

2025 学年第二学期期末诊断练习

八年级数学（学科） 试卷

考试分值：100 分 考试时间：90 分钟

一、选择题（本题共 6 小题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 若关于变量 x, y 的函数 $y = -4x + a + 3$ 是正比例函数，则 a 的值为（ ）

- A. -3 B. 3 C. -4 D. 4

【答案】A

【解析】

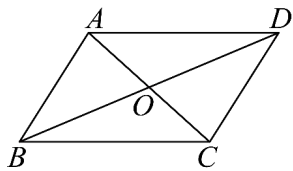
【分析】根据正比例函数的定义得到常数项为 0，列方程求解即可得到 a 的值

【详解】解：∵ 函数 $y = -4x + a + 3$ 是正比例函数

∴ 函数的常数项满足 $a + 3 = 0$

解得 $a = -3$

2. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC, BD 相交于点 O ，下列条件能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的是（ ）



- A. $\angle ABC = \angle ADC$ B. $AC = BD$
C. $AC \perp BD$ D. $OA = OC, OB = OD$

【答案】D

【解析】

【分析】由平行四边形的判定定理逐项验证即可.

【详解】解：A、当 $\angle ABC = \angle ADC$ 时，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

B、当 $AC = BD$ 时，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

C、当 $AC \perp BD$ 时，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

D、当 $OA = OC, OB = OD$ 时，由对角线互相平分的四边形是平行四边形即可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，符合题意.

3. 将一次函数 $y = 2x + m$ 的图象向下平移 3 个单位长度, 若平移后的一次函数图象经过点 $(2, -1)$, 则 m 的值为 ()

- A. 2 B. -2 C. 8 D. -8

【答案】 B

【解析】

【分析】 先根据一次函数图象平移的规律得到平移后的解析式, 再利用待定系数法代入已知点的坐标即可求解

【详解】 解: 将一次函数 $y = 2x + m$ 向下平移 3 个单位长度,
根据平移规律可得平移后的解析式为: $y = 2x + m - 3$

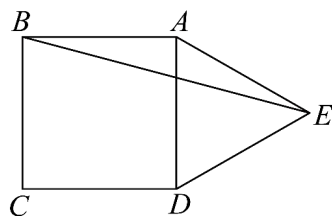
$\because$ 平移后的函数图象经过点 $(2, -1)$

$\therefore$ 将 $x = 2, y = -1$ 代入解析式得: $-1 = 2 \times 2 + m - 3$

整理得: $-1 = 1 + m$

解得: $m = -2$

4. 如图, 在正方形 $ABCD$ 的外侧, 作等边 $\triangle ADE$, 则 $\angle BED$ 为 ()



- A. 15° B. 20° C. 22.5° D. 45°

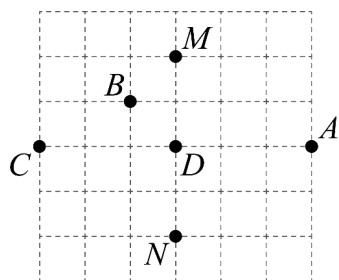
【答案】 D

【解析】

【分析】 先根据正方形、等边三角形的性质, 得出 $\angle BAE = 150^\circ$, $AB = AE$, 结合三角形内角和, 列式计算, 即可作答.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle ADE$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle BAD = 90^\circ$, $\angle DAE = 60^\circ$, $AB = AD$, $AD = AE$,
 $\therefore \angle BAE = 150^\circ$, $AB = AE$,
 $\therefore \angle AEB = \angle ABE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$,
 $\therefore \angle BED = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$.

5. 如图，小伙伴们玩藏宝游戏，藏宝图上有几句话：一号宝藏在坐标为 $(3,2)$ 的点 M 处，二号宝藏在坐标为 $(3,-2)$ 的点 N 处，三号宝藏在坐标为 $(0,0)$ 处，则三号宝藏在（ ）



- A. 点 A 处 B. 点 B 处 C. 点 C 处 D. 点 D 处

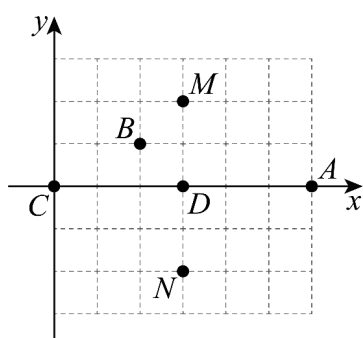
【答案】C

【解析】

【分析】直接利用已知点坐标得出原点位置，进而建立平面直角坐标系，进而得出藏宝位置.

【详解】解： $\because$ 一号宝藏在坐标为 $(3,2)$ 的点 M 处，二号宝藏在坐标为 $(3,-2)$ 的点 N 处，

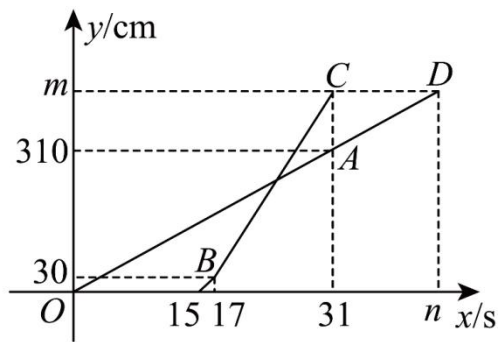
$\therefore$ 建立平面直角坐标系，如图所示：



$\therefore$ 三号宝藏在坐标为 $(0,0)$ 处，

$\therefore$ 三号宝藏在点 C 处.

6. 随着人工智能的发展，智能机器人送餐成为时尚. 某餐厅的机器人聪聪和慧慧，它们从厨房门口出发，准备给客人送餐，聪聪比慧慧先出发，且速度保持不变，慧慧出发一段时间后将速度提高到原来的2倍. 设聪聪行走的时间为 $x(s)$ ，聪聪和慧慧行走的路程分别为 $y_1(cm)$ ， $y_2(cm)$ ， y_1 ， y_2 关于 x 的函数图象如图所示，则下列说法不正确的是（ ）



- A. 聪聪的速度为 10cm/s B. 慧慧比聪聪晚出发 15s
C. 客人距离厨房门口 400cm D. 从聪聪出发直至送餐结束，共需 45s

【答案】 C

【解析】

【分析】 运用路程除以时间等于速度，得出聪聪的速度为 10cm/s ；根据图象信息，得出慧慧比聪聪晚出发 15s ，结合速度、路程、时间之间的关系，求出慧慧一开始的速度，再结合速度变化，；列式计算得出客人距离厨房门口 450cm ，结合速度、路程、时间之间的关系求出从聪聪出发直至送餐结束，共需 45s ，即可求解.

【详解】 解： A、聪聪的速度为 $310 \div 31 = 10(\text{cm/s})$ ，故 A 选项不符合题意；

B、由图象可得，慧慧比聪聪晚出发 15s ，故 B 选项不符合题意；

C、慧慧一开始的速度为： $30 \div (17 - 15) = 15(\text{cm/s})$ ，当速度提高到原来的 2 倍时，为 30cm/s ，则后一段行走了 $30 \times (31 - 17) = 420(\text{cm})$ ，则客人距离厨房门口为 $420 + 30 = 450(\text{cm})$ ，故 C 选项符合题意，

D、由 C 选项得出 $m = 450$ ，则 $450 \div 10 = 45(\text{s})$ ，即从聪聪出发直至送餐结束，共需 45s ，故 D 选项不符合题意.

二、填空题 (本题共 12 小题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 已知点 $A(-3, m)$ ，在函数 $y = -x - 6$ 的图像上，则 $m =$ _____.

【答案】

-3

【解析】

【分析】 利用一次函数图象上点的坐标特征，点在函数图象上则坐标满足函数解析式，将点 A 的坐标代入解析式即可计算出 m 的值.

【详解】 解： $\because$ 点 $A(-3, m)$ 在函数 $y = -x - 6$ 的图象上

∴ 将 $A(-3, m)$ 代入 $y = -x - 6$

得 $m = -(-3) - 6 = -3$.

8. 一次函数 $y = 5x - 3$ 的图像在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 先根据一次函数的解析式判断出 b 的值，再根据一次函数的性质进行解答；

【详解】 解：∵ 一次函数 $y = 5x - 3$ 中 $b = -3$,

∴ 此函数图像在 y 轴上的截距是 -3 .

9. 已知一次函数 $y = -2x - 3$ ，其图像不经过第_____象限.

【答案】 一

【解析】

【分析】 根据一次函数图象的性质，通过 k 和 b 的符号判断图象经过的象限，即可得到图象不经过的象限.

【详解】 解：∵ 一次函数 $y = -2x - 3$ 中 $k = -2 < 0$,

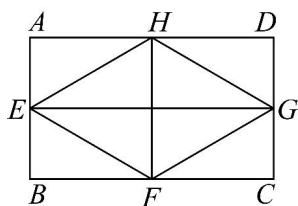
∴ 图象过第二，四象限，

∵ $b = -3 < 0$,

∴ 图象与 y 轴负半轴相交，即图象过第三象限，

∴ 图象过第二，三，四象限，不经过第一象限.

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E ， F ， G ， H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，则四边形 $EFGH$ 是_____形.

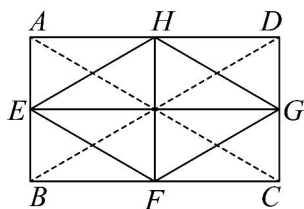


【答案】 菱

【解析】

【分析】 连接 BD , AC 根据中位线定理， EH 平行且等于 $\frac{1}{2}BD$ ， FG 平行且等于 $\frac{1}{2}BD$ ，所以 EH 平行且等于 FG ， $EF = FG = HG = EH$ ，所以四边形 $EFGH$ 是菱形.

【详解】 连接 BD ， AC



$\because$ E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore$ EH 平行且等于 $\frac{1}{2}$ BD, FG 平行且等于 $\frac{1}{2}$ BD,

$\therefore$ EH 平行且等于 FG,

同理 EF 平行且等于 HG,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore$ AC=BD

$\therefore$ EF=FG=HG=EH

$\therefore$ 四边形 EFGH 是菱形.

故答案为菱形

【点睛】 本题考查了平行四边形的判定和三角形的中位线定理，三角形的中位线的性质定理，为证明线段相等和平行提供了依据.

11. 中国乒乓球选手马龙、樊振东在力量、速度、技巧、发球、防守、经验六个方面表现非常出色，能力值达到了满格，被称为六边形战士. 请问六边形的内角和为_____.

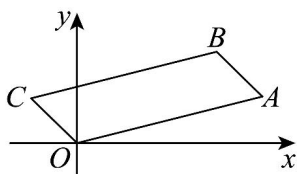
【答案】 720° ## 720 度

【解析】

【分析】 利用多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ ，其中 n 为多边形的边数求解即可.

【详解】 解： 将 $n=6$ 代入多边形内角和公式为 $(n-2) \times 180^\circ$ 可得： $(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$.

12. 如图，四边形 $OABC$ 是平行四边形，点 A , B 的坐标分别为 $(4,1)$, $(3,2)$ ，则点 C 的坐标为_____.



【答案】 $(-1,1)$

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质可得 $AB \parallel OC$ ， $AB=OC$ ， 先求得 A 到 B 的平移方式， 即可求解.

【详解】解：∵ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel OC, AB = OC,$$

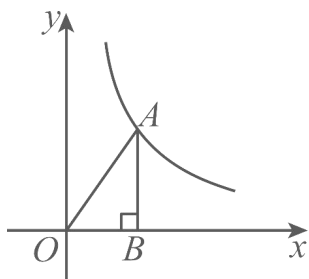
∵ 点 A, B 的坐标分别为 $(4,1), (3,2)$

∴ 将 A 向左平移 1 个单位，向上平移 1 个单位得到 B

∴ 将 O 向左平移 1 个单位，向上平移 1 个单位得到 C ，即 $C(-1,1)$

13. 如图，点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的一点， AB 垂直于 x 轴，垂足为 B ， $\triangle OAB$ 的面积为 6. 若

点 $P(a,3)$ 也在此函数的图象上，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】4

【解析】

【分析】根据反比例函数 k 的几何意义： $|k| = OB \cdot OA = 2S_{\triangle OAB}$ ，求出系数 k ，再代入点 P 的坐标即可求出 a .

【详解】解：∵ $S_{\triangle OAB} = 6$,

$$\therefore \frac{1}{2}|k| = 6,$$

由图可知， $k > 0$,

$$\therefore k = 12,$$

$$\therefore \text{反比例函数为 } y = \frac{12}{x},$$

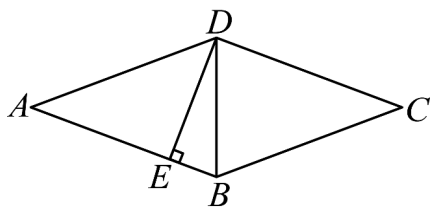
∵ 点 $P(a,3)$ 也在此函数的图象上，

$$\therefore 3a = 12,$$

$$\therefore a = 4.$$

14. 图，在菱形 $ABCD$ 中，已知 $AD = 5$ ， $DE \perp AB$ 交 AB 于点 E ，且 $DE = 3$ ，则线段 BE 的长为

 .



【答案】1

【解析】

【分析】由菱形的性质得到 $AB = AD = 5$ ，由 $DE \perp AB$ ， $DE = 3$ ，利用勾股定理可求出

$$AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = 4, \text{ 进而可得 } BE = AB - AE = 1.$$

【详解】解：∵ 在菱形 $ABCD$ 中， $AD = 5$ ，

$$\therefore AB = AD = 5,$$

∵ 由 $DE \perp AB$ ， $DE = 3$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore BE = AB - AE = 5 - 4 = 1.$$

15. 定义 $[p, q]$ 为一次函数 $y = px + q$ 的特征数，若点 $(1, 4)$ 在特征数是 $[3, m-2]$ 的一次函数上，则 m 的值是_____.

【答案】3

【解析】

【分析】根据特征数的定义得到对应一次函数的解析式，再利用一次函数图象上点的坐标满足函数解析式，代入点的坐标计算得到 m 的值.

【详解】解：由题意得，特征数 $[3, m-2]$ 对应的一次函数为 $y = 3x + (m-2)$ ，

∵ 点 $(1, 4)$ 在该一次函数图象上，

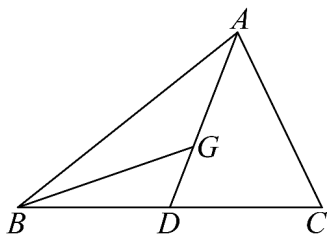
∴ 将 $x = 1, y = 4$ 代入函数解析式得，

$$4 = 3 \times 1 + m - 2$$

$$m + 1 = 4$$

解得 $m = 3$.

16. 如图，已知： G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $S_{\triangle ABC} = 12$ ，那么 $S_{\triangle GBD} =$ _____.



【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了三角形重心的性质，三角形的中线的性质，根据 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，得出 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，可得 $S_{\triangle ABD} = 6$ ，根据重心的性质可得 $\frac{AG}{GD} = 2$ ，即可得出 $S_{\triangle GBD}$ 。

【详解】 解： $\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore AD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中线， } \frac{AG}{GD} = 2,$$

$$\therefore \frac{GD}{AD} = \frac{1}{3},$$

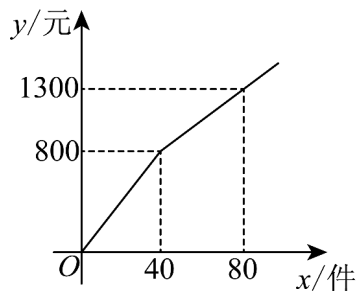
$$\therefore S_{\triangle ABC} = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle GBD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} = 2,$$

故答案为： 2.

17. 某商店以每件 13 元的价格购进某商品 100 件，售出部分商品后进行了降价销售，销售金额 y （元）与销售量 x （件）的函数关系如图所示，当销售量为 66 件时，销售金额为_____元.



【答案】 1125

【解析】

【分析】 求出函数解析式，把 66 代入求解即可；

【详解】 当 $x < 40$ 时，设函数解析式为 $y = mx$ ($m \neq 0$),

把点 $(40, 800)$ 代入可得： $800 = 40m$,

解得： $m = 20$,

$$\therefore y = 20x;$$

当 $x \geq 40$ 时, 设函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{把点 } (40, 800) \text{ 和点 } (80, 1300) \text{ 代入可得: } \begin{cases} 800 = 40k + b \\ 1300 = 80k + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{25}{2}, \\ b = 300 \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{25}{2}x + 300,$$

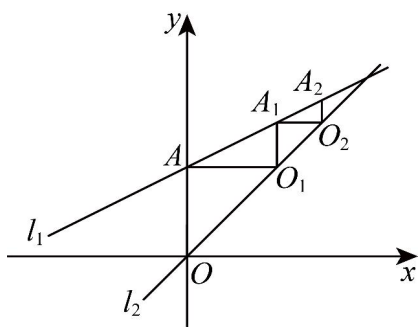
$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 的函数关系式为 } \begin{cases} y = 20x, x < 40 \\ y = \frac{25}{2}x + 300, x \geq 40 \end{cases},$$

$$\text{当 } x = 66 \text{ 时, } y = \frac{25}{2} \times 66 + 300 = 1125.$$

18. 《庄子·天下篇》记载“一尺之捶;日取其半,万世不竭.”如图,直线 $l_1: y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 y 轴交于点 A ,

过点 A 作 x 轴的平行线交直线 $l_2: y = x$ 于点 O_1 , 过点 O_1 作 y 轴的平行线交直线 l_1 于点 A_1 , 以此类推, 令

$OA = a_1, O_1A_1 = a_2, \dots, O_{n-1}A_{n-1} = a_n$, 则 $\triangle A_{2024}A_{2025}O_{2025}$ 的面积 = _____.



【答案】 $\frac{1}{2^{4050}}$

【解析】

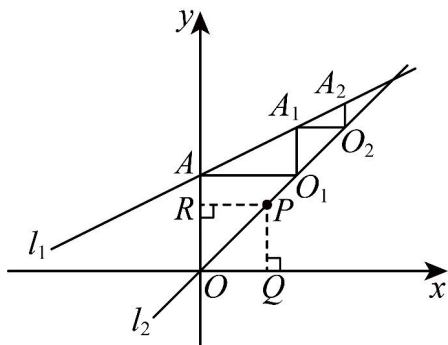
【分析】 本题考查了一次函数图象上的点的坐标特征, 探究以几何图形为背景的问题时, 解题的关键是: 一是要破解几何图形之间的关系, 二是实现线段长度和点的坐标的正确转换, 三是观察分析所得数据并找出数据之间的规律. 先由直线 $l_2: y = x$ 与 y 轴的夹角是 45° , 得出 $\triangle OAO_1, \triangle O_1A_1O_2, \dots$ 都是等腰

直角三角形. 得出 $OA = O_1A, O_1A_1 = O_2A_1, O_2A_2 = O_3A_2, \dots$, 得出点 O_1 的横坐标为 1, 得到当 $x = 1$ 时,

$$y = \frac{1}{2} \times 1 + 1 = \frac{3}{2}, \text{ 点 } A_1 \text{ 的坐标为 } (1, \frac{3}{2}), O_1A_1 = O_2A_1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}, \text{ 点 } O_2 \text{ 的横坐标 } 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}. \text{ 当 } x = \frac{3}{2} \text{ 时,}$$

$y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + 1 = \frac{7}{4}$. 得出点 A_2 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$, 以此类推, 最后得出结果.

【详解】解: 在第一象限内任取直线 $l_2: y = x$ 上一点 P , 过点 P 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为点 Q 、 R , 则 PQ 、 PR 分别代表点 P 的纵坐标与横坐标, 即有: $PQ = PR$, 则四边形 $PQOR$ 是正方形, OP 平分 $\angle ROQ$



$\therefore$ 直线 $l_2: y = x$ 与 y 轴的夹角是 45° ,

$\therefore \triangle OAO_1, \triangle O_1A_1O_2, \dots$ 都是等腰直角三角形.

$\therefore OA = O_1A, O_1A_1 = O_2A_1, O_2A_2 = O_3A_2, \dots$

令 $x = 0$, 代入直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 中得 $y = 1$, 得到点 A 的坐标为 $(0, 1)$,

$\therefore$ 点 O_1 的横坐标为 1,

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 1 + 1 = \frac{3}{2}$, 点 A_1 的坐标为 $(1, \frac{3}{2})$,

$\therefore O_1A_1 = O_2A_1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 点 O_2 的横坐标 $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + 1 = \frac{7}{4}$. 得出点 A_2 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$,

$\therefore O_3A_2 = O_2A_2 = \frac{7}{4} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{4}, \dots, \dots,$

以此类推, 得 $OA = a_1 = 1, O_1A_1 = a_2 = \frac{1}{2}, O_2A_2 = a_3 = \frac{1}{4}$,

$O_3A_3 = a_4 = \frac{1}{8}, \dots, O_{n-1}A_{n-1} = a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$,

当 $n = 2025$ 时得到: $O_{2024}A_{2024} = \frac{1}{2^{2024}}$,

$$n = 2026 \text{ 时得到: } O_{2025}A_{2025} = \frac{1}{2^{2025}},$$

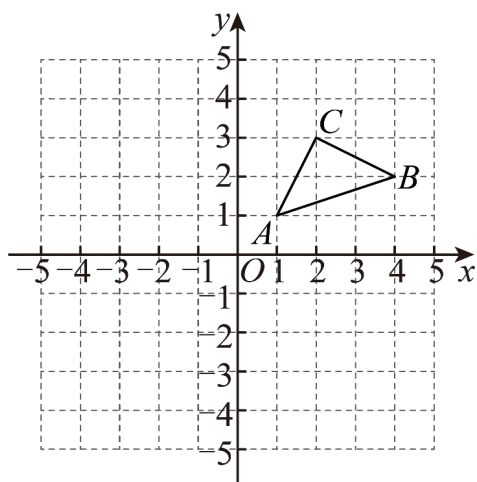
$$\therefore O_{2024}A_{2024} = O_{2025}A_{2024} = \frac{1}{2^{2024}},$$

$$\triangle A_{2024}A_{2025}O_{2025} \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^{2024}} \times \frac{1}{2^{2025}} = \frac{1}{2^{4050}}$$

故答案为: $\frac{1}{2^{4050}}$.

三、解答题 (本题共 7 小题, 满分 58 分)

19. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1,1)$ 、 $B(4,2)$ 、 $C(2,3)$.



- (1) 直接写出点 C 关于 y 轴对称的点 C' 坐标;
- (2) 在图中画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;

【答案】 (1) 点 C' 坐标为 $(-2,3)$

(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查平面直角坐标系中点与图形的轴对称变换, 核心知识点是关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标变化规律.

- (1) 根据关于 y 轴对称的点的坐标特征(纵坐标不变, 横坐标互为相反数), 直接写出点 C 的对称点坐标;
- (2) 先根据关于 x 轴对称的点的坐标特征(横坐标不变, 纵坐标互为相反数), 求出 $\triangle ABC$ 三个顶点的对称点坐标, 再依次连接各对称点得到对称图形.

【小问 1 详解】

解: 点 C 关于 y 轴对称的点 C' 坐标为 $(-2,3)$; 理由如下:

$$\because C(2,3),$$

$\therefore$ 点 C 关于 y 轴对称的点 C' 坐标为 $(-2, 3)$;

【小问 2 详解】

解: $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$, 如图 1 即为所求;

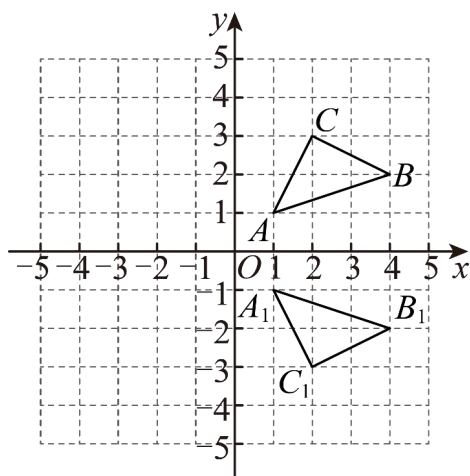


图1

20. 已知 y 与 $x-2$ 成正比例, 当 $x=3$ 时, $y=2$.

(1) 求 y 与 x 的函数表达式;

(2) 若点 $(5, m)$ 在 (1) 中的函数图象上, 请求出 m 的值.

【答案】 (1) $y = 2x - 4$

(2) $m = 6$

【解析】

【分析】 (1) 设 y 与 $x-2$ 的函数表达式为 $y = k(x-2)$, 把 $x=3$, $y=2$ 代入求解即可;

(2) 把 $(5, m)$ 代入 $y = 2x - 4$ 求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because y$ 与 $x-2$ 成正比例,

$\therefore$ 设 y 与 $x-2$ 的函数表达式为 $y = k(x-2) (k \neq 0)$,

把 $x=3$, $y=2$ 代入 $y = k(x-2)$, 得 $k(3-2) = 2$,

$\therefore k = 2$,

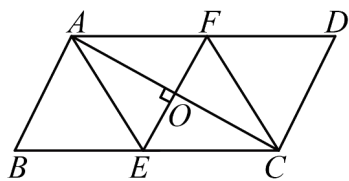
$\therefore y$ 与 x 的函数表达式为 $y = 2(x-2) = 2x - 4$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 $(5, m)$ 在 $y = 2x - 4$ 的函数图象上,

$$\therefore m = 2 \times 5 - 4 = 6.$$

21. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, AC 与 EF 相交于点 O , $BE = DF$, $\angle AOE = 90^\circ$, 连接 AE, FC . 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形.



【答案】

证明: $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = BC$,

即 $AF \parallel EC$,

又 $BE = DF$,

$$\therefore AF = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$\because \angle AOE = 90^\circ$, 即 $AC \perp EF$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形.

【解析】

【详解】证明: 略.

22. 问界 M6 纯电版汽车于 2026 年 4 月 22 日正式发售, 其中续航 600km 版本的 CLTC 综合续航里程约为 665km. 为了保护电池性能, 厂家建议: 当剩余续航里程低于 130km (对应电量约 20%) 时就需要及时充电, 保障电池寿命. 假设该车在以平均时速 100km/h 匀速行驶时, 剩余续航里程 y (km) 与行驶时间 x (h) 满足一次函数关系, 若出发时满电续航为 665km.

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式;

(2) 行驶多长时间后, 剩余续航达到充电提醒标准 (130km)

【答案】(1) $y = -100x + 665 (0 \leq x \leq 6.65)$

(2) 行驶 5.35 小时后, 剩余续航达到充电提醒标准.

【解析】

【小问 1 详解】

解: 设函数解析式为: $y = kx + b$,

当 $x = 0$ 时, $y = 665$, 代入得 $b = 665$,

$\therefore$ 汽车以平均时速 100km/h 匀速行驶, x 小时行驶的路程为 $100x\text{km}$,

$\therefore$ 函数解析式为: $y = -100x + 665 (0 \leq x \leq 6.65)$;

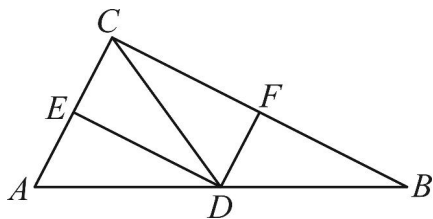
【小问 2 详解】

解: 令 $y = 130$, 代入解析式: $130 = -100x + 665$,

解得: $x = 5.35$,

所以行驶 5.35 小时后, 剩余续航达到充电提醒标准.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是中点, $AD = CD$, DE 平分 $\angle ADC$ 交 AC 于点 E , $\angle EDF = 90^\circ$, $\angle DFC = 90^\circ$.



(1) 求证: 四边形 $CEDF$ 是矩形;

(2) 若 $\angle A = 60^\circ$, $AC = 2$. 连接 BE , 求 BE 的长.

【答案】(1) 证明: $\because AD = CD$, DE 平分 $\angle ADC$,

$\therefore DE \perp AC$, 即 $\angle DEC = 90^\circ$,

$\because \angle EDF = 90^\circ$, $\angle DFC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是矩形;

(2)

BE 的长为 $\sqrt{13}$

【解析】

【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得 $\angle DEC = 90^\circ$, 再根据“有三个角是直角的四边形是矩形”即可证明;

(2) 先根据等腰三角形的性质得到 $AE = CE = 1$, 再根据含 30° 角的直角三角形的性质得到

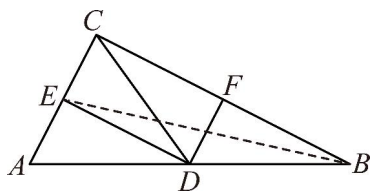
$AB = 2AC = 4$, 然后根据勾股定理得到 $BC = 2\sqrt{3}$, 再在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中利用勾股定理, 即可求解.

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

解: 如图所示,



$\therefore AD = CD$, $\angle DEC = 90^\circ$, $AC = 2$,

$\therefore AE = CE = 1$,

由 (1) 知, 四边形 $CEDF$ 是矩形,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

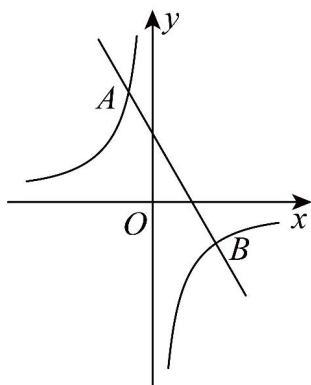
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$,

$\therefore AB = 2AC = 4$,

根据勾股定理得, $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 2\sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $BE = \sqrt{CE^2 + BC^2} = \sqrt{13}$.

24. 如图, 一次函数 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象交于 $A(-1, n)$, $B(3, -2)$ 两点.



- (1) 求一次函数和反比例函数的解析式;
- (2) 结合函数图象, 请直接写出 $kx + b - \frac{m}{x} > 0$ 的自变量的取值范围;
- (3) 若点 P 在 x 轴上, 且满足 $\triangle ABP$ 的面积等于 6, 请直接写出点 P 的坐标.

【答案】 (1) $y_1 = -2x + 4$, $y_2 = -\frac{6}{x}$

(2) $x < -1$ 或 $0 < x < 3$

(3) 点 P 的坐标为 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 或 $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$

【解析】

【分析】 本题考查一次函数和反比例函数相交的有关问题: 通常先求得反比例函数解析式; 较复杂三角形

的面积可被 x 轴或 y 轴分割为 2 个三角形的面积和.

(1) 根据点 B 坐标求出 m , 得到反比例函数解析式, 据此求出点 A 坐标, 再将 A , B 代入一次函数解析式;

(2) 根据图象求解即可;

(3) 设点 P 的坐标为 $(a, 0)$, 求出直线 AB 与 x 轴交点, 再结合 $\triangle ABP$ 的面积为 6 得到关于 a 的方程解之即可

【小问 1 详解】

解: 由题意可得, 点 $B(3, -2)$ 在反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象上,

$$\therefore -2 = \frac{m}{3}, \text{ 则 } m = -6,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y_2 = -\frac{6}{x},$$

$$\text{将 } A(-1, n) \text{ 代入 } y_2 = -\frac{6}{x}, \text{ 得 } n = -\frac{6}{-1} = 6,$$

$$\therefore A(-1, 6),$$

$$\text{将 } A(-1, 6), B(3, -2) \text{ 代入一次函数解析式中, 得 } \begin{cases} -2 = 3k + b \\ 6 = -k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y_1 = -2x + 4.$$

【小问 2 详解】

满足 $kx + b - \frac{m}{x} > 0$ 的自变量的取值范围是 $x < -1$ 或 $0 < x < 3$.

【小问 3 详解】

$\because$ 点 P 在 x 轴上,

$$\therefore \text{设点 } P \text{ 的坐标为 } (a, 0),$$

$$\because \text{一次函数的解析式为 } y_1 = -2x + 4, \text{ 令 } y = 0, \text{ 则 } x = 2,$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 与 } x \text{ 轴交于点 } (2, 0),$$

$$\text{由 } \triangle ABP \text{ 的面积为 } 6, \text{ 可得 } \frac{1}{2} \times (y_A - y_B) \times |a - 2| = 6,$$

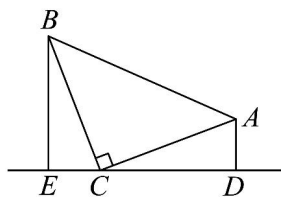
$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 8 \times |a - 2| = 6, \text{ 解得 } a = \frac{1}{2} \text{ 或 } a = \frac{7}{2},$$

$$\text{即点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, 0\right) \text{ 或 } \left(\frac{7}{2}, 0\right).$$

25. 探究下列问题:

【模型建立】

(1) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CB = CA$, 直线 ED 经过点 C , 过点 A 作 $AD \perp ED$ 于 D , 过点 B 作 $BE \perp ED$ 于 E . 求证: $AD = CE$;



【模型应用】

(2) 直线 $l_1: y = \frac{3}{4}x + 4$ 与 x, y 轴分别交于点 A, B , 将直线 l_1 绕点 B 顺时针旋转 45° 得到直线 l_2 , 求直线 l_2 的函数表达式;

【拓展探究】

(3) 一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 8$ 的图象与 x, y 轴分别交于点 A, B , 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象上, 若 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 请直接写出 k 的所有可能的值.

【答案】(1) 如图 1,

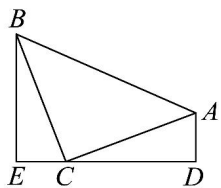


图1

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, CB = CA,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because AD \perp ED, BE \perp ED,$$

$$\therefore \angle D = \angle E = 90^\circ, \angle EBC + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle EBC,$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} \angle D = \angle E \\ \angle ACD = \angle EBC, \\ CA = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (AAS)$$

$$\therefore AD = CE;$$

$$(2) \quad y = -\frac{1}{7}x + 4$$

$$(3) \quad -\frac{1792}{9} \text{ 或 } -\frac{448}{3} \text{ 或 } -\frac{784}{9}$$

【解析】

【分析】(1) 根据 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $AD \perp ED$, $BE \perp ED$, 可判定 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$, 从而得结论;

(2) 根据 $\triangle ADC \cong \triangle BOA$, 求得 $C(-7, 3)$, 最后运用待定系数法求直线 l_2 的函数表达式;

(3) 根据 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形分三种情况: 以 A, B, C 三个顶点为直角顶点, 作辅助线构建三角形全等可得点 C 的坐标, 根据 $k = xy$ 可得结论.

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

解: $\because$ 直线 $y = \frac{3}{4}x + 4$ 的图象与 x, y 轴分别交于点 A, B , 当 $x = 0$ 时, $y = 4$, 当 $y = 0$ 时, $x = -\frac{16}{3}$,

$$\therefore A\left(-\frac{16}{3}, 0\right), B(0, 4),$$

如图 2,

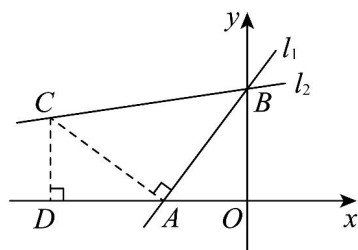


图2

过点 A 作 $AC \perp AB$ 交直线 l_2 于点 C , 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴,

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle AOB$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle ABO \\ \angle CDA = \angle BOA, \\ AC = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BOA (\text{AAS}),$$

$$\therefore CD = AO = \frac{16}{3}, \quad AD = BO = 4,$$

$$\therefore OD = OA + AD = \frac{16}{3} + 4 = \frac{28}{3},$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } \left(-\frac{28}{3}, \frac{16}{3}\right),$$

设 l_2 的解析式为 $y = kx + b$ ，将 B ， C 点坐标代入，

$$\text{得 } \begin{cases} \frac{16}{3} = -\frac{28}{3}k + b \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{7} \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore l_2 \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{1}{7}x + 4;$$

【小问 3 详解】

解：分三种情况：

①如图 3， $\angle CAB = 90^\circ$ ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于 E ，

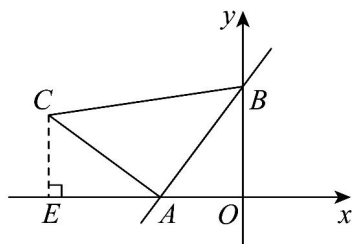


图3

当 $x = 0$ 时， $y = 8$ ，

当 $y = 0$ 时， $\frac{3}{4}x + 8 = 0$ ，

$$\therefore x = -\frac{32}{3},$$

$$\therefore OA = \frac{32}{3}, \quad OB = 8.$$

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore AB = AC, \quad \angle BAC = 90^\circ,$$

由 (1) 同理可得 $\triangle CEA \cong \triangle AOB$ (AAS)，

$$\therefore CE = OA = \frac{32}{3}, \quad AE = OB = 8,$$

$$\therefore OE = OA + AE = \frac{32}{3} + 8 = \frac{56}{3},$$

$$\therefore C\left(-\frac{56}{3}, \frac{32}{3}\right),$$

$$\therefore k = -\frac{56}{3} \times \frac{32}{3} = -\frac{1792}{9};$$

②如图 4, $\angle ABC = 90^\circ$, 过点 C 作 $CF \perp y$ 轴于 F ,

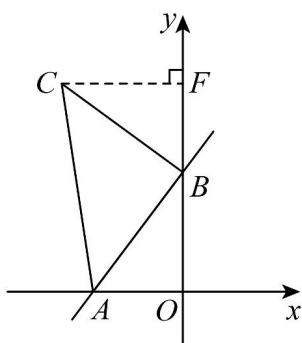


图4

由 (1) 同理可得 $\triangle CFB \cong \triangle BOA$ (AAS),

$$\therefore CF = OB = 8, \quad BF = OA = -\frac{32}{3},$$

$$\therefore C(-8, \frac{56}{3}),$$

$$\therefore k = -8 \times \frac{56}{3} = -\frac{448}{3};$$

③如图 5, $\angle ACB = 90^\circ$, 过点 C 作 $CH \parallel y$ 轴, 过点 C 作 $CG \parallel x$ 轴,

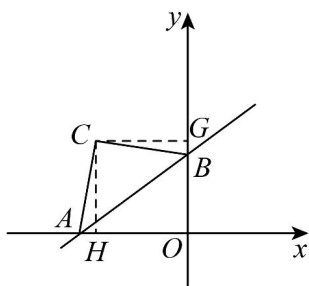


图5

由 (1) 同理可得 $\triangle CGB \cong \triangle CHA$ (AAS),

$$\therefore CG = CH, \quad BG = AH,$$

设 $AH = m$,

$$\text{则 } CG = OH = \frac{32}{3} - m, \quad CH = OG = 8 + m,$$

$$\therefore \frac{32}{3} - m = 8 + m,$$

$$\therefore m = \frac{4}{3},$$

$$\therefore C\left(-\frac{28}{3}, \frac{28}{3}\right),$$

$$\therefore k = -\frac{28}{3} \times \frac{28}{3} = -\frac{784}{9}.$$

综上, k 的所有可能的值是 $-\frac{1792}{9}$ 或 $-\frac{448}{3}$ 或 $-\frac{784}{9}$.