2025-2026 学年八年级下学期期末模拟卷

数学·全解全析

（考试时间：90 分钟　试卷满分：100 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4．测试范围：沪教版（五四制）（2024）八年级下册第 23 章~第 26 章

第一部分（选择题 共 18 分）

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1．已知反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$，下列选项正确的是（　　）

A．y 随 x 的增大而增大

B．若点 $P(m,n)$ 在函数图象上，则点 $Q(-m,-n)$ 也在图象上

C．当 $x>0$ 时，$y>0$

D．点 $(1,4)$ 在函数图象上

【答案】B

【详解】反比例函数图象在每个象限内 y 随 x 的增大而增大，A 错误；

点 $P(m,n)$ 在函数图象上，$\therefore k=(-m)\cdot(-n)=mn=-4$，满足函数关系式，也可根据对称性证明结论成立，

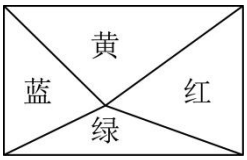
$\therefore$B 正确；

当 $x>0$ 时，$y=-\frac{4}{x}<0$，$\therefore$C 错误；

$xy\neq-4$，D 错误.

2．一个矩形被分成不同的 4 个三角形，其中绿色三角形的面积占矩形面积的15%，黄色的三角形的面积是

21，则该矩形的面积为（）



A．60　　B．70　　C．120　　D．140

【答案】A

【详解】解：∵黄色三角形与绿色三角形面积之和是矩形面积的50%，

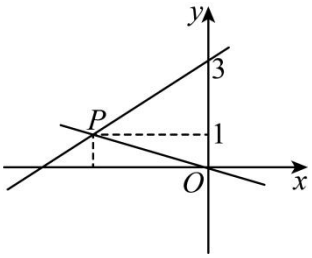
∴矩形的面积$=21\div(50\%-15\%)$，

$=21\div35\%$，

$=60$，

故选：A．

3．如图，直线$y=kx$（k是常数，且$k\neq0$）与直线$y=\frac{2}{3}x+3$相交于点P，已知点P的纵坐标为1，则关于x，y的方程组$\begin{cases}kx-y=0\\2x-3y+9=0\end{cases}$的解为（　）



A．$\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$　　B．$\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$　　C．$\begin{cases}x=-3\\y=1\end{cases}$　　D．$\begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$

【答案】C

【详解】解：∵$y=\frac{2}{3}x+3$，

∴当$y=1$时，$\frac{2}{3}x+3=1$，解得：$x=-3$，

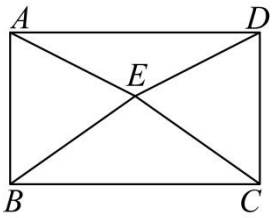
∴$P(-3,1)$，

∴直线$y=kx$（k是常数，且$k\neq0$）与直线$y=\frac{2}{3}x+3$的交点坐标为：$P(-3,1)$；

∴关于x，y的方程组$\begin{cases}y=kx\\y=\frac{2}{3}x+3\end{cases}$，即$\begin{cases}kx-y=0\\2x-3y+9=0\end{cases}$的解为：$\begin{cases}x=-3\\y=1\end{cases}$；

故选：C．

4. 如图，矩形 $ABCD$ 内有一点 E，且满足 $BA=BE=EC$，若 $\angle AED=\alpha$，$\angle EBC=\beta$，则 $\alpha-\beta$ 的度数是（　　）



A．60　　B．90°　　C．100°　　D．120°

【答案】B

【详解】解：有四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB=CD,\angle ABC=\angle BCD=90°$，

$\because BE=EC$，$\angle EBC=\beta$

$\therefore \angle EBC=\angle ECB=\beta$，

$\therefore \angle ABE=\angle DCE=90°-\beta$，$\angle BEC=180°-2\beta$

$\because BA=BE=EC$，

$\therefore BA=BE=CE=CD$，

$\therefore \angle BEA=\angle BAE=\angle CED=\angle CDE=\dfrac{180°-(90°-\beta)}{2}=45°+\dfrac{1}{2}\beta$，

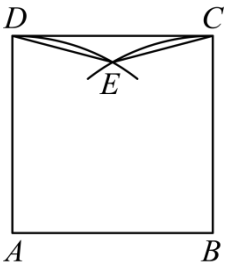
$\because \angle AED=\alpha$，$\angle AED+\angle BEA+\angle CED+\angle BEC=360°$，

$\therefore \left(45°+\dfrac{1}{2}\beta\right)\times 2+\alpha+180°-2\beta=360°$，

$\therefore \alpha-\beta=90°$，

故选：B.

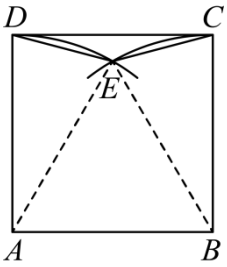
5. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，分别以点 A，B 为圆心，以 AB 的长为半径画弧，两弧交于点 E，连接 DE，CE，则 $\angle DEC$ 的度数为（　）



A．120°　　B．130°　　C．150°　　D．160°

【答案】C

【详解】解：如图，连接 AE,BE，



根据题意得 $AB=AD=BC=AE=BE$，$\angle DAB=\angle ABC=90°$，

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle EAB=\angle EBA=\angle AEB=60°$，

$\therefore \angle DAE=\angle DAB-\angle EAB=30°$，

$\because AD=AE$，

$\therefore \angle AED=\angle ADE$，

$\therefore \angle ADE=\frac{1}{2}(180°-\angle DAE)=75°$，

$\because \angle ADC=90°$，

$\therefore \angle CDE=\angle ADC-\angle ADE=15°$，

同理可得 $\angle DCE=15°$，

$\therefore \angle DEC=180°-\angle CDE-\angle DCE=150°$

故选：C.

6. 如图 1，$\square ABCD$ 中，$AD>AB$，$\angle ABC$ 为锐角．要在对角线 BD 上找点 N，M，使四边形 $ANCM$ 为平行四边形，现有图 2 中的甲、乙、丙三种方案，则正确的方案（　）.

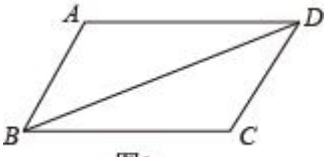
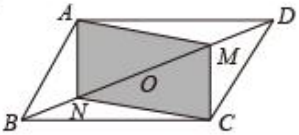
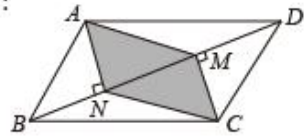


图1

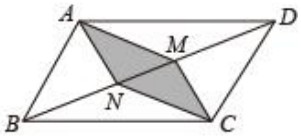
甲：



乙：



丙：



取 BD 中点 O，作 $BN=NO$，$OM=MD$		作 $AN\perp BD$ 于 N，$CM\perp BD$ 于 M		作 AN，CM 分别平分 $\angle BAD$，$\angle BCD$，交 BD 于点 N，M

A．甲、乙、丙都是　　B．只有甲、乙才是

C．只有甲、丙才是　　D．只有乙、丙才是

【答案】A

【详解】解：方案甲中，连接 AC，如图 1 所示：

甲：

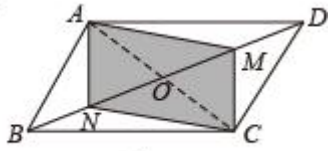


图1

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，O 为 BD 的中点，

∴$OB=OD$，$OA=OC$，

∵$BN=NO$，$OM=MD$，

∴$NO=\frac{1}{2}OB$，$OM=\frac{1}{2}OD$，

∴$NO=OM$，

∴四边形 $ANCM$ 为平行四边形，方案甲正确；

方案乙中：如图 2，

乙：

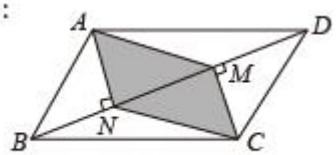


图2

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$，AB　CD，

∴$\angle ABN=\angle CDM$，

∵$AN\perp BD$，$CM\perp BD$，

∴$\angle ANM=\angle CMN=90°$，$\angle ANB=\angle CMD=90°$

∴AN　CM，

在$\triangle ABN$和$\triangle CDM$中，

$$\begin{cases}\angle ABN=\angle CDM\\ \angle ANB=\angle CMD\\ AB=CD\end{cases}$$

∴$\triangle ABN\cong\triangle CDM$（$AAS$），

∴$AN=CM$，

又∵AN　CM，

∴四边形 $ANCM$ 为平行四边形，方案乙正确；

方案丙中：如图 3，

丙：

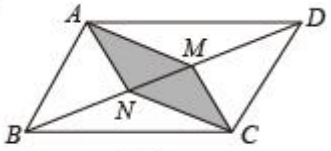


图3

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle BAD=\angle BCD$，$AB=CD$，AB CD，

∴$\angle ABN=\angle CDM$，

∵AN 平分 $\angle BAD$，CM 平分 $\angle BCD$，

∴$\angle BAN=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BCD=\angle DCM$，

在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle CDM$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABN=\angle CDM\\ AB=CD\\ \angle BAN=\angle DCM\end{cases}$$

∴$\triangle ABN\cong\triangle CDM$（$ASA$），

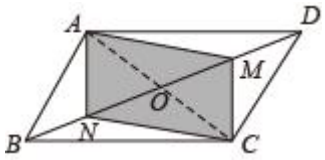
∴$AN=CM$，$\angle ANB=\angle CMD$，

∴$\angle ANM=\angle CMN$，

∴AN CM，

∴四边形 $ANCM$ 为平行四边形，方案丙正确；

故选：A.



第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 十二边形一共有_____条对角线.

【答案】54

【详解】解：n 边形的对角线条数公式为 $\frac{n(n-3)}{2}$，

∴当 $n=12$ 时，计算得 $\frac{12\times(12-3)}{2}=\frac{12\times9}{2}=54$.

8．在平面直角坐标系中，若点 $A(4-a,a-1)$ 在 x 轴上，则 a 的值为_____.

【答案】1

【详解】解：∵点 $A(4-a,a-1)$ 在 x 轴上，

∴点 A 的纵坐标满足 $a-1=0$，解得：$a=1$.

9．已知函数 $y=(m-1)x^{|m|}-2$ 是关于 x 的一次函数，则 m 的值为_____.

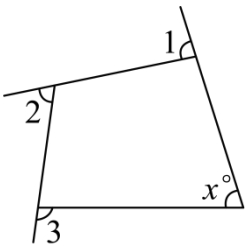
【答案】-1

【详解】解：∵函数 $y=(m-1)x^{|m|}-2$ 是关于 x 的一次函数，

∴ $|m|=1$ 且 $m-1\neq0$

∴ $m=-1$.

10．如图，$\angle1+\angle2+\angle3=250°$，则 x 的值是_____.



【答案】70

【详解】解：∵四边形的外角和为 $360°$，且 $\angle1+\angle2+\angle3=250°$，

∴ 第四个外角的度数为 $360°-250°=110°$，

∵ x 与这个外角互为邻补角，

∴ $x=180°-110°=70°$.

故答案为：70 .

11．若一次函数 $y=(m+1)\ x+m-2$ 的图像不经过第二象限，则 m 的取值范围是_____.

【答案】$-1<m\leq2$

【详解】解：一次函数 $y=(m+1)x+m-2$ 的图象是直线且不经过第二象限，

因此一次函数过一、三象限或一、三、四象限，

有：$\begin{cases}m+1>0\\m-2\leq0\end{cases}$，解得，$-1<m\leq2$.

12. 已知 $A(a,b)$，$B(c,d)$ 是一次函数 $y=kx-3x+2$ 图象上不同的两个点，若 $(c-a)(d-b)<0$，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k<3$

【详解】 $\because A(a,b),B(c,d)$ 是一次函数 $y=kx-3x+2$ 图像上不同的两个点

$\therefore ak-3a+2=b, ck-3c+2=d$

两式相减可得： $ck-3c+2-(ak-3a+2)=d-b$

即： $(c-a)(k-3)=d-b$

$\because (c-a)(d-b)<0$

$\therefore \dfrac{d-b}{c-a}<0$

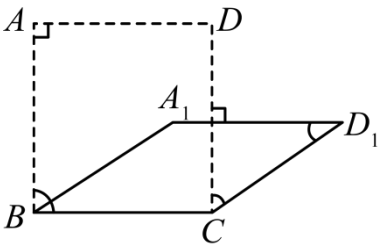
$\because (c-a)(k-3)=d-b$

$\therefore k-3=\dfrac{d-b}{c-a}<0$

$\therefore k<3$

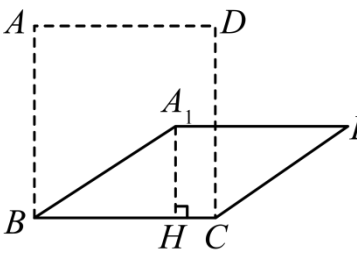
故答案为： $k<3$.

13. 如图，正方形 $ABCD$ 是小明用木条制作的一个学具，在取放学具时，学具发生了形变，此时 $\angle D_1=30°$，则变形后四边形 A_1BCD_1 的面积与原正方形 $ABCD$ 面积之比为_____.



【答案】 1:2

【详解】 解：过点 A_1 作 $A_1H\perp BC$ 于点 H，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BA = BC = CD = AD$，

由题意可得 $BA_1 = BA = BC = A_1D_1 = CD_1$，

$\therefore$ 四边形 A_1BCD_1 为菱形，

$\therefore \angle A_1BC = \angle D_1 = 30°$，

设 $BA_1 = BA = BC = 2x$，

$\because A_1H \perp BC$，

$\therefore A_1H = \dfrac{1}{2}BA_1 = x$，

$\therefore S_{\text{菱形}A_1BCD_1} = BC \cdot A_1H = 2x^2$，

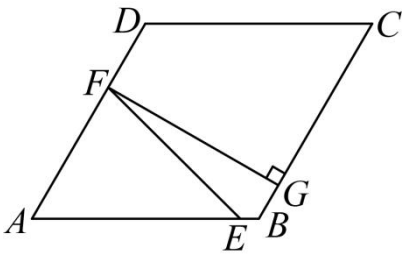
而 $S_{\text{正方形}ABCD} = (2x)^2 = 4x^2$，

$\therefore \dfrac{S_{\text{菱形}A_1BCD_1}}{S_{\text{正方形}ABCD}} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore$ 变形后四边形 A_1BCD_1 的面积与原正方形 $ABCD$ 面积之比为 $1:2$.

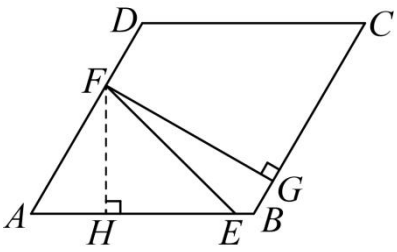
故答案为：$1:2$.

14．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB = 3$，$AF = 2DF$，$\angle ABC = 120°$，$\angle EFG = 15°$，$FG \perp BC$，则 BE 的长为 _____.



【答案】$2-\sqrt{3}$ / $-\sqrt{3}+2$

【详解】解：如图，作 $FH \perp AB$，垂足为 H.



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD=AB=3$，$AD\parallel BC$，

$\because AF=2DF$，$\angle ABC=120°$，

$\therefore AF=\dfrac{2}{3}AD=2$，$\angle A=180°-\angle ABC=60°$，

$\therefore \angle AFH=30°$，

$\therefore AH=\dfrac{1}{2}AF=1$，$FH=\sqrt{AF^2-AH^2}=\sqrt{3}$，

$\because FG\perp BC$，$AD\parallel BC$，

$\therefore FG\perp AD$，

又$\because \angle EFG=15°$，

$\therefore \angle EFH=\angle AFG-\angle AFH-\angle EFG=90°-30°-15°=45°$，

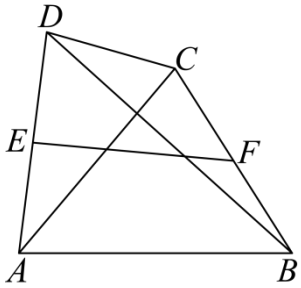
$\therefore \triangle FHE$是等腰直角三角形，

$\therefore HE=FH=\sqrt{3}$，

$\therefore BE=AB-AH-HE=3-1-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$，

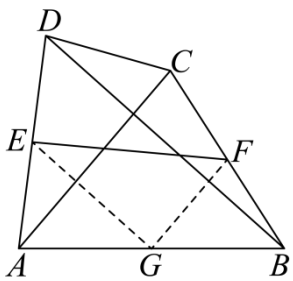
故答案为：$2-\sqrt{3}$．

15．如图，已知四边形$ABCD$中，$AC\perp BD, AC=10, BD=12$，点E、F分别是边AD、BC的中点，连接EF，则EF的长是_____．



【答案】$\sqrt{61}$

【详解】解：如图，取AB的中点G，连接EG、FG，



$\because E$、F分别是边AD、CB的中点，G是AB的中点，

$\therefore EG$、FG 分别是 $\triangle ABD$、$\triangle BCA$ 的中位线，

$\therefore EG \parallel BD$ 且 $EG=\frac{1}{2}BD=6$，$FG \parallel AC$ 且 $FG=\frac{1}{2}AC=5$，

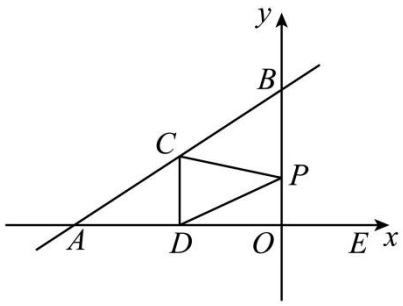
$\because AC \perp BD$，

$\therefore EG \perp FG$，

$\therefore EF=\sqrt{EG^2+FG^2}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}$．

故答案为：$\sqrt{61}$．

16．如图，直线 l：$y=\frac{2}{3}x+4$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，点 C 是直线 l 上的一点，且其纵坐标为 2，点 D 为 OA 的中点，点 P 为 y 轴上一动点，当 $PC+PD$ 的值最小时，则 $\triangle PCD$ 的周长是_____．



【答案】$2+2\sqrt{10}$

【详解】令 $y=0$，则有 $\frac{2}{3}x+4=0$，

解得：$x=-6$，

$\because OA=6$，

$\because$ 点 D 为 OA 的中点，

$\therefore OD=3$，即 $D(-3,0)$，

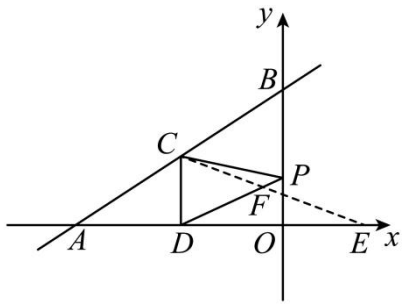
令 $y=2$，则有 $\frac{2}{3}x+4=2$，

解得：$x=-3$，

$\therefore$ 点 $C(-3,2)$，

$\because CD=2$，

作点 D 关于 y 轴的对称点 E，然后连接 CE，交 y 轴于点 F，如图所示：



$\therefore E(3,0)$,

由轴对称的性质可知 y 轴垂直平分 DE，则根据垂直平分线的性质及两点之间线段最短可知当点 P 与点 F 重合时，$PC+PD$ 的值最小，即为 CE 的长，

$\therefore CE=\sqrt{(-3-3)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{10}$，

$\therefore \triangle PCD$ 的周长为 $2+2\sqrt{10}$，

故答案为：$2+2\sqrt{10}$.

17. 若一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 满足 $-1\le x\le 1$ 时，$-2\le y\le 4$，那么这个一次函数的解析式为_____.

【答案】$y=3x+1$ 或 $y=-3x+1$

【详解】解：∵一次函数一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$，$-1\le x\le 1$ 时，$-2\le y\le 4$，

∴① 当 $x=-1$，$y=-2$；$x=1$，$y=4$，

$\therefore \begin{cases}-k+b=-2\\ k+b=4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=3\\ b=1\end{cases}$，

∴一次函数的解析式为 $y=3x+1$；

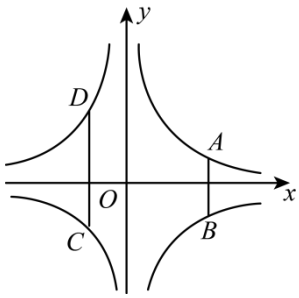
② 当 $x=-1$，$y=4$；$x=1$，$y=-2$，

$\therefore \begin{cases}-k+b=4\\ k+b=-2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-3\\ b=1\end{cases}$，

∴一次函数的解析式为 $y=-3x+1$；

故答案为：$y=3x+1$ 或 $y=-3x+1$.

18. 如图，点 A、C 在反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}$ 的图象上，点 B、D 在反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象上，$AB\parallel CD\parallel y$ 轴，若 $AB=2$，$CD=3$，AB 与 CD 的距离为 5，则 k_1-k_2 的值为_____.



【答案】6

【详解】解：∵点 A 、C 在反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}$ 的图象上，

$\therefore$ 设 $A\left(a,\frac{k_1}{a}\right)$，$C\left(b,\frac{k_1}{b}\right)$，

又∵点 B 、D 在反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象上，$AB\parallel CD\parallel y$ 轴，

$\therefore B\left(a,\frac{k_2}{a}\right)$，$D\left(b,\frac{k_2}{b}\right)$，

由题意得，$AB=\frac{k_1}{a}-\frac{k_2}{a}=2$，$CD=\frac{k_2}{b}-\frac{k_1}{b}=3$，

$\therefore a=\frac{k_1-k_2}{2}$，$b=-\frac{k_1-k_2}{3}$，

∵AB 与 CD 的距离为 5，

$\therefore a-b=5$，

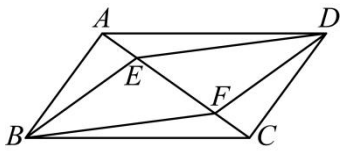
$\therefore \frac{k_1-k_2}{2}+\frac{k_1-k_2}{3}=5$，

解得：$k_1-k_2=6$．

故答案为：6.

三、解答题（本大题共有 7 题，满分 58 分）解答下列各题必须写出必要的步骤

19.（**本题 6 分**）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 为对角线，BE，DF 分别三等分 $\angle ABC$，$\angle ADC$，（即 $\angle ABE=\frac{1}{3}\angle ABC$，$\angle CDF=\frac{1}{3}\angle ADC$）交 AC 于点 E，F，连接 DE，BF，求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形.



【答案】证明见解析

【详解】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB=DC$，$AB\parallel DC$，$\angle ABC=\angle ADC$，

$\therefore \angle BAC = \angle ACD$，即 $\angle BAE = \angle DCF$，

$\because \angle ABE = \dfrac{1}{3}\angle ABC$，$\angle CDF = \dfrac{1}{3}\angle ADC$，

$\therefore \angle ABE = \angle CDF$，

在 $\triangle ABE$ 和 CDF 中，$\begin{cases} \angle BAE = \angle DCF, \\ AB = CD, \\ \angle ABE = \angle CDF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF(\mathrm{ASA})$，.....3 分

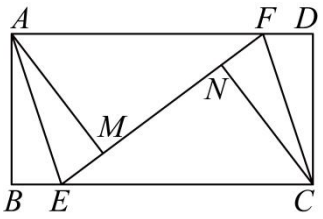
$\therefore BE = DF$，$\angle AEB = \angle CFD$，

$\therefore \angle BEF = \angle DFE$，

$\therefore BE \parallel DF$，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形. .....6 分

20. **（本题 6 分）**如图，在矩形 $ABCD$ 中，E,F 为 BC,AD 上的一点，$BE = DF$，连结 AE,CF．分别将 $\triangle ABE,\triangle CDF$ 沿 AE,CF 折叠，点 B,D 的对应点分别为 M,N，且 E,F,M,N 在同一直线上.



(1)求证：$FA = FE$；

(2)若 $AB = 2, BC = 4$，求 BE 的长.

【答案】(1)详见解析(2)2 或 $\dfrac{2}{3}$

【详解】（1）证：在矩形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，

$\therefore \angle FAE = \angle BEA$，

$\because \triangle ABE$ 沿 AE 折叠，点 B 的对应点为 M，

$\therefore \angle BEA = \angle AEF$，

$\therefore \angle FAE = \angle AEF$，

$\therefore FA = FE$，.....3 分

（2）解：设 $BE = x$，

$\because \triangle ABE,\triangle CDF$ 沿 AE,CF 折叠，点 B,D 的对应点分别为 M,N，且 $BE = DF$，

$\therefore BE = EM = DF = FN = x, AB = AM = CD = CN = 2, \angle CNF = \angle D = 90°$，

$\because BC=4$，

$\therefore AD=4$，

$\therefore FA=EC=4-x$

$\therefore FE=4-x$

$\therefore NE=4-2x$

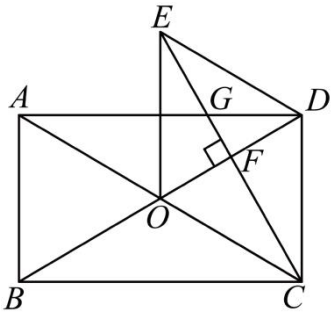
在$\mathrm{Rt}\triangle ECN$中，$EC^2=NC^2+NE^2$，

$\therefore (4-x)^2=2^2+(4-2x)^2$，

解得：$x_1=2$或$x_2=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore BE$的长为2或$\dfrac{2}{3}$．.....6分

21．**（本题6分）**如图，矩形$ABCD$的对角线AC与BD相交于点O，过点O作$OE\parallel CD$，过点C作CE垂直平分OD，分别交OD，AD，OE于点F，G，E，连接DE．



(1)判断四边形$OCDE$的形状，并说明理由；

(2)当$CD=4$时，求EC的长．

【答案】(1)四边形$OCDE$是菱形，理由见解析

(2)$4\sqrt{3}$

【详解】（1）证明：四边形$OCDE$是菱形，理由如下：

$\because CD\parallel OE$，

$\therefore \angle OEC=\angle DCE$，$\angle EOD=\angle CDO$，

$\because CE$垂直平分OD，

$\therefore OF=DF$，$OD\perp CE$，

$\therefore \triangle EOF\cong\triangle CDF$，

$\therefore CD=OE$，

$\therefore$四边形$OCDE$是平行四边形，

$\because OD \perp CE$，

$\therefore$四边形$OCDE$是菱形；.....3 分

（2）解：$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore AC = BD$，$OC = \frac{1}{2}AC$，$OD = \frac{1}{2}BD$，

$\therefore OC = OD$，

$\because$四边形$OCDE$是菱形，

$\therefore OC = CD$，$CF = EF$，$OD \perp CE$，

$\therefore OC = CD = OD = 4$，$\angle OCF = \angle DCF$，

$\therefore \triangle COD$是等边三角形，

$\therefore \angle OCD = 60°$，$\angle OCF = \frac{1}{2}\angle OCD = 30°$，

在$\mathrm{Rt}\triangle OFC$中，$\angle OFC = 90°$，$\angle OCF = 30°$，

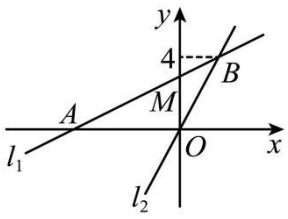
$\therefore OF = \frac{1}{2}OC = 2$，

在$\mathrm{Rt}\triangle OFC$中，$OF^2 + CF^2 = OC^2$，

$\therefore CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$，

$\therefore EC = 2CF = 4\sqrt{3}$．.....6 分

22．**（本题 8 分）**已知：如图所示，在平面直角坐标系中，过点$A(-6,0)$的直线l_1与直线$l_2: y = 2x$相交于点$B(m,4)$，与y轴交于点M.



(1)求直线l_1的表达式.

(2)求$\triangle BOM$的面积.

(3)若一次函数$y = nx + 8$的图像为l_3，且l_1、l_2、l_3不能围成三角形，直接写出n的值.

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x + 3$ (2)3(3) $n = \frac{1}{2}$，2 或 -2

【详解】（1）解：$\because$点$B(m,4)$在直线$l_2: y = 2x$上，

$\therefore 4=2m$，

$\therefore m=2$，

$\therefore$点$B(2,4)$，

设直线l_1的表达式为$y=kx+b$，

将$A(-6,0)$，$B(2,4)$代入得：$\begin{cases}0=-6k+b\\4=2k+b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{2}\\b=3\end{cases}$，

$\therefore$直线l_1的表达式为$y=\dfrac{1}{2}x+3$；.....3 分

（2）解：将$x=0$代入$y=\dfrac{1}{2}x+3$，得：$y=3$，

$\therefore M(0,3)$，

$\therefore OM=3$，

$\therefore \triangle BOM$的面积$=\dfrac{1}{2}OM\cdot|x_B|=\dfrac{1}{2}\times3\times2=3$；.....5 分

（3）解：$\because l_3$的解析式为$y=nx+8$，当$x=0$时，$y=8$，

$\therefore l_3$恒过点$(0,8)$.

$\because l_1$、l_2、l_3不能围成三角形，l_1的解析式为$y=\dfrac{1}{2}x+3$，l_2的解析式为$y=2x$，

$\therefore$当l_3与l_1平行时，l_1、l_2、l_3不能围成三角形，$n=\dfrac{1}{2}$；

当l_3与l_2平行时，l_1、l_2、l_3不能围成三角形，$n=2$；

当l_3经过点B时，l_1、l_2、l_3不能围成三角形，$4=2n+8$，解得$n=-2$，

$\therefore$当$n=\dfrac{1}{2}$，2 或-2时，l_1、l_2、l_3不能围成三角形. .....8 分

23.（**本题 10 分**）在学习了平行四边形章节后，小明根据所学习的内容，试着创造了一个新的特殊四边形，规定：对角线互相垂直的四边形称为“垂美四边形”如图 1 所示.

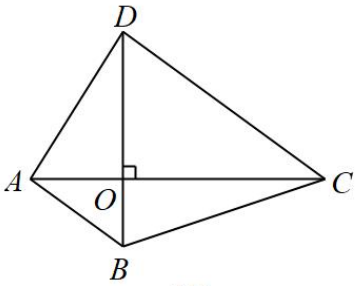


图1

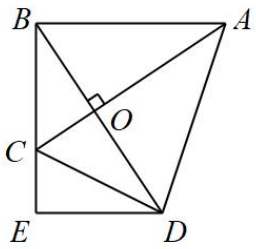


图2

(1)【概念理解】证明：有三条边相等的垂美四边形是菱形；（写出已知、求证）

(2)【性质探索】若记垂美四边形 $ABCD$ 面积为 S，试直接写出 S 与 AC、BD 之间的关系；

(3)【性质应用】根据不完全统计，勾股定理的证明有 400 多种方法，小明为了证明勾股定理，尝试用两个全等的直角三角形（$\mathrm{Rt}\triangle ABC \cong \mathrm{Rt}\triangle BED$）如图 2 摆放，其中 B、C、E 在一条直线上，若假设直角三角形三边长为 x，y，z，即 $BC=ED=x$，$AB=BE=y$，$AC=BD=z$，试利用（2）中结论证明勾股定理.

【答案】(1)证明见详解

(2) $S=\frac{1}{2}AC\cdot BD$

(3)证明见详解

【详解】（1）已知：四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相垂直，即 $AC\perp BD$，且 $AB=BC=CD$；

求证：四边形 $ABCD$ 是菱形

证明：$\because AC\perp BD$，

$\therefore \angle BOA=\angle BOC=90^\circ$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BOA$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BOC$ 中

$$\begin{cases} OB=OB \\ AB=CB \end{cases}$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle AOB\cong\mathrm{Rt}\triangle COB(HL)$，

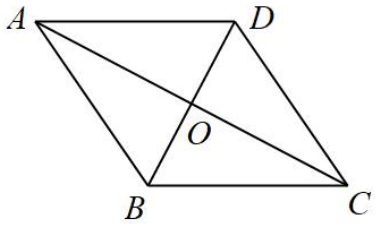
同理可得：$\mathrm{Rt}\triangle COD\cong\mathrm{Rt}\triangle COB(HL)$，

$\therefore OA=OC, OB=OD$，

又$\because AC\perp BD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore$有三条边相等的垂美四边形是菱形；.....3 分



（2）解：如图 1 所示：

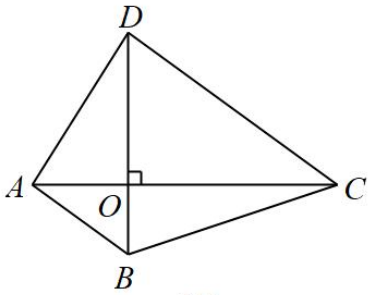


图1

∵四边形 $ABCD$ 的面积=△ABC 的面积+△ADC 的面积

$=\frac{1}{2}AC\cdot BO+\frac{1}{2}AC\cdot DO=\frac{1}{2}AC\cdot BD$；

∴ $S=\frac{1}{2}AC\cdot BD$； .....6 分

（3）由已知，可得 $\angle BCA=\angle EDB$

∵ $\angle CBO+\angle EDB=90°$

∴ $\angle CBO+\angle BCA=90°$

∴ $AC\perp BD$

∴ $ABCD$ 是垂美四边形

由（2）可得 $ABCD$ 是垂美四边形的面积 $S=\frac{1}{2}AC\cdot BD$

∴ $S=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}z^2$

∵ $S_{四边形ABCD}=S_{梯形ABED}-S_{\triangle CED}=(x+y)\times y\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times x\times(y-x)$

$S_{四边形ABCD}=\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}xy+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}xy$

$S_{四边形ABCD}=\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}x^2$

∴ $\frac{1}{2}z^2=\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}x^2$ 即 $z^2=y^2+x^2$

所以勾股定理得证. .....10 分

24. **（本题 10 分）**如图1 是1个纸杯和 4 个叠放在一起的纸杯的示意图，为了探究叠在一起的纸杯的总高度

$H(\mathrm{cm})$随着纸杯数量x（个）的变化规律．设纸杯底部到纸杯沿底边高为$h(\mathrm{cm})$，杯沿高为$a\mathrm{cm}$．

图1　　图2

(1)纸杯底部到纸杯沿底边高为$h(\mathrm{cm})$是_（填“常量”或“变量”）；

(2)写出纸杯的总高度$H(\mathrm{cm})$与纸杯数量x（个）的函数关系式：_（用含a，h的式子表示）．

(3)嘉琪同学经过实践探究，列出下列表格：

纸杯数量x（单位：个）	3	6
纸杯总高度H（单位：cm）	9.5	14

①根据表格中数据求出h和a的值；

②该型号纸杯有15个装、20个装、25个装共三种包装，均把纸杯叠放成一叠进行包装，图2是某品牌饮水机的示意图，储藏柜的高度是40cm，则该储藏柜能放得下（杯口向上）这三种包装中哪些包装的纸杯（直接写结果）．

【答案】(1)常量；

(2)$H=ax+h$；

(3)①$a=1.5$，$h=5$；②能放得下15个装和20个装的纸杯．

【详解】（1）解：纸杯底部到纸杯沿底边高为$h(\mathrm{cm})$是常量，

故答案为：常量；.....1分

（2）解：由题意可得，$H=ax+h$，

故答案为：$H=ax+h$；.....3分

（3）解：①把$(3,9.5)$、$(6,14)$代入$H=ax+h$得，

$$\begin{cases}9.5=3a+h\\14=6a+h\end{cases},$$

解得 $\begin{cases}a=1.5\\h=5\end{cases}$，

即 $a=1.5$，$h=5$；.....5 分

②∵ $a=1.5$，$h=5$，

∴ $H=1.5x+5$，.....6 分

当 $x=15$ 时，$H=1.5\times15+5=27.5\text{cm}$；

当 $x=20$ 时，$H=1.5\times20+5=35\text{cm}$；

当 $x=25$ 时，$H=1.5\times25+5=42.5\text{cm}$，

∵ $27.5\text{cm}<35\text{cm}<40\text{cm}$，$42.5\text{cm}>40\text{cm}$，.....9 分

∴该储藏柜能放得下15个装和20个装的纸杯. .....10 分

25. **（本题 12 分）**如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $OABC$ 的边长为 m，点 A,C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上 P,Q 两点从点 O,B 处同时出发，分别沿着 $O\to C$ 和 $B\to A$ 的方向运动 a 个单位长度，运动到 C,A 两点处同时停止运动，连接 PQ．其中 a,m 均为常数且 $am\neq0$。

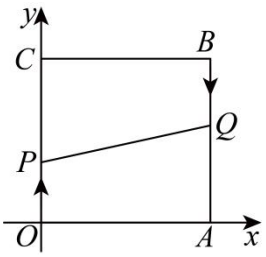


图1

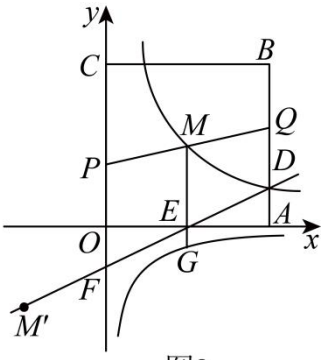


图2

(1)求证：在运动过程中线段 PQ 经过一定点，记作 M，并直接写出点 M 的坐标；（用含有 m 的代数式表示）

(2)如图 2，点 M' 与点 M 关于原点 O 对称．过点 M 作双曲线 $y_1=\frac{k}{x}(k$ 为常数，$k\neq0)$ 与 AB 交于点 D，作直线 DM' 与 x 轴、y 轴分别交于 E,F 两点，连接 ME。

①求证：$ME\parallel BA$

②若四边形 $MEDQ$ 是平行四边形，求出 a 与 m 之间的函数关系式；

(3)当 $m\neq2$ 时，在（2）中②的条件下，延长 ME 交双曲线 $y_2=-\frac{a}{x}(x>0)$ 于 G，将直线 DE 沿 y 轴向下平移经过点 G 得到直线 $y_3=sx+t$．结合图象，直接写出不等式 $-\frac{a}{x}>sx+t$ 的解集.

【答案】(1)见解析，$\left(\frac{m}{2},\frac{m}{2}\right)$

(2)①见解析；②$a=\frac{1}{4}m$

(3)当$0<m<2$时，$\frac{m}{2}<x<1$；当$m>2$时，$1<x<\frac{m}{2}$

【详解】（1）证明：由题意得：$P(0,a)$，$Q(m,m-a)$，

设直线PQ的解析式为$y=nx+b$，则$\begin{cases}b=a\\nm+b=m-a\end{cases}$

解得：$\begin{cases}b=a\\n=\frac{m-2a}{m}\end{cases}$，则直线$PQ$的解析式为$y=\frac{m-2a}{m}x+a$，.....3 分

当$x=\frac{m}{2}$时，$y=\frac{m-2a}{m}\cdot\frac{m}{2}+a=\frac{m}{2}$，

∴点M的坐标为$\left(\frac{m}{2},\frac{m}{2}\right)$，即线段$PQ$经过一定点$M$；.....4 分

（2）①证明：由（1）知：$M\left(\frac{m}{2},\frac{m}{2}\right)$，

∵点M'与点M关于原点O对称.

∴$M'\left(-\frac{m}{2},-\frac{m}{2}\right)$，

∵双曲线$y_1=\frac{k}{x}$(k为常数，$k\neq0$)经过点M，

∴$k=\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}=\frac{m^2}{4}$，

∵双曲线y_1与AB交于点D，

∴$D\left(m,\frac{m}{4}\right)$，

设直线$M'D$的解析式为$y=k_1x+b_1$，则$\begin{cases}-\frac{m}{2}k_1+b_1=-\frac{m}{2}\\mk_1+b_1=\frac{m}{4}\end{cases}$。

解得：$\begin{cases}k_1=\frac{1}{2}\\b_1=-\frac{m}{4}\end{cases}$，则直线$M'D$的解析式为$y=\frac{1}{2}x-\frac{m}{4}$，

令$y=0$，得$\frac{1}{2}x-\frac{m}{4}=0$，

解得：$x=\frac{m}{2}$，

∴$E\left(\frac{m}{2},0\right)$，

∴$E\left(\frac{m}{2},0\right)$，

$\therefore ME \perp x$ 轴,

$\because AB \perp x$ 轴,

$\therefore ME // BA$； .....6 分

②解：四边形 $MEDQ$ 是平行四边形,

$\therefore MQ // ED$，即 $PQ // M'D$,

$\therefore \frac{m-2a}{m}=\frac{1}{2}$,

$\therefore m=4a$,

即 $a=\frac{1}{4}m$； .....7 分

（3）解：由（2）②知，$ME \perp x$ 轴，$E\left(\frac{m}{2},0\right)$，$a=\frac{1}{4}m$，

$\therefore y_2=-\frac{a}{x}=-\frac{m}{4x}$,

$\therefore G\left(\frac{m}{2},-\frac{1}{2}\right)$, ...8 分

$\because$ 将直线 DE 沿 y 轴向下平移经过点 G 得到直线 $y_3=sx+t$，

$\therefore y_3=\frac{1}{2}x+t$，把 G 的坐标代入得：$\frac{1}{4}m+t=-\frac{1}{2}$,

解得：$t=-\frac{1}{4}m-\frac{1}{2}$,

$\therefore y_3=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}m-\frac{1}{2}$.

联立得：$\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}m-\frac{1}{2}=-\frac{m}{4x}$,

解得：$x_1=1$，$x_2=\frac{m}{2}$， .....9 分

当 $0<m<2$ 时，不等式 $-\frac{a}{x}>sx+t$ 的解集为 $\frac{m}{2}<x<1$；

当 $m>2$ 时，不等式 $-\frac{a}{x}>sx+t$ 的解集为 $1<x<\frac{m}{2}$；

综上，当 $0<m<2$ 时，不等式 $-\frac{a}{x}>sx+t$ 的解集为 $\frac{m}{2}<x<1$；当 $m>2$ 时，不等式 $-\frac{a}{x}>sx+t$ 的解集为 $1<x<\frac{m}{2}$. .....12 分