

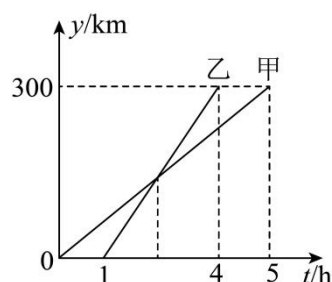
2025-2026 学年度初中数学期末模拟考试卷（二）

注意事项:

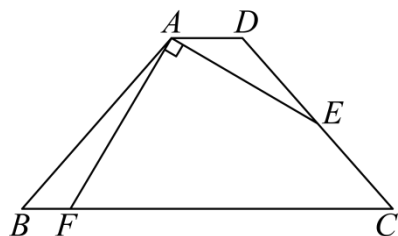
1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

一、单选题（共 10 分）

1. (本题 2 分) 甲、乙两车沿着相同路线从 A 地前往 B 地, 两车行驶的路程 $y(\text{km})$ 与甲车出发后的时间 $t(\text{h})$ 的对应关系如图所示, 那么下列结论中错误的是 ()



- A. 甲车的平均速度为 60km/h B. 乙车的平均速度为 100km/h
- C. 在甲车出发 2 小时后两车相遇 D. 乙比甲车先到达 B 地
2. (本题 2 分) 下列命题中, 不正确的是 ()
- A. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- B. 对角线相等的平行四边形是矩形;
- C. 对角线相等的矩形是正方形
- D. 对角线相等的菱形是正方形.
3. (本题 2 分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 点 E 为 CD 中点, 联结 AE , 作 $AF \perp AE$ 交 BC 于点 F . 如果 $AD = \sqrt{2}$, $AE = 2\sqrt{3}$, 且 $\angle DAE = 30^\circ$, 那么 BF 的长为. ()

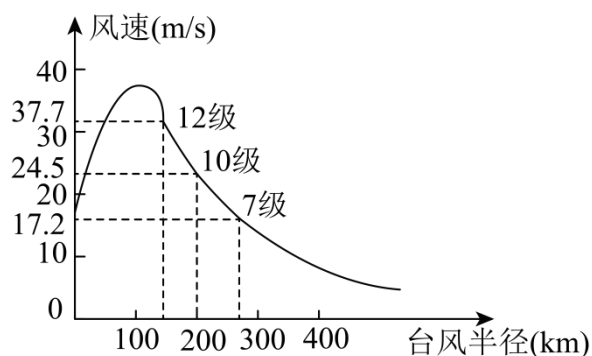


- A. $4 - \sqrt{2}$ B. $6 - \sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3} - 2$ D. $4 - 2\sqrt{2}$
4. (本题 2 分) 双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = kx$ ($k > 0$ 且 $k \neq 1$) 在一、三象限分别相交于 A 、 C 两

点, 与直线 $y = \frac{1}{k}x$ 在一、三象限分别相交于 B 、 D 两点, 那么四边形 $ABCD$ 的形状一定是 ()

- A. 矩形
B. 菱形
C. 正方形
D. 非矩形和菱形的任意平行四边形

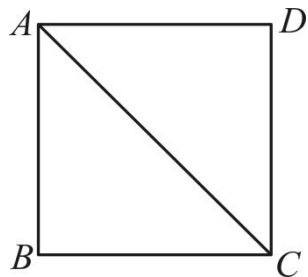
5. (本题 2 分) 台风影响着人们的生产和生活. 从函数角度研究地面风速随着离台风中心距离 (即台风半径) 变化而变化的规律, 以台风半径 $x(\text{km})$ 为横轴, 风速 $y(\text{m/s})$ 为纵轴的坐标系中画出了如图所示的函数图像, 并在图中标注了该台风的 12 级、10 级和 7 级风圈半径. 例如当离台风中心的距离约为 150km 时, 地面风速衰减至 37.7m/s, 此时 150km 为 12 级风圈半径. 那么以下关于这场台风的说法中, 正确的是 ()



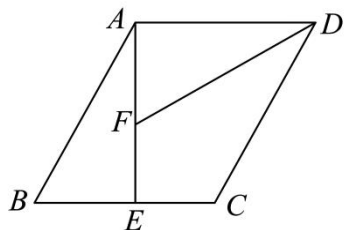
- A. 越靠近台风中心位置, 风速越大
B. 距台风中心 150km 处, 风速达到最大值
C. 10 级风圈半径约为 280 km
D. 在某个台风半径达到最大风速之后, 随台风半径的增大, 风速又逐渐衰减.

二、填空题 (共 26 分)

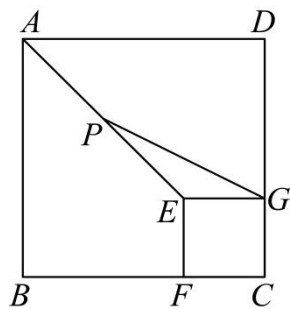
6. (本题 2 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, 如果将边 AB 沿着过点 A 的直线翻折后, 边 AB 恰巧落在对角线 AC 上, 折痕交边 BC 于点 E , 那么 BE 的长是_____.



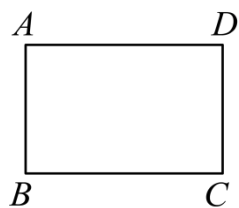
7. (本题 2 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , DF 平分 $\angle ADC$ 交 AE 于点 F , 若 $AD = AE$, $AF = 5\sqrt{3}$, $BE = 3\sqrt{3}$, 则 CD 的长为_____.



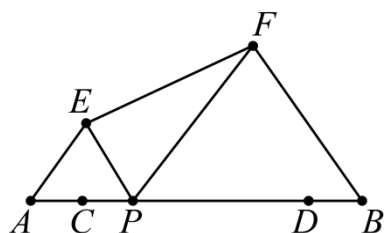
8. (本题 2 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFCG$ 的边长分别为 9 和 3, 点 F , G 分别在边 BC , CD 上, P 为 AE 的中点, 连接 PG , 则 PG 的长为 _____.



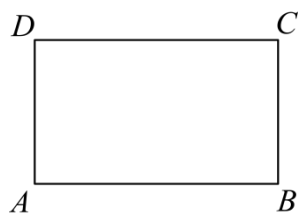
9. (本题 2 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, 点 E 在边 AD 上 (点 E 与点 A 、 D 不重合), 将 $\triangle CDE$ 沿直线 CE 翻折, 点 D 的对应点为点 G , 连接 EG , EG 的延长线交边 BC 于点 F , 如果 $BF = 1$, 那么 DE 的长为_____.



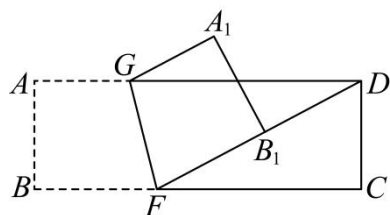
10. (本题 2 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意一点 M , 给出如下定义: 点 M 到 x 轴、 y 轴的距离中的较小值叫做点 M 的“短距”. 如果点 P 和点 Q 的短距相等, 那么称 P 、 Q 两点为“等距点”. 例如点 $P(5, 2)$ 与点 $Q(-2, -3)$ 为“等距点”. 已知点 A 的坐标为 $(1, 4)$, 如果点 B 在第三象限, 且在直线 $y = x - 1$ 上, 且 A 、 B 两点为“等距点”, 那么点 B 的坐标是_____.
11. (本题 2 分) 如图, 已知 C 、 D 是线段 AB 上两点, 且 $AC = BD = 1$, P 是线段 CD 上一动点, 在 AB 同侧分别作等边三角形 APE 和等边三角形 PBF , 若 G 为线段 EF 的中点, 当点 P 由点 C 移动到点 D 时, 则点 G 移动的路径长度 y 与线段 AB 的长 $x (x > 2)$ 之间的函数关系式为_____.



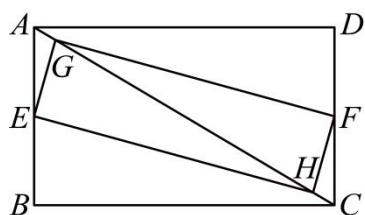
12. (本题 2 分) 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $AD=3$, E 是射线 DC 上一点, 将矩形沿着直线 AE 翻折, 点 D 的对应点 F 恰好和点 B 、 E 在一条直线上, 则 DE 的长为_____.



13. (本题 2 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=24$, 点 F 在 BC 边上, 折叠矩形使 FB 落在射线 FD 上, 折痕为 GF , 点 A, B 分别落在点 A_1, B_1 处. 如果 $AG=7$, 那么 B_1D 的长为_____.

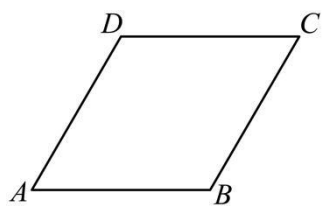


14. (本题 2 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $BC=10$, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点, 点 G 、 H 在对角线 AC 上. 如果四边形 $EGFH$ 是矩形, 那么 AG 的长等于_____.

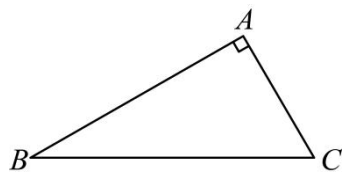


15. (本题 2 分) 新定义: 有一组对角相等而另一组对角不相等的四边形叫做“等对角四边形”. 在“等对角四边形” $ABCD$ 中, $\angle DAB=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=5$, $AD=7$, 对角线 AC 的长_____.

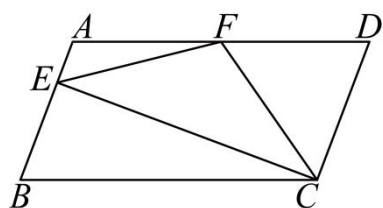
16. (本题 2 分) 如图, 将一张菱形纸片 $ABCD$ 沿 DE 所在的直线翻折, 使点 C 落在点 F 处, 联结 DF 交边 AB 于点 G . 如果 $\angle A=60^\circ$, $AB=2$, G 为 AB 中点, 那么折痕 DE 与边 BC 的夹角的度数是_____.



17. (本题 2 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转到 $\triangle ADE$ (点 D 与点 B 对应), 且使直线 $AD \parallel BC$, 直线 DE 交直线 BC 于点 G , 那么 $\angle EAG$ 的度数为_____.



18. (本题 2 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB$, 点 F 是边 AD 的中点, 作 $CE \perp AB$, 垂足 E 在线段 AB 上, 连接 EF 、 CF , 则下列结论:

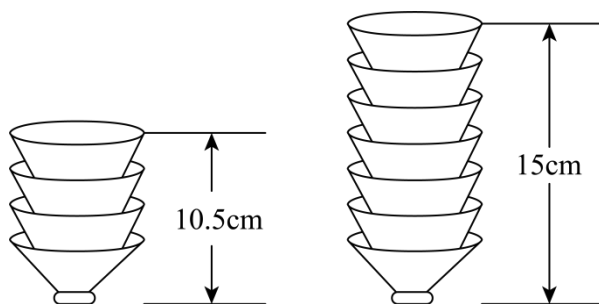


① $\angle BCD = 2\angle DCE$; ② $EF = CF$; ③ $S_{\triangle CEF} = S_{\triangle CFD}$; ④ $S_{\triangle BEC} = 2S_{\triangle CEF}$.

一定成立的是_____. (把所有正确结论的序号都填在横线上)

三、解答题 (共 64 分)

19. (本题 6 分) 如图, 两摞相同规格的饭碗整齐地叠放在桌面上, 请根据图中给的数据信息, 解答下列问题:

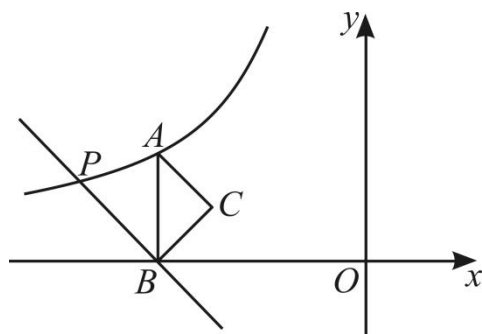


(1) 像这样规格的饭碗整齐地叠放在桌面上时, 求一摞饭碗的高度 $y(\text{cm})$ 与饭碗数 x (个) 之间的函数解析式;

(2)把图中这两摞饭碗整齐地摆成一摞时，这摞饭碗的高度是多少cm？

(3)如果一摞饭碗的高度超过25cm时容易发生侧翻，请问一摞最多能放多少个碗？

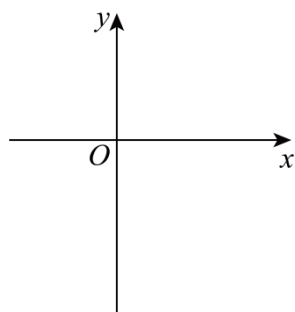
20. (本题6分) 在平面直角坐标系中，如图所示，已知点A在反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ ($x < 0$) 的图像上. 过A作 $AB \perp x$ 轴，垂足为点B. 在AB的右侧，以AB为斜边作等腰直角三角形ABC，再过点B作 $BP \parallel AC$ 交反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ ($x < 0$) 的图像于点P.



(1)当点A的横坐标为-4时，求点C的坐标和直线BP的表达式；

(2)当四边形ACBP是正方形时，求点A的坐标.

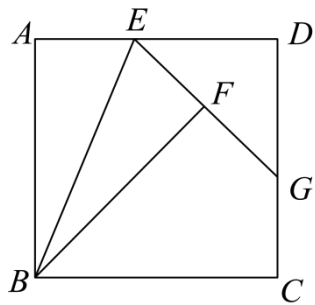
21. (本题6分) 在平面直角坐标系中，已知直线 $l: y = kx - 4$ 经过点 $A(6, 0)$ ，动点P的坐标为 $(m, -m + 2)$.



(1)当直线 l 经过点P时，求点P的坐标；

(2)过点P作y轴的垂线 l_1 交直线 l 于点Q，垂足为点M. 当以O、A、P、Q为顶点的四边形为平行四边形时，求m的值.

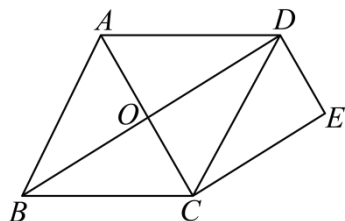
22. (本题8分) 如图，点E是边长为6的正方形ABCD的AD边上的一点，联结BE，将 $\triangle ABE$ 沿BE折叠得到 $\triangle FBE$. 联结EF并延长交CD于G



(1) 当 $AE = 2$ 时, 求 DG 的长;

(2) 设 $AE = x$, $CG = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域.

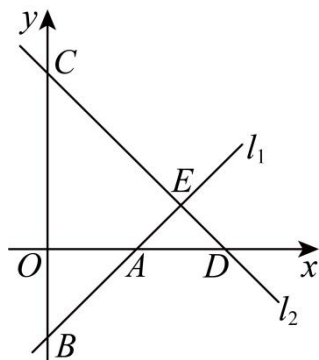
23. (本题 8 分) 如图, 点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点, 过点 C 作 $CE \parallel OD$, 过点 D 作 $DE \parallel AC$, CE 与 DE 相交于点 E .



(1) 求证: 四边形 $OCED$ 是矩形.

(2) 若 $AB = 8$, $\angle ABC = 60^\circ$, 求矩形 $OCED$ 的面积.

24. (本题 8 分) 如图, 已知直线 $l_1: y = kx - 2$ 与直线 $y = x$ 平行, 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B . 直线 l_2 与 y 轴交于点 $C(0, 4)$, 与 x 轴交于点 D , 与直线 l_1 交于点 $E(3, m)$.



(1) 求直线 l_2 对应的函数表达式;

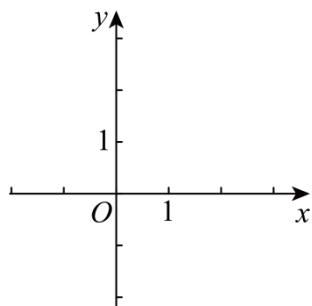
(2) 求四边形 $AOCE$ 的面积;

(3) 点 F 是线段 CE 的一个动点, 连接 OF , 若线段 OF 将四边形 $AOCE$ 的面积分成 $1:2$ 的两部分, 请求出点 F 的坐标.

25. (本题 10 分)

定义：在平面直角坐标系 xOy 中，如果一个点的横坐标与纵坐标互为倒数，就称这个点

为“倒数点”. 例如： $(1,1), \left(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \left(2025, \frac{1}{2025}\right)$ 都是“倒数点”.

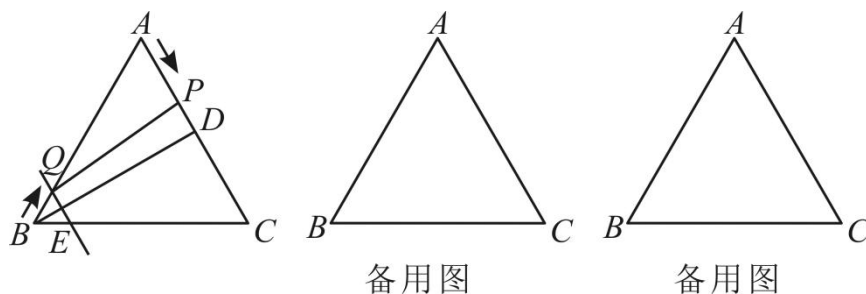


(1) 如果直线 $l_1: y = -x + b (b > 0)$ 上有且只有一个“倒数点”，记作点 P ，求直线 l_1 的解析式以及点 P 的坐标；

(2) 求直线 $l_2: y = 3x + 2$ 上的“倒数点”坐标；

(3) 如果直线 $l_3: y = kx + 1$ 上有两个“倒数点”，记作点 T_1, T_2 ，点 O 为坐标原点，当 $\angle T_1OT_2$ 为锐角时，求 k 的取值范围.

26. (本题 12 分) 如图，在等边三角形 ABC 中，边长为 12cm , $BD \perp AC$ ，垂足为 D . 点 P 从点 A 出发，沿 AC 方向匀速运动，速度是 3cm/s ；同时点 Q 由 B 点出发，沿 BA 方向匀速运动，速度为 1cm/s ，过点 Q 的直线 $QE \parallel AC$ ，交 BC 于点 E ，设运动时间为 $t(\text{s}) (0 < t < 4)$ ，试解答下列问题：



(1) 如果 $PQ \perp AC$ ，求对应的 t 的值；

(2) 当点 P 在线段 AD 上时，设四边形 $PQEC$ 的面积为 $y\text{cm}^2$ ，求 y 与 t 的关系式；

(3) 如果使得以 P, Q, E, D 为顶点的四边形是平行四边形，求出相应的 t 的值.

《2025-2026 学年度初中数学期末模拟考试卷（二）》参考答案

题号	1	2	3	4	5					
答案	C	C	D	A	D					

1. C

【分析】本题考查实际问题的函数图象，解题的关键是读懂题意，能从图象中获取有用的信息.

根据图象中的信息逐项求解即可.

【详解】由图象可得，甲车的平均速度为 $300 \div 5 = 60\text{km/h}$ ，故 A 正确；

乙车的平均速度为 $300 \div (4-1) = 100\text{km/h}$ ，故 B 正确；

根据题意得， $60t = 100t - 100$

解得 $t = 2.5$ ，

$\therefore$ 在甲车出发 2.5 小时后两车相遇，故 C 错误；

由图象可得，乙比甲车先到达 B 地，故 D 正确；

故选：C.

2. C

【分析】本题考查矩形的判定，菱形的判定，正方形的判定，掌握知识点是解题的关键.

根据特殊四边形的判定方法逐一分析选项的正误.

【详解】解：A. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形. 平行四边形的对角线互相平分，若对角线还互相垂直，则符合菱形的判定定理，故 A 正确.

B. 对角线相等的平行四边形是矩形. 平行四边形的对角线相等时，四个角均为直角，符合矩形的定义，故 B 正确.

C. 对角线相等的矩形是正方形. 矩形的对角线本身相等，但正方形还需满足邻边相等或对角线垂直. 仅对角线相等无法直接判定为正方形，故 C 错误.

D. 对角线相等的菱形是正方形. 菱形的对角线互相垂直，若再满足相等，则符合正方形的对角线特性（相等且垂直），故 D 正确.

故选 C.

3. D

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，勾股定理，矩形的性质与判定，含 30 度角的直角三角形的性质，过点 A 作 $AI \perp BC$ 于 I，过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H，延长 AE，BC

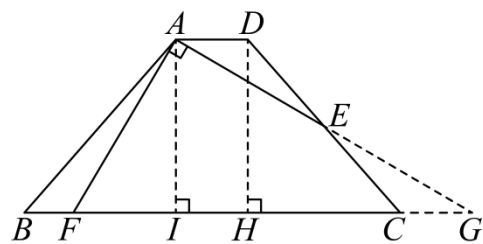
交于 G ，可证明 $\triangle ADE \cong \triangle GCE$ 得到 $GE = AE = 2\sqrt{3}$ ， $\angle G = \angle DAE = 30^\circ$ ， $CG = AD = \sqrt{2}$ ，

则 $AG = 4\sqrt{3}$ ，据此可求出 $AF = 4$ ，进而得到 $FG = 8$ ；求出 $AI = \frac{1}{2}AG = 2\sqrt{3}$ ，得到

$IG = \sqrt{AG^2 - AI^2} = 6$ ，则 $FI = 2$ ；证明四边形 $ADHI$ 是矩形，得到 $AD = HI = \sqrt{2}$ ， $AI = DH$ ，

再证明 $\text{Rt}\triangle ABI \cong \text{Rt}\triangle DCH$ (HL)，可得 $HC = BI = 6 - 2\sqrt{2}$ ，则可求出 $BF = 4 - 2\sqrt{2}$ 。

【详解】解：如图所示，过点 A 作 $AI \perp BC$ 于 I ，过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ，延长 AE ， BC 交于 G



$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle EAD = \angle EGC$ ， $\angle EDA = \angle ECG$ ，

$\because$ 点 E 为 CD 中点，

$\therefore DE = CE$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle GCE$ (AAS)

$\therefore GE = AE = 2\sqrt{3}$ ， $\angle G = \angle DAE = 30^\circ$ ， $CG = AD = \sqrt{2}$ ，

$\therefore AG = 4\sqrt{3}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中， $\angle FAG = 90^\circ$ ， $\angle AGF = 30^\circ$ ，

$\therefore FG = 2AF$ ，

$\therefore AG = \sqrt{FG^2 - AF^2} = \sqrt{3}AF = 4\sqrt{3}$ ，

$\therefore AF = 4$ ，

$\therefore FG = 8$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AIG$ 中， $\angle AIG = 90^\circ$ ， $\angle AGI = 30^\circ$ ，

$\therefore AI = \frac{1}{2}AG = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore IG = \sqrt{AG^2 - AI^2} = 6$ ，

$\therefore FI = 2$ ；

$$\because AD \parallel BC, AI \perp BC,$$

$$\therefore AI \perp AD,$$

$$\text{又} \because DH \perp BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ADHI$ 是矩形,

$$\therefore AD = HI = \sqrt{2}, AI = DH,$$

$$\text{又} \because AB = CD,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABI \cong \text{Rt}\triangle DCH \text{ (HL)}$$

$$\therefore HC = BI = GI - IH - CG = 6 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore BF = 6 - 2\sqrt{2} - 2 = 4 - 2\sqrt{2}.$$

故选: D.

4. A

【分析】通过联立方程求出双曲线与直线的交点坐标, 确定四边形各顶点的位置. 利用勾股定理确定对边相等且 $\angle BAD = 90^\circ$ 证明出四边形 $ABCD$ 为矩形.

【详解】 $\because$ 双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = kx$ ($k > 0$ 且 $k \neq 1$) 在一、三象限分别相交于 A 、 C 两点,

$$\therefore \text{联立得, } \frac{1}{x} = kx$$

$$\text{解得 } x = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ 或 } -\frac{1}{\sqrt{k}}$$

$$\therefore A\left(\frac{1}{\sqrt{k}}, \sqrt{k}\right) \text{ (第一象限)}, C\left(-\frac{1}{\sqrt{k}}, -\sqrt{k}\right) \text{ (第三象限)}.$$

$\because$ 双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = \frac{1}{k}x$ 在一、三象限分别相交于 B 、 D 两点,

$$\text{联立得, } \frac{1}{x} = \frac{1}{k}x$$

$$\text{解得 } x = \sqrt{k} \text{ 或 } -\sqrt{k}$$

$$\therefore B\left(\sqrt{k}, \frac{1}{\sqrt{k}}\right) \text{ (第一象限)}, D\left(-\sqrt{k}, -\frac{1}{\sqrt{k}}\right) \text{ (第三象限)}.$$

$$\therefore AB^2 = \left(\sqrt{k} - \frac{1}{\sqrt{k}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \sqrt{k}\right)^2 = 2k + \frac{2}{k} - 4;$$

$$CD^2 = \left(-\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{k}} + \sqrt{k}\right)^2 = 2k + \frac{2}{k} - 4;$$

$$\therefore AB^2 = CD^2, \text{ 即 } AB = CD$$

$$\therefore AD^2 = \left(\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{k}} + \sqrt{k} \right)^2 = 2k + \frac{2}{k} + 4;$$

$$BC^2 = \left(\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{k}} + \sqrt{k} \right)^2 = 2k + \frac{2}{k} + 4;$$

$$\therefore AD^2 = BC^2, \text{ 即 } AD = BC$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AB^2 + AD^2 = 2k + \frac{2}{k} - 4 + 2k + \frac{2}{k} - 4 = 4k + \frac{4}{k}, \quad BD^2 = (\sqrt{k} + \sqrt{k})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k}} \right)^2 = 4k + \frac{4}{k}$$

$$\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形.

故选: A.

【点睛】此题考查了反比例函数和一次函数交点问题, 矩形的判定, 勾股定理等知识, 解题的关键是掌握以上知识点.

5. D

【分析】本题考查了函数图象的实际应用, 解题的关键是准确理解函数图象所反映的风速与台风半径的关系.

根据函数图象, 分析每个选项中风速与台风半径的关系是否正确即可.

【详解】解: A、根据所给直角坐标系, 不能判断越靠近台风中心位置, 风速越大, 选项说法错误, 不符合题意;

B、距台风中心150km处, 风速没有达到最大值, 选项说法错误, 不符合题意;

C、10级风圈半径不是280 km, 选项说法错误, 不符合题意;

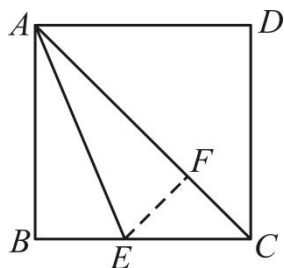
D、在某个台风半径达到最大风速之后, 随台风半径的增大, 风速又逐渐衰减, 选项说法正确, 符合题意;

故选: D.

6. $\sqrt{2} - 1$

【分析】本题考查了正方形与折叠问题, 勾股定理, 分母有理化. 由折叠的性质知 $BE = EF$, 利用等积法列式计算即可求解.

【详解】解: 设点 B 的对应点为点 F , 连接 EF ,



$\because$ 正方形 $ABCD$ 边长为 1,

$$\therefore AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

由折叠的性质知 $BE = EF$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} AB \times BE + \frac{1}{2} AC \times EF,$$

$$\therefore 1 \times 1 = BE + \sqrt{2} BE,$$

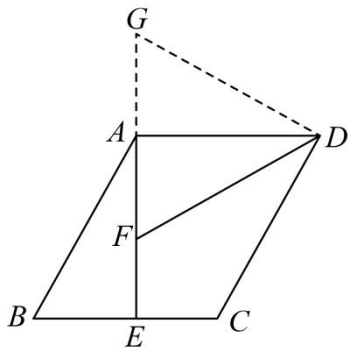
$$\therefore BE = \sqrt{2} - 1,$$

故答案为: $\sqrt{2} - 1$.

7. $8\sqrt{3}$

【分析】此题考查了全等三角形的判定与性质, 平行四边形的性质, 等腰三角形的判定与性质. 延长 FA 到点 G 使得 $AG = BE$, 可得 $\triangle ADG \cong \triangle EAB$, 再利用平行四边形的性质得到 $\angle GFD = \angle GDF$, 即可求解.

【详解】解: 延长 FA 到点 G 使得 $AG = BE$, 如图:



由题意可得: $\angle GAD = \angle AEB = 90^\circ$,

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle EAB$ 中,

$$\begin{cases} AG = BE \\ \angle GAD = \angle AEB = 90^\circ, \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle EAB$ (SAS),

$$\therefore \angle BAE = \angle GDA, \quad GD = AB,$$

在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle ADC$, $AE \perp BC$, $CD = AB$,

$$\therefore \angle BAE + \angle B = \angle GDA + \angle ADC = 90^\circ, \quad \angle AFD + \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GDF = 90^\circ - \angle CDF, \quad \angle AFD = 90^\circ - \angle ADF,$$

$\therefore DF$ 平分 $\angle ADC$,

$$\therefore \angle ADF = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle GDF,$$

$$\therefore GD = GF = 8\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = AB = GD = 8\sqrt{3}.$$

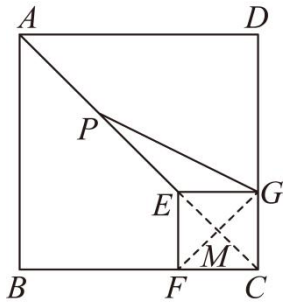
故答案为: $8\sqrt{3}$.

8. $3\sqrt{5}$

【分析】本题考查正方形的性质, 勾股定理, 三角形等知识点, 牢记性质和定理内容, 并结合图形灵活应用是解题关键.

连接 AC , 根据正方形的性质可得 A 、 E 、 C 三点共线, 连接 FG 交 AC 于点 M , 由正方形的性质求和勾股定理可求得 EC 和 FG , AC 的长度, 从而求得 AE , 因 P 为 AE 的中点, 可得 PE 和 AP , 再由正方形的性质可得 GM 和 EM , 在 $\text{Rt}\triangle PGM$ 中, 求解即可.

【详解】解: 如下图, 连接 AC , 连接 FG 与 AC 交于点 M



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFCG$ 是正方形, 且点 F 、 G 分别在边 BC 、 CD 上

$\therefore A$ 、 E 、 C 三点共线, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle EFC = 90^\circ$, $EC \perp FG$, $EC = FG$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 9$,

由勾股定理得: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$

在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中, $\angle EFC = 90^\circ$, $EF = FC = 3$

$$= \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$= 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2} EF \cdot CG = \frac{1}{2} CF \cdot CD,$$

$$\therefore \frac{1}{2} (3 + EG) \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times 4,$$

$$\text{解得: } EG = 2,$$

$$\therefore DE = 2,$$

故答案: 2.

10. $(-1, -2)$

【分析】 本题主要考查了新定义，求一次函数的函数值和自变量的值，点到坐标轴的距离，根据定义可得点 A 的“短距”为 1，则点 B 到 x 轴的距离为 1 或点 B 到 y 轴的距离为 1，据此求出点 B 的坐标，再验证其“短距”是否为 1 即可.

【详解】 解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(1, 4)$,

$\therefore$ 点 A 到 x 轴的距离为 4，到 y 轴的距离为 1，

$$\because 1 < 4,$$

$\therefore$ 点 A 的“短距”为 1，

$\because A, B$ 两点为“等距点”，

$\therefore$ 点 B 到 x 轴的距离为 1 或点 B 到 y 轴的距离为 1，

$\because$ 点 B 在第三象限，

$\therefore$ 点 B 的横纵坐标都为负，

在 $y = x - 1$ 中，当 $x = -1$ 时， $y = -2$ ，此时 $B(-1, -2)$ ，

$$\because |-1| = 1 < |-2| = 2,$$

$\therefore$ 此时点 B 的“短距”为 1，符合题意；

当 $y = -1$ 时， $x = 0$ ，此时 $B(0, -1)$ ，

$$\because |-1| = 1 > |0| = 0,$$

$\therefore$ 此时点 B 的“短距”为 0，不符合题意；

$$\therefore B(-1, -2),$$

故答案为: $(-1, -2)$.

11. $y = \frac{x-2}{2} (x > 2)$

【分析】本题主要考查了三角形中位线定理, 等边三角形的性质, 平行四边形的性质与判定, 延长 AE , BF 交于 H , 连接 CH , DH , PH , 由等边三角形的性质可得 $\angle A = \angle FPB = 60^\circ$, $\angle APE = \angle B = 60^\circ$, 则可证明 $PE \parallel BH$, $PF \parallel AH$, 进而可证明四边形 $PEHF$ 是平行四边形, 则可推出点 G 为 PH 的中点, 分别取 CH , DH 的中点 M 、 N , 连接 MG , NG , 则由三角形中位线定理可得 $MG \parallel PC$, $GN \parallel PD$, 据此可证明 M 、 G 、 N 三点共线, 点 G 的运动路径即为线段 MN , 由三角形中位线定理可得 $y = \frac{1}{2}CD$, 再由线段的和差关系可得答案.

【详解】解: 如图所示, 延长 AE , BF 交于 H , 连接 CH , DH , PH ,

$\because \triangle PAE$, $\triangle PBF$ 都是等边三角形,

$\therefore \angle A = \angle FPB = 60^\circ$, $\angle APE = \angle B = 60^\circ$,

$\therefore PE \parallel BH$, $PF \parallel AH$,

$\therefore$ 四边形 $PEHF$ 是平行四边形,

$\therefore$ 点 G 为 EF 的中点,

$\therefore$ 点 G 为 PH 的中点,

如图所示, 分别取 CH , DH 的中点 M 、 N , 连接 MG , NG ,

$\therefore MG$, NG 分别为 $\triangle HCP$, $\triangle HDP$ 的中位线,

$\therefore MG \parallel PC$, $GN \parallel PD$,

$\therefore M$ 、 G 、 N 三点共线,

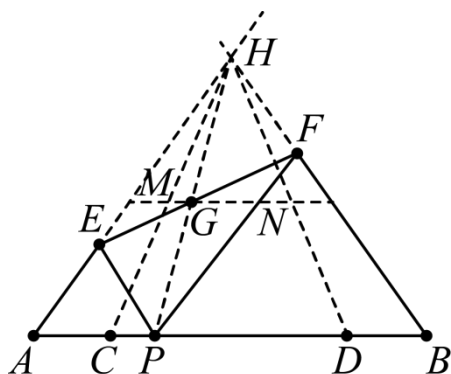
$\therefore$ 点 G 的运动路径即为线段 MN ,

同理可得 MN 是 $\triangle HCD$ 的中位线,

$\therefore MN = \frac{1}{2}CD$,

$\therefore y = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}(AB - AC - BD) = \frac{x-2}{2}$,

故答案为: $y = \frac{x-2}{2} (x > 2)$.



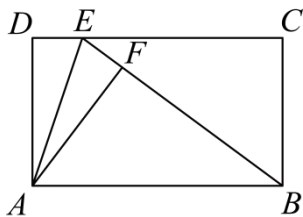
12. 1 或 9

【分析】本题考查了矩形与折叠，勾股定理等知识，利用分类讨论的思想是解题的关键．分 E 在线段 CD 上和线段 DC 的延长上讨论，先根据折叠的性质和勾股定理求得 BF ，然后在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，根据勾股定理得到 $CE^2 + BC^2 = BE^2$ ，结合 $DE = FE$ ，求解即可．

【详解】解：∵ 矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $AD = 3$ ，

∴ $\angle A = \angle D = \angle C = \angle B = 90^\circ$ ， $BC = AD = 3$ ， $CD = AB = 5$ ，

当 E 在线段 CD 上，如图，



∵ 将矩形沿着直线 AE 翻折，点 D 的对应点 F 恰好和点 B 、 E 在一条直线上，

∴ $AF = AD = 3$ ， $\angle AFE = \angle D = 90^\circ$ ， $DE = FE$ ，

∴ $\angle AFB = 90^\circ$ ，

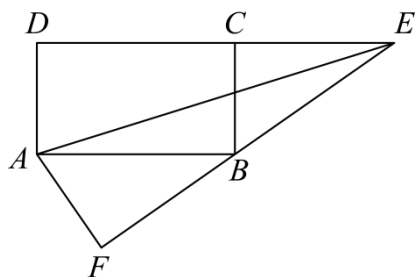
∴ $BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $CE^2 + BC^2 = BE^2$ ，

∴ $(5 - DE)^2 + 3^2 = (4 + DE)^2$ ，

解得 $DE = 1$ ；

当 E 在线段 DC 的延长上，如图，



∵ 将矩形沿着直线 AE 翻折，点 D 的对应点 F 恰好和点 B 、 E 在一条直线上，

$$\therefore AF = AD = 3, \quad \angle AFE = \angle D = 90^\circ, \quad DE = FE,$$

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $CE^2 + BC^2 = BE^2$ ，

$$\therefore (DE - 5)^2 + 3^2 = (DE - 4)^2,$$

解得 $DE = 9$ ；

综上， DE 的长为 1 或 9，

故答案为：1 或 9.

13. 8

【分析】考查了矩形的性质，翻折变换的性质，勾股定理，等腰三角形的判定，平行线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用翻折不变性解决问题.

首先求出 $GD = 17$ ，由矩形的性质得出 $AD \parallel BC$ ， $BC = AD = 24$ ，由平行线的性质得出 $\angle DGF = \angle BFG$ ，由翻折不变性可知， $\angle BFG = \angle DFG$ ，证出 $\angle DFG = \angle DGF$ ，由等腰三角形的判定定理得出 $DF = DG = 17$ ，再由勾股定理求出 CF ，可得 BF ，再利用翻折不变性，可知 $FB_1 = FB$ ，由此即可解决问题.

【详解】解：∵ $AG = 7, AD = 24$ ，

$$\therefore GD = 17,$$

由矩形的性质可得 $AD \parallel BC$ ， $BC = AD = 24$

∵ 将纸片折叠，使 FB 落在射线 FD 上，

$$\therefore \angle BFG = \angle GFD, \quad BF = B_1F,$$

∵ $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DGF = \angle BFG,$$

$$\therefore GD = DF = 17,$$

$$\therefore CF = \sqrt{DF^2 - CD^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15,$$

$$\therefore BF = BC - CF = 24 - 15 = 9,$$

$$\therefore B_1F = 9,$$

$$\therefore B_1D = DF - B_1F = 17 - 9 = 8.$$

故答案为：8.

$$14. \frac{5\sqrt{5}}{2} - 5$$

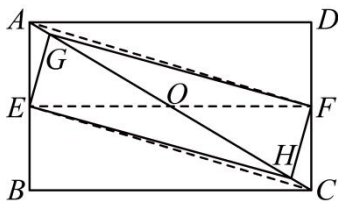
【分析】本题主要考查了矩形的性质，平行四边形的判定和性质，熟练掌握平行四边形的判定方法，是解题的关键. 连接 EF ， AF ， CE ，设 AC, EF 交于点 O ，根据勾股定理求出

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5},$$

证明四边形 $BEFC$ 为平行四边形，得出 $EF = BC = 10$,

证明四边形 $AECF$ 为平行四边形，得出 $AO = CO = \frac{1}{2}AC = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ ，最后求出结果即可.

【详解】解：连接 EF ， AF ， CE ，设 AC, EF 交于点 O ，如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore AB = CD, \quad AB \parallel CD, \quad \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5},$$

$\because E$ 、 F 分别是边 AB 、 DC 的中点，

$$\therefore BE = AE = \frac{1}{2}AB, \quad CF = DF = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore AE = BE = CF = FD,$$

$$\therefore BE = CF,$$

$$\therefore BE \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形 $BEFC$ 为平行四边形，

$$\therefore EF = BC = 10,$$

$$\therefore AE = CF, \quad AE \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为平行四边形，

$$\therefore AO = CO = \frac{1}{2}AC = \frac{5\sqrt{5}}{2},$$

$\therefore$ 四边形 $GEFH$ 为矩形,

$$\therefore GO = \frac{1}{2}GH, \quad GH = EF = 10,$$

$$\therefore GO = 5,$$

$$\therefore AG = \frac{5\sqrt{5}}{2} - 5.$$

故答案为: $\frac{5\sqrt{5}}{2} - 5$.

15. $2\sqrt{13}$ 或 $\sqrt{73}$

【分析】根据“等对角四边形”定义，分两种情况作图：当 $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ 时；当 $\angle BCD = \angle DAB = 60^\circ$ 时；结合矩形性质、勾股定理及解直角三角形求解即可得到答案.

【详解】解：当 $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ 时，延长 AD ， BC 相交于点 E ，如图所示：

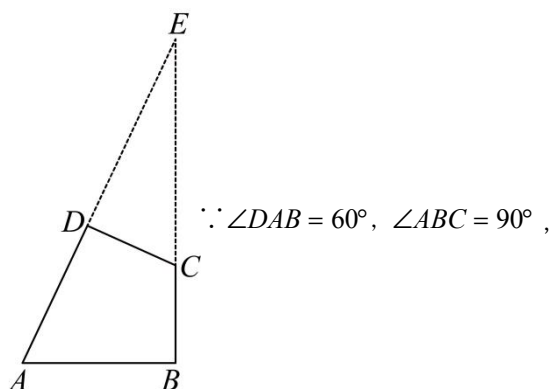


图1

$\because \angle DAB = 60^\circ, \angle ABC = 90^\circ,$

$$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle DAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore AE = 2AB = 10, \quad CE = 2CD,$$

$$\therefore DE = AE - AD = 10 - 7 = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中，由勾股定理得 $CE^2 = DE^2 + CD^2$,

$$\therefore 4CD^2 = 9 + CD^2,$$

$$\therefore CD = \sqrt{3},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{7^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13};$$

当 $\angle BCD = \angle DAB = 60^\circ$ 时，过点 D 作 $DM \perp AB$ 于点 M ， $DN \perp BC$ 于点 N ，如图所示：

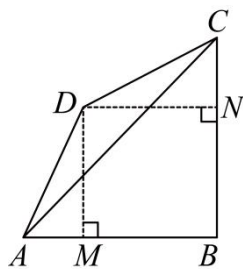


图2

则 $\angle AMD = 90^\circ$ ，四边形 $BNDM$ 是矩形，

$\because \angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADM = 90^\circ - \angle DAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，

$$\therefore AM = \frac{1}{2} AD = \frac{7}{2},$$

$$\therefore DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{7}{2}\sqrt{3},$$

$$\therefore DN = BM = AB - AM = 5 - \frac{7}{2} = \frac{3}{2}, \quad BN = DM = \frac{7}{2}\sqrt{3},$$

$$\therefore CN = \frac{DN}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BC = BN + CN = \frac{7}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{73},$$

综上所述， AC 的长为 $2\sqrt{13}$ 或 $\sqrt{73}$ 。

【点睛】 本题考查了新定义“等对角四边形”、矩形的判定与性质、勾股定理、解直角三角形等知识，熟练掌握新定义“等对角四边形”、矩形的判定与性质、勾股定理、解直角三角形并作出合理的辅助线是解题的关键。

16. $75^\circ/75^\circ$ 度

【分析】 本题考查了菱形的性质，折叠性质，等边三角形的判定与性质，三角形内角和性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键。先根据菱形的性质证明 $\triangle ABD$ 为等边三角形，因为 G 为 AB 中点，则 $\angle ADG = \angle BDG = 30^\circ$ ，根据翻折，得 $\angle FDE = \angle CDE = 45^\circ$ ，最后由三角形内角和性质列式计算，即可作答。

【详解】 解：如图所示：连接 BD



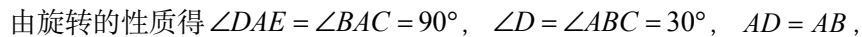
$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 120^\circ, \angle C = 60^\circ,$$
$$\therefore \angle ADG = \angle BDG = 30^\circ,$$
$$\therefore \angle FDE = \angle CDE = \frac{120^\circ - 30^\circ}{2} = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ,$$

17. 15° 或 105°

【详解】解：当点 D 与点 A 的左侧时，如图，



$$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 30^\circ, \quad \angle D = \angle MGB = 30^\circ,$$

$$\therefore MD = MA, \quad MB = MG,$$

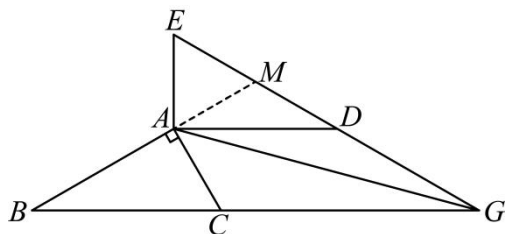
$$\therefore AD = AB = DG \text{ ,}$$

$$\because \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAG = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle D) = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle EAG = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ;$$

当点 D 与点 A 的右侧时, 如图, 延长 BA 交 EG 于点 M ,



由旋转的性质得 $\angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADE = \angle ABC = 30^\circ$, $AD = AB$,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAM = \angle ABC = 30^\circ, \quad \angle MDA = \angle MGB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAM = \angle MDA = \angle ABC = \angle MGB = 30^\circ,$$

$$\therefore MD = MA, \quad MB = MG,$$

$$\therefore AD = AB = DG,$$

$$\because \angle ADE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAG = \frac{1}{2}\angle ADE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle EAG = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ;$$

综上, $\angle EAG$ 的度数为 15° 或 105° .

故答案为: 15° 或 105° .

18. ②

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质、平行线的性质、全等三角形的判定与性质等知识点, 掌握数形结合思想是解题的关键.

由中点的定义可得 $AF = FD$, 再根据平行四边形的性质结合已知条件可得 $AF = FD = CD$,

则 $\angle DFC = \angle DCF$; 再运用平行线的性质可得 $\angle DFC = \angle FCB$, 进而得到 $\angle BCD = 2\angle DCF$ 即可判断①; 如图: 延长 EF 交 CD 延长线于 M , 运用平行四边形的性质以及已知条件可证

$\triangle AEF \cong \triangle DMF$ (ASA) 可得 $FE = MF$, $\angle AEF = \angle M$, 再说明 $\angle AEC = \angle ECD = 90^\circ$, 即

$FM = EF$, 再结合 $FC = FM$ 得到 $EF = CF$, 即可判断②; 说明 $S_{CEF} = S_{MCF} = S_{DCF} + S_{DMF}$

即可判断③; 说明 $S_{\triangle BEC} < 2S_{\triangle EFC}$ 即可判断④.

【详解】解析：① $\because F$ 是 AD 的中点，

$$\therefore AF = FD,$$

$\because$ 在 $\square ABCD$ 中， $AD = 2AB$ ，

$$\therefore AF = FD = CD,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle DCF,$$

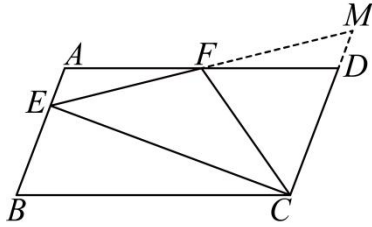
$\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DFC = \angle FCB,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle BCF,$$

$$\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \angle BCD, \text{ 即 } \angle BCD = 2\angle DCF; \text{ 故①错误;}$$

②如图：延长 EF 交 CD 延长线于 M ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle MDF,$$

$\because F$ 为 AD 中点，

$$\therefore AF = FD,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DMF$ 中，

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DMF (ASA),$$

$$\therefore FE = MF, \angle AEF = \angle M,$$

$\because CE \perp AB$ ，

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

又 $AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle ECD = 180^\circ - \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\because FM = EF,$$

$$\therefore FC = FM,$$

$$\therefore EF = CF, \text{ 故②正确;}$$

$$\therefore S_{\triangle CEF} = S_{\triangle MCF}$$

$\therefore S_{CEF} = S_{MCF} = S_{DCF} + S_{DMF}$ ，故③错误；

④ $\because EF = FM$ ，

$\therefore S_{EFC} = S_{CFM}$ ，

$\because MC > BE$ ，

$\therefore S_{\triangle BEC} < 2S_{\triangle EFC}$ ，故④错误.

综上②正确.

故答案为：②.

19. (1) $y = 1.5x + 4.5$

(2)21cm

(3)13个

【分析】本题意在考查学生利用待定系数法求解一次函数关系式，并利用关系式求值的运算技能和从情景中提取信息、解释信息、解决问题的能力.

(1) 利用待定系数法解答，即可求解；

(2) 把 $x = 4 + 7 = 11$ 代入 (1) 中解析式，即可求解；

(3) 把 $y = 25$ 代入 (1) 中解析式，即可求解.

【详解】(1) 解：设函数解析式为 $y = kx + b$ ，

根据题意得：当 $x = 4$ 时， $y = 10.5$ ；当 $x = 7$ 时， $y = 15$ ，

$$\therefore \begin{cases} 10.5 = 4k + b \\ 15 = 7k + b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 1.5 \\ b = 4.5 \end{cases},$$

$\therefore$ 该函数解析式为 $y = 1.5x + 4.5$ ；

(2) 解：当 $x = 4 + 7 = 11$ 时， $y = 1.5 \times 11 + 4.5 = 21$ ，

即这两摞饭碗整齐地摆成一摞时，这摞饭碗的高度是21cm；

(3) 解：当 $y = 25$ 时， $1.5x + 4.5 = 25$ ，

$$\text{解得: } x = 13\frac{2}{3},$$

$\because x$ 为正整数，

$\therefore x$ 取13，

$\therefore$ 一摞最多能放13个碗.

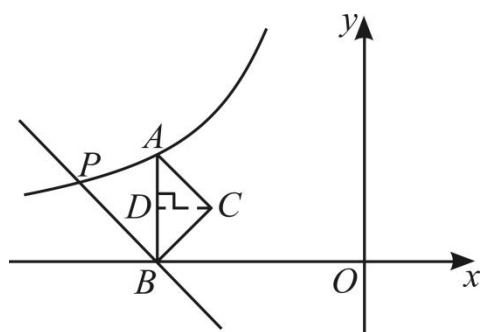
20. (1)点C的坐标为 $(-3,1)$ ，直线BP： $y = -x - 4$

(2) $A(-2, 4)$

【分析】(1) 如图所示, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 首先求出 $A(-4, 2)$, 得到 $AB = 2$, $B(-4, 0)$, 然后根据等腰直角三角形的性质得到 $CD = AD = BD = \frac{1}{2}AB = 1$, 即可求出点 C 的坐标为 $(-3, 1)$; 然后利用待定系数法求解即可;

(2) 首先画出图形, 设 $A\left(a, -\frac{8}{a}\right)$, 根据题意得到 $\triangle ABP$ 是等腰直角三角形, 点 P 和点 C 关于 AB 对称, 表示出 $P\left(a + \frac{4}{a}, -\frac{4}{a}\right)$, 然后代入 $y = -\frac{8}{x}$ 求解即可.

【详解】(1) 如图所示, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D



$\because$ 当点 A 的横坐标为 -4 时, $y = -\frac{8}{x} = -\frac{8}{-4} = 2$

$\therefore A(-4, 2)$

$\therefore AB = 2$, $B(-4, 0)$

$\because$ 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC ,

$\therefore CD = AD = BD = \frac{1}{2}AB = 1$

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 $-4 + 1 = -3$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-3, 1)$;

设 AC 所占直线表达式为 $y = kx + b$

$\because A(-4, 2)$, $C(-3, 1)$

$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 2 \\ -3k + b = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x - 2$$

$$\because BP \parallel AC$$

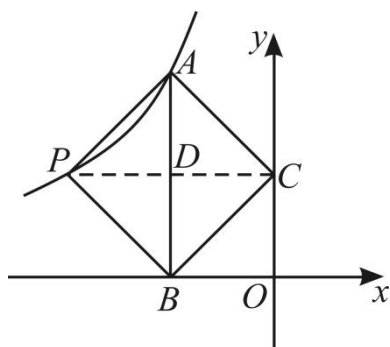
$$\therefore \text{设直线 } BP \text{ 的表达式为 } y = -x + b_1$$

$$\text{将 } B(-4, 0) \text{ 代入得, } 0 = 4 + b_1$$

$$\text{解得 } b_1 = -4$$

$$\therefore \text{直线 } BP \text{ 的表达式为 } y = -x - 4;$$

(2) 如图所示, 当四边形 $ACBP$ 是正方形时,



$$\text{设 } A\left(a, -\frac{8}{a}\right)$$

$\because$ 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC ,

$$\therefore CD = AD = BD = \frac{1}{2} AB = -\frac{8}{a}$$

$\because$ 四边形 $ACBP$ 是正方形

$\therefore \triangle ABP$ 是等腰直角三角形

$\because AB \perp x$ 轴

$\therefore$ 点 P 和点 C 关于 AB 对称

$$\therefore P\left(a + \frac{4}{a}, -\frac{4}{a}\right)$$

$\because$ 点 P 在反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ ($x < 0$) 的图像上

$$\therefore -\frac{4}{a} = \frac{8}{a + \frac{4}{a}}$$

解得 $a = -2$ 或 $a = 2$ (舍去)

$$\therefore A(-2, 4).$$

【点睛】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征、反比例函数和一次函数交点问题、等腰

直角三角形的性质，正方形的性质，熟练掌握反比例函数上的点符合反比例函数的关系式是关键.

21. (1) P 的坐标为 $(3.6, -1.6)$

(2) $m = \frac{6}{5}$ 或 6

【分析】 本题考查了一次函数与平行四边形的存在性问题，涉及待定系数法求函数解析式，平行四边形的性质，熟练掌握知识点是解题的关键.

(1) 先由待定系数法求直线 l 解析式，再把 $P(m, -m+2)$ 代入即可求解；

(2) 可得 $y_Q = y_P = -m+2$ 将 $y_Q = y_P = -m+2$ 代入 $y = \frac{2}{3}x - 4$ ，求得 $x_Q = -\frac{3}{2}m + 9$ ，则

$PQ = \left| -\frac{3}{2}m + 9 - m \right| = \left| -\frac{5}{2}m + 9 \right|$ ，由平行四边形得到 $PQ = OA = 6$ ，则 $\left| -\frac{5}{2}m + 9 \right| = 6$ ，解方程即可.

【详解】 (1) 解：将点 $A(6, 0)$ 代入解析式得： $6k - 4 = 0$ ，

解得： $k = \frac{2}{3}$ ，

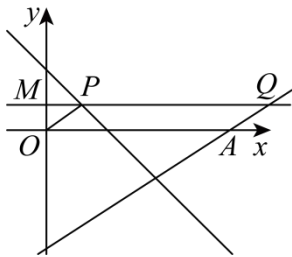
$\therefore$ 直线 l 的表达式为： $y = \frac{2}{3}x - 4$ ；

将点 $P(m, -m+2)$ 代入解析式得： $\frac{2}{3}m - 4 = -m + 2$ ，

解得： $m = 3.6$ ，

$\therefore P$ 的坐标为 $(3.6, -1.6)$ ；

(2) 解：如图：



$\therefore PQ \perp y$ 轴，

$\therefore PQ \parallel OA$ ，

$\therefore y_Q = y_P = -m + 2$

$\therefore$ 点 Q 在直线 l 上，

$\therefore$ 将 $y_Q = y_P = -m + 2$ 代入 $y = \frac{2}{3}x - 4$,

$$\text{则 } \frac{2}{3}x_Q - 4 = -m + 2$$

$$\text{解得: } x_Q = -\frac{3}{2}m + 9,$$

$$\therefore PQ = \left| -\frac{3}{2}m + 9 - m \right| = \left| -\frac{5}{2}m + 9 \right|$$

当以 O 、 A 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形时,

$$\text{则 } PQ = OA = 6,$$

$$\therefore \left| -\frac{5}{2}m + 9 \right| = 6$$

$$\text{解得: } m = \frac{6}{5} \text{ 或 } 6.$$

22. (1) $DG = 3$

(2) y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{36-6x}{x+6}$, 函数的定义域为 $0 < x < 6$

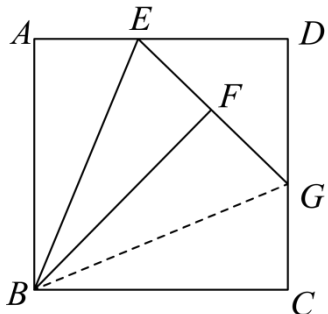
【分析】本题考查了正方形折叠问题、勾股定理、三角形全等的判定与性质、函数的解析式等知识, 熟练掌握正方形和折叠的性质是解题关键.

(1) 连接 BG , 先根据正方形的性质可得 $AB = BC = CD = AD = 6$, $\angle A = \angle C = \angle D = 90^\circ$, 再根据折叠的性质可得 $EF = AE = 2$, $BF = AB = 6$, $\angle BFE = \angle A = 90^\circ$, 然后证出

$\text{Rt}\triangle BFG \cong \text{Rt}\triangle BCG$, 最后在 $\text{Rt}\triangle DEG$ 中, 利用勾股定理求解即可得;

(2) 先求出 $DE = 6 - x$, $DG = 6 - y$, 再同 (1) 可得 $EF = AE = x$, $FG = CG = y$, 则可得 $EG = x + y$, 然后在 $\text{Rt}\triangle DEG$ 中, 利用勾股定理求解即可得函数解析式, 最后根据点 E 是边长为 6 的正方形 $ABCD$ 的 AD 边上的一点可得函数的定义域.

【详解】(1) 解: 如图, 连接 BG ,



$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 6,

$$\therefore AB = BC = CD = AD = 6, \quad \angle A = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

由折叠的性质得: $EF = AE = 2$, $BF = AB = 6$, $\angle BFE = \angle A = 90^\circ$,

$$\therefore BF = BC = 6, \quad \angle BFG = 90^\circ, \quad DE = AD - AE = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle BFG$ 和 $\text{Rt}\triangle BCG$ 中,

$$\begin{cases} BG = BG \\ BF = BC \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BFG \cong \text{Rt}\triangle BCG (\text{HL}),$$

$$\therefore FG = CG,$$

设 $DG = a$, 则 $FG = CG = CD - DG = 6 - a$,

$$\therefore EG = EF + FG = 8 - a,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEG$ 中, $DE^2 + DG^2 = EG^2$, 即 $4^2 + a^2 = (8 - a)^2$,

解得 $a = 3$,

即 $DG = 3$.

(2) 解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 6,

$$\therefore AB = BC = CD = AD = 6, \quad \angle A = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = x, CG = y,$$

$$\therefore DE = AD - AE = 6 - x, \quad DG = CD - CG = 6 - y,$$

由 (1) 可知, $EF = AE = x, FG = CG = y$,

$$\therefore EG = EF + FG = x + y,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEG$ 中, $DE^2 + DG^2 = EG^2$, 即 $(6 - x)^2 + (6 - y)^2 = (x + y)^2$,

$$\text{整理得: } y = \frac{36 - 6x}{x + 6},$$

$\because$ 点 E 是边长为 6 的正方形 $ABCD$ 的 AD 边上的一点,

$$\therefore 0 < x < 6,$$

综上, y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{36 - 6x}{x + 6}$, 函数的定义域为 $0 < x < 6$.

23. (1) 证明见解析

(2) $16\sqrt{3}$

【分析】 本题主要考查矩形的性质与判定、菱形的性质, 等边三角形的性质与判定, 勾股定理, 掌握矩形的判定方法及菱形的对角线互相垂直平分是解题的关键.

(1) 由条件可证得四边形 $OCED$ 为平行四边形, 再由菱形的性质可求得 $\angle COD = 90^\circ$, 则可证得四边形 $OCED$ 为矩形.

(2) 首先推知 ABC 是等边三角形, 所以 $AC = 8$, 再用菱形的对角线互相平分即可求得 OC 的长, 再利用勾股定理求出 OD 的长即可得到答案.

【详解】(1) 证明: $\because CE \parallel OD, DE \parallel AC$,

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, 即 $\angle COD = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是矩形;

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB = BC = CD = 8$,

又 $\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC = AB = 8$,

$\therefore OC = \frac{1}{2}AC = 4$,

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, 由勾股定理得 $OD = \sqrt{CD^2 - OC^2} = 4\sqrt{3}$,

$\therefore S_{\text{矩形}OCED} = OC \cdot OD = 16\sqrt{3}$.

24. (1) $y = -x + 4$

(2) 7

(3) $F\left(\frac{7}{6}, \frac{17}{6}\right)$ 或 $F\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 三角形的面积, 求得交点坐标是解题的关键.

(1) 由直线 $l_1: y = kx - 2$ 与直线 $y = x$ 平行, 得到直线 l_1 为 $y = x - 2$, 进而求得 E 的坐标, 然后根据待定系数法即可求得直线 l_2 对应的函数表达式;

(2) 根据两直线的解析式求得 A 、 D 的坐标, 然后根据 $S_{\text{四边形}AOCE} = S_{\triangle COD} - S_{\triangle AED}$ 求解即可.

(3) 由题意得 $S_{\triangle CFO} = \frac{1}{3}S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{7}{3}$ 或 $S_{\triangle CFO} = \frac{2}{3}S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{14}{3}$, 设 $F(m, -m + 4)$, 再由三角形面积公式求解 m , 即可求出坐标.

【详解】(1) 解: $\because$ 直线 $l_1: y = kx - 2$ 与直线 $y = x$ 平行,

$\therefore k = 1$,

$\therefore$ 直线 l_1 为 $y = x - 2$,

$\because$ 点 $E(3, m)$ 在直线 l_1 上,

$$\therefore m = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore E(3, 1),$$

设直线 l_2 的解析式为 $y = ax + b$,

把 $C(0, 4)$, $E(3, 1)$ 代入得:

$$\begin{cases} b = 4 \\ 3a + b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 l_2 的解析式为 $y = -x + 4$;

(2) 解: 在直线 $l_1: y = x - 2$ 中, 令 $y = 0$, 则 $x - 2 = 0$,

$$\text{解得: } x = 2,$$

$$\therefore A(2, 0),$$

在直线 $l_2: y = -x + 4$ 中, 令 $y = 0$, 则 $-x + 4 = 0$,

$$\text{解得: } x = 4,$$

$$\therefore D(4, 0),$$

$$\therefore AD = 4 - 2 = 2, \quad OD = 4,$$

$$\because C(0, 4),$$

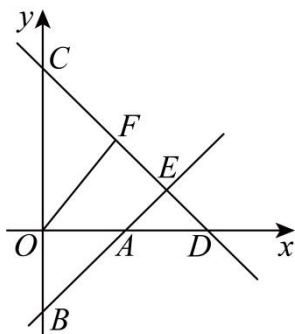
$$\therefore OC = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} OC \cdot OD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8, \quad S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} AD \cdot y_E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AOCE} = S_{\triangle COD} - S_{\triangle AED} = 8 - 1 = 7.$$

故四边形 $AOCE$ 的面积是 7.

(3) 解: 如图,



∵ 线段 OF 将四边形 $AOCE$ 的面积分成 $1:2$ 的两部分,

$$\therefore S_{\triangle CFO} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{7}{3} \text{ 或 } S_{\triangle CFO} = \frac{2}{3} S_{\text{四边形}AOCE} = \frac{14}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2} OC \times x_F = \frac{7}{3} \text{ 或 } \frac{1}{2} OC \times x_F = \frac{14}{3};$$

设 $F(m, -m+4)$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times m = \frac{7}{3} \text{ 或 } \frac{1}{2} \times 4 \times m = \frac{14}{3},$$

$$\therefore m = \frac{7}{6} \text{ 或 } m = \frac{7}{3},$$

$$\therefore F\left(\frac{7}{6}, \frac{17}{6}\right) \text{ 或 } F\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right).$$

25. (1) $y = -x + 2$, $P(1, 1)$

(2) $(-1, -1)$ 或 $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$

(3) $-\frac{1}{4} < k < 0$

【分析】 本题考查了一次函数与反比例函数的综合应用, 解一元二次方程, 理解“倒数点”

在 $y = \frac{1}{x}$ 图象上, 是解题的关键;

(1) 依题设点 $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$, 代入 $y = -x + b$, 得 $\frac{1}{t} = -t + b$, 根据 $b > 0$, 即可求解;

(2) 联立 $\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = 3x + 2 \end{cases}$, 解方程, 即可求解;

(3) 根据 $\angle T_1OT_2$ 为锐角得出 T_1, T_2 在第一象限, 结合函数图象, 即可求解.

【详解】 (1) 解: 依题设点 $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$, 代入 $y = -x + b$, 得 $\frac{1}{t} = -t + b$, 即 $t^2 - bt + 1 = 0$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4,$$

∵ 直线 l 上有且只有一个倒数点,

$$\therefore b^2 - 4 = 0, \text{ 解得 } b = \pm 2,$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore b = 2.$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式是: } y = -x + 2,$$

$$\text{由 } t^2 - 2t + 1 = 0, \text{ 得 } t_1 = t_2 = 1,$$

$$\therefore P(1, 1);$$

(2) 解: 依题可知, “倒数点”的坐标满足反比例函数 $y = \frac{1}{x}$,

$$\text{联立 } \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = 3x + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l_2: y = 3x + 2 \text{ 上的“倒数点”坐标为 } (-1, -1) \text{ 或 } \left(\frac{1}{3}, 3\right);$$

(3) 解: 依题意, 直线 $l_3: y = kx + 1$ 上有两个“倒数点”, $\angle T_1OT_2$ 为锐角,

$\therefore T_1, T_2$ 在第一象限,

此时 $k < 0$,

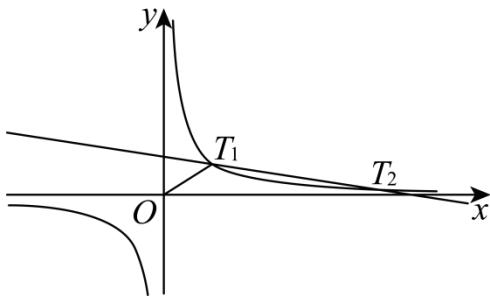
当直线 $y = kx + 1$ 和 $y = \frac{1}{x}$ 有两个交点时,

$$\text{联立 } \begin{cases} y = kx + 1 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \text{ 得, } kx^2 + x - 1 = 0,$$

$$\therefore \Delta = 1 + 4k > 0,$$

$$\text{解得: } k > -\frac{1}{4},$$

$$\therefore k \text{ 的取值范围为 } -\frac{1}{4} < k < 0.$$



26. (1) $\frac{12}{7}s$

(2) $y = 36\sqrt{3} - 9\sqrt{3}t + \frac{\sqrt{3}}{2}t^2$

(3) $\frac{3}{2}s$ 或 $3s$

【分析】(1) 由题意得: $AP = 3tcm$, $AQ = (12-t)cm$, 可得 $\angle AQP = 30^\circ$, 根据 30° 角直角三角形的性质得到 $AQ = 2AP$, 即可建立方程求解;

(2) 利用等边三角形的性质表示出 AM 、 BN , 再用勾股定理求出 PM 、 QN 、 BD , 求出 $S_{\triangle ABC}$ 和 $S_{\triangle BQE}$, 从而可求出 y ;

(3) 分别对当四边形 $PQED$ 是平行四边形时及当四边形 $PDQE$ 是平行四边形时进行分类讨论, 利用平行四边形的性质即可求解.

【详解】(1) 解: 由题意得: $AP = 3tcm$, $AQ = (12-t)cm$,

$\because$ 在等边 ABC 中,

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\because PQ \perp AC,$$

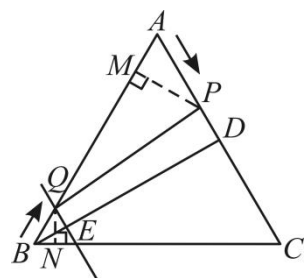
$$\therefore \angle AQP = 90^\circ - \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AQ = 2AP,$$

$$\therefore 2 \times 3t = 12 - t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{12}{7};$$

(2) 解: 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于 M , 过点 Q 作 $QN \perp BC$ 于 N , 如图 1 所示:



$$\therefore \angle AMP = \angle QNB = 90^\circ,$$

图1

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle A = \angle ABC = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APM = \angle BQN = 30^\circ,$$

$$\therefore AP = 2AM, \quad QB = 2BN,$$

$$\therefore AM = \frac{3}{2}tc, \quad BN = \frac{1}{2}tc,$$

在 Rt△AMP 中, 由勾股定理得:

$$PM = \sqrt{AP^2 - AM^2} = \sqrt{(3t)^2 - \left(\frac{3}{2}t\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}t,$$

在 Rt△ONB 中, 由勾股定理得:

$$QN = \sqrt{QB^2 - BN^2} = \sqrt{t^2 - \left(\frac{1}{2}t\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}t,$$

$$\therefore S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2}AQ \cdot PM = \frac{1}{2} \times (12-t) \times \frac{3\sqrt{3}}{2}t = -\frac{3\sqrt{3}}{4}t^2 + 9\sqrt{3}t,$$

$$\because OE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle QEB = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle QBE = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BQE$ 是等边三角形,

$$\therefore BE = QB = tc,$$

$$\therefore S_{\triangle BQE} = \frac{1}{2}BE \cdot QN = \frac{1}{2} \times t \times \frac{\sqrt{3}}{2}t = \frac{\sqrt{3}}{4}t^2,$$

$$\because BD \perp AC,$$

$$\therefore AD = CD = \frac{1}{2}AC = 6cm,$$

在 Rt△BCD 中, 由勾股定理得:

$$BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}cm,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3},$$

$$\therefore y = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BQE} - S_{\triangle APQ} = 36\sqrt{3} - \left(9\sqrt{3}t - \frac{3\sqrt{3}}{4}t^2\right) - \frac{\sqrt{3}}{4}t^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 - 9\sqrt{3}t + 36\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{当点 } P \text{ 在线段 } AD \text{ 上时, } y \text{ 与 } t \text{ 的关系式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 - 9\sqrt{3}t + 36\sqrt{3};$$

(3) 解: ①当四边形 PQED 是平行四边形时, 如图 2 所示:

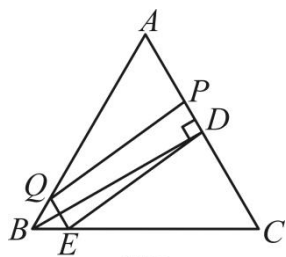


图2

则 $PD = QE$,

$\because QE \parallel AC$,

$\therefore \angle QEB = \angle C = 60^\circ$,

$\therefore \angle QBE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BQE$ 是等边三角形,

$\therefore QB = QE = PD = t \text{ cm}$,

$\because AD = 6 \text{ cm}$,

$\therefore PD = (6 - 3t) \text{ cm}$,

$\therefore t = 6 - 3t$,

$\therefore t = \frac{3}{2}$;

②当四边形 $PDQE$ 是平行四边形时, 如图 3 所示:

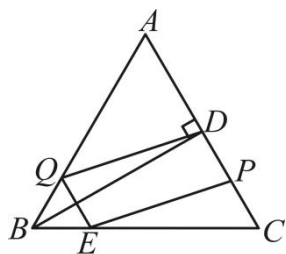


图3

则 $PD = QE$,

同①得: $\triangle BQE$ 是等边三角形,

$\therefore QB = QE = PD = t \text{ cm}$,

$\because AD = 6 \text{ cm}$,

$\therefore PD = (3t - 6) \text{ cm}$,

$\therefore t = 3t - 6$,

$\therefore t = 3$;

综上所述, 当 t 为 $\frac{3}{2}$ s 或 3s 时, 使得以 P, Q, E, D 为顶点的四边形是平行四边形.

【点睛】 本题考查了以等边三角形为背景的动点问题，主要运用了等边三角形的性质、 30° 角的这直角三角形的性质、勾股定理、平行四边形的性质等，掌握动点问题解决方法：“化动为静”是解题的关键.