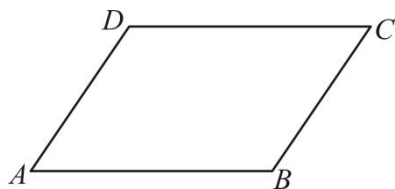


上海市北初级中学北校 2025-2026 学年八年级下学期期末模拟数学试卷 04

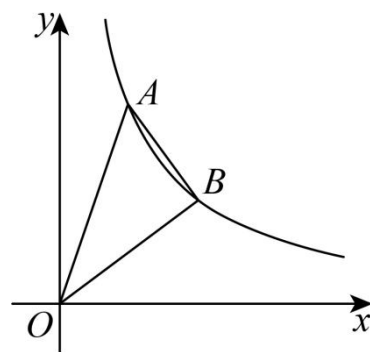
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

- 如果一个多边形的内角和是其外角和的两倍, 那么这个多边形是 ()
A. 六边形 B. 五边形 C. 四边形 D. 三角形
- 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $BC \parallel AD$, 添加下列条件, 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的 ()

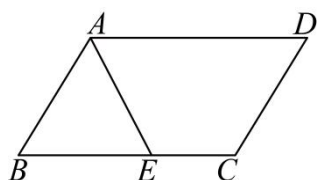


- 下列说法中, 不正确的是 ()
A. 一组邻边相等的矩形是正方形 B. 一组对边相等且有一个角是直角的四边形是矩形
C. 一组邻边相等的平行四边形是菱形 D. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- 平面上三个点 A, B, C 的坐标分别是 $A(1, -4), B(3, 0), C(0, -3)$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()
A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 等边三角形 D. 以上都不是
- 已知一次函数 $y = mx + 1 - 3x$, 如果函数值 y 随 x 的增大而减小, 那么 m 的取值范围是 ()
A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m < 3$ D. $m > 3$
- 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象经过两点 A, B (A 在左侧). 若 A, B 两点横、纵坐标都相差 2, 则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



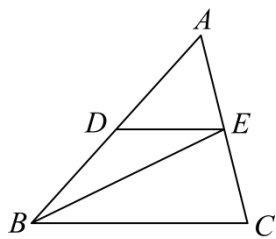
二、填空题

- 正多边形的一个内角是 120° , 这个正多边形是正_____边形.
- 平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 5, AB = 3$, 若 AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 边于点 E , 则 EC 的长为_____.

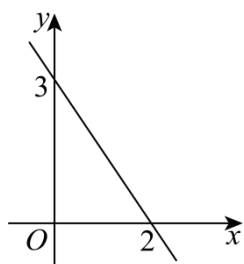


- 已知 $\square ABCD$ 的周长是 30, AC, BD 相交于点 O , $\triangle AOB$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长大 3, 那么 $AB =$ _____.
- 矩形的较短边长是 1, 两条对角线的夹角为 60° , 则这个矩形的面积是_____.
- 已知菱形的边长为 13cm, 一条对角线长为 24cm, 那么菱形的面积为_____ cm^2 .

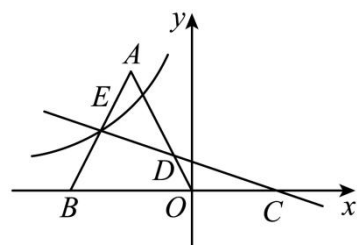
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D、E分别是边AB、AC的中点，连接BE，DE. 如果 $\angle AED = \angle BEC$ ， $DE = 3$ ，那么BE的长为_____.



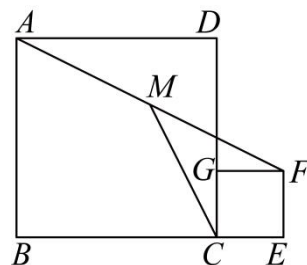
13. 如果将点 $A(-3,4)$ 先向上平移3个单位，再向右平移1个单位后，得到点B，那么点B的坐标是_____.
14. 一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数， $k \neq 0$)的图像如图所示，那么关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是_____.



15. 已知关于 x 的正比例函数 $y = (m + 2)x$. 若 y 值随 x 值的增大而增大，则 m 的取值范围是_____.
16. 如图， $\triangle AOB$ 为等边三角形，点B的坐标为 $(-6,0)$ ，过点 $C(6,0)$ 作直线 l 交AO于D，交AB于E，点E在某反比例函数图象上，当 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DCO$ 的面积相等时，那么该反比例函数的解析式为 $y =$ _____.



17. 反比例函数 $y = \frac{2-m}{x}$ 的图象在第一、三象限，那么 $\sqrt{(m-2)^2} =$ _____.

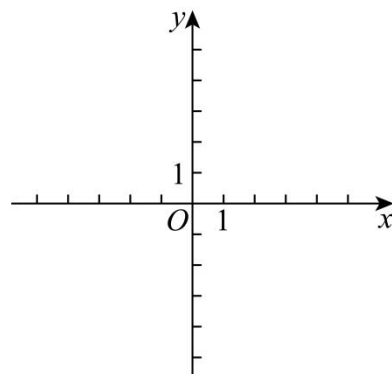


18. 如图，正方形ABCD和正方形CEFG中，B、C、E三点共线，点G在CD上， $BC = 3$ ， $CE = 1$ ，M是AF的中点，那么CM的长是_____.

三、解答题

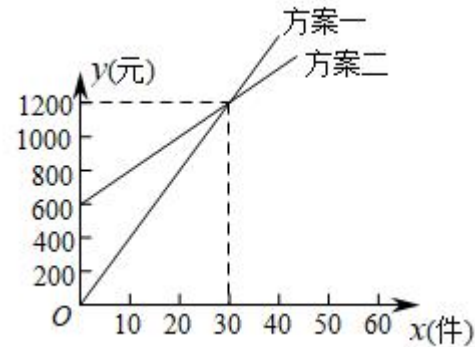
19. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数的图象经过点 $A(2, 3)$ 与点 $B(0, 5)$.

- (1) 求此一次函数的解析式，并在坐标系中画出它的图象；
- (2) 若设点C为此一次函数图象与 x 轴的交点，求 $\triangle BOC$ 的面积.



20. 某销售公司推销一种产品，设 x (件) 是推销产品的数量， y (元) 是付给推销员的月报酬；
公司付给推销员月报酬的两种方案如图所示，推销员可以任选一种与公司签订合同。看图解答下列问题：

- (1) 求每种付酬方案 y 关于 x 的函数表达式；
- (2) 根据图中表示的两种方案，说明公司是如何付推销员报酬的。
- (3) 如果你是推销员，那么你会选择哪种方案？



21. 图形的平移、旋转和对称是我们从图形变换的视角研究图形的重要方法。为了深入理解旋转的本质，
王老师和同学们在数学实践课上以正方形为背景进行如下探究。

【知识技能】 (1) 如图 1，在正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是边 CD 、 AD 上的点，连接 BE 、 BF 、 EF 、且 $\angle EBF = 45^\circ$ 。
将 $\triangle BCE$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 90° 至 $\triangle BAM$ ，则点 M 在 DA 的延长线上。

①求证： $\triangle BFM \cong \triangle BFE$ ； ②若 $DF = 5$ ， $DE = 12$ ，则正方形 $ABCD$ 的周长为_____；

【数学理解】 (2) 如图 2，正方形 $OABC$ 的边长为 4，点 D 在边 OA 上， $AD = 1$ ，连接 BD ，
将线段 DB 绕点 D 逆时针旋转 90° 到 DE ，连接 OE ，则 OE 的长为_____；

【拓展研究】 (3) 如图 3，正方形 $OABC$ 的边长为 4，点 D 是边 OA 上的动点，连接 BD ，
将线段 DB 绕点 D 逆时针旋转 90° 到 DE ，连接 CE ，则 CE 长的最小值为_____。

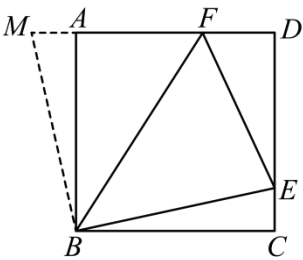


图1

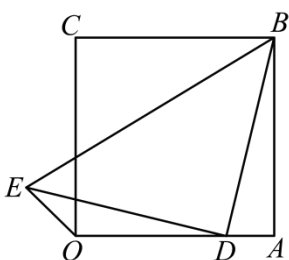


图2

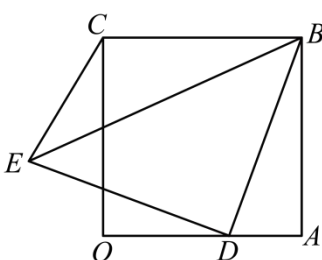


图3

22. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，连接 BD ，将 BD 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BF ，连接 CE ， EF 。

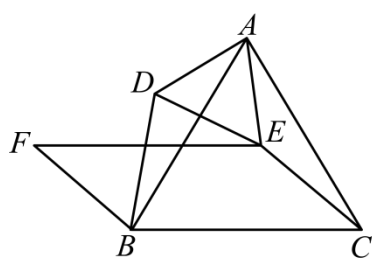


图1

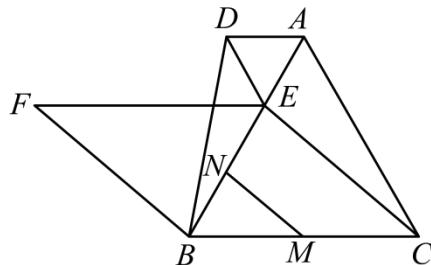


图2

(1) 如图 1，求证：① $\triangle ADB \cong \triangle AEC$ ；②四边形 $BCEF$ 是平行四边形；

(2) 如图 2， M ， N 分别是 BC ， BE 的中点，若 $\triangle ADE$ 的顶点 E 在 AB 边上， $AB = 6$ ， $AD = 2$ ，求 MN 的长。

23. 如图 1，在平面直角坐标系中， $A(a, 0)$ ， $B(0, b)$ ，且 a 、 b (其中 $a < b$) 是方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两个根。

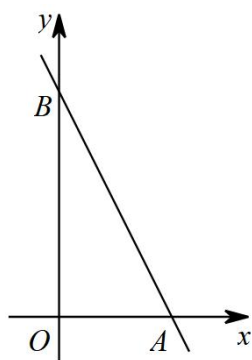


图 1

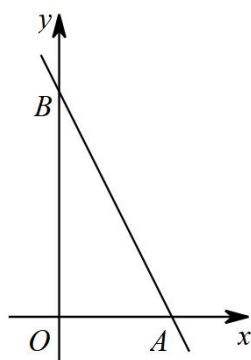


图 2

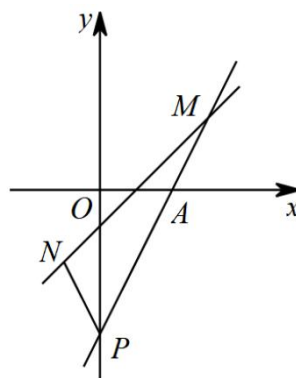


图 3

(1) 求直线 AB 的解析式； (2) 若点 M 为直线 $y = mx$ 在第一象限上一点，当以 AB 为直角边 $\triangle ABM$ 是等腰直角三角形时，

求 m 的值； (3) 如图 3，过点 A 的直线 $y = kx - 2k$ 交 y 轴负半轴于点 P ， N 点的横坐标为 -1 ，过 N 点的直线 $y = \frac{k}{2}x - \frac{k}{2}$

交 AP 于点 M ，给出两个结论：① $\frac{PM+PN}{NM}$ 的值是不变；② $\frac{PM-PN}{AM}$ 的值是不变，只有一个结论是正确，

请你判断出正确的结论，并加以证明和求出其值。

上海市北初级中学北校 2025-2026 学年八年级下学期期末模拟数学试卷 04 解析

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	A	B	A	C	B

1. A 【分析】 本题主要考查了已知多边形的内角和求边数，根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 与外角和定理列出方程，然后求解即可. 【解析】 设多边形的边数为 n ， $(n-2) \cdot 180 = 360 \times 2$ ，解得： $n = 6$ ，故选 A.

2. A 【分析】 本题考查添加条件使四边形为平行四边形，根据平行四边形的判定方法，逐一进行判断即可.

【解析】 A、不能判定四边形 ABCD 是平行四边形，符合题意； B、根据两组对边分别平行的四边形为平行四边形，能判定四边形 ABCD 是平行四边形，不符合题意； C、 $\because BC \parallel AD$ ， $\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ ， $\because \angle A = \angle C$ ，

$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ ， $\therefore AB \parallel CD$ ， $\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形；不符合题意；

D、根据一组对边平行且相等的四边形为平行四边形，能判定四边形 ABCD 是平行四边形，不符合题意；故选 A.

3. B 【分析】 本题考查了菱形的判定、矩形的判定、正方形的判定等知识，熟记各判定定理是解题的关键；

根据菱形的判定定理、矩形的判定定理和正方形的判定定理，平行四边形的判定定理，逐一判断即可得出结论.

【解析】 A、一组邻边相等的矩形是正方形，正确，不符合题意； B、一组对边相等且有一个角是直角的四边形不一定是矩形，错误，符合题意； C、一组邻边相等的平行四边形是菱形，正确，不符合题意；

D、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，正确，不符合题意；故选： B.

4. A 【分析】 本题考查了两点间的距离公式：也考查了三角形形状的判定. 先根据两点间的距离公式计算出三边长，然后利用勾股定理的逆定理判断三角形的形状. 【解析】 $\because A(1, -4)$ ， $B(3, 0)$ ， $C(0, -3)$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{(1-3)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, AC = \sqrt{(1-0)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{2}, BC = \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2} \\ = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}, \therefore BC^2 + AC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 20 = AB^2, \therefore \triangle ABC \text{ 是直角三角形, 故选: A.}$$

5. C 【分析】 本题考查一次函数的性质与系数的关系，先将函数整理为标准一次函数形式，再根据 y 随 x 增大而减小的性质列不等式求解即可. 【详解】 首先整理一次函数得 $y = mx + 1 - 3x = (m-3)x + 1$

$\because$ 一次函数 y 随 x 的增大而减小， $\therefore$ 一次项系数 $m-3 < 0$ ，解不等式得 $m < 3$ ；故选 C.

6. B 【分析】 此题主要考查了反比例函数系数 k 的几何意义，反比例函数图象上点的坐标，理解反比例函数图象上点的坐标满足反比例函数的表达式，熟练掌握反比例函数系数 k 的几何意义是解决问题的关键. 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴

于点 C, $BD \perp x$ 轴于点 D, CA 与 DB 的延长线交于点 E, 则四边形 OCHD 是矩形, 设点 $A\left(a, \frac{3}{a}\right)$, 其中 $a > 0$, 依题意得点 $B\left(2+a, \frac{3}{a}-2\right)$, 则 $(2+a)\left(\frac{3}{a}-2\right) = 3$, 由此解出 $a = 1$, 进而得点 $A(1, 3)$, 点 $B(3, 1)$, 然后再分别求出 $S_{\text{矩形 OCHD}} = 9$,

$S_{\triangle ABH} = 2$, $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{3}{2}$, 由此可得 $\triangle AOB$ 的面积. 【解析】过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C, $BD \perp x$ 轴于点 D,

CA 与 DB 的延长线交于点 E, 如图所示: $\therefore \angle ACO = \angle COD = \angle BDO = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 OCHD 是矩形,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A, $\therefore$ 设点 A 的坐标为 $A\left(a, \frac{3}{a}\right)$, 其中 $a > 0$,

又 $\because$ A 在点 B 左侧, 且 A、B 两点横、纵坐标都相差 2, $\therefore$ 点 B 的横坐标为: $2+a$, 纵坐标为: $\frac{3}{a}-2$,

$\therefore$ 点 $B\left(2+a, \frac{3}{a}-2\right)$, $\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象经过点 B,

$\therefore (2+a)\left(\frac{3}{a}-2\right) = 3$, 整理得: $a^2 + 2a - 3 = 0$,

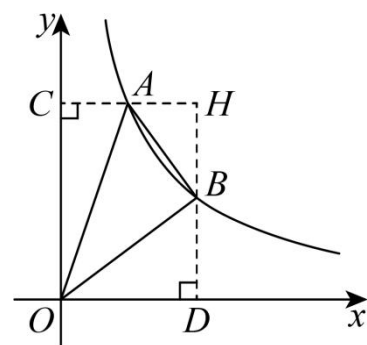
解得: $a = 1, a = -3$ (不合题意, 舍去), $\therefore$ 点 $A(1, 3)$, 点 $B(3, 1)$,

$\therefore OC = 3, AC = 1, OD = 3, BD = 1$, $\therefore$ 四边形 OCHD 是矩形,

$\therefore CH = OD = 3, DH = OC = 3$, $\therefore AH = CH - AC = 2, BH = DH - BD = 2$,

$S_{\text{矩形 OCHD}} = OC \cdot OD = 3 \times 3 = 9$, $\therefore S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2}AH \cdot BH = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$,

$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{3}{2}$, $\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{矩形 OCHD}} - S_{\triangle ABH} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOD} = 9 - 2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 4$, 故选: B.



7. 六 【分析】本题考查了正多边形的内角和外角, 先根据内角度数求出外角度数, 再用外角和 360° 除以这个度数即可求解, 掌握正多边形的内角和外角的关系是解题的关键. 【解析】 $\because$ 正多边形的一个内角是 120° ,

$\therefore$ 正多边形的一个外角是 $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\therefore$ 这个正多边形的边数为 $360^\circ \div 60^\circ = 6$,

即正多边形是正六边形, 故答案为: 六.

8. 2 【分析】本题主要考查了平行四边形的性质, 等腰三角形的判定, 角平分线的定义, 解题的关键是掌握平行四边形对边平行且相等, 以及等角对等边; 根据平行四边形的性质可得 $AD = BC = 5, AD \parallel BC$, 再根据角平分线的定义和平行线的性质推出 $\angle BEA = \angle BAE$, 则 $AB = BE = 3$, 最后根据 $EC = BC - BE$, 即可求解.

【解析】 $\because$ 平行四边形 ABCD, $\therefore AD = BC = 5, AD \parallel BC$, $\therefore \angle DAE = \angle BEA$, $\because AE$ 平分 $\angle BAD$, $\therefore \angle DAE = \angle BAE$, $\therefore \angle BEA = \angle BAE$, $\therefore AB = BE = 3$, $\therefore EC = BC - BE = 2$, 故答案为: 2.

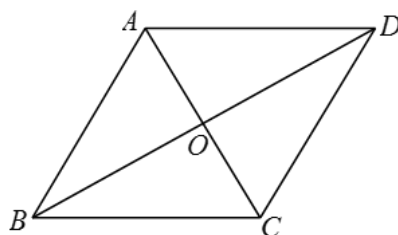
9. 9 【分析】由四边形 ABCD 是平行四边形, 即可得 $AB = CD, AD = BC, OA = OC$, 然后由平行四边形 ABCD 的周长为 30, $\triangle AOB$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长大 3, 可得 $AB - BC = 3$, $2(AB + BC) = 30$, 继而可求得 AB 的长.

【解析】如图: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形, $\therefore AB = CD, AD = BC, OA = OC$,

$\because \triangle AOB$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长大 3, $\therefore (AO + BO + AB) - (BO + OC + BC) = 3$,

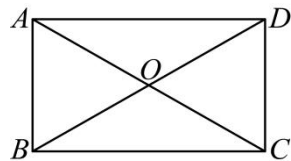
$\therefore AO + BO + AB - BO - OC - BC = 3$, $\therefore AB - BC = 3$,

$\square ABCD$ 的周长是 30, $2(AB + BC) = 30$, 即 $AB + BC = 15$,



∴ $AB = 9$ ，故答案为：9.

10. $\sqrt{3}$ 【分析】由矩形的性质得出 $OA=OB$ ，再证明 $\triangle AOB$ 是等边三角形，得出 $OA=AB=1$ ，然后由勾股定理求出 BC 的长，即可得出结果. 【解析】如图所示：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，



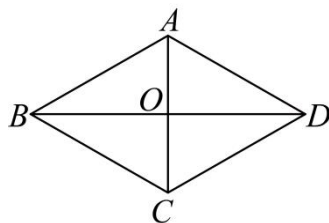
∴ $\angle ABC=90^\circ$ ， $OA=OC=\frac{1}{2}AC$ ， $OB=OD=\frac{1}{2}BD$ ， $AC=BD$ ，∴ $OA=OB$ ，

又∵ $\angle AOB=60^\circ$ ，∴ $\triangle AOB$ 是等边三角形，∴ $OA=AB=1$ ，∴ $AC=2OA=2$ ，

∴ $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ ，∴ 矩形 $ABCD$ 的面积 $=AB \cdot BC=1 \times \sqrt{3}=\sqrt{3}$ ，故答案为： $\sqrt{3}$.

11. 120 【分析】本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，熟知菱形的性质是解题的关键. 先根据菱形的性质求出 $OB = 12$ ，

然后利用勾股定理求出 OA ，再由 $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$ 求解即可. 【解析】如图，



∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $OB = \frac{1}{2}BD = 12\text{cm}$ ， $AC = 2OA$ ， $AC \perp BD$ ，

∴ $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{cm}$ ，∴ $AC = 2OA = 10\text{cm}$ ，

∴ $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120\text{cm}^2$ ，故答案为：120.

12. 6 【分析】本题主要考查三角形中位线定理和等腰三角形的判定，熟练掌握中位线定理是解题的关键；

由三角形中位线定理得 $DE \parallel BC$ ， $BC = 2DE = 6$ ，得出 $\angle C = \angle AED = \angle BEC$ ，得出 $BE = BC = 6$.

【解析】∵ D, E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB, AC 的中点，∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，∴ $DE \parallel BC$ ， $BC = 2DE = 6$ ，

∴ $\angle AED = \angle C$ ，∵ $\angle AED = \angle BEC$ ，∴ $\angle C = \angle BEC$ ，∴ $BE = BC = 6$ ，故答案为：6.

13. $(-2, 7)$ 【分析】本题考查了点的坐标的平移，根据坐标的平移法则：左减右加，上加下减，即可得出答案，

熟练掌握平移法则是解此题的关键. 【解析】将点 $A(-3, 4)$ 先向上平移 3 个单位，再向右平移 1 个单位后，得到点 B ，那么点 B 的坐标是 $(-2, 7)$ ，故答案为： $(-2, 7)$.

14. $x > 2$ 【分析】本题主要考查了根据直线与 x 轴的交点求不等式的解集，先确定直线与 x 轴的交点坐标，再根据直

线在 x 轴下方时函数值小于 0 可得答案. 【解析】一次函数与 x 轴的交点坐标为 $(2, 0)$ ，当 $x = 2$ 时， $kx + b = 0$ ，

∴ 当 $x > 2$ 时， $kx + b < 0$ ，所以不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x > 2$ ；故答案为： $x > 2$.

15. $m > -2$ 【分析】本题考查了正比例函数的性质，掌握正比例函数中，当 $k > 0$ 时 y 随 x 的增大而增大是解题的

关键；根据正比例函数的性质，当比例系数大于 0 时， y 随 x 的增大而增大. 【解析】∵ 正比例函数 $y = (m + 2)x$ 中，

y 随 x 的增大而增大，∴ $m + 2 > 0$ ，解得 $m > -2$ ；故答案为： $m > -2$.

16. $-\frac{27\sqrt{3}}{4x}$ 【分析】连接 AC ，过 A 作 $AF \perp BC$ ，垂足为 F ，根据等边三角形的性质和勾股定理求得 AF 和 AC 的长，

利用面积的关系得出 $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times AE \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot CO \cdot AF$ ，求出 AE ，可得点 E 的坐标，从而求出 k 值，得出

解析式. 【解析】连接 AC ，过 A 作 $AF \perp BC$ ，垂足为 F ，∵ 点 B 的坐标为 $(-6, 0)$ ， $\triangle AOB$ 为等边三角形， $C(6, 0)$ ，

$AO = OC = 6$ ， $OF = BF = 3$ ， $OCA = OAC$ ， $AF = \sqrt{OA^2 - OF^2} = 3\sqrt{3}$ ，∴ 点 A 的坐标为 $(-3, 3\sqrt{3})$ ，

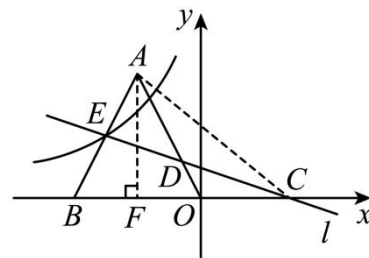
$\because \angle AOB = 60^\circ, \therefore \angle ACO = 30^\circ, \angle B = 60^\circ, \therefore \angle BAC = 90^\circ, \therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 6\sqrt{3},$

$\because S_{\triangle ADE} = S_{\triangle DCO}, S_{\triangle AEC} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ADC}, S_{\triangle AOC} = S_{\triangle DCO} + S_{\triangle ADC}, \therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times AE \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot CO \cdot AF,$

即 $\frac{1}{2} \cdot AE \cdot 6\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3}, \therefore AE = 3. \therefore E$ 点为 AB 的中点, $\therefore E\left(\frac{-6-3}{2}, \frac{0+3\sqrt{3}}{2}\right),$

即 $\left(-\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{3}\right),$ 把 $E\left(-\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$ 代入 $y = \frac{k}{x}, k = -\frac{27}{4}\sqrt{3};$

所以反比例函数解析式为 $y = -\frac{27\sqrt{3}}{4x},$ 故答案为: $-\frac{27\sqrt{3}}{4x}.$



17. $2 - m / -m + 2$ 【分析】本题考查了反比例函数的图象和性质，二次根式的性质化简. 先根据反比例函数的性质

得出 $2 - m > 0,$ 可知 $m < 2,$ 再根据 $\sqrt{(m-2)^2} = |m-2|$ 即可得出结果. 【解析】 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{2-m}{x}$ 的图象

在一、三象限, $\therefore 2 - m > 0,$ 即: $m < 2,$ 则 $\sqrt{(m-2)^2} = |m-2| = 2 - m,$ 故答案为: $2 - m.$

18. $\sqrt{5}$ 【分析】本题考查了正方形的性质，勾股定理，二次根式的化简，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，熟练掌握以上知识点并能作出辅助线是解题的关键. 连接 AC 和 $CF,$ 先证明 $\triangle ACF$ 是直角三角形，利用勾股定理分别求出 AC, CF 和 AF 的长度，最后利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，推导出 $CM = \frac{1}{2}AF,$ 求得答案.

【详解】连接 AC 和 $CF,$ 如图所示: $\because$ 四边形 $ABCD$ 和 $CEFG$ 是正方形, $BC = 3, CE = 1$

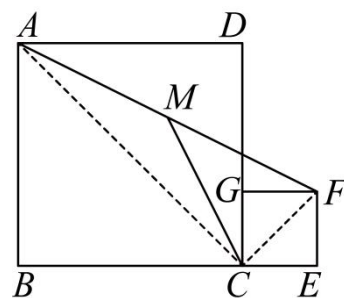
$\therefore \angle ACD = \angle ACB = \angle GCF = \angle FCE = 45^\circ, AB = BC = 3, CE = EF = 1,$

$\angle ABC = \angle FEC = 90^\circ, \therefore \angle ACF = \angle ACD + \angle GCF = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$

$AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, CF = \sqrt{CE^2 + EF^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$

$\therefore AF = \sqrt{AC^2 + CF^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{5}, \therefore \angle ACF = 90^\circ,$

M 是 AF 的中点, $\therefore CM = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{5},$ 故答案为: $\sqrt{5}.$



19. (1) $y = -x + 5,$ 画图见解析; (2) $\frac{25}{2}.$ 【分析】本题考查了求一次函数的解析式，画一次函数的图象，

求一次函数与 x 轴的交点坐标，熟练掌握求一次函数的解析式及画一次函数的图象是关键.

(1) 先用待定系数法求一次函数的解析式，再经过 $A(2, 3), B(0, 5)$ 两点作直线即可;

(2) 先求出一一次函数与 x 轴的交点坐标，再计算三角形的面积即可.

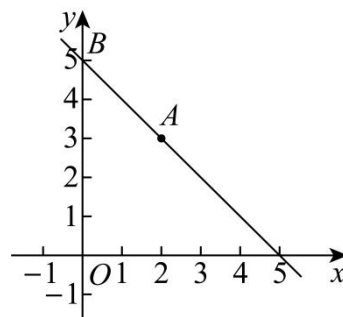
【详解】(1) 设一次函数的解析式为 $y = kx + b,$ 将 $A(2, 3), B(0, 5)$ 代入 $y = kx + b,$ 得 $\begin{cases} 2k + b = 3 \\ b = 5 \end{cases},$

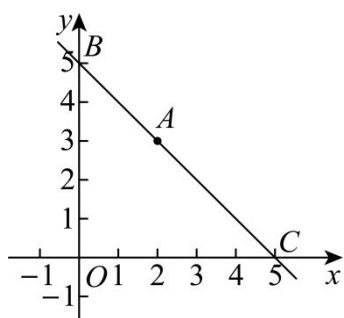
解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}, \therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -x + 5;$ 经过 $A(2, 3), B(0, 5)$ 两点作直线，如图所示:

(2) 令 $y = 0,$ 则 $-x + 5 = 0,$ 解得 $x = 5, \therefore C(5, 0),$

$\therefore OC = 5, \therefore B(0, 5), \therefore OB = 5,$

在 $Rt \triangle BOC$ 中, $\triangle BOC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}.$





20. (1) 方案一: $y = 40x$; 方案二: $y = 20x + 600$; (2) 方案一: 推销员没有底薪, 每推销一件产品可获得 40 元的报酬; 方案二: 推销员的底薪为 600 元, 每推销一件产品可获得 20 元的报酬; (3) 若销售量在 0 到 30 之间, 则选择方案二; 若销售量为 30, 则选择两个方案都可以; 若销售量在 30 以上, 则选择方案一.

【分析】(1) 根据图形, 读出两种方案对应图象上的两个点的坐标, 然后根据待定系数法求出两种方案下 y 关于 x 的函数表达式; (2) 根据函数图象结合实际情况, 说明两种方案的支付方式;

(3) 对销售量的范围进行讨论, 从而得出正确的方案.

【详解】(1) 由图象得: 设: 方案一的函数图象解析式为 $y = kx$, 将点 $(30, 1200)$, 代入解析式中: $30k = 1200$, 解得 $k = 40$, 即方案一: $y = 40x$, 设: 方案二的函数图象解析式为 $y = kx + b$, 将点 $(0, 600)$ 、点 $(30, 1200)$ 代入解析式中: $\begin{cases} b = 600 \\ 30k + b = 1200 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k = 20 \\ b = 600 \end{cases}$, 即方案二: $y = 20x + 600$;

(2) 根据函数图象, 结合实际情况可知: 方案一: 推销员没有底薪, 每推销一件产品可获得 40 元的报酬
方案二: 推销员的底薪为 600 元, 每推销一件产品可获得 20 元的报酬

(3) 由两方案的图象交点 $(30, 1200)$ 可知: 若销售量 x 的取值范围为 $0 < x < 30$, 则选择方案二;
若销售量 $x = 30$, 则选择两个方案都可以; 若销售量 x 的取值范围为 $x > 30$, 则选择方案一

21. (1) ①见解析; ②60; (2) $\sqrt{2}$; (3) $2\sqrt{2}$. 【分析】本题考查了正方形的性质, 全等三角形判定与性质, 等腰直角三角形三边的关系, 勾股定理及应用等知识, 解题关键是掌握全等三角形判定与性质.

(1) ①先根据正方形的性质得出 $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, 再根据旋转的性质得出 $BE = BM$, $\angle BAM = \angle C = 90^\circ$, $\angle EBC = \angle MBA$, $AM = CE$, 然后证明 $\triangle BFM \cong \triangle BFE$, 根据全等三角形性质与线段的和差得到结论成立; ②先根据勾股定理求得 EF , 再求得 $AF + EC = 13$, 从而可求得 $AD + CD$, 再求出正方形 $ABCD$ 的边长, 从而可求得正方形 $ABCD$ 的周长;

(2) 在 AB 上截取 $AF = AD$, 连接 DF , 证明 $\triangle EDO \cong \triangle DBF(SAS)$, 得到 $OE = DF$, 利用勾股定理求解即可;

(3) 在 AB 上截取 $AF = AD$, 连接 DF , 同 (2) 证明 $\triangle EDO \cong \triangle DBF(SAS)$, 得到 $\angle COE = 45^\circ$, 得到点 E 在射线 OE 上, 则当 $CE \perp OE$ 时, CE 长取得最小值, 据此求解即可.

【详解】(1) ①证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore \angle BAF = \angle ABC = 90^\circ$, $\therefore$ 将 $\triangle BCE$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 90° 至 $\triangle BAM$, $\therefore BE = BM$, $\angle BAM = \angle C = 90^\circ$, $\angle EBC = \angle MBA$, $AM = CE$, $\therefore \angle BAM + \angle BAF = 180^\circ$, $\angle EBC + \angle ABE = 90^\circ = \angle MBA + \angle ABE = \angle MBE$, $\therefore$ 点 M 在 DA 的延长线上, $\therefore \angle EBF = 45^\circ$,

$\therefore \angle MBF = \angle MBE - \angle EBF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, $\therefore \angle MBF = \angle EBF$, 在 $\triangle BFM$ 和 $\triangle BFE$ 中,
$$\begin{cases} BM = BE \\ \angle MBF = \angle EBF \\ BF = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BFM \cong \triangle BFE$ (SAS);

② $\because \triangle BFM \cong \triangle BFE$ (SAS), $\therefore FM = EF$, $\therefore FM = AF + AM = AF + CE$, $\therefore EF = AF + CE$, $\because DF = 5$, $DE = 12$, $\angle D = 90^\circ$,

$\therefore EF = \sqrt{DF^2 + DE^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$, $\therefore AF + EC = 13$, $\therefore AD + CD = (AF + EC) + DF + DE = 13 + 5 + 12 = 30$,

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 $30 \div 2 = 15$, $\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的周长为 $15 \times 4 = 60$;

(2) 在 AB 上截取 $AF = AD$, 连接 DF , $\because$ 四边形 $OABC$ 是正方形,

$\therefore \angle A = \angle AOC = 90^\circ$, $AB = OA$, $\therefore DO = BF$,

由旋转的性质知 $DB = DE$, $\angle BDE = 90^\circ$, $\therefore \angle EDO = 90^\circ - \angle BDA = \angle DBF$,

$\therefore \triangle EDO \cong \triangle DBF$ (SAS), $\therefore OE = DF$, $\therefore OE = DF = \sqrt{AD^2 + AF^2} = \sqrt{2}$, 故答案为: $\sqrt{2}$;

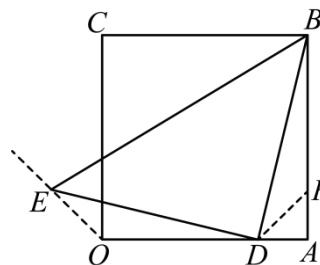
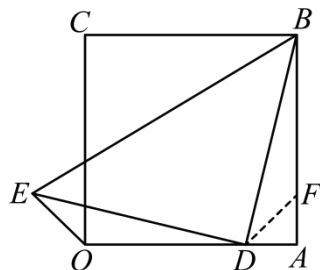
(3) 在 AB 上截取 $AF = AD$, 连接 DF , 同 (2), 同理得 $\triangle EDO \cong \triangle DBF$ (SAS),

$\therefore \angle DOE = \angle BFD$, $\because AF = AD$, $\angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle AFD = 45^\circ$,

$\therefore \angle DOE = \angle BFD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$, $\therefore \angle COE = 45^\circ$, $\therefore$ 点 E 在射线 OE 上,

$\therefore$ 当 $CE \perp OE$ 时, CE 长取得最小值, 此时 $\triangle COE$ 是等腰直角三角形,

$\therefore CE^2 + OE^2 = OC^2$, $\therefore CE = 2\sqrt{2}$, 故答案为: $2\sqrt{2}$.



22. (1) ①见解析; ②见解析; (2) $\sqrt{7}$. 【分析】 (1) ①根据等边三角形的性质, 利用 SAS 即可证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$;

②连接 DF , 先根据旋转的性质证明 $\triangle BFD$ 是等边三角形, 再证明 $\triangle ADB \cong \triangle EDF$, 得 $AB = EF = BC$,

由①得 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 得 $CE = BE = BF$, 即可证明四边形 $BCEF$ 是平行四边形; (2) 取 AB 的中点 H , 连接 CH ,

根据三角形的中位线定理和勾股定理求出 CE 的长, 再根据三角形的中位线定理求出 MN 的长即可.

【详解】 (1) 证明: ① $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, $\therefore AD = AE$, $AB = AC$, $\angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 60^\circ - \angle BAE$, $\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC$ (SAS);

②如图 1, 连接 DF , 由旋转得 $BD = BF$, $\angle FBD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BFD$ 是等边三角形, $\therefore BD = FD$, $\angle FDB = 60^\circ$,

$\because \triangle ADE$ 是等边三角形, $\therefore AD = ED = AE$, $\angle EDA = \angle DAE = 60^\circ$,

$\therefore \angle ADB = \angle EDF = 60^\circ + \angle BDE$, $\therefore \triangle ADB \cong \triangle EDF$ (SAS), $\therefore AB = EF$,

由① $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, $\therefore BD = CE$, $\therefore BF = CE$, $\therefore$ 四边形 $BDEF$ 是平行四边形;

(2) 如图 2, 取 AB 的中点 H , 连接 CH , $\because AC = AB = 6$, $AE = AD = 2$,

$\therefore BE = AB - AE = 4$, $AH = BH = \frac{1}{2}AB = 3$, $\therefore EH = AH - AE = 3 - 2 = 1$,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, H 是 AB 的中点, $\therefore CH \perp AB$,

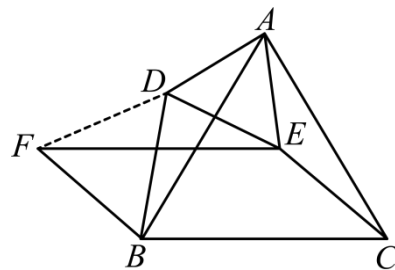


图1

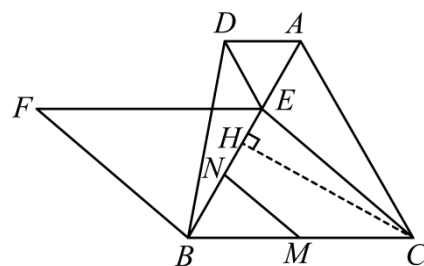


图2

$$\therefore \angle CHE = 90^\circ, \angle ACH = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ, \therefore CH = \sqrt{3}AH = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore CE = \sqrt{CH^2 + EH^2} = \sqrt{27 + 1} = 2\sqrt{7}, \therefore M、N \text{ 分别为 } BE、BC \text{ 的中点},$$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}CE = \sqrt{7}, \therefore \text{线段 } MN \text{ 的长度为 } \sqrt{7}.$$

$$23. (1) y = -2x + 4; (2) m = \frac{3}{2} \text{ 或 } m = \frac{1}{3}; (3) \textcircled{1} \frac{PM-PN}{AM} \text{ 的值是不变的, 正确, 且 } \frac{PM-PN}{AM} = 2.$$

【分析】(1) 解一元二次方程, 求得方程的解, 从而得到 $a、b$ 的值, 即可得到 $A、B$ 的坐标, 设直线 AB 的解析式是 $y=kx+b$, 代入得到方程组, 求出即可; (2) 分二种情况: ①当 $BM \perp BA$, 且 $BM=BA$ 时, 过 M 作 $MN \perp y$ 轴于 N , 证 $\triangle BMN \cong \triangle ABO$ (AAS), 求出 M 的坐标即可; ②当 $AM \perp BA$, 且 $AM=BA$ 时, 过 M 作 $MN \perp x$ 轴于 N , 同法求出 M 的坐标; (3) 设 NM 与 x 轴的交点为 H , 分别过 $M、H$ 作 x 轴的垂线垂足为 G , HD 交 MP 于 D 点, 求出 $H、G$ 的坐标, 证 $\triangle AMG \cong \triangle ADH$, $\triangle AMG \cong \triangle ADH \cong \triangle DPC \cong \triangle NPC$, 推出 $PN=PD=AD=AM$ 代入即可求出答案.

【详解】(1) $x^2 - 6x + 8 = 0$, 解得: $x_1=2, x_2=4$, $\therefore a、b$ (其中 $a < b$) 是方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两个根.

$$\therefore a=2, b=4, \therefore A(2, 0), B(0, 4), \text{ 设直线 } AB \text{ 的解析式是 } y=kx+b, \text{ 代入得: } \begin{cases} 0 = 2k + b \\ 4 = b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 函数解析式为: $y=-2x+4$, 答: 直线 AB 的解析式是 $y=-2x+4$.

(2) 分二种情况: 如图 1, 当 $BM \perp BA$, 且 $BM=BA$ 时, 过 M 作 $MN \perp y$ 轴于 N ,

$$\therefore BM \perp BA, MN \perp y \text{ 轴}, OB \perp OA, \therefore \angle MBA = \angle MNB = \angle BOA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NBM + \angle NMB = 90^\circ, \angle ABO + \angle NBM = 90^\circ, \therefore \angle ABO = \angle NMB,$$

$$\text{在 } \triangle BMN \text{ 和 } \triangle ABO \text{ 中}, \begin{cases} \angle MNB = \angle BOA \\ \angle NMB = \angle ABO \\ BM = AB \end{cases}, \therefore \triangle BMN \cong \triangle ABO \text{ (AAS)},$$

$$MN = OB = 4, BN = OA = 2, \therefore ON = 2 + 4 = 6, \therefore M \text{ 的坐标为 } (4, 6),$$

$$\text{代入 } y=mx \text{ 得: } m = \frac{3}{2},$$

如图 2, 当 $AM \perp BA$, 且 $AM=BA$ 时, 过 M 作 $MN \perp x$ 轴于 N ,

$$\triangle BOA \cong \triangle ANM \text{ (AAS)}, \text{ 同理求出 } M \text{ 的坐标为 } (6, 2),$$

$$m = \frac{1}{3}, \text{ 答: } m \text{ 的值是 } \frac{3}{2} \text{ 或 } \frac{1}{3};$$

(3) 如图 3, 结论 2 是正确的且定值为 2,

设 NM 与 x 轴的交点为 H , 过 M 作 $MG \perp x$ 轴于 G , 过 H 作 $HD \perp x$ 轴,

HD 交 MP 于 D 点, 连接 ND , 交 y 轴于点 C ,

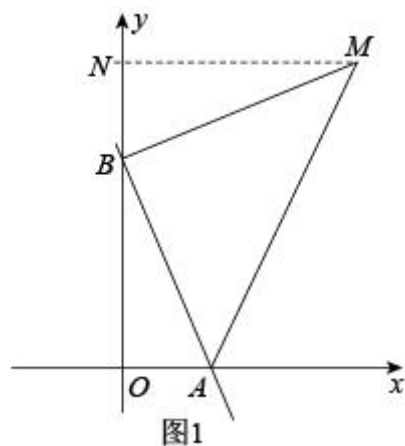


图1

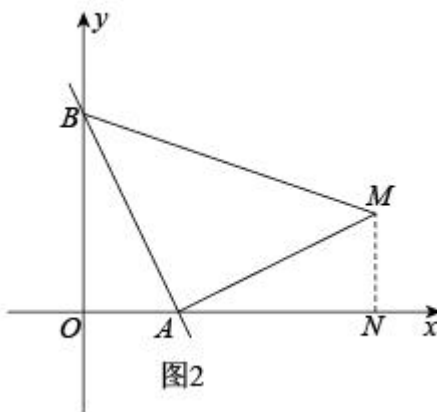


图2

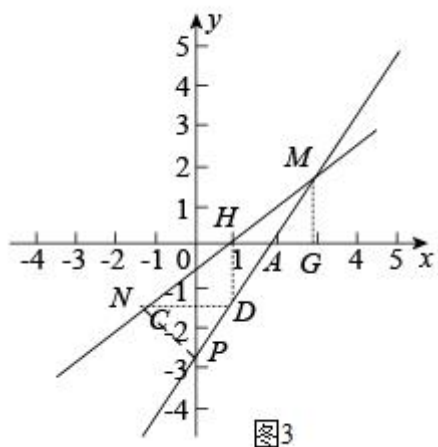


图3

由 $y = \frac{k}{2}x - \frac{k}{2}$ 与 x 轴交于 H 点， $\therefore H(1, 0)$ ，由 $y = \frac{k}{2}x - \frac{k}{2}$ 与 $y = kx - 2k$ 交于 M 点， $\therefore M(3, k)$ ，

而 $A(2, 0)$ ， $\therefore A$ 为 HD 的中点， $\therefore \triangle AMG \cong \triangle ADH$ (ASA)，又 $\because N$ 点的横坐标为 -1 ，且在 $y = \frac{k}{2}x - \frac{k}{2}$ 上，

$\therefore$ 可得 N 的纵坐标为 $-k$ ，同理 D 的纵坐标为 $-k$ ， $\therefore ND$ 平行于 x 轴，且 N 、 D 的横坐标分别为 -1 、 1 ，

$\therefore N$ 与 D 关于 y 轴对称， $\therefore \triangle AMG \cong \triangle ADH \cong \triangle DPC \cong \triangle NPC$ ， $\therefore PN = PD = AD = AM$ ， $\therefore \frac{PM - PN}{AM} = 2$.