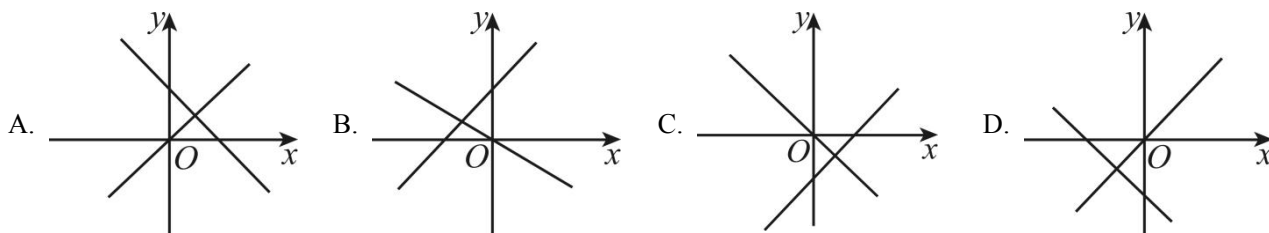


市北初级中学北校 2025-2026 学年八年级下期末模拟数学试卷 01

一、单选题(本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 在同一平面直角坐标系中, 直线 $y = x - a$ 和直线 $y = ax$ 的图象可能是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】分两种情况分别确定两条直线的位置即可得出答案.

【详解】解: 当 $a > 0$ 时, 直线 $y = ax$ 经过第一, 三象限, 且经过原点, 直线 $y = x - a$ 经过第一, 三, 四象限, 无符合题意的选项;

当 $a < 0$ 时, 直线 $y = ax$ 经过第二, 四象限, 且经过原点, 直线 $y = x - a$ 经过第一, 二, 三象限, B 符合题意.

2. 第二象限的点 P 到 x 轴的距离是 2, 到 y 轴的距离是 1, 则点 P 的坐标是 ()

- A. $(2, -1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, 2)$

【答案】D

【解析】

【详解】 $\because$ 点 P 到 x 轴的距离是 2, 到 y 轴的距离是 1,

$\therefore$ 点 P 纵坐标的绝对值 $|y| = 2$, 横坐标的绝对值 $|x| = 1$,

$\because$ 点 P 在第二象限, 第二象限内点的横坐标为负, 纵坐标为正,

$\therefore x = -1, y = 2$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1, 2)$.

3. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2, 3)$, 以原点 O 为圆心, OA 为半径画弧, 交 x 轴的正半轴于点 B , 则点 B 的坐标是 ()

- A. $(\sqrt{13}, 0)$ B. $(3, 0)$ C. $(0, \sqrt{13})$ D. $(0, 3)$

【答案】A

【解析】

【分析】先利用勾股定理求出 OA 的长度，根据作图可知 $OB = OA$ ，结合点 B 在 x 轴正半轴的位置即可得到点 B 的坐标.

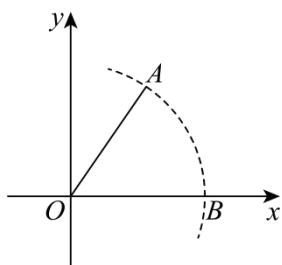
【详解】解：∵ 原点 O 坐标为 $(0,0)$ ，点 A 坐标为 $(2,3)$ ，

$$\therefore OA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

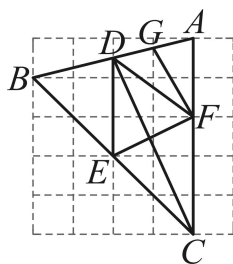
∵ 以点 O 为圆心 OA 长为半径画弧，交 x 轴的正半轴于点 B ，

$$\therefore OA = OB = \sqrt{13},$$

∴ 点 B 坐标为 $(\sqrt{13}, 0)$.



4. 如图， ABC 为边长为 1 个单位长度的正方形网格中的格点三角形，则其重心在 ()



- A. 线段 FG 上 B. 线段 DC 上 C. 线段 EF 上 D. 线段 DE 上

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了重心的概念，掌握重心是三角形中线的交点是关键.

根据三角形的重心是三角形中线的交点即可判断重心的位置.

【详解】解：∵ $AD = BD$ ，

∴ CD 是 ABC 的中线，

∵ 三角形的重心是三角形中线的交点，

∴ 它的重心在线段 CD 上.

故选：B.

5. 下列命题中，正确的是 ()

- A. 一次函数 $y = 4(x-1) - 2$ 在 y 轴上的截距是 -2
- B. 一次函数 $y = x - 1$ 的图像与 x 轴交于点 $(-1, 0)$
- C. 一次函数 $y = (-m^2 - 1)x + 3x + n$ 的图像一定经过第二、四象限
- D. 一次函数 $y = -2x + 3 (-1 \leq x \leq 3)$ 的图像是一条线段

【答案】D

【解析】

【分析】根据一次函数的截距、交点、图象性质，逐一判断选项即可.

【详解】解：对选项 A: $\because y = 4(x-1) - 2 = 4x - 6$,

令 $x = 0$, 得 $y = -6$,

$\therefore$ 该函数在 y 轴上的截距为 -6 , A 错误, 该选项不符合题意;

对选项 B: $\because$ 一次函数 $y = x - 1$ 与 x 轴相交时 $y = 0$, 令 $y = 0$ 得 $x = 1$,

$\therefore$ 交点坐标为 $(1, 0)$, B 错误, 该选项不符合题意;

对选项 C: $\because y = (-m^2 - 1)x + 3x + n = (-m^2 - 1 + 3)x + n = (-m^2 + 2)x + n$, 当 $m^2 < 2$ 时, $-m^2 + 2 > 0$, 此时函数图象经过第一、三象限,

$\therefore$ 该函数图象不一定经过第二、四象限, C 错误, 该选项不符合题意;

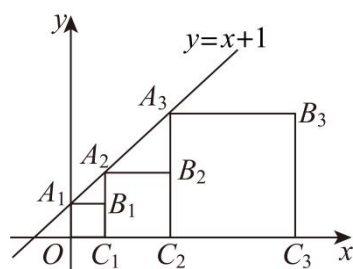
对选项 D: $\because$ 一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象是直线,

又 $\because$ 自变量 x 的取值范围是 $-1 \leq x \leq 3$,

$\therefore$ 图象是一条线段, D 正确, 该选项符合题意.

6. 正方形 $A_1B_1C_1O$ 、 $A_2B_2C_2C_1$ 、 $A_3B_3C_3C_2 \cdots$ 按如图所示的方式放置. 点 A_1 、 A_2 、 $A_3 \cdots$ 和点 C_1 、 C_2 、 $C_3 \cdots$

分别在直线 $y = x + 1$ 和 x 轴上, 则点 A_{2026} 的坐标是 ()



- A. $(2^{2023}, 2^{2024})$ B. $(2^{2025} - 1, 2^{2025})$ C. $(2^{2024}, 2^{2025})$ D. $(2^{2026} - 1, 2^{2026})$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查一次函数图象上点的坐标的特征，正方形的性质，等腰直角三角形的性质，能够找出坐标的变化规律是解题的关键.

分别求出 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5，探究坐标的变化规律，进而得出 A_{2026} 的坐标，做出选择即可.

【详解】解：当 $x=0$ 时， $y=0+1=1$ ，

当 $y=0$ 时， $x=-1$ ，

$\therefore OC_1 = OA_1 = 1$ ， $\triangle A_1OC$ 是等腰直角三角形，

同理可得： $\triangle A_1B_1A_2$ ， $\triangle A_2B_2A_3$ ， $\triangle A_3B_3A_4$都是等腰直角三角形，

于是： $A_1(0,1)$ ， $A_2(1,2)$ ， $A_3(3,4)$ ， $A_4(7,8)$，

$\therefore A_n(2^{n-1}-1, 2^{n-1})$ ，

$\therefore A_{2026}(2^{2025}-1, 2^{2025})$.

故选：B.

二、填空题(本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 已知一次函数 $y=kx+k-1$ (其中 k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象不经过第二象限，则 k 的取值范围是

_____.

【答案】 $0 < k \leq 1$

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系，掌握一次函数经过象限与 k 、 b 的关系成为解题的关键.

直接根据图象在坐标平面内的位置关系确定 k 的取值范围，进而完成解答.

【详解】解：一次函数 $y=kx+k-1$ (其中 k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象不经过第二象限，

则可能是经过一、三象限或一、三、四象限，

经过一、三象限时， $k > 0$ 且 $k-1=0$ ，此时 $k=1$ ，

经过一、三、四象限时， $k > 0$ 且 $k-1 < 0$ 。此时 $0 < k < 1$ ，

综上所述， k 的取值范围是： $0 < k \leq 1$ 。

故答案为： $0 < k \leq 1$ 。

8. 如果将点 $A(1,4)$ 向右平移 3 个单位长度得到点 B , 点 C 与点 B 关于 x 轴对称. 那么点 C 的坐标是

【答案】 $(4,-4)$

【解析】

【分析】 先根据点的平移规律得到点 B 的坐标, 再根据关于 x 轴对称的点的坐标特征求解点 C 的坐标.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(1,4)$ 向右平移 3 个单位长度得到点 B ,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(1+3,4)$, 即 $B(4,4)$,

$\because$ 点 C 与点 $B(4,4)$ 关于 x 轴对称,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(4,-4)$.

9. 已知直线 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限. 且过点 $(2,0)$, 那么 $kx+b<0$ 的解集为_____.

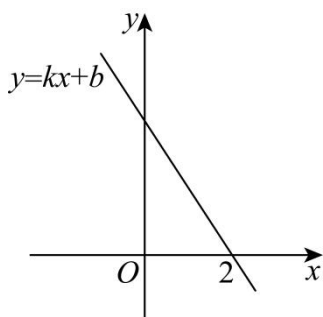
【答案】 $x>2$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与一元一次不等式: 理解一次函数与一元一次不等式 (组) 之间的内在联系及数形结合思想. 运用一次函数的性质是解决本题的关键. 先根据一次函数的性质画出函数图象, 然后结合图象, 写出一次函数图象在 x 轴下方所对应的自变量的范围即可.

【详解】 解: 如图, 当 $x>2$ 时, $y<0$,

即当 $kx+b<0$ 时 x 的取值范围是 $x>2$.



故答案为: $x>2$.

10. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $A(0,-6)$, 且与直线 $y=-3x+2$ 平行, 这个函数解析式为_____.

【答案】 $y=-3x-6$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图像和性质;

根据与 y 轴的交点坐标可得 b 的值, 再根据两条直线平行, k 值相等, 求出 k 即可.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $A(0, -6)$,

$$\therefore b = -6,$$

又 $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图像与直线 $y = -3x + 2$ 平行,

$$\therefore k = -3,$$

$$\therefore \text{这个函数解析式为 } y = -3x - 6,$$

故答案为: $y = -3x - 6$.

11. 已知点 $P(2a-1, a+1)$, 如果点 Q 的坐标为 $(5, 2)$, 且直线 $PQ \parallel y$ 轴, 那么点 P 的坐标是_____

【答案】 $(5, 4)$

【解析】

【分析】根据平行于 y 轴的直线上点的坐标特征, 可得点 P 与点 Q 横坐标相等, 列方程求出 a 的值, 再代入计算得到点 P 的纵坐标即可.

【详解】解: $\because PQ \parallel y$ 轴,

$\therefore$ 点 $P(2a-1, a+1)$ 和点 $Q(5, 2)$ 的横坐标相等,

$$\therefore 2a-1=5,$$

解得 $a=3$,

将 $a=3$ 代入 $a+1$ 得 $a+1=3+1=4$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(5, 4)$.

12. 将直线 $y = x - 2$ 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位, 平移后的直线表达式是_____.

【答案】 $y = x - 5$

【解析】

【分析】本题考查一次函数图象的平移. 根据直线的平移规则: 上加下减, 即可得解.

【详解】解: 将直线 $y = x - 2$ 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位, 平移后的直线表达式是 $y = x - 2 - 3 = x - 5$.

故答案为: $y = x - 5$.

13. 对于四边形 $ABCD$, 给出下列 4 组条件: ① $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$; ② $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$;

③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$; ④ $\angle A = \angle B = \angle C$. 其中一定能得到“四边形 $ABCD$ 是矩形”的条件有

_____. (填给定条件的序号)

【答案】①

【解析】

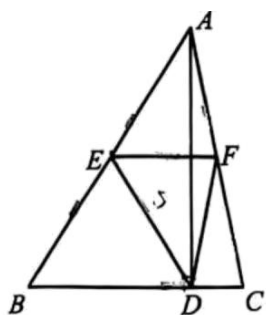
【详解】解：① $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ ，可得每个角的度数为 $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ ，四个角都是直角的四边形是矩形，因此四边形 $ABCD$ 是矩形，故①正确.

② $\angle A = \angle B$ ， $\angle C = \angle D$ ，可得 $2\angle A + 2\angle C = 360^\circ$ ，即 $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ，无法推出四个角都是直角，例如等腰梯形可满足该条件，但不是矩形，因此四边形 $ABCD$ 不一定是矩形，故②错误.

③ $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，两组对角分别相等的四边形是平行四边形，只能判定该四边形为平行四边形，平行四边形不一定是矩形，因此四边形 $ABCD$ 不一定是矩形，故③错误.

④ $\angle A = \angle B = \angle C$ ，可得 $\angle D = 360^\circ - 3\angle A$ ，无法保证四个角都是直角，因此四边形 $ABCD$ 不一定是矩形，故④错误.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 7$ ， $BC = 5$ ， $AC = 6$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 E ， F 分别是 AB ， AC 的中点，那么 $\triangle DEF$ 的周长是_____.



【答案】

9

【解析】

【分析】因为 $AD \perp BC$ ， E 是 AB 中点，所以可利用直角三角形斜边中线定理，得出 DE 与 AB 的数量关系；同理， F 是 AC 中点，可得出 DF 与 AC 的数量关系. 再利用三角形中位线定理，得出 EF 与 BC 的数量关系，最后根据 $\triangle DEF$ 的周长定义求出即可.

【详解】解： $\because AD \perp BC$ ，

$\therefore \triangle ADB$ 、 $\triangle ADC$ 都是直角三角形.

又 $\because E$ 是 AB 的中点， F 是 AC 的中点，

$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5$ ， $DF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ， $\diamond EF \diamond$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$ ，

$\therefore \triangle DEF$ 的周长: $C_{\triangle DEF} = DE + EF + DF = 3.5 + 2.5 + 3 = 9$.

15. 已知一个菱形有一个内角等于 120° ，一条对角线长是 6，那么这个菱形的面积是_____.

【答案】

$6\sqrt{3}$ 或 $18\sqrt{3}$

【解析】

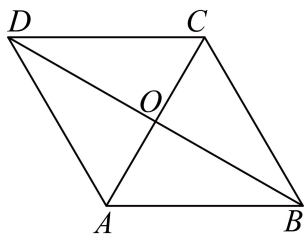
【分析】根据菱形的性质，菱形邻角互补，对角线互相垂直平分，且平分内角，已知一个内角为 120° ，可得相邻内角为 60° ，需分已知对角线为短对角线和长对角线两种情况讨论，利用勾股定理求出另一条对角线的长，再根据菱形面积等于对角线乘积的一半计算面积.

【详解】解：设菱形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O ，

由菱形的性质可得： $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AC \perp BD$ ， $AO = \frac{1}{2}AC$ ， $BO = \frac{1}{2}BD$ ， AC 平分 $\angle BAD$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， $AB = BC$ ，

分两种情况讨论：

1. 当长度为 6 的对角线是较短对角线 AC 时，如图所示， $AC = 6$ ，



$\because AB = BC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = AC = 6$ ， $AO = \frac{1}{2}AC = 3$ ，

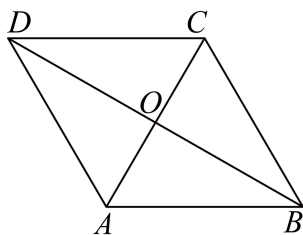
在 $Rt\triangle AOB$ 中，由勾股定理得：

$$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}，$$

$\therefore BD = 2BO = 6\sqrt{3}$ ，

菱形面积 $S = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$ ，

2. 当长度为 6 的对角线是较长对角线 BD 时，如图所示， $BD = 6$ ，



$$\therefore BO = \frac{1}{2}BD = 3,$$

设 $AO = x$, 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle ABO = 30^\circ$,

$$\therefore AB = 2AO = 2x,$$

由勾股定理得: $AO^2 + BO^2 = AC^2$,

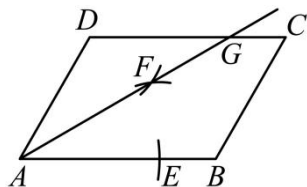
$$\text{即 } x^2 + 3^2 = (2x)^2,$$

解得 $x = \sqrt{3}$ (舍去负根),

$$\therefore AO = \sqrt{3}, \quad AC = 2AO = 2\sqrt{3},$$

$$\text{菱形面积 } S = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3},$$

16. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 以点 A 为圆心, AD 长为半径画弧, 交边 AB 于点 E , 再分别以点 D 、 E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}DE$ 长为半径画弧, 两弧交于点 F , 连接并延长 AF 交边 CD 于点 G . 已知 $AE = 10$, $\square ABCD$ 的周长为 48, 则 GC 的长是_____.



【答案】4

【解析】

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 则 $AB \parallel CD$, $AB = CD$, 所以 $\angle DGA = \angle CAB$, 由作图可知 AG 平分 $\angle DAB$, $AD = AE = 10$, 通过 $\angle DAG = \angle GAB = \angle DGA$, 可得 $AD = DG = 10$, 又平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48, 则 $AD + AB = 24$, 然后通过线段和差即可求解.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, \quad AB = CD,$$

$$\therefore \angle DGA = \angle GAB,$$

由作图可知: AG 平分 $\angle DAB$, $AD = AE = 10$,

$$\therefore \angle DAG = \angle GAB = \angle DGA,$$

$$\therefore AD = DG = 10,$$

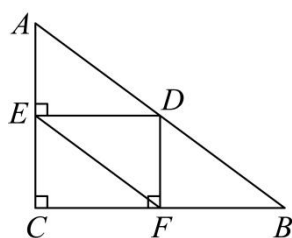
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48,

$$\therefore AD + AB = 24,$$

$$\therefore AB = CD = 14,$$

$$\therefore CG = CD - DG = 14 - 10 = 4.$$

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 点 D 为斜边 AB 上的动点, $AC = 3, BC = 4, DE \perp AC$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F , 那么线段 EF 的最小值是_____.

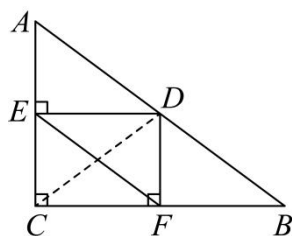


【答案】 $\frac{12}{5}$

【解析】

【分析】连接 CD , 证四边形 $CEDF$ 是矩形, 可得 $EF = CD$, 再由垂线段最短可得: $CD \perp AB$ 时, 线段 CD 的长最小, 进而解答即可.

【详解】解: 如图, 连接 CD ,



$$\because DE \perp AC, DF \perp BC,$$

$$\therefore \angle CED = \angle ACB = \angle CFD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是矩形,

$$\therefore EF = CD,$$

由垂线段最短可得: $CD \perp AB$ 时, 线段 CD 的长最小,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = 3, BC = 4$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

当 $CD \perp AB$ 时,

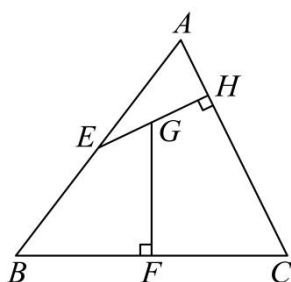
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \times BC = \frac{1}{2}AB \times CD,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5CD,$$

$$\text{解得: } CD = \frac{12}{5},$$

即 EF 的最小值为 $\frac{12}{5}$.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E, F 分别是 AB, BC 的中点, $EH \perp AC$ 于 H , $GF \perp BC$ 且交 EH 于点 G , $GF = FC$, 若 $EG = \sqrt{5}$, $AH = 3$, 则 CH 的长是_____.

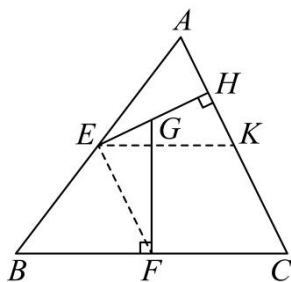


【答案】 $2\sqrt{5} + 3$

【解析】

【分析】取 AC 的中点 K , 连接 EK, EF , 则 EF, EK 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 可证四边形 $EFCK$ 是平行四边形, 再证明出 $\triangle FEG \cong \triangle EHK$ (AAS), 得到 $EG = HK = \sqrt{5}$, 进而得出 $AC = 2AK = 6 + 2\sqrt{5}$, 即可得解.

【详解】解: 如图, 取 AC 的中点 K , 连接 EK, EF ,



$\because$ 点 E, F 分别是 AB, BC 的中点,

$\therefore EF, EK$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2}AC, EK \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $EFCK$ 是平行四边形,

$$\therefore EK = FC,$$

$$\because GF = FC,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore EK = GF, \\
&\because EF \parallel AC, \quad EH \perp AC, \\
&\therefore \angle FEH = \angle EHK = 90^\circ, \\
&\because FG \perp BC, \\
&\therefore \angle GFC = 90^\circ, \\
&\therefore \angle C + \angle FGH = 360^\circ - \angle EHC - \angle GFC = 180^\circ, \\
&\because \angle FGH + \angle EGF = 180^\circ, \\
&\therefore \angle C = \angle EGF, \\
&\because EK \parallel BC, \\
&\therefore \angle HKE = \angle C, \\
&\therefore \angle EGF = \angle HKE,
\end{aligned}$$

在 $\triangle FEG$ 和 $\triangle EHK$ 中,

$$\begin{cases} \angle FEG = \angle EHK \\ \angle EGF = \angle HKE, \\ GF = KE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FEG \cong \triangle EHK \text{ (AAS)},$$

$$\therefore EG = HK = \sqrt{5},$$

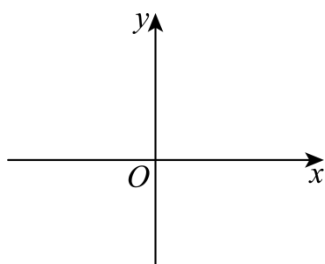
$$\therefore AK = AH + HK = 3 + \sqrt{5},$$

$$\therefore AC = 2AK = 6 + 2\sqrt{5},$$

$$\therefore CH = AC - AH = 2\sqrt{5} + 3.$$

三、解答题(19-20 题每题 8 分, 21-23 每题 10 分, 满分 56 分)

19. 已知一次函数的图像 l 经过点 $A(0, -2)$, 正比例函数 $y = \frac{1}{3}x$ 的图像交于点 $(3, a)$.



(1) 求一次函数解析式;

(2) 若将直线 l 进行平移, 使平移后的直线与坐标轴围成的三角形面积为 15, 求平移后的直线解析式.

【答案】(1) $y = x - 2$

(2) $y = x + \sqrt{30}$ 或 $y = x - \sqrt{30}$

【解析】

【分析】 本题考查的是利用待定系数法求解一次函数的解析式，图象的平移，一次函数与坐标轴围成的三角形的面积的计算，熟练的求解一次函数与坐标轴的交点坐标是解本题的关键.

(1) 利用待定系数法求解一次函数的解析式即可；

(2) 先确定平移后的函数解析式，然后求解一次函数与坐标轴的交点坐标，再利用三角形的面积公式计算即可.

【小问 1 详解】

解：把 $(3, a)$ 代入 $y = \frac{1}{3}x$ 得 $a = 1$,

$\therefore$ 交点坐标为 $(3, 1)$,

设直线 l 的解析式为: $y = kx + b$, 把 $A(0, -2)$ 和 $(3, 1)$ 代入得:

$$\begin{cases} b = -2 \\ 3k + b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = x - 2$;

【小问 2 详解】

设平移后的直线解析式 $y = x + a$,

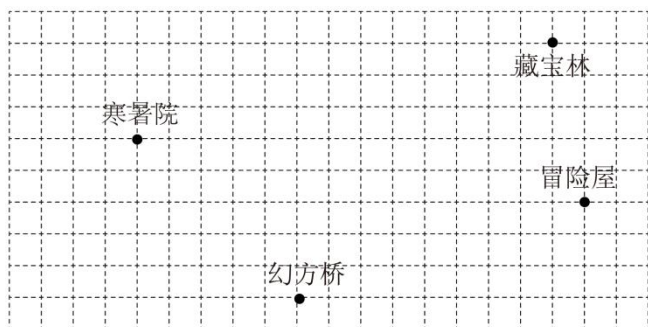
则与 x 轴交点坐标为 $(-a, 0)$, 与 y 轴交点坐标为 $(0, a)$,

$\therefore$ 与坐标轴围成的三角形面积为 $\frac{1}{2}a^2 = 15$,

解得: $a = \pm\sqrt{30}$,

$\therefore$ 平移后的直线解析式为 $y = x + \sqrt{30}$ 或 $y = x - \sqrt{30}$.

20. 某游乐园的游览简图如图所示, 以图中某个方格的顶点为原点, 分别以网格横线向右、纵线向上为 x 轴、 y 轴正方向建立平面直角坐标系.



(1) 如果原点是“冒险屋”，单位长度是每个小方格的边长，那么“藏宝林”的坐标是_____，“幻方桥”的坐标是_____

(2) 如果“幻方桥”的坐标是 $(-2, -3)$ ，“寒暑院”的坐标是 $(-7, 2)$ ，在图中画出符合要求的平面直角坐标系.

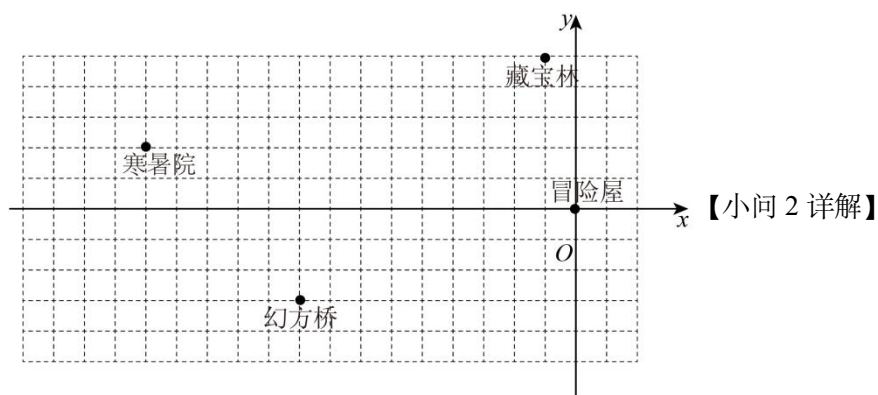
【答案】(1) $(-1, 5)$, $(-9, -3)$;

(2) 见解析

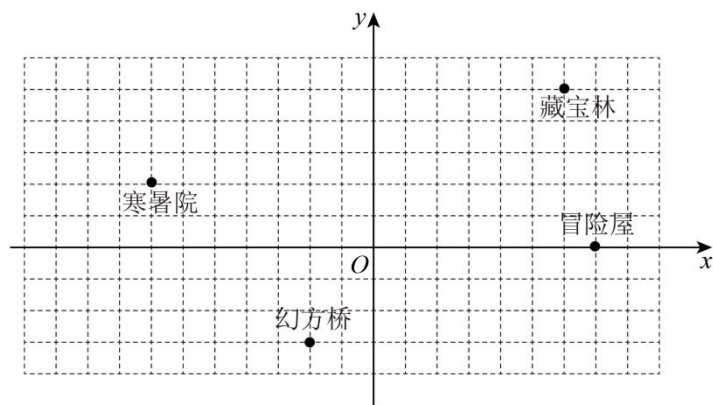
【解析】

【小问 1 详解】

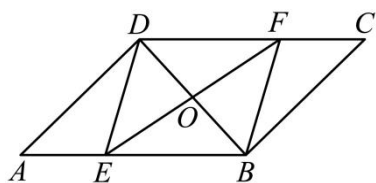
建立如图平面直角坐标系，由题意可知，“藏宝林”的坐标是 $(-1, 5)$ ，“幻方桥”的坐标是 $(-9, -3)$;



根据题意，建立如图平面直角坐标系，经检验，“幻方桥”的坐标 $(-2, -3)$ 和“寒暑院”的坐标符合题意.



21. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上, $\angle ADE = \angle CBF$, EF 与 BD 相交于点 O .



(1) 求证: $BO = DO$.

(2) 如果 $\angle ADB = 90^\circ$, $\angle ADE = \angle A$. 求证: 四边形 $EBFD$ 是一个菱形.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质得出 $AB \parallel CD$, $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle A = \angle C$, 证明

$\triangle ADE \cong \triangle CBF$ 得到 $AE = CF$, 从而 $BE = DF$, 结合 $BE \parallel DF$ 证得四边形 $EBFD$ 是平行四边形, 根据平行四边形对角线互相平分即可证得 $BO = DO$.

(2) 由 $\angle A = \angle ADE$ 可得 $AE = DE$, 根据 $\angle ADB = 90^\circ$ 推出 $\angle BDE = \angle ABD$, 得到 $DE = EB$, 从而证得四边形 $EBFD$ 是菱形.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle A = \angle C$,

$\therefore \angle A = \angle C$,

又 $\because AD = CB$, $\angle ADE = \angle CBF$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$,

$\therefore AE = CF$,

$\because AB = CD$, $AE = CF$,

$\therefore BE = DF$,

又 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore BE \parallel DF$,

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形,

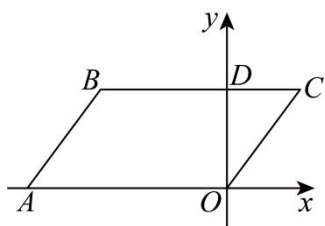
$\therefore BO = DO$.

【小问 2 详解】

解: $\because \angle A = \angle ADE$,

$\therefore AE = DE$,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADE + \angle BDE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ$,
 又 $\therefore \angle ADE = \angle A$,
 $\therefore \angle BDE = 90^\circ - \angle A$,
 $\therefore \angle ABD = 90^\circ - \angle A$,
 $\therefore \angle BDE = \angle ABD$,
 $\therefore DE = EB$,
 $\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形,
 $\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是菱形.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 点 O 是原点, 点 A 的坐标是 $(-16, 0)$, 线段 BC 交 y 轴于点 $D(0, 8)$, $CD = 6$. 动点 P 从点 O 出发, 沿射线 OA 的方向以每秒 2 个单位的速度运动, 同时动点 Q 从点 D 出发, 以每秒 1 个单位的速度向点 B 运动, 当点 Q 运动到点 B 时, 点 P 随之停止运动, 设运动时间为 t 秒.



- (1) 用含 t 的代数式表示: $BQ =$ _____;
 (2) 当以 P, Q, A, B 为顶点的四边形是平行四边形时, 则 t 的值是 _____;
 (3) 当 $\triangle BQP$ 是等腰三角形时, 求 t 的值.

【答案】 (1) $10 - t$

(2) 6 或 $\frac{26}{3}$

(3) t 的值为 $\frac{10}{3}$ 秒或 $\frac{9}{5}$ 秒

【解析】

【分析】 (1) 根据平行四边形的性质及点 A 坐标得出 $BC = OA = 16$, 即可求出 $BD = 10$, 根据点 Q 速度即可得答案;

(2) 点 P_1 在点 A 右侧和点 P_2 在点 A 左侧两种情况, 分别表示出 AP_1 和 AP_2 , 利用平行四边形的性质列方

程求出 t 的值即可；

(3) 分 $PB = PQ$ 、 $BQ = PQ = 10 - t$ 和 $BP = BQ = 10 - t$ 三种情况，分别利用等腰三角形“三线合一”的性质及勾股定理列方程求出 t 的值即可。

【小问 1 详解】

解：∵ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，点 O 是原点，点 A 的坐标是 $(-16, 0)$ ，

$$\therefore BC = OA = 16,$$

$$\therefore CD = 6,$$

$$\therefore BD = 16 - 6 = 10,$$

∵ 点 Q 以每秒 1 个单位的速度向点 B 运动，运动时间为 t 秒，

$$\therefore DQ = t,$$

$$\therefore BQ = BD - DQ = 10 - t.$$

【小问 2 详解】

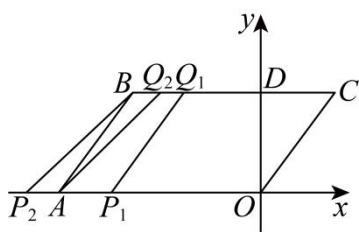
解：∵ $BD = 10$ ，点 Q 运动到点 B 时，点 P 随之停止运动，

$$\therefore 0 \leq t \leq 10,$$

∵ 点 P 从点 O 出发，沿射线 OA 的方向以每秒 2 个单位的速度运动，

$$\therefore OP = 2t,$$

①如图，当点 P_1 在点 A 右侧时，



$$\therefore OA = 16,$$

$$\therefore AP_1 = 16 - 2t,$$

∵ 四边形 ABQ_1P_1 是平行四边形，

$$\therefore BQ_1 = AP_1,$$

$$\therefore 10 - t = 16 - 2t,$$

解得： $t = 6$ ；

②如图，当点 P_2 在点 A 左侧时， $AP_2 = 2t - 16$ ，

$\therefore$ 四边形 P_2BQ_2A 是平行四边形,

$$\therefore AP_2 = BQ_2,$$

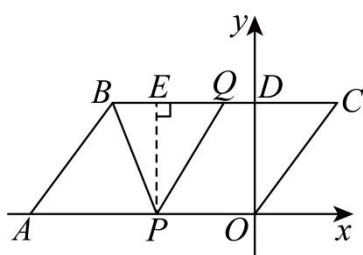
$$\therefore 2t - 16 = 10 - t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{26}{3};$$

综上所述: 当以 P , Q , A , B 为顶点的四边形是平行四边形时, 则 t 的值是 6 或 $\frac{26}{3}$.

【小问 3 详解】

解: 如图, 当 $PB = PQ$ 时, 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于 E , 则 $BE = QE$,



$$\therefore BC \parallel OA,$$

$$\therefore PE \perp OA,$$

$$\therefore \text{四边形 } EPOD \text{ 是矩形, } DE = OP,$$

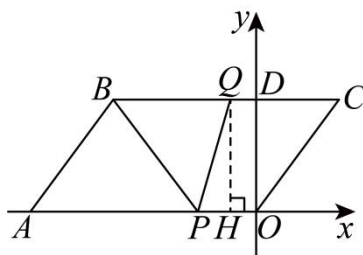
$$\therefore BQ = 10 - t,$$

$$\therefore QE = \frac{1}{2}BQ = \frac{1}{2}(10 - t), \quad DE = DQ + QE = t + \frac{1}{2}(10 - t) = \frac{1}{2}t + 5,$$

$$\therefore 2t = \frac{1}{2}t + 5,$$

$$\text{解得: } t = \frac{10}{3};$$

如图, 当 $BQ = PQ = 10 - t$ 时, 过点 Q 作 $QH \perp OP$ 于 H , 则四边形 $QHOD$ 是矩形,



$$\therefore OH = DQ = t, \quad PH = OP - OH = 2t - t = t,$$

$$\therefore D(0, 8),$$

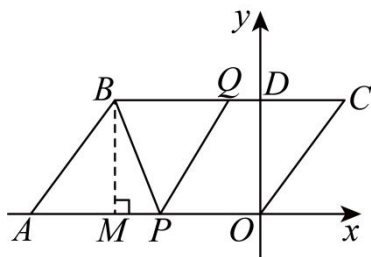
$$\therefore QH = OD = 8,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PQH \text{ 中, } PQ^2 = PH^2 + QH^2,$$

$$\therefore (10-t)^2 = t^2 + 8^2,$$

$$\text{解得: } t = \frac{9}{5};$$

如图, 当 $BP = BQ = 10 - t$ 时, 过点 B 作 $BM \perp OA$ 于 M , 则四边形 $BMOD$ 是矩形,



$$\therefore BM = 8, \quad PM = 10 - 2t,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PBM \text{ 中, } PB^2 = PM^2 + BM^2,$$

$$\therefore (10-t)^2 = (10-2t)^2 + 8^2,$$

$$\text{整理得, } 3t^2 - 20t + 64 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-20)^2 - 4 \times 3 \times 64 = -368 < 0,$$

$\therefore$ 此方程无实数根,

$\therefore$ 此种情况不存在;

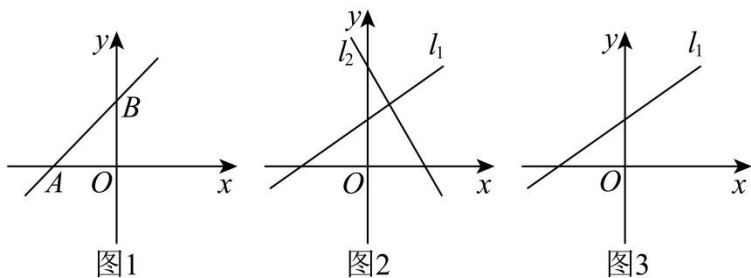
综上所述: t 的值为 $\frac{10}{3}$ 秒或 $\frac{9}{5}$ 秒.

23. 一个数学兴趣小组尝试探究一次函数图象与两坐标轴所围成三角形面积的问题. 为了较为全面地研究这个问题, 他们准备把它分成两种类型问题来分别进行研究:

类型 I: 一条直线 $y = kx + b$ (k 、 b 都不为 0) 与两条坐标轴所围成的三角形面积大小;

类型 II: 两条直线 $l_1: y_1 = k_1x + b_1$ 和 $l_2: y_2 = k_2x + b_2$ ($k_1 \neq k_2$ 、 $b_1 \neq b_2$, 且都不为零) 与坐标轴所围成的三角形的面积、直线 l_1 与两条坐标轴所围成的三角形面积、直线 l_2 与两条坐标轴所围成的三角形面积之间的关系.

小组成员认为第一类问题只要将直线与两坐标轴的交点坐标分别求出来, 就能解决; 而第二类的问题需要根据两个函数 k 和 b 符号的不同情况, 分别进行研究, 才能得出相应的结论.



(1) 如图 1, 请你帮助小组求出 $\triangle ABO$ 的面积 S (用含 k 和 b 的式子表示).

(2) 将直线 l_1 与两条坐标轴所围成的三角形面积记为 S_1 , 直线 l_2 与两条坐标轴所围成的三角形面积记为 S_2 , 直线 l_1 、 l_2 和 x 轴所围成的三角形面积记为 S_x , 它们和 y 轴所围成的三角形面积记为 S_y .

①在图 2 中已经画出了直线 l_1 和 l_2 大致图象的一种情况, 那么关于这两个一次函数的 k 和 b 符号选项正确的是_____.

- A. $k_1 > 0, b_1 > 0, k_2 > 0, b_2 > 0$ B. $k_1 > 0, b_1 > 0, k_2 < 0, b_2 < 0$
C. $k_1 > 0, b_1 < 0, k_2 < 0, b_2 > 0$ D. $k_1 > 0, b_1 > 0, k_2 < 0, b_2 > 0$

此时 S_1 、 S_2 、 S_x 和 S_y 之间的关系式是_____.

②如图 3, 保持直线 l_1 不变, 改变直线 l_2 中 k_2 和 b_2 的符号 (不考虑 $|k_2|$ 和 $|b_2|$ 的大小), 请在图中画出直线 l_2 的大致图象, 此时 S_1 、 S_2 、 S_x 和 S_y 之间的关系式是_____.

【答案】 (1) $\frac{b^2}{2k}$

(2) ①D, $S_1 + S_2 = S_x + S_y$; ② $S_1 - S_2 = S_x - S_y$.

【解析】

【分析】 本题考查了函数与不等式的关系, 掌握函数的性质和三角形的面积公式是解题的关键.

(1) 根据三角形的面积公式求解;

(2) ①根据一次函数的性质求解;

②根据三角形的面积的和差求解.

【小问 1 详解】

解: 当 $x = 0$ 时, $y = kx + b = b$,

当 $y = 0$ 时, $0 = kx + b$, 解得: $x = -\frac{b}{k}$,

$$\therefore A(0, b), \quad B\left(-\frac{b}{k}, 0\right),$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times b \cdot \left| -\frac{b}{k} \right| = \frac{b^2}{2k};$$

【小问 2 详解】

解：①观察图形得： l_1 经过一二三象限， l_2 经过一二四象限，

$$\therefore k_1 > 0, \quad b_1 > 0, \quad k_2 < 0, \quad b_2 > 0, \quad S_1 + S_2 = S_x + S_y,$$

故选：D； $S_1 + S_2 = S_x + S_y$ ，

$$\textcircled{2} \because k_2 > 0, \quad b_2 < 0,$$

$\therefore$ 图象如下：

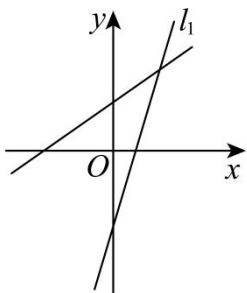


图3

由图象得： $S_1 - S_2 = S_x - S_y$.