是矩形，不是菱形，故选项 C 不符合题意；

D. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $OA = AB$ ，不能判定四边形 $ABCD$ 为菱形，故选项 D 不符合题意.

6. 将一张长方形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式对折，使点 C 落在 AB 上的点 C' 处，折痕为 MN ，点 D 落在点 D' 处， $C'D'$ 交 AD 于点 E . 若 $BM = 3$ ， $BC' = 4$ ， $AC' = 3$ ，则 DN 的长为 ()



A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】A

【分析】本题考查矩形的折叠问题，全等三角形的判定和性质，勾股定理.

先根据勾股定理求出 $C'M = CM = 5$ ，然后证明 $\triangle BC'M \cong \triangle AEC'$ ，得到 $BC' = AE = 4$ ， $MC' = C'E = 5$ ，即可得到 $DE = 4$ ， $D'E = 2$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle D'EN$ 中，利用 $NE^2 = D'E^2 + D'N^2$ 解题即可.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle C'BM$ 中， $C'M = \sqrt{C'B^2 + BM^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ，

由折叠可得 $C'M = CM = 5$ ， $\angle D'C'M = \angle D' = \angle D = \angle C = 90^\circ$ ，

又 $\because ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BC'M + \angle AC'E = \angle AEC' + \angle AC'E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BC'M = \angle AEC',$$

$$\text{又} \because AC' = BM = 3,$$

$$\therefore \triangle BC'M \cong \triangle AEC' (AAS),$$

$$\therefore BC' = AE = 4, \quad MC' = C'E = 5,$$

$$\therefore AB = CD = C'D' = 7, \quad BC = AD = BM + CM = 3 + 5 = 8,$$

$$\therefore DE = AD - AE = 8 - 4 = 4, \quad D'E = C'D' - C'E = 7 - 5 = 2,$$

设 $D'N = DN = a$, 则 $EN = 4 - a$,

在 $\text{Rt}\triangle D'EN$ 中, $NE^2 = D'E^2 + D'N^2$, 即 $(4 - a)^2 = a^2 + 2^2$,

$$\text{解得: } a = \frac{3}{2},$$

故选: A.

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的定义域为_____.

【答案】 $x \neq 1$

【分析】 求函数的定义域就是找使函数有意义的自变量的取值范围.

【详解】 解: 函数要有意义, 则 $x - 1 \neq 0$,

解得: $x \neq 1$,

故答案为: $x \neq 1$.

【点睛】 本题考查的知识点是函数的定义域, 关键要知道函数有意义的自变量的取值范围.

8. 如果反比例函数 $y = \frac{m+3}{x}$ 在 $x > 0$ 时, y 的值随 x 的值的增大而增大, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < -3$

【分析】 本题考查反比例函数的性质. 根据 $x > 0$ 时, y 的值随 x 的值的增大而增大, 得到 $m + 3 < 0$, 求解即可. 掌握反比例函数的增减性, 是解题的关键.

【详解】 解: 由题意, 得: $m + 3 < 0$,

$$\therefore m < -3;$$

故答案为: $m < -3$.

9. 若点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(2, y_3)$ 都在反比例函数的图象上 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 则用“<”表示 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是_____.

【答案】 $y_2 < y_1 < y_3$

【分析】 本题主要考查反比例函数的图象与性质. 根据题意易得反比例函数在每个象限内, y 随 x 的增大而减小, 由此问题可求解.

【详解】 解: 由反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 可知该函数在第一、第三象限, 则在每个象限内, y 随 x 的增大而减小,

$\because$ 点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(2, y_3)$ 都在反比例函数的图象上, $-2 < -1 < 0 < 2$,

$\therefore y_1 < 0 < y_3 < y_2$

即 $y_2 < y_1 < y_3$

故答案为: $y_2 < y_1 < y_3$.

10. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中两个变量 x 、 y 的部分对应值如下表所示: 那么关于 x 的不等式 $kx + b \leq -1$ 的解集是_____.

x	-1	0	1	2
y	2	1	0	-1

【答案】 $x \geq 2$

【分析】 本题主要考查了一次函数与不等式之间的关系, 根据表格中的数据可知, y 随着 x 的增大而减小, 再由不等式 $kx + b \leq -1$ 的解集即为函数值小于等于 -1 时, 自变量的取值范围, 据此可得答案.

【详解】 解: 由表格中的数据可知, y 随着 x 的增大而减小,

$\because$ 当 $x = 2$ 时, $y = -1$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $kx + b \leq -1$ 的解集是 $x \geq 2$,

故答案为: $x \geq 2$.

11. 已知 G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 15$, 那么 $CG =$ _____.

【答案】 $\frac{17}{3}$ 或 $5\frac{2}{3}$

【分析】 本题考查了直角三角形的性质及重心的性质, 解题的关键是掌握直角三角形斜边中线等于斜边的

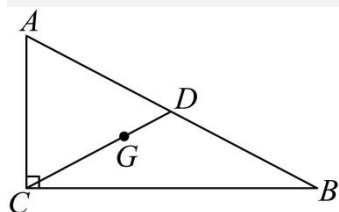
一半，以及重心分中线为2:1的比例关系；

先利用勾股定理求出直角三角形斜边 AB 的长度；再根据直角三角形斜边中线的性质，得到斜边中线 CD 的长度（ D 为 AB 中点）；最后依据重心的性质（重心到顶点的距离是中线长度的 $\frac{2}{3}$ ），计算出 CG 的长度

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 15$ ，

由勾股定理得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$ ；

设 D 为 AB 的中点，则 CD 为斜边 AB 的中线，



根据直角三角形斜边中线性质的， $CD = \frac{1}{2}AB = \frac{17}{2}$ ；

因为 G 是 ABC 的重心，重心分中线为2:1（顶点到重心为2份），

所以 $CG = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3} \times \frac{17}{2} = \frac{17}{3}$ 。

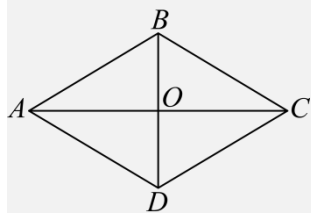
故答案为： $\frac{17}{3}$ 。

12. 菱形的周长为48cm，一条对角线长是12cm，则菱形的面积为_____。

【答案】 $72\sqrt{3}\text{cm}^2$

【分析】根据菱形的性质并结合勾股定理计算即可得出结果。

【详解】解：如图：菱形 $ABCD$ 的周长为48cm，一条对角线 BD 的长是12cm，



$\therefore AB = 48 \div 4 = 12\text{cm}$ ， $AC \perp BD$ ， $OB = \frac{1}{2}BD = 6\text{cm}$ ， $AC = 2AO$ ，

$\therefore AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ ，

$\therefore AC = 12\sqrt{3}\text{cm}$ ，

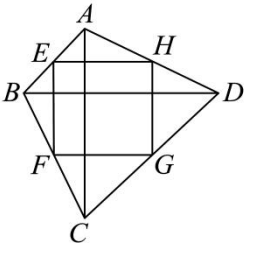
$\therefore$ 菱形的面积为 $\frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 。

13. 若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得四边形是矩形，则原四边形 $ABCD$ 的对角线必须满足条件_____。

【答案】 $AC \perp BD$

【分析】根据三角形中位线定理，可得到中点四边形的边与原四边形对角线的位置和数量关系，先判定中点四边形为平行四边形，再结合矩形的内角为直角的性质，即可推出原四边形对角线满足的条件.

【详解】解：如图：设 E, F, G, H 分别是四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, DA 的中点，



根据三角形中位线定理可得： $EH \parallel BD$ ， $EH = \frac{1}{2}BD$ ， $FG \parallel BD$ ， $FG = \frac{1}{2}BD$ ， $EF \parallel AC$ ， $HG \parallel AC$ ，

$\therefore EH \parallel FG$ ， $EH = FG$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，

$\therefore \angle HEF = 90^\circ$ ，

$\therefore EH \parallel BD$ ， $EF \parallel AC$ ，

$\therefore AC \perp BD$.

14. 在 $\square ABCD$ 中， $\angle DAB$ 的平分线分对边 BC 为 6cm 和 5cm 两部分，则 $\square ABCD$ 的周长为_____.

【答案】 32cm 或 34cm

【分析】本题考查平行四边形的性质，角平分线的定义，等腰三角形的判定与性质，解题关键是运用分类讨论思想求解，根据平行四边形对边平行的性质得到等角，结合角平分线推导出边相等，再分情况计算周长.

【详解】解：设 $\angle DAB$ 的平分线 AE 交 BC 于点 E ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$ ，

$\therefore AE$ 平分 $\angle DAB$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle AEB$ ，

$\therefore AB = BE$ ，

$\therefore AE$ 分 BC 为 5cm 和 6cm 两部分，分两种情况讨论：

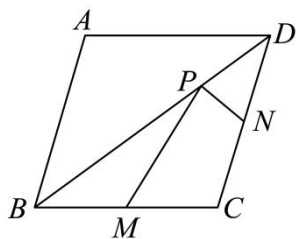
当 $BE = 5\text{cm}$, $EC = 6\text{cm}$ 时, $BC = BE + EC = 11\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$,

$\square ABCD$ 的周长为 $2(AB + BC) = 2 \times (5 + 11) = 32(\text{cm})$;

当 $BE = 6\text{cm}$, $EC = 5\text{cm}$ 时, $BC = BE + EC = 11\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$,

$\square ABCD$ 的周长为 $2(AB + BC) = 2 \times (6 + 11) = 34(\text{cm})$

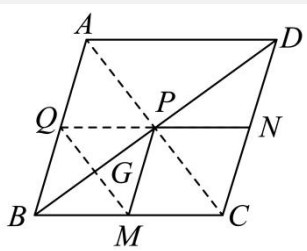
15. 如图, 菱形 $ABCD$ 的两条对角线分别为 6 和 8, M , N 分别是边 BC, CD 的中点, P 是对角线 BD 上一动点, 则 $PM + PN$ 的最小值为_____.



【答案】5

【分析】根据菱形的性质, 轴对称性质, 勾股定理, 直角三角形的性质求解即可.

【详解】解: 取 AB 的中点 Q ,



因为菱形 $ABCD$ 的两条对角线分别为 6 和 8, M , N 分别是边 BC, CD 的中点,

$$\therefore BM = BQ = DN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD, AB \parallel CD, \angle ABD = \angle CBD,$$

连接 QM 交 BD 于点 G ,

$$\therefore QG = MG, BG \perp QM,$$

$\therefore Q, M$ 关于 BD 对称,

连接 QN 交 BD 于点 P ,

则点 P 就是使得 $PM + PN$ 值最小的位置点, 最小值为 QN 的长度,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle QBP = \angle NDP,$$

$$\therefore \begin{cases} \angle QPB = \angle NPD \\ \angle QBP = \angle NDP, \\ BQ = DN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle QBP \cong \triangle NDP (\text{AAS}),$$

$$\therefore BP = DP, \quad QP = NP,$$

故点 P 是 BD 的中点, $QN = 2QP$

连接 AC , 则 AC 与 BD 交于点 P ,

因为菱形 $ABCD$ 的两条对角线分别为 6 和 8,

$$\text{故 } AC \perp BD, PA = \frac{1}{2} AC = 3, \quad PB = \frac{1}{2} BD = 4,$$

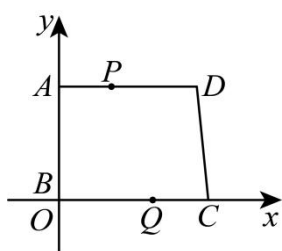
$$\therefore AB = \sqrt{PA^2 + PB^2} = 5,$$

$$\therefore QP = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore QN = 2QP = 5,$$

故 $PM + PN$ 的最小值为 5;

16. 如图, 在平面直角坐标系中, $A(0,20)$, B 在原点, $C(26,0)$, $D(24,20)$, 动点 P 从点 A 开始沿 AD 边向点 D 以 1cm/s 的速度运动, 动点 Q 从点 C 开始沿 CB 以 3cm/s 的速度向点 B 运动, P 、 Q 同时出发, 当其中一点到达终点时, 另一点也随之停止运动, 设运动时间为 $t\text{s}$, 当 t 为 _____ 时, 四边形 $PQCD$ 是平行四边形.



【答案】 6

【分析】 当 $PD = CQ$ 时, 四边形 $PQCD$ 是平行四边形, 由此列方程解决即可.

【详解】 解: $\because A(0,20)$, B 在原点, $C(26,0)$, $D(24,20)$,

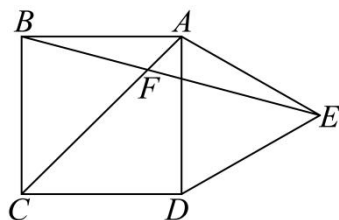
$$\therefore AD = 24, \quad BC = 26, \quad AD \parallel BC.$$

当 $PD = CQ$ 时, 四边形 $PQCD$ 是平行四边形,

$$\therefore 24 - t = 3t,$$

$\therefore t = 6$.

17. 如图, 在正方形 $ABCD$ 外侧, 作等边三角形 ADE , AC 与 BE 相交于点 F , 则 $\angle AFE =$ _____.



【答案】 60°

【分析】 本题主要考查了正方形的性质, 等边三角形的性质, 等腰三角形的性质与判定, 三角形内角和定理, 由正方形、等边三角形的性质可得 $AB = AE$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CAD = 45^\circ$, $\angle DAE = 60^\circ$, 则 $\angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 150^\circ$, $\angle CAE = \angle CAD + \angle DAE = 105^\circ$, 再求出 $\angle AEB = \angle ABE = \frac{180^\circ - \angle BAE}{2} = 15^\circ$, 根据三角形内角和定理即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 正方形 $ABCD$, 等边三角形 ADE ,

$\therefore AB = AE = AD$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CAD = 45^\circ$, $\angle DAE = 60^\circ$,

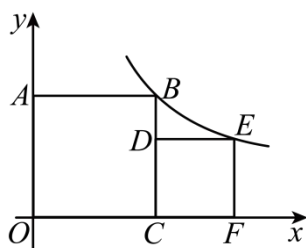
$\therefore \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 150^\circ$, $\angle CAE = \angle CAD + \angle DAE = 105^\circ$,

$\therefore \angle AEB = \angle ABE = \frac{180^\circ - \angle BAE}{2} = 15^\circ$,

$\therefore \angle AFE = 180^\circ - \angle CAE - \angle AEB = 60^\circ$,

故答案为: 60° .

18. 如图, 四边形 $OCBA$ 和四边形 $CFED$ 都是正方形, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 过 B, E 两点, 则称 B, E 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的“黄金点”. 当 $k = 4$ 时, $\frac{CF}{OC} =$ _____; 连接 AC, CE, AE , 若 $S_{\triangle ACE} = 18\sqrt{5} - 18$, 则 $k =$ _____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 36

【分析】 设 $OC = n, CF = m$ 根据题意, 得 $B(n, n)$, $E(n+m, m)$, 根据 B, E 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的“黄金点”, $k = 4$, 列式解答即可; 连接 AD , 延长 ED 交 y 轴于点 G , 根据

$$S_{\triangle ACE} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DCE} = 18\sqrt{5} - 18, \text{ 列式解答即可.}$$

【详解】解：设 $OC = n, CF = m$,

$\because$ 四边形 $OCBA$ 和四边形 $CFED$ 都是正方形,

$$\therefore B(n, n), E(n+m, m),$$

$\because B, E$ 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的“黄金点”, $k = 4$,

$$\therefore n^2 = 4, m(n+m) = 4,$$

$$\therefore n = 2, n = -2 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore m^2 + 2m - 4 = 0$$

$$\therefore m = \sqrt{5} - 1 \text{ 或 } m = -\sqrt{5} - 1 \text{ (舍去)}$$

$$\therefore \frac{CF}{OC} = \frac{m}{n} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5}-1}{2};$$

连接 AD , 延长 ED 交 y 轴于点 G ,

设 $OC = n, CF = m$,

根据题意, 得四边形 $OCDG$ 是矩形,

$$\therefore OG = DC = CF = m,$$

$\because$ 四边形 $OCBA$ 和四边形 $CFED$ 都是正方形,

$$\therefore B(n, n), E(n+m, m),$$

$\because B, E$ 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的“黄金点”,

$$\therefore n^2 = m(n+m) = k,$$

$$\therefore m^2 + mn - n^2 = 0$$

$$\therefore m = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) n, m = \left(\frac{-\sqrt{5}-1}{2} \right) n \text{ (舍去)},$$

根据题意, 得 $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DCE} = 18\sqrt{5} - 18$,

$$\therefore \frac{1}{2} DE \cdot AG + \frac{1}{2} DC \cdot AB + \frac{1}{2} DE \cdot DC = 18\sqrt{5} - 18,$$

$$\therefore \frac{1}{2} m(n-m) + \frac{1}{2} mn + \frac{1}{2} m^2 = 18\sqrt{5} - 18$$

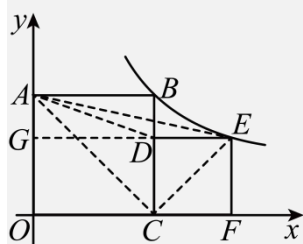
$$\therefore mn = 18\sqrt{5} - 18 = 18(\sqrt{5} - 1),$$

$$\therefore m = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) n,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) n^2 = 18(\sqrt{5} - 1),$$

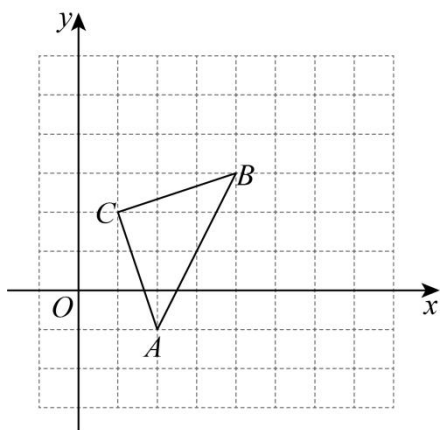
$$\therefore n^2 = 36 = k,$$

故答案为：36.



三、解答题 (本题共 7 小题, 共 64 分)

19. (本题 8 分) 如图, 直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点都在网格点上, 其中 C 点坐标为 $(1, 2)$.



(1) 写出点 A 、 B 的坐标: A (____)、 B (____);

(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状____, 计算 $\triangle ABC$ 的面积是____;

(3) 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 若 $\triangle ABC$ 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是_____.

【答案】 (1) 2, -1, 4, 3.

(2) 等腰直角三角形, 5.

(3) 图见解析, $(a-2, b+1)$

【分析】 本题考查作图 - 平移变换, 勾股定理以及勾股定理的逆定理等知识, 解题的关键是掌握勾股定理

以及逆定理，学会利用平移变换的性质解决问题.

(1) 根据点在坐标系中的位置写出答案;

(2) 根据勾股定理求出三边长, 再根据两边长相等及勾股定理的逆定理即可判断三角形是等腰直角三角形, 进一步求出三角形的面积即可;

(3) 根据 ABC 的平移规律即可求出答案.

【详解】(1) 解: 由题意可得, $A(2, -1), B(4, 3)$.

故答案为: 2, -1, 4, 3.

(2) $\because AC = BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$, $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

$\therefore AC = BC$, $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

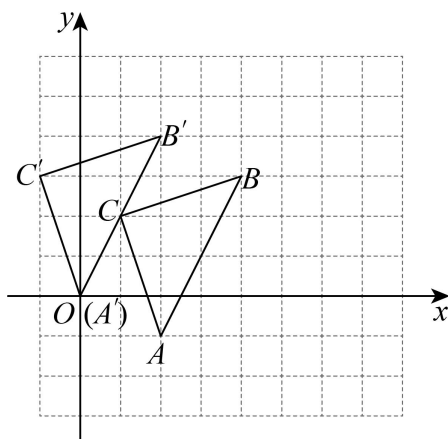
即 ABC 的形状是等腰直角三角形,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 5$,

故 ABC 的面积为 5.

故答案为: 等腰直角三角形, 5.

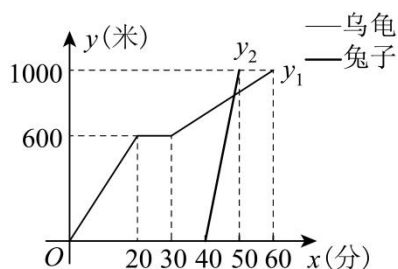
(3) 解: 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求,



$\therefore$ 将 ABC 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 若 ABC 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是 $(a-2, b+1)$.

故答案为: $(a-2, b+1)$.

20. (本题 8 分) “龟兔首次赛跑”之后, 兔子没有气馁, 总结反思后约乌龟再赛一场. 图中的函数图象刻画了“龟兔再次赛跑”的故事 (x 表示乌龟从起点出发所行的时间, y_1 表示乌龟所行的路程, y_2 表示兔子所行的路程). 在理解的基础上填空:



- (1) 兔子比乌龟晚_分钟出发；
 (2) 乌龟跑了_米后在途中休息了_分钟；
 (3) 兔子的速度是_米/分；
 (4) 乌龟休息后的速度比休息前慢了_米/分.

【答案】 (1) 40；

(2) 600，10；

(3) 100；

(4) $\frac{50}{3}$.

【分析】 (1) 由函数图象即可求解；

(2) 由函数图象即可求解；

(3) 由函数图象可得兔子的速度是100米/分；

(4) 分别求出休息前的速度和乌龟休息后的速度，然后相减即可；

本题考查了从函数的图象获取信息，读懂题意，通过函数图象获取信息是解题的关键.

【详解】 (1) 解：由函数图象可得：兔子比乌龟晚出发40分钟，

故答案为：40；

(2) 解：由函数图象可得：乌龟跑了600米后在途中休息了10分钟，

故答案为：600，10；

(3) 解：由函数图象可得兔子的速度是 $1000 \div (50 - 40) = 100$ (米/分)，

故答案为：100；

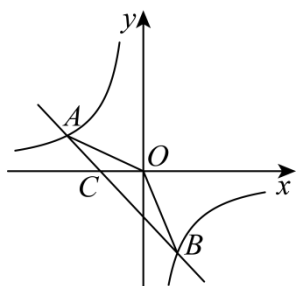
(4) 解：由函数图象可得乌龟休息前的速度为 $600 \div 20 = 30$ (米/分)，

乌龟休息后的速度为 $(1000 - 600) \div (60 - 30) = \frac{40}{3}$ (米/分)，

$\therefore$ 乌龟休息后的速度比休息前慢了 $30 - \frac{40}{3} = \frac{50}{3}$ (米/分)，

故答案为： $\frac{50}{3}$.

21. (本题 8 分) 如图, 已知 $A(-3, n)$, $B(2, -3)$ 是一次函数 $y = kx + b$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.



- (1) 求出一次函数和反比例函数的解析式;
- (2) 观察图象, 直接写出不等式 $kx + b - \frac{m}{x} < 0$ 的解集;
- (3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】 (1) $y = -x - 1$; $y = \frac{-6}{x}$

(2) $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$;

(3) $\frac{5}{2}$

【分析】 (1) 先根据 B 点的坐标求出反比例函数解析式, 再求出 A 点的坐标, 两个 A 、 B 两点的坐标代入一次函数解析式中, 求出一次函数解析式;

(2) 根据图象求出不等式的解集;

(3) 先求一次函数与 x 轴交点 C , 从而可求得 $OC = 1$, 利用三角形面积公式求解.

【详解】 (1) 解: $\because A(-3, n)$, $B(2, -3)$ 是一次函数 $y = kx + b$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象的两个交点,

$$\therefore m = -3 \times 2 = -6,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{-6}{x},$$

$$\therefore n = \frac{-6}{-3} = 2,$$

$$\therefore A(-3, 2),$$

$$\text{将 } A(-3, 2), B(2, -3) \text{ 代入 } y = kx + b \text{ 得 } \begin{cases} -3k + b = 2 \\ 2k + b = -3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -x - 1;$$

(2) 解：由函数图象得， $kx+b-\frac{m}{x}<0$ 的解集为 $-3<x<0$ 或 $x>2$ ；

(3) 解： $\because$ 一次函数的解析式为 $y=-x-1$ ，

当 $y=0$ 时， $0=-x-1$ ，

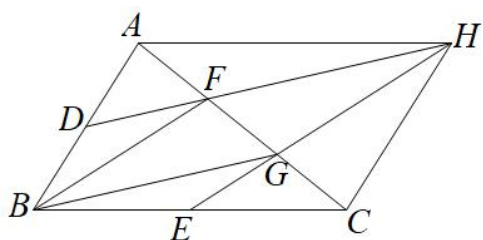
解得 $x=-1$ ，

$\therefore C(-1,0)$ ，

$\therefore OC=1$ ，

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{5}{2}$ 。

22. (本题 8 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是边 AB 、 BC 的中点，点 F 、 G 是边 AC 的三等分点， DF 、 EG 的延长线相交于点 H 。



(1) 求证：四边形 $FBGH$ 是平行四边形；

(2) 如果 AC 平分 $\angle BAH$ ，求证：四边形 $ABCH$ 是菱形。

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【分析】(1) 由三角形中位线知识可得 $DF \parallel BG$ ， $GH \parallel BF$ ，根据平行四边形的判定可得四边形 $FBGH$ 是平行四边形。

(2) 连接 BH ，交 AC 于点 O ，利用平行四边形的对角线互相平分可得 $OB=OH$ ， $OF=OG$ ，又 $AF=CG$ ，所以 $OA=OC$ ，再根据对角线互相平分的四边形是平行四边形得证四边形 $ABCH$ 是平行四边形，再根据一组邻边相等的平行四边形是菱形即可求解。

【详解】(1) 证明： $\because$ 点 F 、 G 是边 AC 的三等分点，

$\therefore AF=FG=GC$ ，

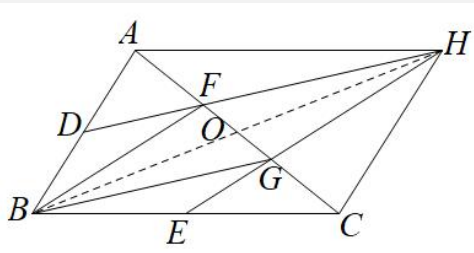
又 $\because$ 点 D 是边 AB 的中点，

$\therefore DH \parallel BG$ ，

同理： $EH \parallel BF$ ，

$\therefore$ 四边形 $FBGH$ 是平行四边形；

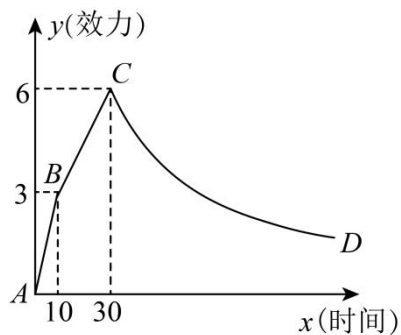
(2) 连接 BH ，交 AC 于点 O ，



$\because$ 四边形 $FBGH$ 是平行四边形,
 $\therefore BO=HO, FO=GO,$
 又 $\because AF=FG=GC,$
 $\therefore AF+FO=GC+GO,$ 即: $AO=CO,$
 $\therefore$ 四边形 $ABCH$ 是平行四边形,
 $\therefore AH \parallel BC,$
 $\therefore \angle HAC = \angle BCA,$
 $\because AC$ 平分 $\angle BAH,$
 $\therefore \angle HAC = \angle BAC,$
 $\therefore \angle BAC = \angle BCA,$
 $\therefore AB=BC,$
 又 $\because$ 四边形 $ABCH$ 是平行四边形,
 $\therefore$ 四边形 $ABCH$ 是菱形.

【点睛】 本题考查菱形的判定, 平行四边形的判定和性质, 注意运用三角形的中位线定理.

23. (本题 8 分) 某校后勤处每周周日均会对学校教室进行消毒处理, 已知消毒水的消毒效果随着时间变化如图所示, 消毒效果 y (单位: 效力) 与时间 x (单位: 分钟) 呈现三段函数图象, 其中 AB 段为渐消毒阶段, BC 段为深消毒阶段, CD 段是反比例函数图象的一部分, 为降消毒阶段. 请根据图中信息解答下列问题:



(1) 第 10 分钟时消毒效果为 _____ 效力;

(2)当 $x \geq 10$ 时, 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(3)若消毒效果持续 28 分钟达到 4 效力及以上, 即可产生消毒作用, 请问本次消毒是否有效?

【答案】(1)3

(2)深消毒阶段为线段 BC 的函数关系式 $y = \frac{3}{20}x + \frac{3}{2}$; 降消毒阶段为反比例函数解析式 $y = \frac{180}{x}$

(3)消毒有效

【分析】(1) 根据图象信息直接解答即可

(2) 设线段 BC 的函数关系式为 $y = kx + b$, 结合 $(10, 3)$ 和 $(30, 6)$, 利用待定系数法解答即可. 根据题意, 得反比例函数经过点 $(30, 6)$, 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{m}{x}$, 确定解析式, 后代入求值即可.

(3) 根据解析式为 $y = \frac{3}{20}x + \frac{3}{2}$, $y = \frac{180}{x}$, 当 $y = 4$ 时, $x = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{50}{3}$;

当 $y = 4$ 时, $x = \frac{180}{4} = 45$; 确定循环时长, 解答即可.

本题考查了一次函数与反比例函数的应用, 待定系数法, 正确理解题意是解题的关键.

【详解】(1) 解: 根据图象知, 当 10 分钟时, 效力为 3,

故答案为: 3.

(2) 解: 当 $10 \leq x \leq 30$ 时,

设直线 BC 的函数关系式为 $y = kx + b$, 结合 $(10, 3)$ 和 $(30, 6)$, 利用根据题意, 得 $\begin{cases} 10k + b = 3 \\ 30k + b = 6 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = \frac{3}{20} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$,

所以 $y = \frac{3}{20}x + \frac{3}{2}$.

根据题意, 得反比例函数经过点 $(30, 6)$,

当 $x \geq 30$ 时,

设反比例函数的解析式为 $y = \frac{m}{x}$,

故 $6 = \frac{m}{30}$,

解得 $m = 180$.

故 $y = \frac{180}{x}$.

(3) 解: 根据解析式为 $y = \frac{3}{20}x + \frac{3}{2}$, $y = \frac{180}{x}$,

当 $y = 4$ 时, $x = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{20}} = \frac{50}{3}$;

当 $y = 4$ 时, $x = \frac{180}{4} = 45$;

持续时长为 $45 - \frac{50}{3} = \frac{85}{3} > \frac{84}{3}$.

故本次消毒有效.

24. (本题 12 分) 如图 1, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 连接 BD , 点 E 为线段 BD 上任意一点 (点 E 不与 B , D 重合), 过点 E 作 $HF \parallel AB$ 分别交 AD , BC 于点 H , F . 点 G 为 DE 的中点, 连接 HG .

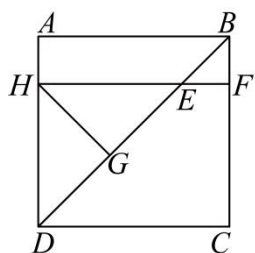


图1

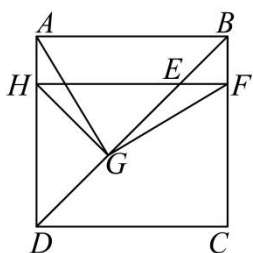


图2

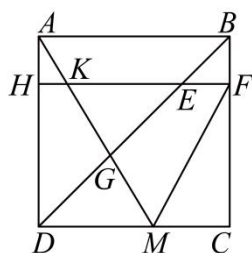


图3

(1) 若 $BF = 1$, 则 $BE =$ _____, $HG =$ _____;

(2) 如图 2, 连接 AG , FG . 求证: $AG = GF$ 且 $AG \perp GF$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 设 AG 交 HF 于点 K , 延长 AG 交 CD 于点 M , 连接 MF .

① 探究 DM , MF , BF 之间的数量关系, 并说明理由;

② 若 $DM = 3$, 则 $FK =$ _____.

【答案】 (1) $\sqrt{2}$, $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

(2) 见解析

(3) ① $FM = BF + DM$, 理由见解析; ② $\frac{25}{7}$

【分析】 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的判定和性质, 勾股定理等知识, 解决问题的关键是作辅助线, 构造全等三角形.

(1) 根据等腰直角三角形的性质得出 $BE = \sqrt{2}BF = \sqrt{2}$, $HG = \frac{\sqrt{2}}{2}DH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$;

(2) 可证得 $\triangle AHG \cong \triangle FEG$ ，从而 $\angle AGH = \angle FGE$ ， $AG = FG$ ，进而得出结论；

(3) ① 连接 AF ，延长 CD 至 W ，使 $DW = BF$ ，可证得 $\triangle ADW \cong \triangle ABF$ ，从而 $\angle DAW = \angle BAF$ ， $AW = AF$ ，进而证得 $\triangle WAM \cong \triangle FAM$ ，从而 $WM = FM$ ，进一步得出结论；

② 设 $FM = x$ ，则 $BF = FM - DM = x - 3$ ， $CF = BC - BF = 7 - x$ ， $CM = CD - DM = 1$ ，在 $\text{Rt}\triangle CFM$ 中，由勾股定理得方程 $\therefore (7-x)^2 + 1^2 = x^2$ ，求得 x 的值，可证得 $FK = FM = \frac{25}{7}$ 。

【详解】(1) 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC = AB = 4$ ， $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle CBD = \angle ADE = 45^\circ$ ，

$\because HF \parallel AB$ ，

$\therefore \angle DHF = \angle A = 90^\circ$ ， $\angle BFH = 180^\circ - \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DHF = \angle BFH = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABFH$ 是矩形， $BE = \sqrt{2}BF = \sqrt{2}$ ，

$\therefore AH = BF = 1$ ，

$\therefore DH = HE = AD - AH = 3$ ，

$\because G$ 为 DE 的中点，

$\therefore HG \perp DE$ ，

$\therefore HG = \frac{\sqrt{2}}{2}DH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，

故答案为： $\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ；

(2) 证明：在正方形 $ABCD$ 和矩形 $ABFH$ 中，

$\therefore \angle DBC = 45^\circ$ ， $\angle BFE = \angle AHF = 90^\circ$ ， $AH = BF$ ，

$\therefore \angle FEB = 45^\circ = \angle BEF$ ，

$\therefore \angle FEG = 135^\circ$ ， $EF = BF = AH$ ，

$\because HG \perp DE$ ， $HG = \frac{1}{2}DE = EG$ ，

$\therefore \angle BGH = 90^\circ$ ， $\angle EHG = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AHG = \angle AHF + \angle EHG = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle AHG = \angle FEG$ ，

又 $\because AH = EF$ ， $HG = EG$ ，

$\therefore \triangle AHG \cong \triangle FEG$ (SAS)，

$\therefore \angle AGH = \angle FGE$ ， $AG = FG$ ，

$$\therefore FM = \frac{25}{7},$$

由①知, $WAM \cong FAM$,

$$\therefore \angle AMD = \angle AMF,$$

$$\therefore FH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FKM = \angle AMD,$$

$$\therefore \angle FKM = \angle AMF,$$

$$\therefore FK = FM = \frac{25}{7},$$

故答案为: $\frac{25}{7}$.

25. (本题 12 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y = -2x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 将直线 l 绕着点 A 顺时针旋转 45° 后, 与 y 轴交于点 B , 过点 B 作 $BC \perp AB$, 交直线 l 于点 C .

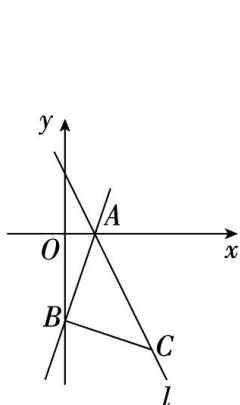


图1

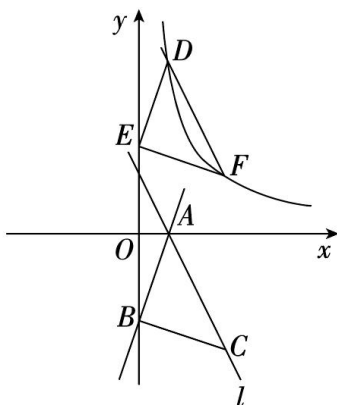
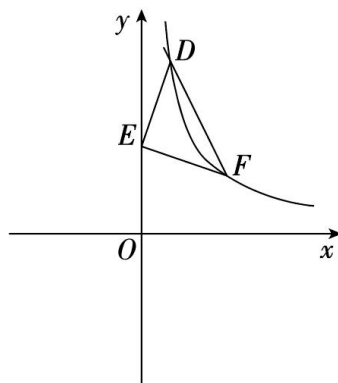


图2



备用图

(1) 求点 A 和点 C 的坐标;

(2) 如图 2, 将 $\triangle ABC$ 以每秒 3 个单位的速度沿 y 轴向上平移 t 秒, 若存在某一时刻 t , 使 A 、 C 两点的对应点 D 、 F 恰好落在某反比例函数的图象上, 此时点 B 对应点 E , 求出此时 t 的值;

(3) 在 (2) 的情况下, 若点 P 是 x 轴上的动点, 是否存在这样的点 Q , 使得以 P 、 Q 、 E 、 F 四个点为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出符合题意的点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $A(1, 0)$, $C(3, -4)$

(2) $t = 2s$

(3) 存在, 点 Q 的坐标为 $(2, -1)$ 或 $(4, -1)$ 或 $(\sqrt{6}, 1)$ 或 $(-\sqrt{6}, 1)$ 或 $Q(\frac{7}{3}, 5)$.

【分析】 (1) 过点 C 作 $CH \perp y$ 轴于点 H , 利用 AAS 证明 $\triangle AOB \cong \triangle BHC$, 得 $BH = AO = 1$, $CH = BO$, 设 $OB = a$, 则 $OH = a + 1$, 从而得出点 C 的坐标, 代入直线解析式即可;

(2) 根据平移的性质表示出 D 、 F 的坐标, 再利用反比例函数图象上点的坐标的特征得出方程即可;

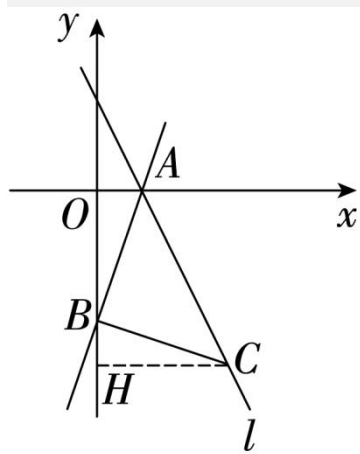
(3) 由 (2) 知 $E(0, 3)$, $F(3, 2)$, 设 $P(b, 0)$, 根据对角线进行分类, 利用两点之间的距离公式列出方程, 解方程可得答案.

【详解】(1) 解: $\because y = -2x + 2$ 与 x 轴交于点 A ,

$\therefore 0 = -2x + 2$, 得 $x = 1$,

$\therefore$ 点 $A(1, 0)$;

过点 C 作 $CH \perp y$ 轴于点 H ,



$\therefore \angle CHB = \angle BOA = 90^\circ$,

$\because$ 将直线 l 绕着点 A 顺时针旋转 45° 后, 与 y 轴交于点 B ,

$\therefore \angle BAC = 45^\circ$,

又 $\because BC \perp AB$,

$\therefore \angle BAC = \angle ACB = 45^\circ$,

$\therefore AB = BC$,

$\because \angle OBA + \angle OAB = 90^\circ$, $\angle OBA + \angle CBH = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAB = \angle CBH$,

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle BHC$ 中
$$\begin{cases} \angle AOB = \angle BHC \\ \angle OAB = \angle HBC, \\ AB = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle BHC$ (AAS),

$\therefore BH = AO = 1$, $CH = BO$,

设 $OB = a$, 则 $OH = a + 1$,

$\therefore$ 点 $C(a, -a - 1)$,

$\because$ 点 C 在直线 l 上,

$\therefore -a - 1 = -2a + 2$,

$$\therefore a=3,$$

$$\therefore C(3, -4);$$

(2) 解: 将 $\triangle ABC$ 以每秒 3 个单位的速度沿 y 轴向上平移 t 秒,

$$A(1, 0), B(0, -3), C(3, -4),$$

$$\therefore \text{点 } D(1, 3t), \text{点 } E(0, -3+3t), \text{点 } F(3, -4+3t),$$

$\because$ 点 A 、 C 两点的对应点 D 、 F 正好落在某反比例函数的图象上,

$$\therefore 1 \times 3t = 3 \times (-4+3t),$$

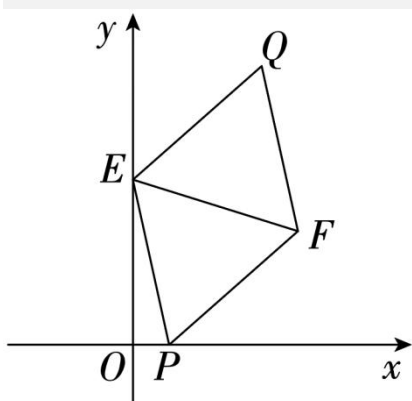
$$\therefore t=2;$$

(3) 解: 由 (2) 知 $E(0, 3), F(3, 2)$,

设 $P(b, 0)$,

$$\text{则 } EF^2 = (3-0)^2 + (2-3)^2 = 10, PF^2 = (3-b)^2 + 2^2, PE^2 = b^2 + 3^2,$$

当 EF 为对角线时, 则 $PE=PF$, 即 $PE^2 = PF^2$,



$$\therefore (3-b)^2 + 2^2 = b^2 + 3^2,$$

$$\text{解得: } b = \frac{2}{3},$$

$$\therefore P\left(\frac{2}{3}, 0\right),$$

点 $P\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ 向左平移 $\frac{2}{3}$ 个单位、向上平移 3 个单位到 $E(0, 3)$,

$\therefore$ 点 $F(3, 2)$ 向左平移 $\frac{2}{3}$ 个单位、向上平移 3 个单位到 $Q\left(3-\frac{2}{3}, 2+3\right)$,

$$\therefore Q\left(\frac{7}{3}, 5\right);$$

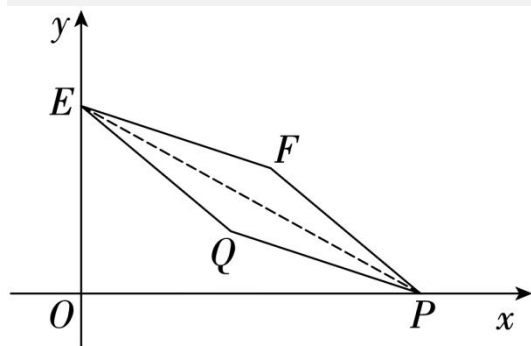
当 EP 为对角线时, 则 $EF=PF$, 即 $EF^2 = PF^2$,

$$\therefore (3-b)^2 + 2^2 = 10,$$

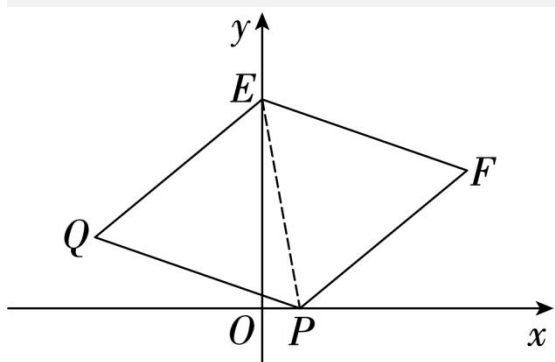
解得: $b = \sqrt{6} + 3$ 或 $-\sqrt{6} + 3$,

$\therefore P (\sqrt{6} + 3, 0)$ 或 $(-\sqrt{6} + 3, 0)$,

当 $P (\sqrt{6} + 3, 0)$ 时, 同理得 $Q (\sqrt{6}, 1)$;



当 $P (-\sqrt{6} + 3, 0)$ 时, 同理得 $Q (-\sqrt{6}, 1)$;



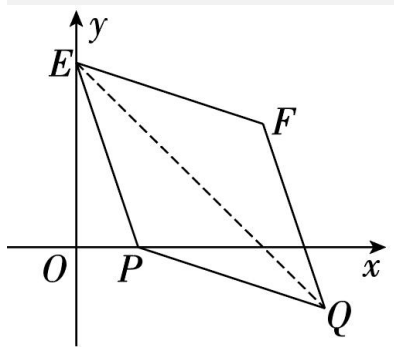
当 EQ 为对角线时, 则 $EF = PF$, 即 $EF^2 = PF^2$,

$$\therefore b^2 + 3^2 = 10,$$

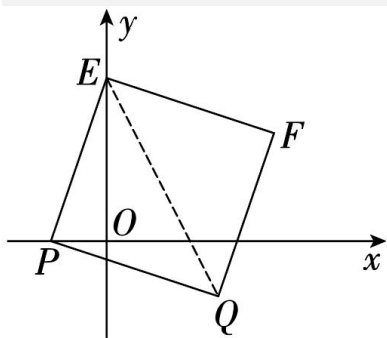
解得: $b = 1$ 或 -1 ,

$\therefore P (1, 0)$ 或 $(-1, 0)$,

当 $P (1, 0)$ 时, 同理得 $Q (4, -1)$;



当 $P (-1, 0)$ 时, 同理得 $Q (2, -1)$;



综上所述：点 Q 的坐标为 $(2, -1)$ 或 $(4, -1)$ 或 $(\sqrt{6}, 1)$ 或 $(-\sqrt{6}, 1)$ 或 $Q(\frac{7}{3}, 5)$.

【点睛】 本题是反比例函数综合题，主要考查了函数图象上点的坐标的特征，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定与性质，平移的性质，勾股定理，菱形的性质等知识，运用方程思想是解题的关键.