

2025-2026 学年八年级数学下学期期末押题卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 下列哪一组度数可以作为一个三角形的三个外角 ()
- A. $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ B. $30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$
C. $70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ D. $110^\circ, 120^\circ, 130^\circ$

【答案】D

【分析】利用三角形外角和为 360° 的性质, 计算各选项三个角度数的和, 和为 360° 即为符合要求的选项.

【详解】解: A 选项: $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ \neq 360^\circ$, 不符合要求.

B 选项: $30^\circ + 40^\circ + 50^\circ = 120^\circ \neq 360^\circ$, 不符合要求.

C 选项: $70^\circ + 80^\circ + 90^\circ = 240^\circ \neq 360^\circ$, 不符合要求.

D 选项: $110^\circ + 120^\circ + 130^\circ = 360^\circ$, 符合要求.

2. 若函数 $y = (k+3)x + |k| - 3$ 是 y 关于 x 的正比例函数, 则 k 应满足的条件为 ()
- A. $k \neq 3$ B. $k \neq -3$ C. $k = 3$ D. $k = -3$

【答案】C

【分析】根据正比例函数的定义得到 $k+3 \neq 0$, $|k| - 3 = 0$, 然后求解即可.

【详解】解: $\because$ 函数 $y = (k+3)x + |k| - 3$ 是 y 关于 x 的正比例函数,

$\therefore k+3 \neq 0, |k| - 3 = 0,$

$\therefore k \neq -3, k = \pm 3,$

$$\therefore k = 3.$$

3. 若点 $(1, m)$ 关于 x 轴对称的点在第四象限, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 1$ B. $m > 0$ C. $m > -1$ D. $-1 < m < 0$

【答案】B

【分析】先根据关于 x 轴对称的点的坐标规律得到对称点坐标, 再结合第四象限点的坐标特征列不等式求解 m 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 关于 x 轴对称的点横坐标不变, 纵坐标互为相反数,

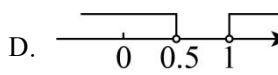
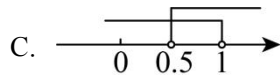
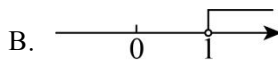
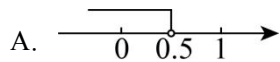
$\therefore$ 点 $(1, m)$ 关于 x 轴对称的点坐标为 $(1, -m)$,

$\because$ 第四象限内点的纵坐标小于0, 该对称点在第四象限,

$$\therefore -m < 0,$$

$$\therefore m > 0.$$

4. 在平面直角坐标系中, 若点 $P(-1+2x, x-1)$ 在第四象限, 则 x 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



【答案】C

【分析】根据第四象限内点的坐标符号特点列出关于 x 的不等式组, 然后求解即可.

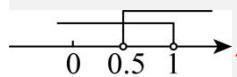
【详解】解: $\because$ 点 $P(-1+2x, x-1)$ 在第四象限,

$$\therefore \begin{cases} -1+2x > 0 \text{ ①} \\ x-1 < 0 \text{ ②} \end{cases},$$

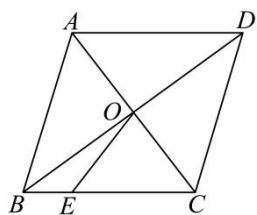
解不等式①, 得: $x > \frac{1}{2}$,

解不等式②, 得: $x < 1$,

数轴表示如下:



5. 如图, 在边长为5的菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 在 BC 上, $\angle OEC = \angle ACD$. 若 $AC = 6$, 则 BE 的长为 ()



A. 2.5

B. $\frac{18}{5}$

C. $\frac{17}{5}$

D. $\frac{7}{5}$

【答案】 D

【分析】 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于点 F ，由勾股定理得 $OB = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，再求得 $OE = OC = 3$ ，再用面积法和勾股定理求解即可.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，边长为 5, $AC = 6$ ，对角线交于点 O

$$\therefore AC \perp BD, OC = \frac{1}{2}AC = 3, BC = 5$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BOC \text{ 中, 由勾股定理得 } OB = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore AC$ 平分 $\angle BCD$ ，即 $\angle ACD = \angle ACB$

$$\therefore \angle OEC = \angle ACD$$

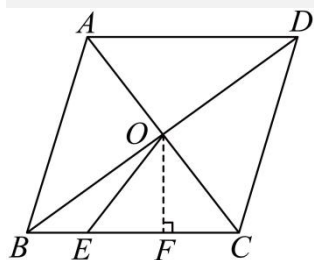
$$\therefore \angle OEC = \angle ACB$$

$\because$ 点 E 在 BC 上， $\angle ACB$ 与 $\angle OCE$ 是同一个角

$$\therefore \angle OEC = \angle OCE$$

$\therefore \triangle OEC$ 是等腰三角形， $OE = OC = 3$

过点 O 作 $OF \perp BC$ 于点 F



$\because \triangle OEC$ 是等腰三角形， $OE = OC, OF \perp EC$

$\therefore F$ 是 EC 的中点，即 $EC = 2FC$

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中，利用面积法求斜边上的高 OF ：

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times OB \times OC = \frac{1}{2} \times BC \times OF$$

$$\therefore OF = \frac{OB \times OC}{BC} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$$

在 $Rt\triangle OFC$ 中，由勾股定理得：

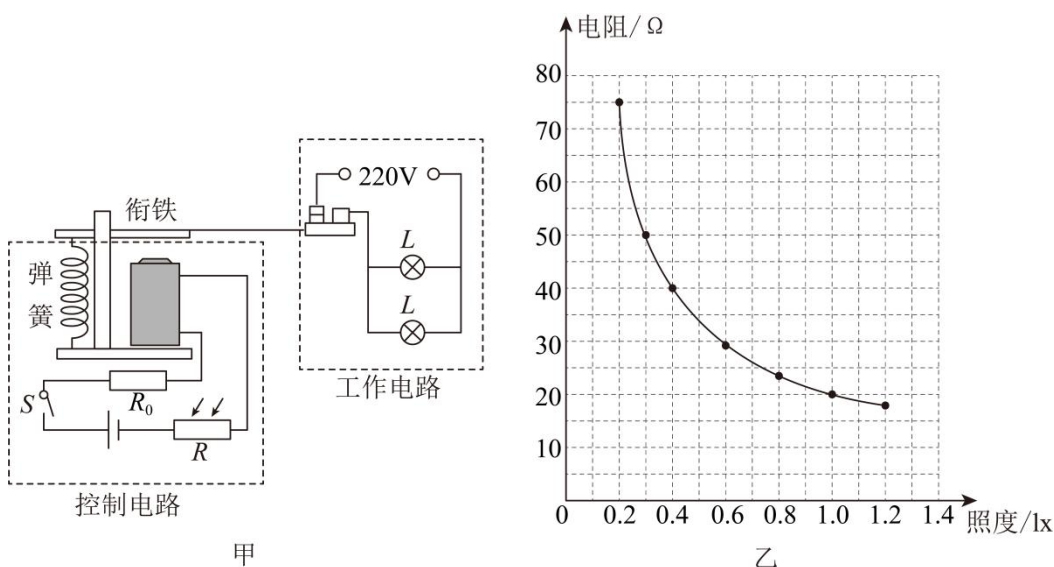
$$FC = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \sqrt{9 - \frac{144}{25}} = \sqrt{\frac{225 - 144}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$$

$$\therefore EC = 2FC = 2 \times \frac{9}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\therefore BE = BC - EC$$

$$\therefore BE = 5 - \frac{18}{5} = \frac{25 - 18}{5} = \frac{7}{5}$$

6. 智能物联给我们的生活提供了诸多便利，如图甲是一个智能照明灯的工作原理图。工作电路中灯泡 L 的规格均为“220 V 44 W”；控制电路中的电源电压大小可调，R 是光敏电阻，其阻值随光照强度（光照强度的单位为 lx，光越强光照强度越大）变化的图像如乙图所示。当天色变暗，光敏电阻 R 上的光照强度小于或等于 0.3 lx 时，工作电路启动，电灯 L 发光。电磁铁线圈的电阻忽略不计。电流（I），电压（U）和电阻（R）之间的关系为 $I = \frac{U}{R}$ ，则以下说法错误的是（ ）



- A. 当天色变暗，光敏电阻 R 的阻值将变大
- B. 光照强度与光敏电阻的关系不是反比例关系
- C. 当工作电路启动，光敏电阻 R 的阻值为 50 Ω
- D. 当天色逐渐变暗时，控制电路中的电流将增大

【答案】D

【详解】A：当天色变暗，光照强度减小，此时电阻变大，故 A 说法正确，不符合题意；

B: 当光照强度为 0.2 时, 电阻为 80, 当光照强度为 1 时, 电阻为 20, $0.2 \times 80 \neq 1 \times 20$, 因此光照强度与光敏电阻的关系不是反比例关系, 故 B 说法正确, 不符合题意;

C: 当光照强度为 0.3 时, 电阻为 50, 故 C 说法正确, 不符合题意;

D: 光照强度降低时, 电阻变大, 因此在 $I = \frac{U}{R}$ 中, I 会变小, 故 D 说法错误, 符合题意.

第 II 卷

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 已知一个多边形的内角和是它的外角和的 3 倍, 这个多边形的边数是_____.

【答案】 8

【分析】 设这个多边形的边数为 n , 根据题目给出的内角和与外角和的倍数关系列出方程求解即可.

【详解】 解: 设这个多边形的边数为 n , 任意多边形的外角和为 360° , n 边形内角和公式为 $(n-2) \times 180^\circ$,

由题意得: $(n-2) \times 180^\circ = 3 \times 360^\circ$,

解得 $n = 8$.

8. 如果每盒圆珠笔有 12 支, 每盒的售价是 36 元, 那么圆珠笔的销售额 y (元) 与销售量 x (支) 之间的函数解析式为_____.

【答案】 $y = 3x$

【分析】 先求出单支圆珠笔的单价, 再根据销售额等于单价乘以销售量的等量关系列出函数解析式.

【详解】 解: 由题意可知, 每盒 12 支圆珠笔售价 36 元,

$\therefore$ 单支圆珠笔的单价为 $36 \div 12 = 3$ 元,

$\therefore$ 圆珠笔的销售额 y (元) 与销售量 x (支) 之间的函数解析式为 $y = 3x$.

9. 在平面直角坐标系中, 点 A 先向左移动 2 个单位长度, 再向上移动 4 个单位长度后的坐标 A' 为 $(-1, -3)$, 则点 A 的坐标是_____.

【答案】 $(1, -7)$

【分析】 平移规律为横坐标左移减, 右移加, 纵坐标上移加, 下移减, 根据题意可知点

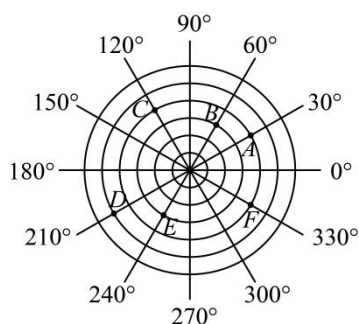
$A'(-1, -3)$ 先向右移动 2 个单位长度, 再向下移动 4 个单位长度后的坐标即为点 A 的坐标.

【详解】 $\because$ 点 A 先向左移动 2 个单位长度, 再向上移动 4 个单位长度后的坐标 A' 为 $(-1, -3)$,
 $\therefore$ 点 $A'(-1, -3)$ 先向右移动 2 个单位长度, 再向下移动 4 个单位长度后的坐标即为点 A 的坐标,

$\therefore A(-1+2, -3-4)$, 即 $A(1, -7)$.

故答案为: $(1, -7)$.

10. 如图所示为雷达探测到的 6 个目标, 若目标 B 用 $(30, 60^\circ)$ 表示, 目标 D 用 $(50, 210^\circ)$ 表示, 则目标 C 表示为_____.



【答案】 $(40, 120^\circ)$

【分析】根据题意, 得中心点为原点, 任意相邻的两个圆之间的距离相等, 都表示 10, 圆圈与直线的交点确定角度, 求解即可.

【详解】解: 根据题意, 得目标 B 用 $(30, 60^\circ)$ 表示, 目标 D 用 $(50, 210^\circ)$ 表示, 中心点为原点, 任意相邻的两个圆之间的距离相等, 都表示 10, 圆圈与直线的交点确定角度,

则目标 C 表示为 $(40, 120^\circ)$.

11. 已知 $y = (k-3)x + k^2 - 9$ 是关于 x 的正比例函数, 当 $x = -4$ 时, y 的值为_____.

【答案】24

【分析】根据正比例函数的定义, 解析式形如 $y = kx (k \neq 0)$ 的函数是正比例函数, 据此求出 k 的值, 得到函数解析式, 再代入 $x = -4$ 计算得到 y 的值.

【详解】解: $\because$ 函数 $y = (k-3)x + k^2 - 9$ 是关于 x 的正比例函数

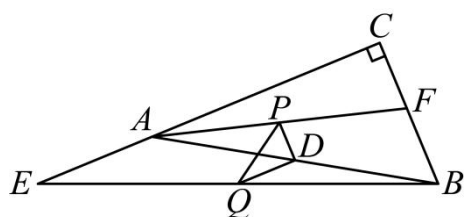
$\therefore k-3 \neq 0$, 且 $k^2 - 9 = 0$,

解得: $k = -3$,

$$\therefore y = -6x$$

当 $x = -4$ 时, $y = 24$.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, E 是 CA 延长线上一点, F 是 CB 上一点, $AE = 12$, $BF = 8$, P , Q , D 分别是 AF , BE , AB 的中点, 则 PQ 的长为_____.



【答案】 $2\sqrt{13}$

【分析】 先说明 PD 是 $\triangle AFB$ 的中位线, PQ 是 $\triangle AEB$ 的中位线可得

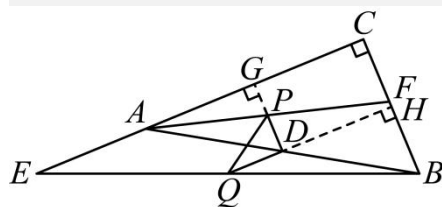
$PD \parallel BC, PD = 4, QD \parallel AC, QD = 6$, 易证 $\angle PDQ = 90^\circ$, 再利用勾股定理求解即可.

【详解】 解: $\because AE = 12$, $BF = 8$, P , Q , D 分别是 AF , BE , AB 的中点,

$\therefore PD$ 是 $\triangle AFB$ 的中位线, PQ 是 $\triangle AEB$ 的中位线,

$$\therefore PD \parallel BC, PD = \frac{1}{2}BF = 4, QD \parallel AC, QD = \frac{1}{2}AE = 6,$$

如图: 延长 DP 交 AC 于 G , 延长 QD 交 BC 于 H ,



$\because \angle C = 90^\circ$, $PD \parallel BC$, $QD \parallel AC$

$\therefore \angle DGC + \angle C = 90^\circ, \angle DHC + \angle C = 90^\circ$,

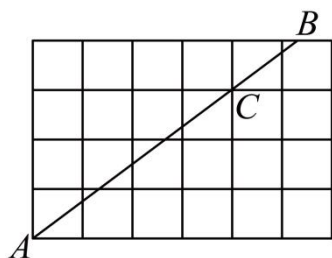
$\therefore \angle DGC = \angle C = \angle DHC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $DGCH$ 是矩形,

$\therefore \angle PDH = 90^\circ$, 即 $\angle PDQ = 90^\circ$

$$\therefore PQ = \sqrt{PD^2 + QD^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}.$$

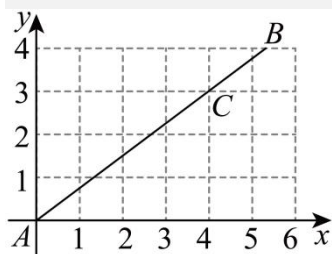
13. 如图, 网格图中每个小正方形的边长都等于 1. 经过网格点 A 和点 C 的一条直线, 把网格图分成了两部分. 则线段 AB 的长等于_____.



【答案】 $\frac{20}{3}$

【分析】因为网格中小正方形边长为 1，所以可先确定点 A 、 B 在网格中的坐标，利用勾股定理计算 AB 的长度.

【详解】解：以 A 为坐标原点 $(0,0)$ ，向右为 x 轴正方向，向上为 y 轴正方向，建立平面直角坐标系，每个小正方形边长为 1.



由图可知，网格点 C 的坐标为 $(4,3)$ ，

设直线 AC 的解析式为 $y = kx$ ，则 $3 = 4k$ ，

解得 $k = \frac{3}{4}$ ，

$\therefore$ 直线 AC 解析式为 $y = \frac{3}{4}x$.

由图可知， B 点的纵坐标为 4，

代入直线解析式得 $4 = \frac{3}{4}x$ ，

解得 $x = \frac{16}{3}$ ，

即 $B\left(\frac{16}{3}, 4\right)$.

$\therefore AB = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 4^2} = 4\sqrt{\frac{16}{9} + 1} = \frac{20}{3}$.

14. 反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上，横、纵坐标都是整数的点的个数是_____.

【答案】

【分析】根据反比例函数横纵坐标满足 $xy = -6$ ，找出所有使横纵坐标均为整数的 x 的取值，计算对应 y 后统计点的个数即可。

【详解】解：由 $y = -\frac{6}{x}$ 可得 $xy = -6$ ，

因为点的横纵坐标均为整数，所以 x 为 -6 的整数因数， x 的所有可能取值为 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ 。

分别计算对应 y 的值：

当 $x = 1$ 时， $y = -6$ ，符合要求；

当 $x = -1$ 时， $y = 6$ ，符合要求；

当 $x = 2$ 时， $y = -3$ ，符合要求；

当 $x = -2$ 时， $y = 3$ ，符合要求；

当 $x = 3$ 时， $y = -2$ ，符合要求；

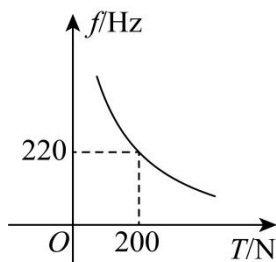
当 $x = -3$ 时， $y = 2$ ，符合要求；

当 $x = 6$ 时， $y = -1$ ，符合要求；

当 $x = -6$ 时， $y = 1$ ，符合要求。

综上，符合要求的点共有 8 个。

15. 钢琴调音时（将琴弦拧紧或放松，使其达到一定的音高），琴弦的振动频率 f (Hz) 是琴弦张力 T (N) 的反比例函数，其函数图象如图所示，若要使频率为 440 Hz（即达到标准音高 A4），则张力为 _____ N。



【答案】100

【分析】设反比例函数解析式为 $f = \frac{k}{T}$ ，将图象上已知点 $(200, 220)$ 代入求出 k 的值，确定函数解析式，再将 $f = 440$ 代入计算即可求解

【详解】解：设 f 与 T 的函数解析式为 $f = \frac{k}{T} (k \neq 0)$

由图象可知，函数图象经过点 $(200, 220)$

将 $T = 200, f = 220$ 代入 $f = \frac{k}{T}$, 得 $220 = \frac{k}{200}$

解得 $k = 44000$

$\therefore$ 函数解析式为 $f = \frac{44000}{T}$

当 $f = 440$ 时, $440 = \frac{44000}{T}$

解得 $T = 100$

检验, $T = 100$ 是原方程的解且符合题意

16. 根据如图所示的三个图所表示的规律依次数下去, 第 100 个图中平行四边形的个数_____.



【答案】 30300

【分析】找出一行中的平行四边形的个数, 再找出所有的行数, 由此找出第 n 个图中平行四边形的个数为 $3n(n+1)$ 是解题的关键. 首先发现第一个图中平行四边形的个数是 $1+2+3=6$ 个, 第二个图中平行四边形的个数是 $(1+2+3)(1+2)$, 第三个图中平行四边形的个数是 $(1+2+3)(1+2+3)$, ... 由此发现规律解答即可.

【详解】解: $\because$ 第一个图中平行四边形的个数是 $1+2+3=6$ 个,
第二个图中平行四边形的个数是 $(1+2+3)(1+2)$,

第三个图中平行四边形的个数是 $(1+2+3)(1+2+3)$,

...

$\therefore$ 第 n 个图中平行四边形的个数是 $(1+2+3)(1+2+3+\dots+n) = 3n(n+1)$,

$\therefore$ 第 100 个图中平行四边形的个数是 $3 \times 100 \times (100+1) = 30300$.

17. 七巧板具有深厚的中华文化底蕴, 它是由正方形、平行四边形和大小不一的等腰直角三角形组成的. 如图 1, O 为正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点, E 、 F 分别为 AD 、 CD 的中点, 连接 EF , 连接 BO 并延长交 EF 于点 G , M 、 N 分别为 AO 、 CO 的中点, 连接 EM 、 GN , 沿图中实线剪开即可得到一副七巧板, 将这幅七巧板拼成图 2 的“小鱼”形象. 已知 $AB = 4$, 则图 2 中阴影部分的面积为_____.

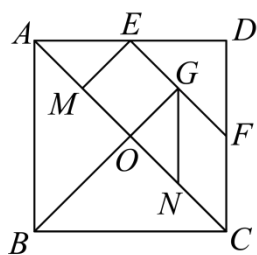


图1

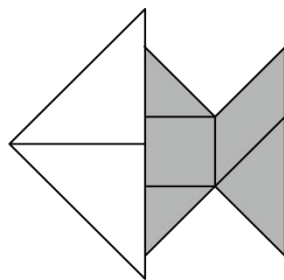


图2

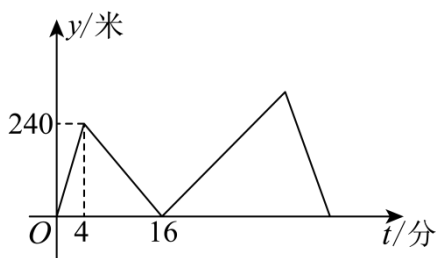
【答案】8

【分析】根据拼接可知：“小鱼”形象的整体面积与正方形 $ABCD$ 的面积相等，“小鱼”形象的非阴影部分的面积等于正方形 $ABCD$ 中的 ABC 的面积，据此即可作答。

【详解】解：∵ 正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ，

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}ABCD} - S_{\triangle ABC} = S = 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8.$$

18. 甲、乙两人在笔直的湖边公路上同起点、同终点、同方向匀速步行 2400 米，先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 4 分钟，在整个步行过程中，甲、乙两人的距离 y （米）与甲出发的时间 t （分）之间的关系如图所示，则乙比甲早到_____分钟.



【答案】6

【分析】设甲的速度为 v_1 米/分钟，乙的速度为 v_2 米/分钟，根据图象的信息可求出甲乙两人的速度，以及相遇所需要的时间，从而可求出答案.

【详解】解：设甲的速度为 v_1 米/分钟，乙的速度为 v_2 米/分钟，

$$\therefore v_1 = \frac{240}{4} = 60 \text{ 米/分钟},$$

由图象可知：乙追上甲需要 $16 - 4 = 12$ 分钟，

$$\therefore 12v_2 = 240 + 12 \times 60,$$

$$\therefore v_2 = 80 \text{ 米/分钟},$$

$$\therefore \text{此时乙共走了 } 12 \times 80 = 960 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{乙离终点还有 } 2400 - 960 = 1440 \text{ 米},$$

∴甲到达终点时需要的时间为： $\frac{2400}{60} = 40$ 分钟，

乙到达终点时需要的时间为： $12 + \frac{1440}{80} = 30$ 分钟，

则乙比甲早到 $40 - 30 - 4 = 6$ 分钟.

三、解答题:(本大题共 7 题, 共 78 分, 19-22 题每题 10 分, 23-24 每题 12 分, 25 题 14 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2m-4, 2-3m)$.

(1)若点 B 的坐标为 $(3, 5)$, 且 $AB \parallel x$ 轴, 求点 A 的坐标.

(2)若点 A 到 y 轴的距离为 2, 直接写出 m 的值.

【答案】(1) $A(-6, 5)$

(2) 1 或 3

【分析】(1) 根据 $AB \parallel x$ 轴, 则点 A 与点 B 的纵坐标相等, 从而求解 m 的值, 进而可求解点 A 的坐标.

(2) 根据点 A 到 y 轴的距离为 2, 可得点 A 的横坐标的绝对值为 2, 由此求解 m 的值即可.

【详解】(1) 解: ∵点 $A(2m-4, 2-3m)$, 点 $B(3, 5)$, 且 $AB \parallel x$ 轴,

∴ $2-3m=5$, 解得 $m=-1$,

∴点 $A(-6, 5)$.

(2) 解: ∵点 A 到 y 轴的距离为 2,

∴点 A 的横坐标的绝对值为 2,

∴ $|2m-4|=2$, 即 $2m-4=\pm 2$,

由 $2m-4=2$ 可得 $m=3$; 由 $2m-4=-2$ 可得 $m=1$;

综上, m 的值为 1 或 3.

20. 如图是 4×4 的正方形网格, 每个小正方形的边长均为 1, 已知格点 A , B , 请仅用无刻度的直尺按下列要求作图. (保留作图痕迹)

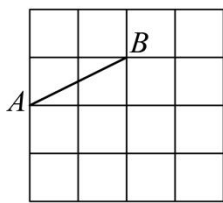


图 (1)

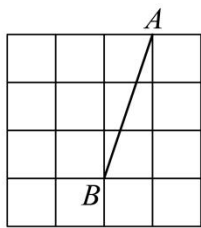


图 (2)

(1)在图 (1) 中, 以 AB 为边, 作一个面积为4的菱形;

(2)在图 (2) 中, 以 AB 为对角线, 作一个面积为4的矩形.

【答案】 (1)

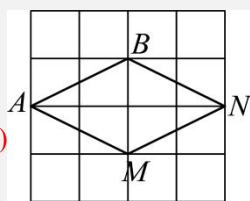


图 (1)

(2)

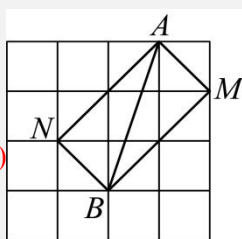


图 (2)

【分析】 (1) 由勾股定理, 结合菱形的判定和性质, 进行作图即可;

(2) 由勾股定理及其逆定理, 结合矩形的判定和性质, 进行作图即可.

【详解】 (1) 解: $\because BN = MN = AM = AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$,

$\therefore$ 四边形 $ABNM$ 是菱形,

又 $\because AN = 4$, $BM = 2$,

$$\therefore S_{\text{菱形}ABNM} = \frac{1}{2} AN \cdot BM = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4.$$

(2) 解: $\because AM = BN = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $AN = BM = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore AM^2 + BM^2 = (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 10,$$

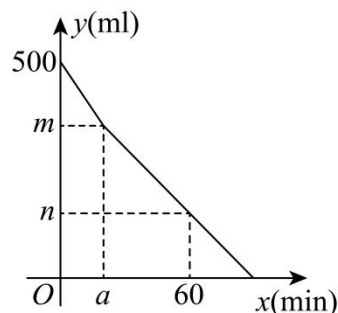
又 $\because AB^2 = 1^2 + 3^2 = 10$,

$$\therefore AM^2 + BM^2 = AB^2,$$

$$\therefore \angle AMB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ANBM$ 是矩形, $S_{\text{矩形}ANBM} = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$.

21. 护士为一位病人静脉输液 500ml, 开始时以 7.5ml/min 的速度匀速输液, 输入 $a\text{min}$ 时, 护士将输液速度调整为原来的 $\frac{2}{3}$, 之后匀速输液直到输完. 输液过程中, 瓶中药液剩余量 $y(\text{ml})$ 与输液时间 $x(\text{min})$ 之间的大致函数图象如图所示.



(1) 当 $a = 20$ 时,

① $m =$ _____, $n =$ _____;

② 求调整输液速度后 y 与 x 之间的函数关系式; (不需写出自变量取值范围)

(2) 若病人需要比 (1) 中早 10min 完成输液, 求 a 的值.

【答案】 (1) ① 350, 150; ② $y = -5x + 450$

(2) $a = 40$

【分析】 (1) ① 根据函数图象求解即可; ② 由待定系数法求解即可;

(2) 先求出早 10min 完成输液时的时间, 再根据题意列方程求解即可.

【详解】 (1) 解: ① $m = 500 - 7.5 \times 20 = 350\text{ml}$;

$$n = 350 - (60 - 20) \times 7.5 \times \frac{2}{3} = 150\text{ml};$$

② 调整输液速度后 y 与 x 之间的函数关系式为: $y = kx + b$, 则代入 $(20, 350)$, $(60, 150)$

$$\therefore \begin{cases} 20k + b = 350 \\ 60k + b = 150 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -5 \\ b = 450 \end{cases}$$

$\therefore$ 调整输液速度后 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -5x + 450$;

(2) 解: 对于 $y = -5x + 450$, 当 $y = 0$ 时, 则 $-5x + 450 = 0$

解得 $x = 90$

$90 - 10 = 80\text{min}$

则 $7.5a + 5(80 - a) = 500$

解得 $a = 40$.

22. 科学家麦克斯韦在 1864 年建立了完整的电磁波理论，1887 年物理学家赫兹用实验证实了电磁波的存在，现在电磁波已经应用到了通信、医疗、能源等领域. 已知电磁波的本质完全相同，只是波长和频率有差别，下表是数学兴趣小组通过实验收集到的部分电磁波的波长和频率的对应数据：

项目	第一组	第二组	第三组	第四组	第五组	...
波长 λ / m	300	500	600	1000	1500	...
频率 f / kHz	1000	600	450	300	200	...

(1) 根据表中的数据特征可判断频率 f 是波长 λ 的_____函数（填“一次”“二次”“反比例”），表中数据收集错误的是第_____组.

(2) 求频率 f 关于波长 λ 的函数关系式.

(3) 若手机的电磁波的波长范围是 $30\text{cm} \leq \lambda_1 \leq 40\text{cm}$ ，可见光的波长范围大约是

$400\text{nm} \leq \lambda_2 \leq 780\text{nm}$ ，请你判断手机的电磁波的频率 f_1 与可见光的频率 f_2 的大小关系，并说明理由.

【答案】(1) 反比例，三

(2) $f = \frac{3 \times 10^5}{\lambda}$

(3) $f_1 < f_2$ ，理由如下：

$\because 3 \times 10^5 > 0$,

$\therefore$ 当 $\lambda > 0$ 时， f 随 λ 的增大而减小.

$\because 30\text{cm} \leq \lambda_1 \leq 40\text{cm}, 400\text{nm} \leq \lambda_2 \leq 780\text{nm},$

$\therefore 0.3\text{m} \leq \lambda_1 \leq 0.4\text{m}, 4 \times 10^{-7}\text{m} \leq \lambda_2 \leq 7.8 \times 10^{-7}\text{m},$

$\therefore \lambda_1 > \lambda_2,$

$\therefore f_1 < f_2.$

【分析】(1) 根据波长与频率的乘积是定值可判断频率 f 是波长 λ 的反比例函数，据此再判

断表中数据收集错误是哪组即可；

(2) 设频率 f 关于波长 λ 的函数关系式为 $f = \frac{k}{\lambda}$ ，把 $\lambda = 300, f = 1000$ 代入求解即可；

(3) 根据反比例函数的增减性判断即可.

【详解】(1) 解： $\because 300 \times 1000 = 300000, 500 \times 600 = 300000, 1000 \times 300 = 300000,$
 $1500 \times 200 = 300000,$

$\therefore$ 频率 f 是波长 λ 的反比例函数.

$\because 600 \times 450 = 270000 \neq 300000,$

表中数据收集错误的是第三组；

(2) 解： 设频率 f 关于波长 λ 的函数关系式为 $f = \frac{k}{\lambda}$.

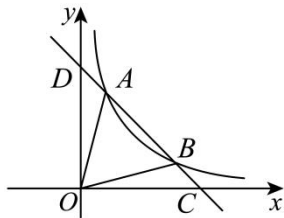
把 $\lambda = 300, f = 1000$ 代入 $f = \frac{k}{\lambda}$ ，得 $1000 = \frac{k}{300}$ ，

$\therefore k = 3 \times 10^5$.

$\therefore$ 频率 f 关于波长 λ 的函数关系式为 $f = \frac{3 \times 10^5}{\lambda}$ ；

(3) 略.

23. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(1, 4)$ ， $B(4, n)$ 两点，与 x 轴交于点 C ，与 y 轴交于点 D .



(1) 求反比例函数和一次函数的解析式.

(2) 求 AOB 的面积.

(3) 将线段 AB 沿某一方向进行平移后得到线段 $A'B'$ ，使得点 A' 落在反比例函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 B' 落在 x 轴上，直接写出平移后点 A' 的坐标.

【答案】(1) $y = \frac{4}{x}$ ； $y = -x + 5$

(2) $\frac{15}{2}$

(3) $A'(\frac{4}{3}, 3)$

【分析】(1) 把点 $A(1,4)$ 的纵横坐标代入 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$, 求出 $m = 4$, 得反比例函数解析式为 $y = \frac{4}{x}$; 把点 $B(4,n)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $n = 1$, 得 $B(4,1)$; 把 $A(1,4)$ 和 $B(4,1)$ 代入 $y = kx + b$, 求出 k 、 b 的值即可;

(2) 由 $y = -x + 5$ 可求出 $C(5,0)$, $D(0,5)$, 得 $OD = OC = 5$, 根据 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COD} - S_{\triangle ODA} - S_{\triangle OCB}$ 可求解;

(3) 由点 $B(4,1)$ 平移后在对应点 B' 在 x 轴上, 点 B' 的纵坐标为 0, 则可得线段 AB 向下平移 1 个单位, 则点 A' 的纵坐标为 $y' = 4 - 1 = 3$, 把 $y = 3$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $x' = \frac{4}{3}$, 故可得平移后点 A' 的坐标.

【详解】(1) 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(1,4)$, $B(4,n)$ 两点,

$\therefore$ 把点 $A(1,4)$ 的纵横坐标代入 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$, 得 $4 = \frac{m}{1}$,

$\therefore m = 4$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{4}{x}$;

把点 $B(4,n)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $n = \frac{4}{4} = 1$,

$\therefore B(4,1)$;

把 $A(1,4)$ 和 $B(4,1)$ 代入 $y = kx + b$ 得:
$$\begin{cases} k + b = 4 \\ 4k + b = 1 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}$$
,

$\therefore$ 一次函数解析式为: $y = -x + 5$;

(2) 解: 对于 $y = -x + 5$, 当 $x = 0$ 时, $y = 5$;

$\therefore D(0,5)$

$\therefore OD = 5$;

当 $y = 0$ 时, $-x + 5 = 0$,

解得: $x = 5$,

$\therefore OC = 5$;

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle AOB} &= S_{\triangle COD} - S_{\triangle ODA} - S_{\triangle OCB} \\ &= \frac{1}{2}OC \cdot OD - \frac{1}{2}OD \cdot x_A - \frac{1}{2}OC \cdot y_B \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 \\ &= \frac{15}{2}; \end{aligned}$$

(3) 解：设 $A'(x', y')$,

$\because$ 点 $B(4, 1)$ 平移后在对应点 B' 在 x 轴上,

$\therefore$ 点 B' 的纵坐标为 0 ,

$\therefore$ 线段 AB 向下平移 1 个单位,

$\therefore$ 点 A' 的纵坐标为 $y' = 4 - 1 = 3$,

把 $y' = 3$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $x' = \frac{4}{3}$,

平移后点 A' 的坐标为 $(\frac{4}{3}, 3)$.

24. 海晏村是昆明滇池国家旅游度假区大渔街道的特色古渔村，也是滇池沿岸乡村旅居示范点，乡村振兴成效显著。当地非遗美食、柴火烘焙、特色文创兼具风味与纪念价值，适合作为伴手礼。某食品公司计划在此推出两款非遗糕点伴手礼：A——海晏柴火麦饼；B——海晏玫瑰鲜花饼。其中甲、乙两种原料用于制作 A、B 两种商品。

如何设计合理的生产方案				
素材一	为科学决策，该食品公司试生产 A、B 两种商品共 100 千克进行深入研究，已知现有甲种原料 260 千克，乙种原料 245 千克.			
素材二	生产 1 千克 A 商品，1 千克 B 商品所需要的甲、乙两种原料及生产成本如表所示：			
		甲种原料 (单位：千克)	乙种原料 (单位：千克)	生产成本 (单位：元)
	A 商品	3	2	12
	B 商品	2	3	20

	设生产 A 种商品 x 千克, 生产 A、B 两种商品共 100 千克的总成本为 y 元 (x 为整数).
根据以上素材, 完成下列两个任务的解答	

任务:

(1)若生产 m 千克 A 商品, n 千克 B 商品, 刚好把甲、乙两种原料用完, 求 m, n 的值;

(2)求 y 与 x 的函数解析式, 并求出当 x 取何值时, 应如何安排生产方案才能使总成本 y 最小?

最小成本为多少元?

【答案】 (1)

$$m = 58, \quad n = 43$$

(2)

y 与 x 的函数解析式为 $y = -8x + 2000$ ($55 \leq x \leq 60$ 且 x 为整数), 当生产 A 商品 60 千克, B 商品 40 千克时总成本最小, 最小成本为 1520 元

【分析】 (1) 根据刚好用完甲、乙两种原料的条件, 列出二元一次方程组求解即可得到 m, n 的值;

(2) 先根据总成本的计算方法得到 y 关于 x 的函数解析式, 再根据现有原料的总量限制列出不等式组求得 x 的取值范围, 利用一次函数的增减性即可求得最小成本和对应的生产方案.

【详解】 (1) 解: 由题意得, 生产 m 千克 A 商品, n 千克 B 商品刚好用完甲、乙两种原料,

可得方程组
$$\begin{cases} 3m + 2n = 260 \\ 2m + 3n = 245 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} m = 58 \\ n = 43 \end{cases};$$

(2) 解: 设生产 A 种商品 x 千克, 则生产 B 种商品 $(100 - x)$ 千克,

总成本 $y = 12x + 20(100 - x),$

化简得 $y = -8x + 2000;$

由题意,
$$\begin{cases} 3x + 2(100 - x) \leq 260 \\ 2x + 3(100 - x) \leq 245 \end{cases},$$
 解得 $55 \leq x \leq 60$, 且 x 为整数,

$\therefore$ 一次函数 $y = -8x + 2000$ 中, $-8 < 0,$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 x 取最大值 60 时, y 取得最小值, 此时 $100 - x = 40, \quad y = -8 \times 60 + 2000 = 1520;$

答: 函数解析式为 $y = -8x + 2000$ ($55 \leq x \leq 60$ 且 x 为整数), 安排生产 A 商品 60 千克, B 商

品 40 千克时总成本最小，最小成本为 1520 元.

25. 综合与实践

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， AD 是斜边 BC 上的高， E 为线段 AD 延长线上一动点，连接 CE ($CE \neq CA$)，将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 90° ，得到线段 CF ，连接 AF .

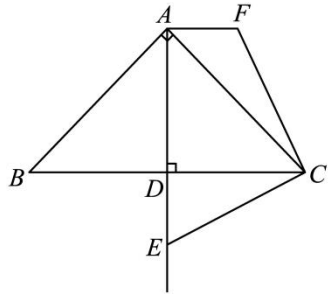


图1

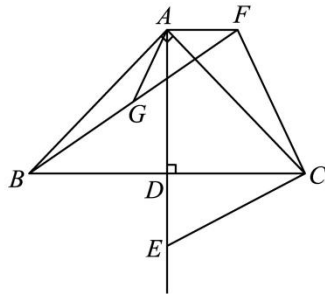
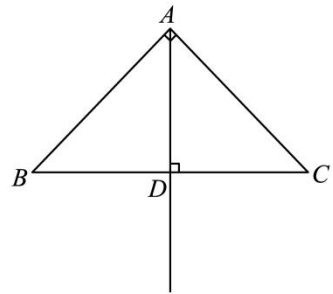


图2



备用图

【观察猜想】

(1) 如图 1，试猜想 AF 与 BC 的位置关系，并证明.

【迁移探究】

(2) 如图 2，连接 BF ， G 是 BF 的中点，连接 AG ，试判断线段 AG ， CF 之间的数量关系，请仅就图 2 所示的情形加以证明.

【拓展应用】

(3) 在 (2) 的条件下，当点 E 在射线 AD 上时，若 $AB = 6\sqrt{2}$ ， $AF = 3$ ，请直接写出线段 AG 的长.

【答案】(1) $AF \parallel BC$ ，见解析

(2) $AG = \frac{1}{2}CF$ ，见解析

(3) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{3\sqrt{13}}{2}$

【分析】(1) 过点 C 作 $CH \perp AC$ ，交 AD 于点 H ，证明 $\triangle FAC \cong \triangle EHC$ (ASA)，进而得到 $\angle CAF = \angle ACB$ ，即可得到 $AF \parallel BC$ ；

(2) 连接 DG ，延长 AG 交 BC 于点 P ，证明 $DG = \frac{1}{2}CF$ ， $AG = DG$ ，即可得到 AG 、 CF 之间的数量关系；

(3) 根据直角三角形斜边中线的性质得到 $AD = BD = CD$ ，分情况讨论：点 F 在点 A 右侧或在点 A 左侧，过点 F 向直线 BC 作垂线，利用勾股定理求出 CF 长，利用 (2) 中的结论求出 AG 的值.

【详解】(1) 解: $AF \parallel BC$, 证明过程如下:

证明: $\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, AD 是斜边 BC 上的高,

$$\angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 45^\circ, \quad \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ,$$

如图 1, 过点 C 作 $CH \perp AC$, 交射线 AD 于点 H , 则 $\angle ACH = 90^\circ$,

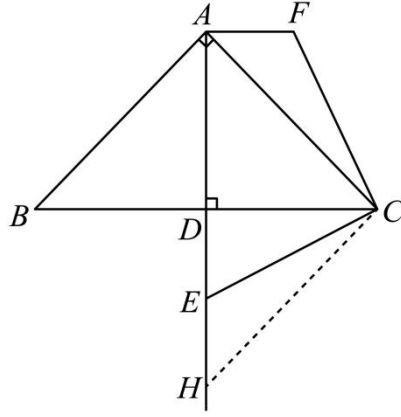


图1

$$\therefore \angle AHC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAH = \angle CHA,$$

$$\therefore CA = CH,$$

由旋转的性质得: $\angle ECF = 90^\circ$, $CF = CE$,

$$\therefore \angle ECF = \angle ACH,$$

$$\therefore \angle ECA + \angle FCA = \angle ECH + \angle ECA,$$

$$\therefore \angle FCA = \angle ECH,$$

在 $\triangle FAC$ 和 $\triangle EHC$ 中,

$$\begin{cases} AC = HC \\ \angle FCA = \angle ECH, \\ CF = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAC \cong \triangle EHC (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle CAF = \angle CHE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle ACB,$$

$$\therefore AF \parallel BC;$$

(2) 解: $AG = \frac{1}{2} CF$, 证明过程如下:

证明: 如图 3, 连接 DG , 延长 AG 交 BC 于点 P ,

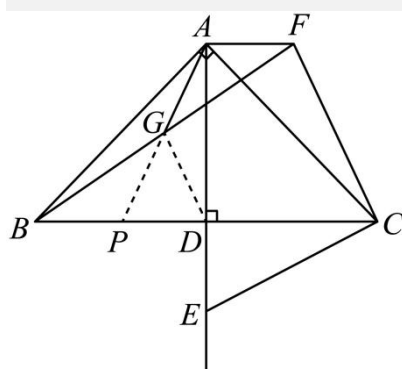


图3

由 (1) 知, $AF \parallel BC$,

$\therefore \angle AFG = \angle PBG$, $\angle FAG = \angle BPG$,

$\because G$ 是 BF 的中点,

$\therefore FG = BG$,

在 $\triangle FAG$ 和 BPG 中,

$$\begin{cases} \angle FAG = \angle BPG \\ GF = GB \\ \angle AGF = \angle PGB \end{cases},$$

$\therefore \triangle FAG \cong \triangle BPG (ASA)$,

$\therefore AG = GP$,

$\because \angle ADP = 90^\circ$,

$\therefore AG = GD$,

$\because AB = AC$, $AD \perp BC$,

$\therefore BD = CD$,

$\because BG = GF$,

$\therefore DG = \frac{1}{2}CF$,

$\therefore AG = \frac{1}{2}CF$;

(3) 解: 线段 AG 的长为 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{3\sqrt{13}}{2}$,

$\because \angle BAC = 90^\circ$, $AC = AB = 6\sqrt{2}$,

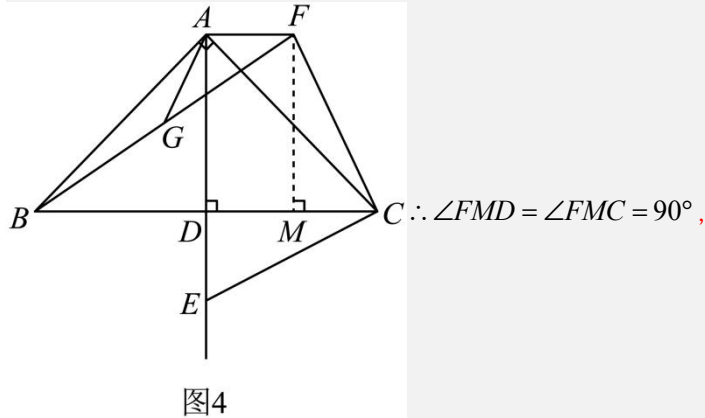
$\therefore BC = \sqrt{2}AB = 12$,

$\because AD \perp BC$,

$$\therefore AD = BD = CD = 6,$$

分两种情况讨论:

①当点 F 在点 A 右侧时, 如图 4, 过点 F 作 $FM \perp BC$ 于点 M ,



由 (1) 知, $AF \parallel BC$ 、 $AD \perp BC$,

$$\therefore \angle FAD = \angle ADM = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ADMF$ 是矩形,

$$\therefore DM = AF = 3, \quad FM = AD = 6,$$

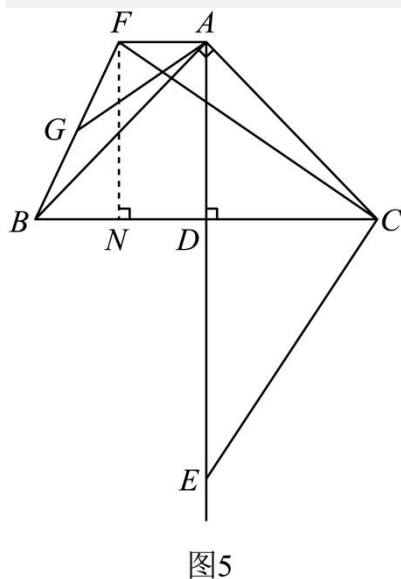
$$\therefore CM = CD - DM = 6 - 3 = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle CFM$ 中, 由勾股定理得: $CF = \sqrt{FM^2 + CM^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$,

$$\text{由 (2) 知, } AG = \frac{1}{2}CF,$$

$$\therefore AG = \frac{3\sqrt{5}}{2};$$

②当点 F 在点 A 左侧时, 如图 5, 过点 F 作 $FN \perp BC$ 于点 N ,



同①证明四边形 $ADNF$ 是矩形,

$$\therefore DN = AF = 3, \quad FN = AD = 6,$$

$$\therefore CN = CD + DN = 6 + 3 = 9,$$

在 $\text{Rt}\triangle CFN$ 中，由勾股定理得： $CF = \sqrt{FN^2 + CN^2} = \sqrt{6^2 + 9^2} = 3\sqrt{13}$ ，

$$\therefore AG = \frac{1}{2}CF = \frac{3\sqrt{13}}{2},$$

综上所述，线段 AG 的长为 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{3\sqrt{13}}{2}$ 。

【点睛】 本题考查旋转的性质、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定与性质、矩形的判定与性质、勾股定理，熟练掌握相关性质定理，数形结合和分类讨论的思想方法的运用是解题的关键。