

2025 学年第二学期期中检测八年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号填在括号内】

1. 在直角坐标平面内, 点 P 的坐标是 $(2, -3)$, 则点 P 到 x 轴的距离是 ()

- A. 2 B. 3 C. -2 D. -3

【答案】 B

【解析】

【详解】解: $\because$ 点 P 的坐标为 $(2, -3)$, 直角坐标系中, 点到 x 轴的距离等于该点纵坐标的绝对值,

$\therefore$ 点 P 到 x 轴的距离为 $|-3| = 3$.

2. 已知点 $A(-2, 2)$ 、点 $B(0, 2)$ 、点 $C(-1, 0)$, 那么 ABC 的形状是 ()

- A. 钝角三角形 B. 等腰三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题利用平面直角坐标系中两点间距离公式计算三角形三边长度, 再根据边长特征判断三角形形状, 依据等腰三角形的定义得出结论.

【详解】解: 对于平面内两点 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) , 两点间距离公式为 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

$\because A(-2, 2)$, $B(0, 2)$, $C(-1, 0)$

$\therefore$ 计算得:

$$AB = \sqrt{[0 - (-2)]^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{2^2 + 0} = 2, \quad AC = \sqrt{[-1 - (-2)]^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5},$$

$$BC = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

可得 $AC = BC$, 且 $AC = BC \neq AB$,

验证是否存在直角:

$$AC^2 + BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10 \neq 4 = AB^2, \quad AB^2 + AC^2 = (2^2) + (\sqrt{5})^2 = 9 \neq 5 = BC^2,$$

故三角形不存在直角, 则 ABC 是等腰三角形.

3. 一个多边形, 它的每一个外角都是 45° , 则该多边形的边数是 ()

- A. 六 B. 七 C. 八 D. 九

【答案】C

【解析】

【分析】利用任意多边形外角和为 360° 的性质，用外角和除以单个外角的度数即可求出多边形边数.

【详解】解： $\because$ 任意多边形的外角和为 360° ，该多边形每一个外角都是 45° ，

$\therefore$ 该多边形的边数 $n = 360^\circ \div 45^\circ = 8$.

4. 下列函数中， y 是 x 的正比例函数的是（ ）

- A. $y = -3x$ B. $y = 2 - x$ C. $y = -\frac{1}{x}$ D. $y = kx$

【答案】A

【解析】

【分析】根据正比例函数的定义（形如 $y = kx$ （其中 k 为常数，且 $k \neq 0$ ）的函数是 x 的正比例函数）对各项逐一判断即可得到答案.

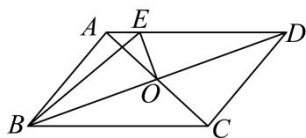
【详解】解：A、 $y = -3x$ 符合正比例函数的定义，符合题意；

B、 $y = 2 - x$ 是一次函数，常数项不为0，不是正比例函数，不符合题意；

C、 $y = -\frac{1}{x}$ 是反比例函数，不符合正比例函数的形式，不符合题意；

D、 $y = kx$ 中未说明 $k \neq 0$ ，当 $k = 0$ 时不是正比例函数，不符合题意.

5. 如图，在周长为30 cm的平行四边形 $ABCD$ 中， $AB < AD$ ， AC, BD 相交于点 O ， $OE \perp BD$ 交 AD 于点 E ，则 $\triangle ABE$ 的周长是（ ）



- A. 7.5 cm B. 10 cm C. 14.5 cm D. 15 cm

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形性质得到 $BO = DO$ ，利用垂直平分线性质的判定推出 $BE = DE$ ，再结合三角形周长公式，以及平行四边形 $ABCD$ 的周长求解，即可解题.

【详解】解： $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中， AC, BD 相交于点 O ，

$\therefore BO = DO$ ，

$\because OE \perp BD$ ，

$$\therefore BE = DE,$$

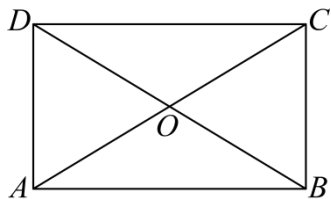
$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长是 } AB + AE + BE = AB + AE + DE = AB + AD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 30 cm ,

$$\therefore AB + AD = \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ cm},$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长是 } 15 \text{ cm}.$$

6. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB > AD$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 下列说法中, 正确的是 ()



- A. 两条对角线把矩形 $ABCD$ 分割成两个等腰三角形和两个等边三角形
- B. 矩形 $ABCD$ 绕点 O 旋转 90° 后, 能与自身重合
- C. 对角线 AC 、 BD 是矩形 $ABCD$ 的对称轴
- D. 将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 所在的直线对折后, 得到的图形是轴对称图形

【答案】D

【解析】

【详解】A、 $\therefore$ 在矩形 $ABCD$ 中, $AB > AD$,

$\therefore$ 两条对角线把矩形 $ABCD$ 分割成四个等腰三角形, 故 A 错误;

B、矩形 $ABCD$ 绕点 O 旋转 180° 后, 能与自身重合, 故 B 错误;

C、对角线 AC 、 BD 不是矩形 $ABCD$ 的对称轴, 故 C 错误;

D、将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 所在的直线对折后, 得到的图形是轴对称图形, 故 D 正确;

故选: D.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 点 $M(-1, -3)$ 位于第_____象限.

【答案】三

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标特征, 即可判断点 M 所在象限.

【详解】因为点 $M(-1, -3)$ 的横坐标 $-1 < 0$, 纵坐标 $-3 < 0$, 根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标特征, 横纵坐标均为负数的点位于第三象限, 所以点 $M(-1, -3)$ 位于第三象限.

8. 已知函数 $f(x) = \frac{3}{x+2}$, 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 1

【解析】

【详解】 试题分析：直接把 $x=1$ 代入 $y = \frac{2}{x}$ 即可得到结果.

由题意得, $f(1) = 1$.

考点： 本题考查的是求函数值

点评： 解答本题的关键是熟练掌握自变量的值适合函数关系式.

9. 当 $k \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = (k-5)x + 2x$ 是正比例函数.

【答案】 $k \neq 3$

【解析】

【分析】 本题考查正比例函数的定义, 先合并同类项化简函数解析式, 再根据正比例函数的定义列不等式求解即可.

【详解】 解: 合并同类项得 $y = (k-3)x$, 由正比例函数定义得 $k-3 \neq 0$,

$\therefore k \neq 3$.

10. 如果正比例函数 $y = kx$ 的图像经过第一、三象限, 那么 y 的值随着 x 的值增大而 . (填“增大”或“减小”)

【答案】 增大

【解析】

【分析】 根据题目信息, 正比例函数 $y = kx$ 的图像经过第一、三象限, 可得 k 的值大于 0, 即可得出结论.

【详解】 根据正比例函数的性质可知,

如果正比例函数 $y=kx$ 的图像经过第一、三象限, 那么 $k>0$,

那么 y 的值随自变量 x 的值增大而增大.

故答案为: 增大.

【点睛】 本题考查正比例函数的性质, 属于基础题, 熟练掌握正比例函数的性质即可解题.

11. 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 100^\circ$, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.

【答案】 130

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质可得 $\angle A = \angle C$, 又有 $\angle A + \angle C = 100^\circ$, 可求 $\angle A = \angle C = 50^\circ$. 又因为平

行四边形的邻角互补，所以， $\angle B + \angle A = 180^\circ$ ，可求 $\angle B$ 。

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle A + \angle C = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 50^\circ,$$

$$\text{又} \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

故答案为：130

【点睛】此题主要考查：平行四边形的两组对角分别相等，平行四边形的邻角互补，掌握平行四边形的性质是解题的关键。

12. 写一条正方形具有而菱形不一定具有的性质：_____

【答案】每一个角都是直角（或对角线相等）

【解析】

【分析】根据正方形既是矩形也是菱形，写出矩形的性质即可。

【详解】解：正方形具有而菱形不一定具有的性质为：每一个角都是直角（或对角线相等），二者任写其一。

故答案为每一个角都是直角（或对角线相等）。

【点睛】本题考查了正方形的性质，熟练掌握菱形、矩形、正方形三者之间的关系是解题的关键。

13. 菱形的周长是 20，一条较短的对角线长是 5，则该菱形较大的内角是_____°。

【答案】120

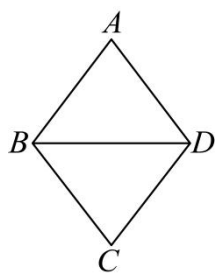
【解析】

【分析】根据题意求出菱形的边长，再结合等边三角形性质和判定推出较短对角线与菱形的一组邻边构成一个等边三角形，利用等边三角形性质和菱形性质求解，即可解题。

【详解】解： $\because$ 菱形的周长是 20，

$$\therefore \text{菱形的边长是 } 20 \div 4 = 5,$$

$\because$ 一条较短的对角线长是 5，



如图, 可得 $AB = BD = AD = 5$,

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle ABD = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 2\angle ABD = 120^\circ$,

$\therefore$ 该菱形较大的内角是 120° .

14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 连接 AG , 那么 $AG =$ _____.

【答案】 $\frac{13}{3}$

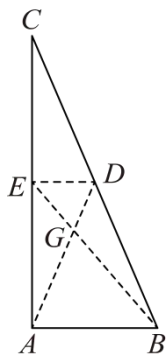
【解析】

【分析】利用勾股定理求出斜边 BC 的长度, 根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半得到 BC 边中线的长度, 再根据重心的性质求出 AG 的长度.

【详解】解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$,

由勾股定理得: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$,

设 BC 的中点为 D , 连接 AD ,



根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半, 得: $AD = \frac{1}{2}BC = \frac{13}{2}$,

作 AC 的中点 E , 连接 DE 、 BE , 设 BE 与 AD 交于点 G ,

根据中位线性质得: $DE \parallel AB$, $DE = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore \angle DEB = \angle ABE$, $\angle EDA = \angle BAD$,

$\therefore \triangle DEG \sim \triangle ABG$,

$\therefore \frac{DG}{AG} = \frac{DE}{AB} = \frac{1}{2}$,

$\therefore AG = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \times \frac{13}{2} = \frac{13}{3}$.

故答案为: $\frac{13}{3}$.

15. 已知点 $A(0, -3)$, 点 B 在 y 轴上且线段 AB 的长度是 4, 那么点 B 的坐标为_____.

【答案】 $(0, 1)$ 或 $(0, -7)$ ## $(0, -7)$ 或 $(0, 1)$

【解析】

【分析】 根据坐标特点可知点 B 与点 A 都在 y 轴上, 再结合线段 AB 的长度是 4, 分两种情况: 当点 B 在点 A 上方时, 当点 B 在点 A 下方时, 分析求解, 即可解题.

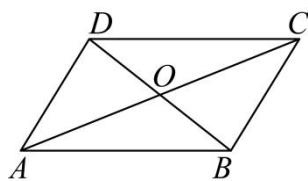
【详解】 解: $\because$ 点 $A(0, -3)$, 点 B 在 y 轴上且线段 AB 的长度是 4,

当点 B 在点 A 上方时, 点 B 的坐标为 $(0, 1)$,

当点 B 在点 A 下方时, 点 B 的坐标为 $(0, -7)$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, -7)$.

16. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 如果 $AC = 12$, $BD = m$, 如果 $AB = 8$, 那么 m 的取值范围是_____.



【答案】 $4 < m < 28$ ## $28 > m > 4$

【解析】

【分析】 利用平行四边形的性质得到 $AO = CO = 6$, $m = BD = 2BO$, 再结合三角形三边关系求解, 即可解题.

【详解】 解: $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $AC = 12$, $BD = m$,

$\therefore AO = CO = 6$, $m = BD = 2BO$,

$\because AB = 8$,

$\therefore 8 - 6 < BO < 8 + 6$,

$\therefore 2 < BO < 14$,

$\therefore 4 < BD < 28$,

$\therefore 4 < m < 28$.

17. 已知: 点 $A(6, 3)$, $B(3, 6)$, O 为坐标原点, 将线段 AB 绕原点顺时针方向旋转 90° 到线段 $A'B'$, 则

四边形 $ABA'B'$ 的面积为_____.

【答案】 27

【解析】

【分析】 先根据旋转变换的坐标规律得到旋转后 A' 、 B' 的坐标，得到四边形 $ABA'B'$ 为梯形，再利用梯形的面积公式求解即可.

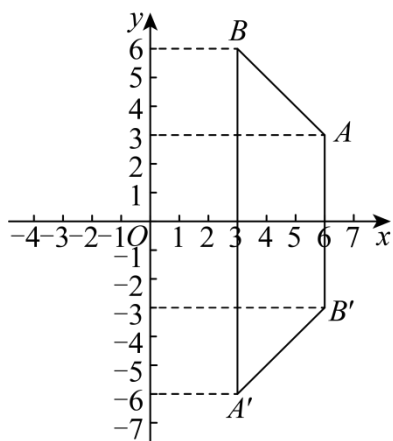
【详解】 解： $A(6,3)$ ， $B(3,6)$ ， 将线段 AB 绕原点顺时针方向旋转 90° 到线段 $A'B'$ ，

$\therefore A'(3,-6)$ ， $B'(6,-3)$ ，

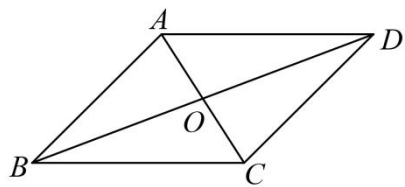
如图，四边形 $ABA'B'$ 为梯形，设梯形的高为 h ，

$\therefore AB' = 3 - (-3) = 6$ ， $BA' = 6 - (-6) = 12$ ， $h = 6 - 3 = 3$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABA'B'$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times (6 + 12) \times 3 = 27$.



18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $AB = 4\sqrt{2}$ ， $BC = 7$ ， $\angle ABC = 45^\circ$. 将对角线 AC 绕点 O 顺时针旋转 60° ，点 A 落在点 E 处，则线段 CE 的长等于_____.



【答案】

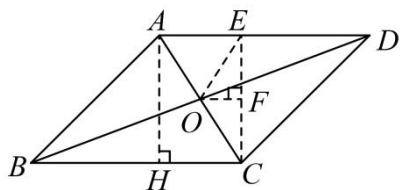
$$\frac{5\sqrt{3}}{2}$$

【解析】

【分析】 首先过点 A 作 BC 的垂线，构造直角三角形，勾股定理求出 AC 的长，进而根据平行四边形的性

质得到 OA 、 OC 的长，然后根据旋转的性质得到 $OE = OA$ ， $\angle AOE = 60^\circ$ ，从而求出 $\angle COE$ 的度数，最后在等腰 $\triangle OCE$ 中，利用三线合一、直角三角形的性质和勾股定理求出 CE 的长；

【详解】解：过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H ，



在 $Rt\triangle ABH$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $AB = 4\sqrt{2}$ ， $AB^2 = AH^2 + BH^2$ ，

$$\therefore AH = BH = 4,$$

$$\because BC = 7,$$

$$\therefore HC = BC - BH = 7 - 4 = 3,$$

在 $Rt\triangle AHC$ 中，由勾股定理得 $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC = 2.5,$$

由旋转的性质可知， $OE = OA = 2.5$ ， $\angle AOE = 60^\circ$ ，

$$\therefore OC = OE,$$

$\because$ 点 A 、 O 、 C 在同一直线上，

$$\therefore \angle COE = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\because OC = OE,$$

$$\therefore \triangle OCE \text{ 是等腰三角形, } \angle OCE = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ,$$

过点 O 作 $OF \perp CE$ 于点 F ，

$$\therefore OF = \frac{1}{2}OC = \frac{5}{4}, \quad CF = EF,$$

$$\text{在 } Rt\triangle OCF \text{ 中, } CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \frac{5\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore CE = 2CF = 2 \times \frac{5\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

三、解答题（本大题共 7 题，共 52 分）

19. 已知 y 与 x 成正比例，且当 $x = -1$ 时， $y = 3\sqrt{2}$ 。

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 求当 $y = -4\sqrt{2}$ 时 x 的值.

【答案】(1) $y = -3\sqrt{2}x$

$$(2) x = \frac{4}{3}$$

【解析】

【分析】(1) 设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx$ ，将当 $x = -1$ 时， $y = 3\sqrt{2}$ ，代入解析式求解，即可解题；

(2) 将 $y = -4\sqrt{2}$ 代入 (1) 中解析式求解，即可解题.

解题的关键是掌握正比例函数解析式的形式，以及利用待定系数法求正比例函数解析式.

【小问 1 详解】

解：设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx$ ，

$$\because \text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore -k = 3\sqrt{2},$$

$$\text{解得 } k = -3\sqrt{2},$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式为 } y = -3\sqrt{2}x;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because y = -4\sqrt{2},$$

$$\therefore -3\sqrt{2}x = -4\sqrt{2},$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{3}.$$

20. 已知：正比例函数的图像经过点 $(-4, 2)$ ，过图像上一点 P 作 y 轴的垂线，垂足为 $Q(0, -6)$ ，求 $\triangle OPQ$ 的面积.

【答案】36

【解析】

【分析】先设出正比例函数解析式，利用已知点坐标求出函数解析式，再根据垂直于 y 轴的直线上点的坐标特征得到点 P 的纵坐标，最后利用三角形面积公式计算得到结果.

【详解】设正比例函数解析式为 $y = kx$ ($k \neq 0$)，

将点 $(-4, 2)$ 代入解析式得： $2 = -4k$ ，

解得 $k = -\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x$,

$\because PQ \perp y$ 轴, 垂足为 $Q(0, -6)$,

$\therefore$ 点 P 的纵坐标为 -6 ,

将 $y = -6$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x$ 得: $-6 = -\frac{1}{2}x$,

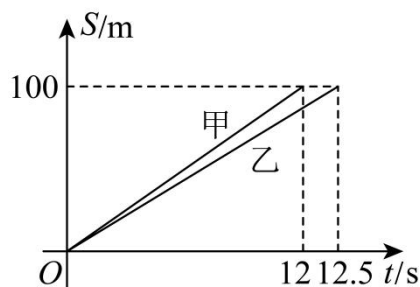
解得 $x = 12$,

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(12, -6)$,

$\therefore OQ = 6, PQ = 12$,

$\therefore S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} \times OQ \times PQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$.

21. 如图, 根据甲、乙两人在一次赛跑中跑完全程的平均速度, 得到路程 S (单位: 米) 与时间 t (单位: 秒) 的函数关系如图所示. 根据图像, 回答下列问题:



- (1) 甲的速度是_____米/秒;
- (2) 先到达终点的是_____ (填“甲”或“乙”);
- (3) 写出乙的图像的函数解析式及定义域_____.

【答案】 (1) $\frac{25}{3}$ (2) 甲

(3) $S = 8t (0 \leq t \leq 12.5)$

【解析】

【分析】 (1) 由甲的速度=甲的路程 $\div$ 甲的时间, 即可求得甲的速度;

(2) 观察图象, 甲用的时间少于乙, 则甲先到达终点;

(3) 由乙的速度=乙的路程 $\div$ 乙的时间, 求得乙的速度, 列出函数关系式即可.

【小问 1 详解】

解: 甲的速度为: $100 \div 12 = \frac{25}{3}$ (米/秒).

【小问2 详解】

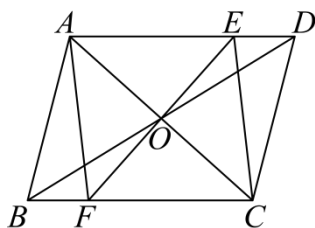
解：由图象可知：甲先到达终点.

【小问3 详解】

解：乙的速度为： $100 \div 12.5 = 8$ (米/秒),

乙的图像的函数解析式为 $S = 8t (0 \leq t \leq 12.5)$.

22. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , EF 过点 O 且分别与 AD, BC 相交于点 E, F . 连接 AF, CE . 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握平行四边形的判定, 是解题的关键: 证明 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 得到 $OE = OF$, 即可得证.

【详解】 解: $\because \square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ,

$$\therefore AD \parallel BC, OA = OC,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO, \angle AEO = \angle CFO,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

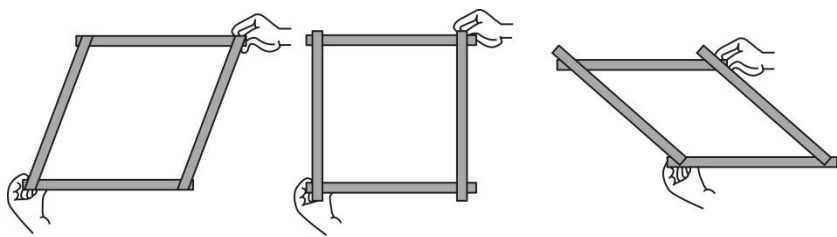
$$\therefore OE = OF,$$

$$\text{又} \because OA = OC,$$

$$\therefore \text{四边形 } AECF \text{ 是平行四边形.}$$

23. 我们知道: 当三角形三条边的长度均确定时, 三角形的形状、大小完全被确定, 这个性质也叫做三角形的稳定性.

(1) 与三角形不同, 如果用四根木条制作成一个四边形的木框, 随意拉动木框的边, 它的形状却会发生改变, 这说明四边形具有_____.



(2) 生活中，很多家庭使用的伸缩晾衣架也利用了上述四边形的特性。下图是一款伸缩晾衣架的示意图：该款伸缩晾衣架包含两侧的支架和三根晒被杆（图1），每一侧的支架由6根铝合金杆（宽度忽略不计）组成，支架的每个交点处均可以转动（图2）。其中 $AE = BF = BD = CE = JF = 38\text{ cm}$, $CI = 19\text{ cm}$ ，点 G 、 H 、 I 分别是这些铝合金杆的中点。支架展开后，点 A 、 B 、 C 、 J 在一直线上。

问题：如果把 $\angle B$ 的度数称作支架的展开角度，当支架展开角度为 60° 时，晾衣架最远处点 J 离开墙面距离约为多少厘米？

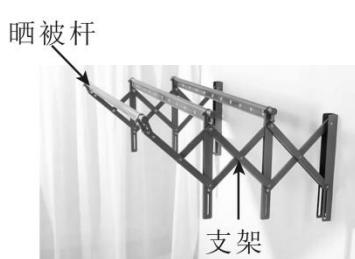


图1

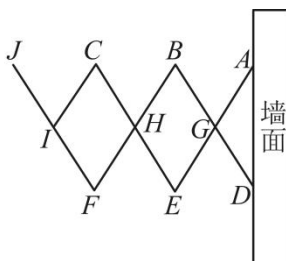


图2

(3) 若要增加晒被杆的根数，需要增加铝合金杆的数量，在不改变原来设计方案的前提下，制作一款含4根晒被杆的伸缩晾衣架，共需要铝合金杆_____cm。

【答案】(1) 不稳定性

(2) 57cm

(3) 76

【解析】

【分析】(1) 直接根据四边形性质回答即可；

(2) 先证明四边形 $BGEH$ 为菱形，连接 AB ， JC ， BC ，再证明 $\triangle ABG$ 为等边三角形，推出 $AB = BG = 19\text{ cm}$ ，同理可得 $BC = JC = 19\text{ cm}$ ，结合点 A 、 B 、 C 、 J 在一直线上求解，即可解题；

(3) 根据含4根晒被杆的伸缩晾衣架，铝合金杆需增加一个四边形，进而算出需要增加的铝合金杆总长。解题的关键在于正确理解四边形在实际生活中的应用。

【小问1详解】

解：随意拉动木框的边，它的形状却会发生改变，这说明四边形具有不稳定性；

【小问2详解】

解: $\because AE = BF = BD = CE = JF = 38 \text{ cm}, CI = 19 \text{ cm}$, 点 G 、 H 、 I 分别是这些铝合金杆的中点,

$$\therefore AG = BG = BH = EH = EG = 19 \text{ cm},$$

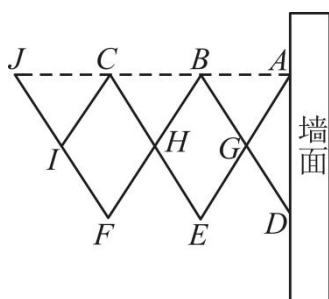
$\therefore$ 四边形 $BGEH$ 为菱形,

$$\therefore BH \parallel AG,$$

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle B = 60^\circ,$$

连接 AB , JC , BC ,



$\therefore \triangle ABG$ 为等边三角形,

$$\therefore AB = BG = 19 \text{ cm},$$

同理可得 $BC = JC = 19 \text{ cm}$,

$\therefore$ 点 A 、 B 、 C 、 J 在一直线上,

$\therefore$ 晾衣架最远处点 J 离开墙面距离约为 $19 \times 3 = 57 \text{ cm}$;

【小问3详解】

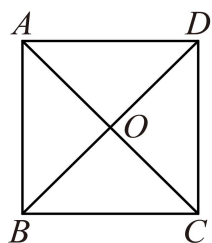
解: 若要制作一款含 4 根晒被杆的伸缩晾衣架,

铝合金杆总的材料需要增加一个四边形的周长,

即共需要铝合金杆 $19 \times 4 = 76 (\text{cm})$.

24. 如图, 已知: 四边形 $ABCD$ 是一个正方形, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 求证:

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$, $\triangle CDO$, $\triangle DAO$ 是全等的等腰直角三角形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】根据正方形的性质得到 $AO = OB = OC = OD$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$, 然后

根据 SAS 证明三角形全等即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AO = OB = OC = OD, \quad \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABO, \triangle BCO, \triangle CDO, \triangle DAO$ 是等腰直角三角形,

且 $\triangle ABO \cong \triangle BCO \cong \triangle CDO \cong \triangle DAO$ (SAS).

25. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 是边 AB 上一点, 连接 CE , 作 FG 垂直平分 CE , 分别交边 AD 、 BC 、 CE 于点 G 、 F 、 H .

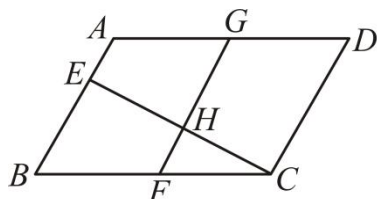
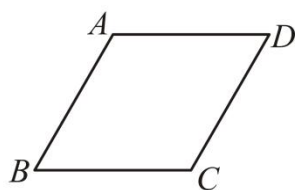


图1



备用图

(1) 如图 1: 若 $AB = 4, BC = 6$, 当点 F 恰好是边 BC 中点时, 求 AE 的长;

(2) 若 $AB = BC = 6$, 当 $AF \perp BC$ 时, 求 AE 的长.

【答案】(1) 1

(2) 3

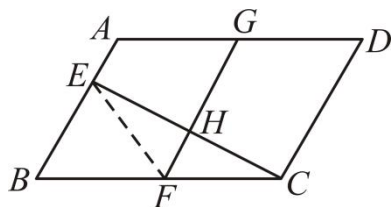
【解析】

【分析】(1) 连接 EF , 根据垂直平分线的性质, 证明 $\triangle BEF$ 是等边三角形, 即可得解;

(2) 连接 EF , 根据 30 度所对的直角边等于斜边一半, 得到 $BF = 3$, 进而推出 $\triangle BEF$ 是等边三角形, 即可得解.

【小问 1 详解】

解: 如图, 连接 EF ,



$\because AB = 4, BC = 6$, 点 F 恰好是边 BC 中点,

$$\therefore BF = CF = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$\because FG$ 垂直平分 CE ,

$$\therefore CF = EF = 3,$$

$\because \angle ABC = 60^\circ$,

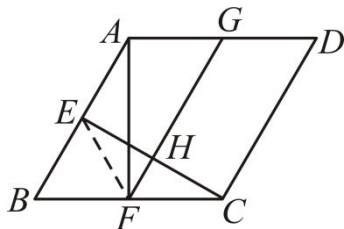
$\therefore \triangle BEF$ 是等边三角形,

$\therefore BE = BF = 3$,

$\therefore AE = AB - BE = 1$

【小问 2 详解】

解: 如图, 连接 EF ,



$\because AF \perp BC$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAF = 30^\circ$,

$\therefore BF = \frac{1}{2} AB = 3$,

$\therefore CF = BC - BF = 3$,

$\because FG$ 垂直平分 CE ,

$\therefore CF = EF = 3$,

$\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BEF$ 是等边三角形,

$\therefore BE = BF = 3$,

$\therefore AE = AB - BE = 3$.

四、综合运用 (本题满分 12 分)

26. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6, BC = 8$, 点 P 为边 AD 上一动点 (点 P 不与 A, D 重合), $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折后得到 $\triangle EBP$, 直线 PE 与边 BC 相交于点 F .

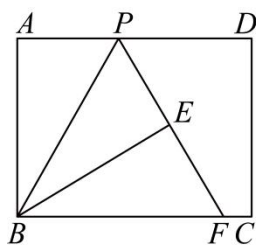


图1

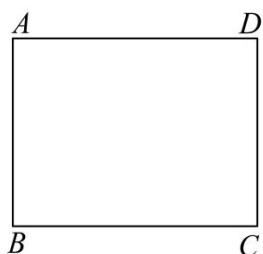


图2

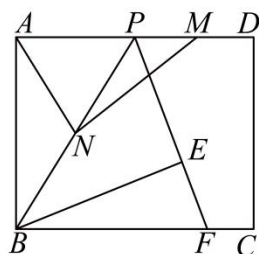


图3

(1) $\triangle FBP$ 是否一定是等腰三角形? 证明你的结论;

(2) 当点 E 恰好落在矩形的对角线 AC 上时, 在图 2 中画出大致图形并求线段 AP 的长;

(3) 如图 3, 点 M 、 N 分别是 DP 、 BP 的中点, 设 $AP=x$, $\triangle AMN$ 的周长为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域.

【答案】(1) $\triangle FBP$ 一定是等腰三角形, 证明见解析

$$(2) \frac{9}{2}$$

$$(3) y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + x^2} + 9 \quad (0 < x < 8)$$

【解析】

【分析】本题主要考查了矩形与折叠问题, 勾股定理, 等角对等边等等:

(1) 由折叠的性质和矩形的性质证明 $\angle FPB = \angle PBF$, 得到 $PF = BF$, 即可证明 $\triangle FBP$ 是等腰三角形;

(2) 先由矩形的性质与折叠的性质得到 $BP \perp AC$, 根据面积法和勾股定理求出 $BH = \frac{24}{5}$, $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{18}{5}$, 设 $PH = x$, 则 $BP = BH + PH = \frac{24}{5} + x$, 利用面积法列方程求出 $PH = \frac{27}{10}$, 进而解题;

(3) 根据直角三角形斜边中线等于斜边一半和三角形中位线定理可得 $AN = \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + x^2}$, $MN = \frac{1}{2}BD = 5$, 进而得出函数解析式.

【小问 1 详解】

解: $\triangle FBP$ 一定是等腰三角形. 证明如下:

$\because$ 将 $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折后得到 $\triangle EBP$, 且直线 PE 与边 BC 相交于点 F ,

$$\therefore \angle APB = \angle FPB,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle APB = \angle PBF,$$

$$\therefore \angle FPB = \angle PBF,$$

$$\therefore PF = BF,$$

$\therefore \triangle FBP$ 是等腰三角形;

【小问 2 详解】

解: 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10,$$

将 $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折后得到 $\triangle EBP$, 点 E 恰好落在矩形对角线 AC 上, 如图,

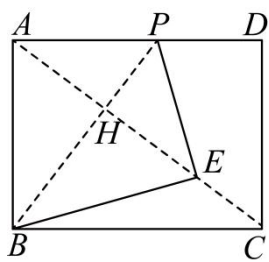


图2

$$\therefore BP \perp AC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} AC \cdot BH,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 BH,$$

$$\therefore BH = \frac{24}{5},$$

$$\therefore AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{18}{5},$$

$$\text{设 } PH = x, \text{ 则 } BP = BH + PH = \frac{24}{5} + x,$$

$$\therefore AP = \sqrt{AH^2 + PH^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 + x^2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \cdot AP = \frac{1}{2} AH \cdot BP$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 + x^2} = \frac{1}{2} \times \frac{18}{5} \cdot \left(\frac{24}{5} + x\right).$$

$$\text{解得 } x = \frac{27}{10},$$

$$\text{即 } PH = \frac{27}{10}$$

$$\therefore AP = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 + \left(\frac{27}{10}\right)^2} = \frac{9}{2};$$

【小问3 详解】

解: 设 $AP = x$, $\triangle AMN$ 的周长为 y , 连接 BD ,

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 中, } \angle A = 90^\circ, AB = 6, BC = AD = 8,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 10, PD = 8 - x, BP = \sqrt{AB^2 + AP^2} = \sqrt{6^2 + x^2},$$

$$\therefore \text{点 } M、N \text{ 分别是 } DP、BP \text{ 的中点, } DM = \frac{1}{2} PD = \frac{1}{2}(8 - x),$$

$$\therefore AN = \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + x^2}, \quad MN = \frac{1}{2}BD = 5, \quad AM = AD - MD = 8 - \frac{1}{2}(8 - x) = 4 + \frac{1}{2}x$$

$$\therefore y = AM + AN + MN = 4 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + x^2} + 5,$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + x^2} + 9,$$

函数定义域为 $0 < x < 8$.