

闵行莘松 8 下期中

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，共 12 分，每题只有一个选项正确）

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

【答案】B

【解析】

【分析】利用平行四边形对角相等的性质即可求解.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle C = \angle A = 60^\circ.$$

2. 已知点 $A(x, y)$ 在第三象限，那么点 $B(x, -2y)$ 在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】先根据点 A 所在象限得到 x 、 y 的符号，再推导点 B 横纵坐标的符号，即可求解.

【详解】解： $\because$ 点 $A(x, y)$ 在第三象限，

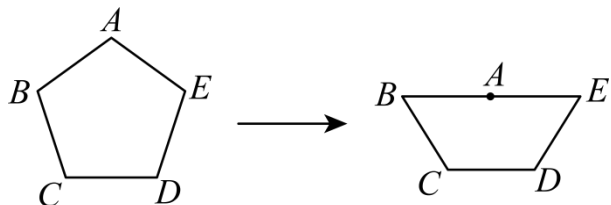
$$\therefore x < 0, \quad y < 0,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (x, -2y),$$

$$\therefore -2y > 0,$$

$\therefore$ 点 B 在第二象限.

3. 如图，某同学用 5 根相同的小木棍首尾顺次相接组成了五边形，固定边 CD ，将点 A 向下推，使点 B 、 A 、 E 共线，形成四边形，则此变化过程中（ ）



- A. 内角和减少了 360° B. 内角和增加了 180°
C. 外角和减少了 180° D. 外角和不变

【答案】D

【解析】

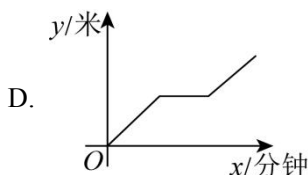
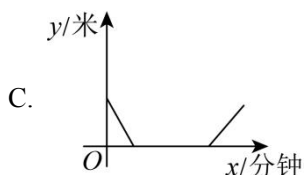
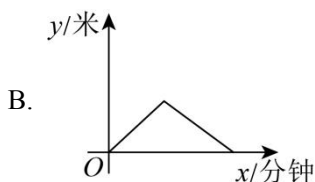
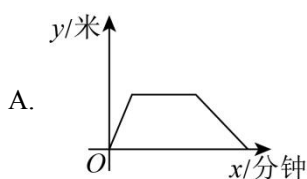
【分析】 本题考查多边形的内角与外角，根据多边形内角和定理，外角和是 360° 一一判断即可.

【详解】 解：变化过程中，从五边形变为四边形，外角和不变，都是 360° ，内角和减少了 180° .

故选项 D 正确.

故选：D.

4. 在清明祭英烈活动中，某中学组织学生代表，前往上海一大会址参与研学活动. 队伍从学校出发，乘坐大巴匀速行驶 35 分钟后抵达纪念馆，随即在馆内聆听“南陈北李相约建党”的历史渊源，历时 50 分钟. 讲解结束后，师生换乘车辆按原路匀速返程，因返程高峰，行驶时间比去程多了 20 分钟. 设师生队伍离校的时间为 x 分钟，离学校的距离为 y 米，那么下列图象能大致反映 y 与 x 关系的是 ()



【答案】 A

【解析】

【分析】 分三个部分：第一部分从学校出发前往纪念馆，第二部分在纪念馆内聆听“南陈北李相约建党”的历史渊源，第三部分从纪念馆返回学校，得出每个部分 y 随 x 的变化情况，结合函数图象可得答案.

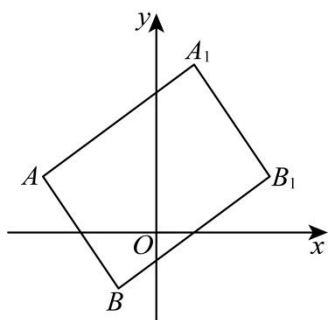
【详解】 解：整个函数图象可以分为三部分：第一部分从学校出发前往纪念馆，此时 y 随 x 的增大而增大；

第二部分在纪念馆内聆听“南陈北李相约建党”的历史渊源，此时 y 不发生变化；

第三部分从纪念馆返回学校，此时 y 随 x 的增大而减小，且变化的速度比第一部分的慢；

$\therefore$ 四个函数图象中，只有 A 选项中的函数图象符合题意；

5. 如图，点 A 、 B 的坐标分别是 $(-6,3)$ 、 $(-2,-3)$ ，如果将线段 AB 平移至 A_1B_1 的位置， A_1 与 B_1 坐标分别是 $(a,9)$ 和 $(6,b)$ ，那么线段 AB 在平移过程中扫过的图形面积为 ()



A. 48

B. 64

C. 72

D. 108

【答案】C

【解析】

【分析】利用坐标的变化信息得到从 A 到 A_1 ，需要向上平移 $9-3=6$ 个单位，从 B 到 B_1 ，需要向右平移 $6-(-2)=8$ 个单位，再利用割补法列式运算即可。

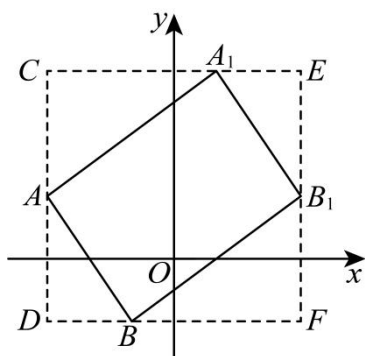
【详解】解： $\because A(-6,3)$ ， $A_1(a,9)$ ，

$\therefore$ 从 A 到 A_1 ，需要向上平移 $9-3=6$ 个单位，

$\because B(-2,-3)$ ， $B_1(6,b)$ ，

$\therefore$ 从 B 到 B_1 ，需要向右平移 $6-(-2)=8$ 个单位，

过 A 作平行于 y 轴的线段，交于 A_1 作平行于 x 轴的线段于点 C ，交于 B 作平行于 x 轴的线段于点 D ；过 B_1 作平行于 y 轴的线段，交于 A_1 作平行于 x 轴的线段于点 E ，交于 B 作平行于 x 轴的线段于点 F ，如图所示：



$\therefore$ 由题意可得： $BF = CA_1 = 8$ ， $B_1F = AC = 6$ ，

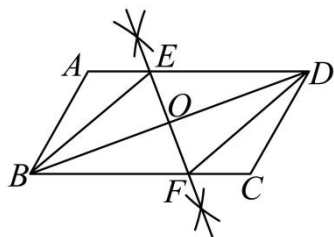
$\because A(-6,3)$ ， $B(-2,-3)$ ，

$\therefore AD = EB_1 = 3 - (-3) = 6$ ， $DB = A_1E = -2 - (-6) = 4$ ，

$\therefore S_{\text{四边形}ABB_1A_1} = S_{\text{四边形}CDEF} - S_{\triangle ACA_1} - S_{\triangle ADB} - S_{\triangle BFB_1} - S_{\triangle A_1EB_1}$ ，

$$\begin{aligned}
 & \therefore (8+4) \times (6+6) - \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \\
 & = 144 - 24 - 12 - 24 - 12 \\
 & = 72.
 \end{aligned}$$

6. 如图， BD 为 $\square ABCD$ 的对角线，分别以 B, D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧，两弧相交于两点，过这两点的直线分别交 AD, BC 于点 E, F ，交 BD 于点 O ，连接 BE, DF 。根据以上尺规作图过程，下列结论不一定正确的是（ ）



- A. 点 O 为 $\square ABCD$ 的对称中心
 B. BE 平分 $\angle ABD$
 C. $S_{\triangle ABE} : S_{\triangle BDF} = AE : ED$
 D. $\triangle ABE$ 的周长是 $\square ABCD$ 周长的一半

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了垂直平分线的性质，尺规作图，菱形的判定与性质，全等三角形的判定与性质以及勾股定理等知识，掌握菱形的判定与性质是解答本题的关键。

根据作图可知： EF 垂直平分 BD ，得到 $BO = DO$ ，于是得到点 O 为 $\square ABCD$ 的对称中心，故A正确；根据线段垂直平分线的性质得到 $BE = ED$ ， $BF = FD$ ，分别表示出 $\triangle ABE$ 和 $\square ABCD$ 的周长，即可得到 $\triangle ABE$ 的周长是 $\square ABCD$ 周长的一半，故D正确；根据全等三角形的性质得到 $\angle BFE = \angle DFE$ ，根据平行线的性质得到 $\angle BFE = \angle DEF$ ，推出四边形 $BFDE$ 是菱形，得到 $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BFD}$ ，根据三角形的面积公式得到 $S_{\triangle ABE} : S_{\triangle BDF} = S_{\triangle ABE} : S_{\triangle BDE} = AE : ED$ ，故C正确；由于无法证明 $\angle ABE = \angle DBE$ ，得到 BE 不一定平分 $\angle ABD$ ，故B错误。

【详解】解：根据作图可知： EF 垂直平分 BD ，

$$\therefore BO = DO, BE = ED, BF = FD,$$

$\therefore$ 点 O 为 $\square ABCD$ 的对称中心，故A正确，不符合题意；

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = CD, AD = BC,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长} = AB + AE + BE$$

$$= AB + BE + DE$$

$$= AB + AD$$

$$\square ABCD \text{ 的周长} = AB + AD + CD + BC$$

$$= 2(AB + AD)$$

$\therefore \triangle ABE$ 的周长是 $\square ABCD$ 周长的一半，故 D 正确，不符合题意；

在 $\triangle BFE$ 和 $\triangle DFE$ 中，

$$\begin{cases} BE = DE \\ BF = DF \\ EF = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BFE \cong \triangle DFE$ (SSS) ,

$\therefore \angle BFE = \angle DFE$,

$\because$ 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle BFE = \angle DEF$,

$\therefore \angle DFE = \angle DEF$,

$\therefore DE = DF$,

$\therefore BE = DE = DF = BF$,

$\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是菱形,

$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BFD}$,

$\therefore S_{\triangle ABE} : S_{\triangle BDF} = S_{\triangle ABE} : S_{\triangle BDE} = AE : ED$, 故 C 正确，不符合题意；

$\because$ 无法证明 $\angle ABE = \angle DBE$,

$\therefore BE$ 不一定平分 $\angle ABD$, 故 B 错误，符合题意

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. 若正多边形的一个内角比它的一个外角大 36° ，则这个多边形的边数为_____.

【答案】

5

【解析】

【分析】根据多边形内角与相邻外角互补列方程求出外角度数，再利用任意多边形外角和为 360° 即可求出边数.

【详解】解：设这个正多边形的一个内角为 x° ，则相邻外角为 $(x-36)^\circ$ 。

由多边形内角与相邻外角和为 180° ，得：

$$x + (x - 36) = 180$$

解得： $x = 108$

则外角为 $108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ 。

$\therefore$ 任意多边形的外角和为 360° ，正多边形各外角相等，

$\therefore$ 该多边形边数为 $360^\circ \div 72^\circ = 5$ 。

8. 如果函数 $y = k(x-1) + 2$ 是正比例函数，那么常数 k 的值是_____。

【答案】 2

【解析】

【分析】正比例函数的解析式的形式为 $y = mx (m \neq 0)$ ，先将题目给出的函数整理为一般形式，令常数项为 0，且一次项系数不为 0，即可求出 k 的值。

【详解】解： $\because$ 函数 $y = k(x-1) + 2 = kx - k + 2$ 是正比例函数，

$$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ -k + 2 = 0 \end{cases},$$

$\therefore k = 2$ 。

9. 将菱形四边中点顺次连结，形成的四边形是_____。

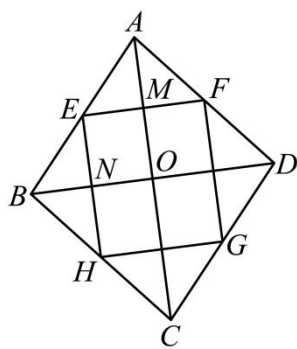
【答案】 矩形

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形中位线的性质、菱形的基本性质以及矩形的判定等知识，熟练掌握相关知识是解题关键。

根据题意作出图形，结合三角形中位线的性质、菱形的基本性质以及矩形的判定，即可获得答案。

【详解】解：如图，四边形 $ABCD$ 为菱形， AC, BD 为对角线， E, F, G, H 分别为 AB, AD, CD, BC 的中点，依次连接 E, F, G, H ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$,

$\because E, F, G, H$ 分别为 AB, AD, CD, BC 的中点,

$\therefore EF \parallel BD \parallel GH$, $EH \parallel AC \parallel FG$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

又 $\because AC \perp BD$,

$\therefore EF \perp FG$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形;

故答案为: 矩形.

10. 若正比例函数 $y = 3x$ 的图象经过点 $M(m, 2m+1)$, 则 m 的值是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了正比例函数的性质, 将点 $M(m, 2m+1)$ 代入正比例函数 $y = 3x$ 的解析式, 得到关于 m 的一元一次方程, 解方程即可求得 m 的值.

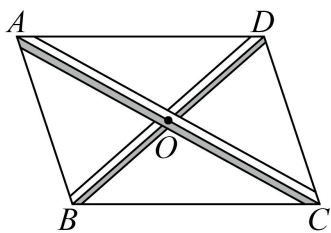
【详解】 解: $\because$ 正比例函数 $y = 3x$ 的图象经过点 $M(m, 2m+1)$,

$\therefore 2m+1 = 3m$,

解得 $m = 1$,

故答案为: 1.

11. 小玲的爸爸在制作平行四边形框架时, 采用了一种方法: 如图所示, 将两根木条: 如图所示, 将两根木条 AC , BD 的中点重叠并用钉子固定, 则四边形 $ABCD$ 就是平行四边形. 这种方法的依据是_____.



【答案】 对角线互相平分的四边形是平行四边形

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行四边形的判定. 根据对角线互相平分的四边形是平行四边形解答即可.

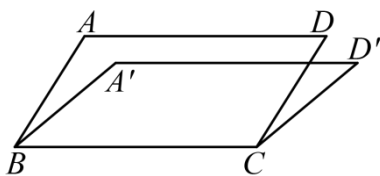
【详解】 解: $\because$ 木条 AC , BD 的中点 O 重叠,

$$\therefore OA = OC, OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 (对角线互相平分的四边形是平行四边形).

故答案为: 对角线互相平分的四边形是平行四边形

12. 如图, 小明用四根木条钉成一个 $\square ABCD$ 木框, 推动 AB 得到 $\square A'BCD'$. 现测得 $\angle ABA' = 18^\circ$, $\angle A' = 140^\circ$, 那么 $\angle A$ 的度数为_____.



【答案】 122° ##122 度

【解析】

【分析】 根据平行四边形的对边平行, 得到 $A'D' \parallel BC$, 通过平行线的性质可求得 $\angle A'BC = 40^\circ$, 所以 $\angle ABC = 58^\circ$, 再根据平行线的性质, 即可求得答案.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $A'BCD'$ 是平行四边形,

$$\therefore A'D' \parallel BC,$$

$$\therefore \angle A'BC + \angle A' = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A'BC = 180^\circ - \angle A' = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle A'BC + \angle ABA' = 40^\circ + 18^\circ = 58^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ.$$

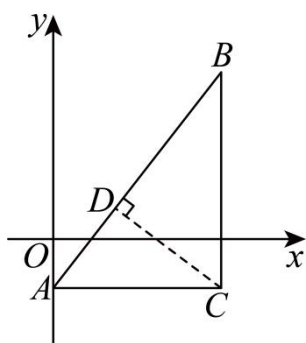
13. 在坐标系中, 点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, -1), (3, 3), (3, -1)$, 那么点 C 到直线 AB 的最短距离是 _____.

【答案】 $\frac{12}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了直角坐标系, 直角三角形的性质, 路径最短问题, 解题的关键是数形结合. 根据题意在直角坐标系中找到点 A, B, C 的位置, 并依次连接三个点, 根据坐标点求出 AB, BC, AC 的值, 根据坐标可得 ABC 是直角三角形, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , CD 即为所求, 利用等面积法求解即可.

【详解】 解: 如图, 顺次连接 A, B, C 三点, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , CD 即为所求,



$\because$ 点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, -1), (3, 3), (3, -1)$,

$\therefore ABC$ 是直角三角形, $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (3+1)^2} = 5$, $AC = 3 - 0 = 3$, $BC = 3 - (-1) = 4$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 5 \times CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4,$$

$$\text{解得: } CD = \frac{12}{5}.$$

故答案为: $\frac{12}{5}$.

14. 在正比例函数 $y = kx$ 中, y 的值随着 x 值的增大而增大, 则点 $P(2, k)$ 在第 _____ 象限.

【答案】 一

【解析】

【分析】 因为在正比例函数 $y = kx$ 中, y 的值随着 x 值的增大而增大, 所以 $k > 0$, 所以点 $P(2, k)$ 在第一象限.

【详解】 解: $\because$ 在正比例函数 $y = kx$ 中, y 的值随着 x 值的增大而增大,

$\therefore k > 0$,

$\therefore$ 点 $P(2, k)$ 在第一象限.

故答案为: 一.

【点睛】 本题考查一次函数图象与系数的关系, 熟练掌握一次函数的性质是解题的关键.

15. 一个直角三角形的重心到直角顶点的距离为 6, 那么这个直角三角形的斜边长是_____.

【答案】 18

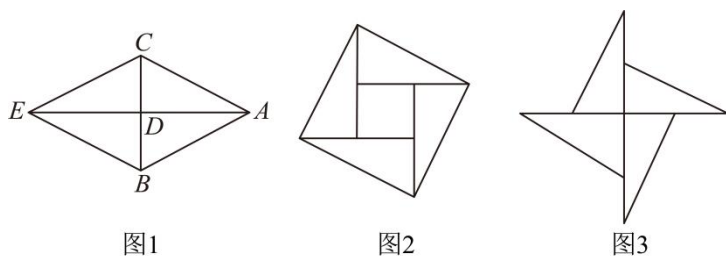
【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形重心的性质, 直角三角形斜边中线定理, 解题的关键是掌握以上性质. 利用重心到顶点的距离与中线长度的关系求出中线长度, 再根据直角三角形斜边上中线的性质求斜边长.

【详解】 解: 设直角三角形的直角顶点为 C , 重心为 G , 斜边为 AB . 重心 G 到直角顶点 C 的距离 $CG = 6$. 由于重心将中线分为 2:1 的两段, 其中顶点到重心的距离占中线的 $\frac{2}{3}$, 因此从 C 到斜边 AB 的中线 CM 的长度为 $CM = CG \div \frac{2}{3} = 6 \times \frac{3}{2} = 9$. 在直角三角形中, 斜边上的中线等于斜边的一半, 即 $CM = \frac{1}{2} AB$, 所以斜边 $AB = 2CM = 2 \times 9 = 18$.

故答案为: 18

16. 如图 1, 将四个全等的直角三角形拼成一个四边形 $ABEC$, 然后将这四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成一个大正方形 (如图 2 所示), 此大正方形的面积为 9; 如果再将这四个全等的直角三角形拼成的“风车”图形 (如图 3 所示), 此“风车”图形的外轮廓周长为 16. 那么四边形 $ABEC$ 的面积为_____.



【答案】 8

【解析】

【分析】 本题主要考查了勾股定理, 全等三角形的性质, 多项式乘法.

设四个全等的直角三角形两个直角边为 a, b , 斜边为 c , 且 $a < b$, a, b, c 均为正数, 根据勾股定理 $c^2 = a^2 + b^2$, 再利用已知图形的面积和周长, 求出 c 的值和 a, b 的关系式, 即可作答.

【详解】 设四个全等的直角三角形两个直角边为 a, b , 斜边为 c , 且 $a < b$, a, b, c 均为正数,

根据勾股定理有: $c^2 = a^2 + b^2$,

$\because$ 如图 2 所示的大正方形的面积为 9,

$$\therefore c^2 = 9, \text{ 即 } c = 3,$$

$\because$ 如图 3 所示的“风车”图形的外轮廓周长为 16,

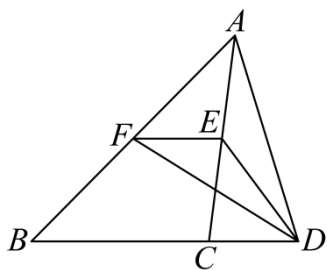
$$\therefore 4c + (b-a) \times 4 = 16, \text{ 即 } b = a+1,$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (a+1)^2 = 9,$$

$$\text{则: } 2a^2 + 2a = 8,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABEC \text{ 的面积} = S = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b \right) = 2a \times (a+1) = 2a^2 + 2a = 8.$$

17. 如图, 在 $\triangle ABD$ 中, C 是 BD 上一点, 且 $BC = 2CD$, 如果 E, F 分别是 AC, AB 的中点, $\triangle ABD$ 的面积为 26, 那么 $\triangle DEF$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{13}{3}$

【解析】

【分析】 连接 CF , 先根据 $BC = 2CD$ 求得 $S_{\triangle ABC} = \frac{52}{3}$, 然后根据三角形的中线将三角形的面积平分, 求得 $S_{\triangle ACF} = \frac{26}{3}$, $S_{\triangle CEF} = \frac{13}{3}$, 再根据三角形的中位线定理, 证明 $EF \parallel BC$, 即可根据等积变形求得答案.

【详解】 解: 连接 CF ,

$\because BC = 2CD$, $\triangle ABD$ 的面积为 26,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} \times 26 = \frac{52}{3},$$

$\because F$ 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{52}{3} = \frac{26}{3},$$

$\because E$ 是 AC 的中点,

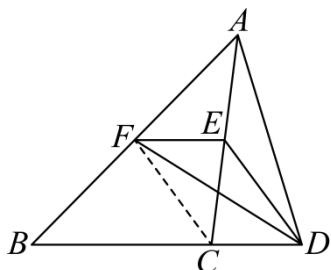
$$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \times \frac{26}{3} = \frac{13}{3},$$

$\because E$ 是 AC 的中点, F 是 AB 的中点,

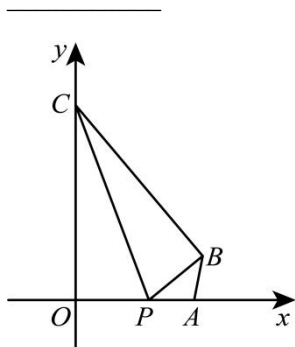
$\therefore EF$ 是 ABC 的中位线,

$\therefore EF \parallel BC$,

$$\therefore S_{\triangle CEF} = S_{\triangle DEF} = \frac{13}{3}.$$



18. 如图, 在平面直角坐标系中, A 、 C 两点分别在 x 轴、 y 轴上, 点 A 的坐标为 $(3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 5)$, 点 P 为射线 OA 上一动点, 点 O 关于直线 PC 的对称点为 B , 当 $\triangle ABP$ 为直角三角形时, OP 的长为



【答案】 $\frac{5\sqrt{34}-25}{3}$ 或 5 或 15

【解析】

【分析】 本题主要考查了勾股定理的应用、轴对称的性质等知识点, 掌握分类讨论思想是解题的关键. 分 $\angle ABP = 90^\circ$ 、 $\angle APB = 90^\circ$ 、 $\angle PAB = 90^\circ$ 三种情况, 分别根据图形利用勾股定理求解即可.

【详解】 解: 设 $P(m, 0)$,

$\because$ 点 O 关于直线 PC 的对称点为点 B ,

$\therefore CB = CO = 5$, $\angle CBP = \angle COP = 90^\circ$, $\angle CPB = \angle CPO$, $OP = BP = m$,

$\therefore AP = 3 - m$,

当 $\triangle ABP$ 为直角三角形时, 分三种情况:

当 $\angle ABP = 90^\circ$ 时, 如图 1:

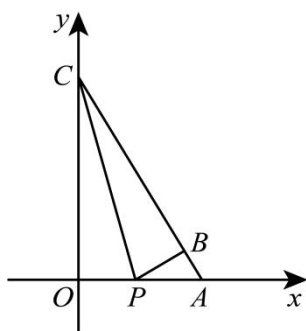


图1

$$\because \angle ABP + \angle CBP = 180^\circ,$$

$\therefore A, B, C$ 三点共线,

$$\therefore AC = \sqrt{OC^2 + OA^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34},$$

$$\therefore AB = AC - CB = \sqrt{34} - 5,$$

$$\because AB^2 + PB^2 = AP^2,$$

$$\therefore (\sqrt{34} - 5)^2 + m^2 = (3 - m)^2,$$

$$\text{解得: } m = \frac{5\sqrt{34} - 25}{3},$$

$$\therefore OP = \frac{5\sqrt{34} - 25}{3},$$

当 $\angle APB = 90^\circ$ 时, 如图 2:

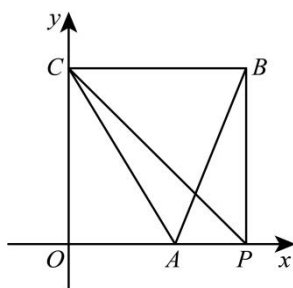


图2

$$\because \angle OPB = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPB = \angle CPO = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle CPB, \triangle CPO$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore OP = OC = 5;$$

当 $\angle PAB = 90^\circ$ 时, 如图 3, 过点 C 作 $CH \perp AB$, 垂足为 H ,

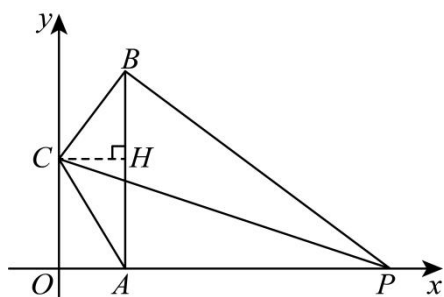


图3

$$\because \angle OAB = \angle COA = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OAHC$ 是矩形,

$$\therefore HC = OA = 3, \quad AH = OC = 5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CHB \text{ 中, } HB = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore AB = AH + HB = 5 + 4 = 9,$$

$$\text{又} \because \text{在 Rt}\triangle ABP \text{ 中, } AP^2 + AB^2 = BP^2,$$

$$\therefore (m-3)^2 + 9^2 = m^2,$$

$$\text{解得: } m = 15,$$

$$\text{即 } OP = 15.$$

综上所述: OP 的长为 $\frac{5\sqrt{34}-25}{3}$ 或 5 或 15.

三、解答题 (本大题共 7 题, 第 19-20 题各 6 分, 第 21 题 9 分, 第 22 题 10 分, 第 23 题 9 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 14 分, 共 64 分)

19. 已知正比例函数 $y = 2x$ 的图像经过点 A , 且点 A 的横坐标为 2.

(1) 求点 A 的坐标;

(2) 已知点 P 在 x 轴上, 且 $S_{\triangle AOP} = 8$, 求点 P 的坐标.

【答案】 (1) $A(2, 4)$

(2) $(4, 0)$ 或 $(-4, 0)$

【解析】

【分析】 (1) 将点 A 的横坐标代入解析式即可;

(2) 根据三角形的面积列方程求解.

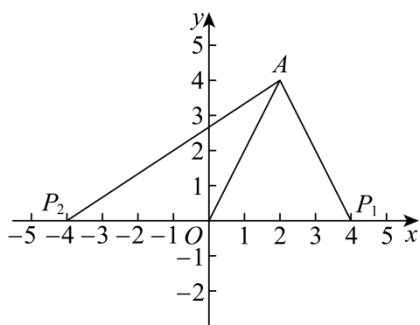
【小问 1 详解】

解：当 $x=2$ 时， $y=2x=4$ ，

$\therefore A(2,4)$ ；

【小问 2 详解】

解：如图，设 $P(m,0)$ ，

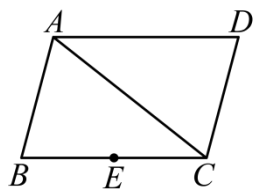


则有 $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} OP \cdot y_A = 2|m| = 8$ ，

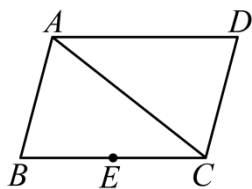
解得 $m = \pm 4$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(4,0)$ 或 $(-4,0)$ 。

20. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E 是边 BC 的中点。设 $\square ABCD$ 的面积为 4，请仅用一把无刻度的直尺分别按下列要求画图（保留画图痕迹，不写画法）。



图①



图②

(1) 在图①中，画一个面积为 2 的平行四边形：

(2) 在图②中，画出 $\triangle ABC$ 的重心 G 。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

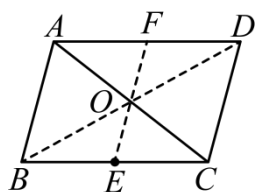
【分析】(1) 连接 BD 交 AC 于点 O ，连接 EO 并延长交 AD 于点 F ，则四边形 $EFDC$ 即为所求；可证明 $\triangle COE \cong \triangle AOF$ ，则 $CE = AF$ ， $S_{\triangle AOF} = S_{\triangle COE}$ ，由平行四边形的性质和线段中点的定义可证明 $CE = AF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD = DF$ ，则可证明四边形 $EFDC$ 是平行四边形，而 $S_{\text{四边形}EFDC} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ ；

(2) 连接 AE ， BD ，二者交于点 G ，则点 G 即为所求，由平行四边形的性质可得 BD 是 $\triangle ABC$ 的边 AC

上的中线所在的直线，而 AE 是 BC 边上的中线，则点 G 即为所求.

【小问 1 详解】

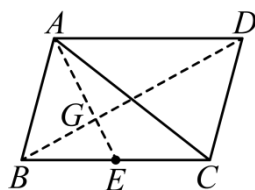
解：如图所示，四边形 $EFDC$ 即为所求；



【小问 2 详解】

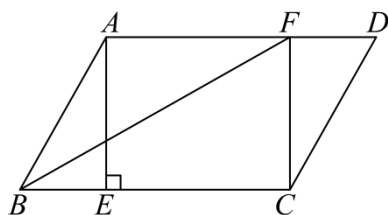
图①

解：如图所示，点 G 即为所求.



图②

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 BC 边于点 E ，点 F 在边 AD 上，且 $DF = BE$.



(1) 求证：四边形 $AECF$ 是矩形；

(2) 若 BF 平分 $\angle ABC$ ，且 $BE = 3$ ， $AB = 7$ ，求线段 BF 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) BF 的长是 $2\sqrt{35}$

【解析】

【分析】 本题主要考查平行四边形的性质，矩形的判定，勾股定理等知识的综合，掌握矩形的判定方法及性质是关键.

(1) 根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$, $AF = EC$ ，结合 $AE \perp BC$ ，由矩形的判定方法即可求证；

(2) 根据平行四边形的性质，角平分线的定义得到 $AB = AF = 7$ ，则 $AD = BC = 10$ ，由勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD = BC$ ， $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore AF = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$$\therefore AE \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是矩形;

【小问 2 详解】

解: $\because BF$ 平分 $\angle ABC$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ABF = \angle CBF = \angle AFB,$$

$$\therefore AB = AF = 7,$$

$$\because AD = BC, AF = CE,$$

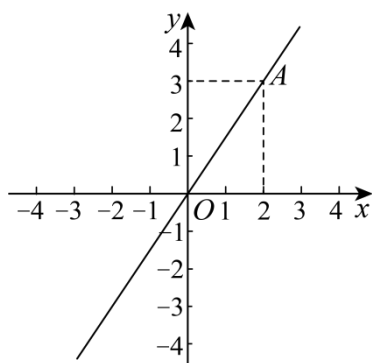
$$\therefore DF = BE = 3,$$

$$\therefore AD = BC = AF + DF = 10,$$

$$\therefore AE = CF = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

在 $\text{Rt} \triangle BFC$ 中, $BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = \sqrt{140} = 2\sqrt{35}$, 即 BF 的长是 $2\sqrt{35}$.

22. 如图, 在平面直角坐标系内, 点 O 是坐标原点, 点 A 的坐标如图所示,



(1) 求直线 OA 的函数表达式;

(2) 将直线 OA 绕着点 O 逆时针旋转 90° 后得到直线 OA_1 , 求直线 OA_1 的函数表达式;

(3) 将直线 OA 绕着点 O 顺时针旋转 45° 后得到直线 OA_2 , 求直线 OA_2 的函数表达式.

【答案】 (1) $y = \frac{3}{2}x$

(2) $y = -\frac{2}{3}x$

$$(3) \quad y = \frac{1}{5}x$$

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求解即可；

(2) 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E ，过点 A_1 作 $A_1F \perp x$ 轴于点 F ，证明 $\triangle EAO \cong \triangle FOA_1$ (AAS)，得到 $OF = AE = 3$ ， $A_1F = OE = 2$ ，则 $A_1(-3, 2)$ ；再利用待定系数法求解即可；

(3) 取点 $H(5, 1)$ ，连接 AH ， OH ，可证明 $AH = OA$ ， $AH^2 + OA^2 = OH^2$ ，则可证明 $\angle AOH$ ，根据题意可得射线 OA_2 在射线 OA 右侧，且 $\angle AOA_2 = 45^\circ = \angle AOH$ ，则 O ， A_2 ， H 三点共线，据此利用待定系数法求解即可。

【小问 1 详解】

解：设直线 OA 的函数表达式为 $y = kx$ ($k \neq 0$)，

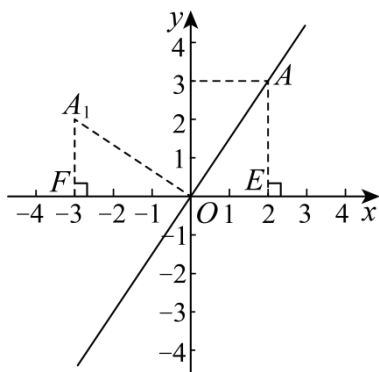
把 $A(2, 3)$ 代入 $y = kx$ ($k \neq 0$) 得 $3 = 2k$ ，

$$\text{解得 } k = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 直线 OA 的函数表达式为 $y = \frac{3}{2}x$ ；

【小问 2 详解】

解：如图所示，过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E ，过点 A_1 作 $A_1F \perp x$ 轴于点 F ，



$$\therefore \angle AEO = \angle A_1FO = 90^\circ;$$

由旋转的性质可得 $OA_1 = OA$ ， $\angle AOA_1 = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle EOA + \angle FOA_1 = 90^\circ = \angle EOA + \angle EAO,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FOA_1,$$

$$\therefore \triangle EAO \cong \triangle FOA_1 (\text{AAS}),$$

$$\therefore OF = AE, \quad A_1F = OE,$$

$$\therefore A(2, 3),$$

$$\therefore OF = AE = 3, \quad A_1F = OE = 2,$$

$$\therefore A_1(-3, 2);$$

设直线 OA_1 的函数表达式为 $y = k_1x (k_1 \neq 0)$,

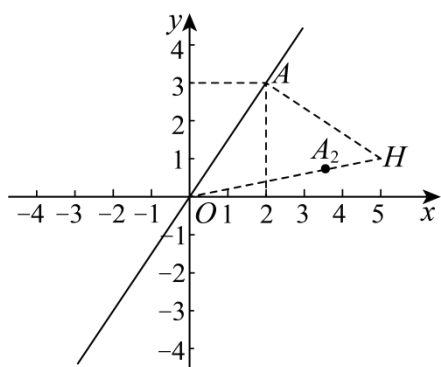
$$\therefore 2 = -3k_1,$$

$$\therefore k_1 = -\frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{直线 } OA_1 \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{2}{3}x;$$

【小问3详解】

解：如图所示，取点 $H(5, 1)$ ，连接 AH ， OH ，



$$\therefore AH = \sqrt{(5-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{13}, \quad OA = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13},$$

$$OH = \sqrt{(5-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{26},$$

$$\therefore AH = OA,$$

$$\therefore AH^2 + OA^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2 = 13 + 13 = 26, \quad OH^2 = (\sqrt{26})^2 = 26,$$

$$\therefore AH^2 + OA^2 = OH^2,$$

$$\therefore \angle OAH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOH = \angle AHO = 45^\circ,$$

$\therefore$ 将直线 OA 绕着点 O 顺时针旋转 45° 后得到直线 OA_2 ,

$\therefore$ 射线 OA_2 在射线 OA 右侧, 且 $\angle AOA_2 = 45^\circ = \angle AOH$,

$\therefore O, A_2, H$ 三点共线;

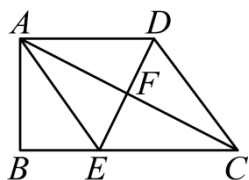
设直线 OA_2 的函数表达式为 $y = k_2x (k_2 \neq 0)$,

$$\therefore 1 = 5k_2,$$

$$\therefore k_2 = \frac{1}{5},$$

$\therefore$ 直线 OA_2 的函数表达式为 $y = \frac{1}{5}x$.

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $AD = CD$, DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 E , 连接 AC 交 DE 于点 F , 连接 AE .



(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是菱形;

(2) 已知 $AB = 8$, $BC = 16$, 求 DE 的长.

【答案】(1) 证明见详解

(2) $4\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了平行的性质, 角平分线定理, 勾股定理及菱形的判定与性质.

(1) 由平行的性质得出 $\angle ADE = \angle DEC$, 再由角平分线定理得出 $\angle ADE = \angle CDE$, 从而得到 $\angle DEC = \angle CDE$, 根据等腰三角形等边对等角推出 $CD = CE$, 再由已知条件进一步得出 $AD = CE$, 进而得出结论;

(2) 利用勾股定理求得 AC 的长, 再根据菱形的性质设 $CE = AE = a$, 则 $BE = 16 - a$, 根据勾股定理列出方程并求解 a 的值, 进而得到 AE 和 BE 的长, 最后再次利用勾股定理求出 EF 的长, 并根据菱形对角线互相垂直平分的性质得出 DE 的长.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle DEC,$$

又 $\because DE$ 平分 $\angle ADC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle CDE,$$

$$\therefore CD = CE,$$

$$\text{又} \because AD = DC,$$

$$\therefore AD = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是菱形.

【小问2详解】

解: $\because AB \perp BC$, $AB = 8$, $BC = 16$,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, 由勾股定理得, } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5},$$

又 $\because$ 四边形 $AECD$ 是菱形,

$$\therefore AF = FC = \frac{1}{2}AC = 4\sqrt{5}, \quad DF = FE, \quad AC \perp DE, \quad AE = EC = AD = DC,$$

设 $CE = AE = a$, 则 $BE = 16 - a$,

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AE^2 = AB^2 + BE^2$,

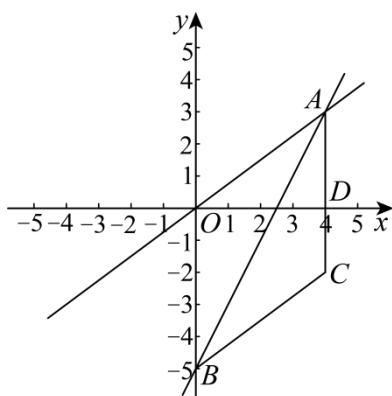
$$\therefore a^2 = 8^2 + (16 - a)^2, \quad \text{解得 } a = 10,$$

$$\therefore AE = 10, \quad BE = 16 - a = 6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEF \text{ 中, } EF = \sqrt{AE^2 - AF^2} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore DE = 2EF = 4\sqrt{5}.$$

24. 如图, 点 $A(4, 3)$ 为正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 图象上一点, 点 B 的坐标为 $(0, -5)$.



(1) 求正比例函数的表达式:

(2) 将 $\triangle OAB$ 沿直线 AB 翻折得到 $\triangle CAB$, 点 O 的对应点为 C , AC 与 x 轴交于点 D . 求证: 四边形 $AOBC$ 是菱形;

(3) 在直线 BC 下方是否存在点 P , 使 $\triangle BCP$ 为等腰直角三角形? 若存在, 直接写出点 P 坐标; 若不存在, 请说明理由,

【答案】(1) $y = \frac{3}{4}x$

(2) 见解析 (3) $(3, -9)$ 或 $(7, -6)$ 或 $(\frac{7}{2}, -\frac{11}{2})$

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求解即可；

(2) 求出 OA, OB 的长, 由折叠的性质可得 $OA = AC = 5$, $OB = BC = 5$, 则可证明 $OA = AC = OB = BC$, 据此可证明结论；

(3) 分三种情况: 点 B 为直角顶点, 点 C 为直角顶点, 点 P 为直角顶点, 利用一线三垂直模型构造全等三角形求出点 P 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 $A(4, 3)$ 为正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 图象上一点,

$$\therefore 3 = 4k,$$

$$\therefore k = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{正比例函数的表达式 } y = \frac{3}{4}x;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because A(4, 3)$,

$$\therefore OA = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5;$$

$\because$ 点 B 的坐标为 $(0, -5)$,

$$\therefore OB = 5;$$

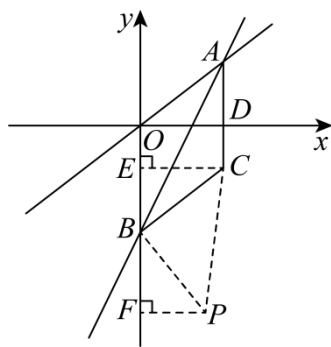
由折叠的性质可得 $OA = AC = 5$, $OB = BC = 5$,

$$\therefore OA = AC = OB = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $AOBC$ 是菱形;

【小问 3 详解】

解: ①如图, 当点 B 为直角顶点时,



$$\therefore \angle CBP = 90^\circ, \quad BC = BP,$$

过 P 作 $PF \perp y$ 轴于点 F ，过 C 作 $CE \perp y$ 轴于点 E ，

$$\therefore \angle BEC = \angle PFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PBF + \angle BPF = 90^\circ,$$

$$\because \angle CBE + \angle PBF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle BPF,$$

在 $\triangle CBE$ 和 $\triangle BPF$ 中

$$\begin{cases} \angle BEC = \angle PFB \\ \angle CBE = \angle BPF, \\ BC = PB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CBE \cong \triangle BPF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BE = PF, \quad CE = BF,$$

$\because$ 四边形 $AOBC$ 是菱形,

$$\therefore AC \parallel OB, \text{ 即 } AC \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的横坐标为 } 4,$$

$$\because AC = 5,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标为 } 3 - 5 = -2,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (4, -2),$$

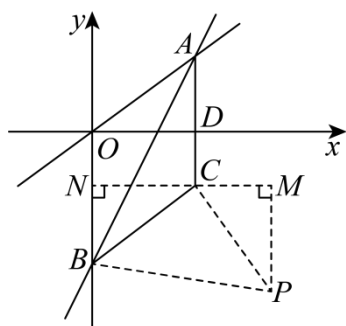
$$\therefore BF = CE = 4, OE = 2,$$

$$\therefore PF = BE = OB - OE = 3,$$

$$\therefore OF = OB + BF = 5 + 4 = 9,$$

$$\therefore P(3, -9);$$

②如图，当点 C 为直角顶点时，



过 C 作 $CN \perp y$ 轴于点 N ，过 P 作 $PM \perp NC$ 交 NC 的延长线于点 M ，

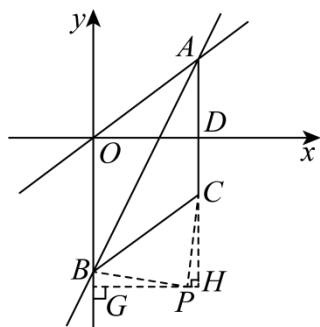
同理可证明 $\triangle BCN \cong \triangle CPM$ ，

$$\therefore PM = CN = 4, \quad CM = BN = OB - ON = 3,$$

$$\therefore NM = CN + CM = 7, \quad ON + PM = 6,$$

$$\therefore P(7, -6);$$

③如图，当点 P 为直角顶点时，



过 P 作 $PG \perp y$ 轴于点 G ，过 C 作 $CH \perp GP$ 交 GP 的延长线于点 H ，

同理可证明 $\triangle PBG \cong \triangle CPH$ ，

$$\therefore BG = PH, \quad PG = CH,$$

$$\text{设 } P(m, n), \text{ 则 } PH = BG = OG - OB = -n - 5, \quad PG = CH = m,$$

$$\text{又 } \because PH = 4 - m, \quad CH = -2 - n,$$

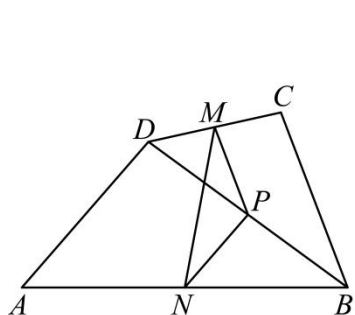
$$\therefore \begin{cases} 4 - m = -n - 5 \\ m = -2 - n \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} m = \frac{7}{2} \\ n = -\frac{11}{2} \end{cases},$$

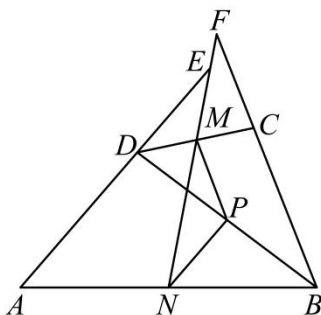
$$\therefore P\left(\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}\right);$$

综上所述：点 P 坐标为 $(3, -9)$ 或 $(7, -6)$ 或 $(\frac{7}{2}, -\frac{11}{2})$.

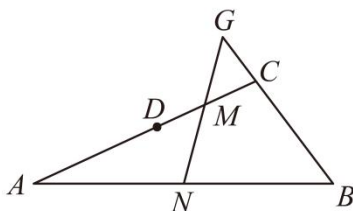
25. 【教材呈现】如图是沪教版八年级下册教材第 42 页的第 1 题，请完成这道题的证明.



图①



图②



图③

(1) 如图①，在四边形 $ABCD$ 中， $AD = BC$ ， P 是对角线 BD 的中点， M 是 DC 的中点， N 是 AB 的中点. 求证： $\angle PMN = \angle PNM$.

(2) 【教材延伸】

如图②，延长图①中的线段 AD 交 NM 的延长线于点 E ，延长线段 BC 交 NM 的延长线于点 F ，求证： $\angle AEN = \angle F$.

(3) 【应用探究】

如图③，在 ABC 中，点 D 在 AC 上， $AD = BC = 3$ ， M 是 DC 的中点， N 是 AB 的中点，连接 NM 并延长，与 BC 的延长线交于点 G ，若 $\angle GMC = 45^\circ$ ，求 MN 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】(1) 根据中位线定理证明即可；

(2) 根据中位线定理证明即可；

(3) 连接 BD ，取 BD 中点 P ，连接 PM 、 PN ，结合 (1) (2) 的结论证明 $\triangle PMN$ 为等腰直角三角形，进而解题.

【小问 1 详解】

证明： $\because P$ 是 BD 的中点， M 是 DC 的中点，

$$\therefore PM = \frac{1}{2}BC,$$

$\because P$ 是 BD 的中点， N 是 AB 的中点，

$$\because AD=BC=3,$$

$$\text{由 (1) 知 } PM=PN=\frac{1}{2}AD=\frac{3}{2},$$

$$\therefore MN=\sqrt{PM^2+PN^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$