

2025-2026 学年上海市八年级数学下学期期中模拟考试 (培优卷)

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 一个正多边形的内角和比其外角和的度数大 720° , 则它的边数是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【答案】D

【分析】根据“正多边形的内角和比其外角和的度数大 720° ”列方程求解即可.

【详解】解: 设正多边形的边数为 n ,

根据题意, 得 $(n-2) \cdot 180^\circ - 360^\circ = 720^\circ$,

解得 $n=8$,

即边数为 8.

【点睛】 n 边形内角和公式为 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 任意多边形外角和恒为 360° .

2. 已知 $\square ABCD$ 中, $\angle A:\angle D=1:2$, 则 $\angle A$ 的大小是 ()

- A. 60° B. 80° C. 100° D. 120°

【答案】A

【分析】本题考查了平行四边形的性质, 掌握平行四边形角度的关系是解题关键. 利用平行四边形邻角互补和对角相等的性质, 结合给定比例求解 $\angle A$ 即可.

【详解】解: $\because$ 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A$ 与 $\angle D$ 是邻角,

$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$,

设 $\angle A = x$, 则 $\angle D = 2x$,

$\therefore x + 2x = 180^\circ$,

$\therefore x = 60^\circ$, 即 $\angle A = 60^\circ$,

故选: A.

3. 在平面直角坐标系中, 若点 $A(a, -1)$ 与点 $B(3, b)$ 关于 x 轴对称, 则 ()

- A. $a=3, b=-1$ B. $a=-3, b=1$ C. $a=-3, b=-1$ D. $a=3, b=1$

【答案】D

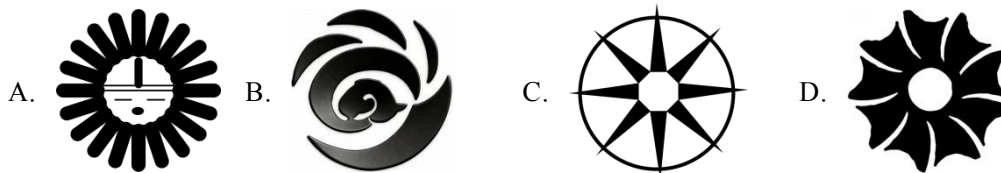
【分析】在平面直角坐标系中, 关于 x 轴对称的点的横坐标相等, 纵坐标互为相反数.

【详解】解: $\because$ 点 $A(a, -1)$ 与点 $B(3, b)$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore a = 3, \quad b = -(-1) = 1,$$

$$\text{即 } a = 3, \quad b = 1.$$

4. 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【答案】C

【分析】本题考查轴对称图形与中心对称图形的定义，掌握知识点是解题的关键.

根据轴对称图形与中心对称图形的定义，逐项分析判断即可.

【详解】解：A. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B. 该图形不是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

C. 该图形是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

D. 该图形不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意.

故选 C.

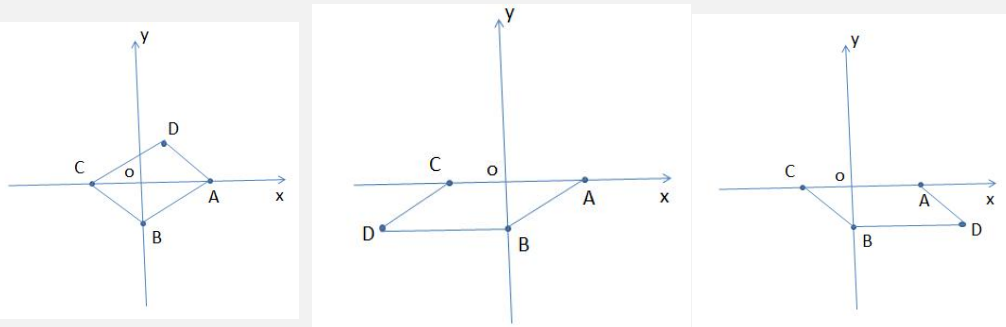
5. 已知点 $A(2,0)$ ，点 $B(-1,0)$ ，点 $C(0,-1)$ ，以 A, B, C 三点为顶点画平行四边形，则第四个顶点不可能在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【分析】已知 A, B, C 三点坐标，在直角坐标系标注出来，根据平行四边形的性质，可画出草图，即可求解.

【详解】根据平行四边形的性质可知，对边相等，可得另一个顶点 D 坐标如图，可在第一象限、第三象限和第四象限，不可能在第二象限.

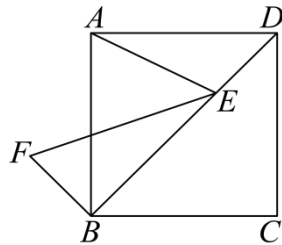


故选：B

【点睛】本题结合平面直角坐标系，考查了平行四边形的性质，根据题意画出草图，注重数

形结合是解题的关键.

6. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 为对角线 BD 上一点, 过 B 点作 $BF \perp BD$, 且 $BF = DE$, 连接 AE 、 FE , 若 $AE = 2$, 则 EF 长为 ()



A. $\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{2}$

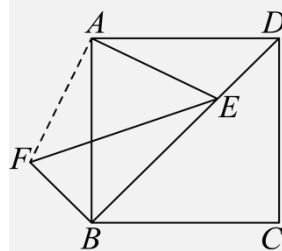
C. 3

D. $\frac{7}{2}$

【答案】B

【分析】本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的性质, 勾股定理. 连接 AF , 证明 $\triangle ABF \cong \triangle ADE$, 推出 $AF = AE$, $\angle FAB = \angle EAD$, 再证明 $\triangle EAF$ 是等腰直角三角形, 据此求解即可.

【详解】解: 连接 AF ,



$\because$ 正方形 $ABCD$,

$\therefore AB = AD$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle ADE = \angle ABD = 45^\circ$,

$\because BF \perp BD$,

$\therefore \angle ABF = \angle ABD = 45^\circ$,

$\therefore \angle ABF = \angle ADE = 45^\circ$,

$\because BF = DE$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADE$,

$\therefore AF = AE$, $\angle FAB = \angle EAD$,

$\therefore \angle FAE = \angle FAB + \angle BAE = \angle EAD + \angle BAE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EAF$ 是等腰直角三角形,

$\because AE = 2$,

$$\therefore EF = \sqrt{2}AE = 2\sqrt{2},$$

故选：B.

二、填空题

7. 从正多边形的一个顶点出发有 15 条对角线，则该正多边形的边数是_____.

【答案】18

【分析】从 n 边形的一个顶点出发有 $(n-3)$ 条对角线.

【详解】解：设该正多边形的边数是 n ,

$\therefore$ 从正多边形的一个顶点出发有 15 条对角线,

$$\therefore n-3=15,$$

解得 $n=18$,

$\therefore$ 该正多边形的边数是 18.

8. 已知点 $P(m-1, m+3)$ 在 y 轴上，则 $m=$ _____.

【答案】1

【分析】本题考查了坐标轴上点的坐标特征. 根据 y 轴上点的横坐标为 0，建立方程求解，即可作答.

【详解】解： $\because$ 点 $P(m-1, m+3)$ 在 y 轴上，

$$\therefore \text{横坐标 } m-1=0,$$

解得 $m=1$,

故答案为：1

9. 已知点 A 的坐标是 $(2,1)$ ，直线 $AB \parallel x$ 轴并且 $AB=2$ ，则点 B 的坐标为_____.

【答案】 $(0,1)$ 或 $(4,1)$

【分析】本题考查坐标与图形. 根据平行于 x 轴的点的纵坐标相同，两点间的距离为横坐标的差值的绝对值，进行求解即可.

【详解】解： $\because$ 点 A 的坐标为 $(2,1)$ ， $AB \parallel x$ 轴，且 $AB=2$ ，

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (2-2,1) \text{ 或 } (2+2,1),$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (0,1) \text{ 或 } (4,1);$$

故答案为：(0,1)或(4,1).

10. 若点 P 在第四象限，到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 4，则点 P 的坐标是_____.

【答案】(4,-3)

【分析】本题主要考查了点到坐标轴的距离，第四象限内的点的坐标特点，点到 x 轴的距离为该点纵坐标的绝对值，点到 y 轴的距离为该点横坐标的绝对值，据此可得点 P 横纵坐标的绝对值，再根据第四象限内的点横坐标为正，纵坐标为负即可得到答案.

【详解】解：∵点 P 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 4，

∴点 P 的横坐标的绝对值为 4，纵坐标的绝对值为 3，

∵点 P 在第四象限，

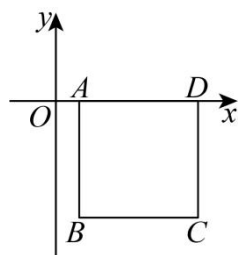
∴点 P 的横坐标为正，纵坐标为负，

∴点 P 的横坐标为 4，纵坐标为 -3，

∴点 P 的坐标为(4,-3)，

故答案为：(4,-3).

11. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的面积为 25，点 A 的坐标为(1,0)，则点 C 的坐标为 (_____, _____).



【答案】6 -5

【分析】本题考查了坐标与图形；由正方形的面积得正方形的边长为 5，结合点 A 的坐标得点 D 的坐标，即可求得点 C 的坐标.

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 的面积为 25，

∴正方形 $ABCD$ 的边长为 5，即 $AD = CD = 5$ ，

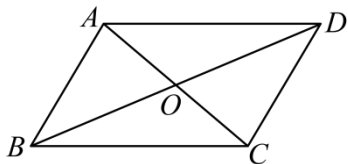
∵点 A 的坐标为(1,0)，

∴点 D 的坐标为(6,0)，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(6, -5)$,

故答案为: $6, -5$.

12. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 且 $CD = 4$, 若它的对角线的和是 32, 则 $\triangle AOB$ 的周长为_____.



【答案】 20

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 熟知平行四边形的对角线互相平分是解题的关键. 由平行四边形的性质得出 $OA = \frac{1}{2}AC$, $OB = \frac{1}{2}BD$, $AB = CD = 4$, 求出 $OA + OB = 16$, 即可得出结果.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC, \quad OB = \frac{1}{2}BD, \quad AB = CD = 4.$$

$$\because AC + BD = 32,$$

$$\therefore OA + OB = \frac{1}{2}(AC + BD) = 16.$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的周长} = OA + OB + AB = 16 + 4 = 20.$$

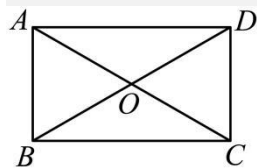
故答案为: 20.

13. 已知矩形的较短边长为 3, 两对角线的夹角为 60° , 则矩形的面积为_____.

【答案】 $9\sqrt{3}$

【分析】 本题考查了矩形的性质, 直角三角形的特征, 等边三角形的判定及性质, 勾股定理等, 由矩形的性质得 $OA = OB = \frac{1}{2}AC$, 由等边三角形的判定及性质、直角三角形的特征得 $AC = 2AB = 6$, 由勾股定理得 $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$, 即可求解.

【详解】 解: 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 3$,



$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$OA = OB = \frac{1}{2}AC,$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OAB = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore AC = 2AB = 6$,

$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{6^2 - 3^2}$

$= 3\sqrt{3}$,

$\therefore$ 矩形的面积为 $3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$,

故答案为: $9\sqrt{3}$.

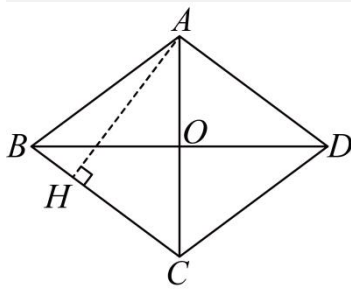
14. 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC = 12\text{m}$, $BD = 16\text{m}$, 则菱形的高是_____.

【答案】 9.6m

【分析】 此题考查了菱形的性质与面积求法、勾股定理求斜边, 解此题的关键是掌握“菱形的面积等于其对角线积的一半”的应用, 同时注意菱形的面积有两种形式.

根据菱形的性质利用勾股定理求得菱形的边长, 再根据菱形的两种面积公式建立等式求解即可.

【详解】 如图, 作 $AH \perp BC$, 垂足为点 H .



$\therefore AC$ 与 BD 是菱形 $ABCD$ 的对角线,

$\therefore AC$ 与 BD 互相垂直平分,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$, $OA = \frac{1}{2} AC = 6$, $OB = \frac{1}{2} BD = 8$,

由勾股定理得: $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$\therefore BC = AB = 10$.

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = BC \times AH,$$

$$\therefore AH = \frac{AC \times BD}{2BC} = \frac{12 \times 16}{2 \times 10} = 9.6, \text{ 即菱形的高为 } 9.6$$

故答案为：9.6.

15. 平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 4\sqrt{3}$, $BD = 4$, AB 边上的高是 $2\sqrt{3}$, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长是_____.

【答案】 $8+8\sqrt{3}$ 或 $16+8\sqrt{3}$

【分析】需分两种情况讨论, AB 边上高的垂足位置分垂足在 AB 边上和垂足在 AB 延长线上两种, 利用勾股定理求出 AB 的长, 再根据平行四边形周长公式计算即可.

【详解】解: 设 AB 边上的高为 DE , $DE = 2\sqrt{3}$, $DE \perp AE$, E 为垂足.

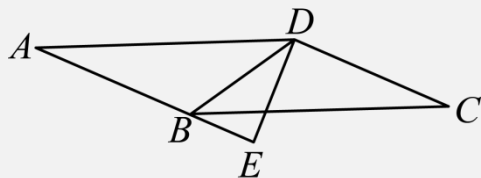
在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 由勾股定理得:

$$AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = 6,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDE \text{ 中, } BE = \sqrt{DB^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2,$$

分两种情况讨论:

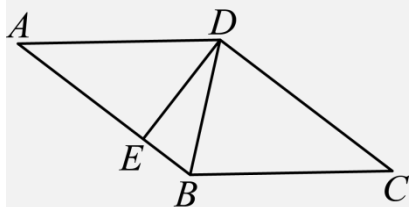
情况 1: 垂足 E 在 AB 的延长线上时, 如图



此时 $AB = AE - BE = 6 - 2 = 4$.

平行四边形周长为 $2(AD + AB) = 2(4\sqrt{3} + 4) = 8 + 8\sqrt{3}$.

情况 2: 垂足 E 在 AB 边上时, 如图

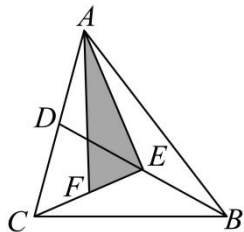


此时 $AB = BE + AE = 2 + 6 = 8$.

平行四边形周长为 $2(AD + AB) = 2(4\sqrt{3} + 8) = 16 + 8\sqrt{3}$.

$\therefore$ 平行四边形周长为 $8+8\sqrt{3}$ 或 $16+8\sqrt{3}$.

16. 如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的中线, E, F 分别为 BD, CE 的中点, 若 $\triangle AEF$ 的面积为 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



【答案】 24

【分析】 本题主要考查了三角形的中线的应用,

先求出 $S_{\triangle ACF} = 6$, 进而求出 $S_{\triangle ACE} = 12$, 再根据三角形中线的定义得 $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE} = 6$, 然后求出 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE} = 6$, 最后根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ACF} + S_{\triangle BCE} + S_{\triangle AEF}$ 得出答案.

【详解】 解: $\because$ 点 F 是 CE 的中点,

$$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ACF} = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle ACF} = 12.$$

$\because$ 点 D 是 AC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE} = 6.$$

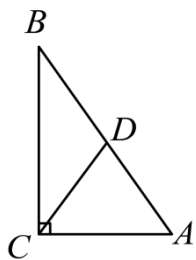
$\because$ 点 E 是 BD 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BCE} = S_{\triangle CDE} = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ACF} + S_{\triangle BCE} + S_{\triangle AEF} = 6 \times 4 = 24.$$

故答案为: 24.

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 中点, $AC = 7$, $BC = 24$, 则 $DC =$ _____.



【答案】 $\frac{25}{2}$

【分析】本题考查了勾股定理和直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，由勾股定理求出 AB 的长，即可求得 CD 。

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

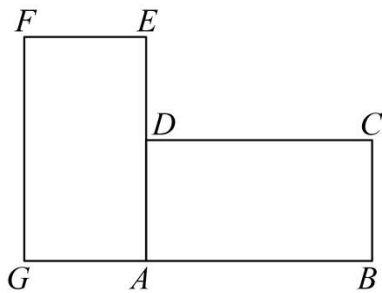
由勾股定理得： $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$ ，

$\because D$ 是 AB 中点，

$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = \frac{25}{2}$ 。

故答案为： $\frac{25}{2}$ 。

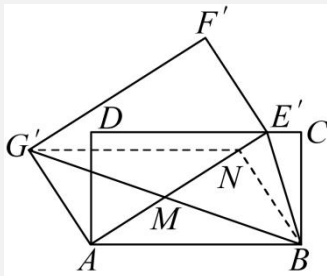
18. 已知有两个完全相同的矩形 $ABCD$ 、 $AEFG$ 摆成如图的形状，将矩形 $AEFG$ 绕点 A 转动 α 度 ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)，点 E 、 F 、 G 分别对应点 E' 、 F' 、 G' ，当点 E' 落在直线 CD 上时，连接 BG' 交直线 AE' 于点 M ，若 $AB = 5$ ， $AD = 3$ ，则 $AM =$ _____。



【答案】2

【分析】过点 B 作 $BN \perp AE'$ ，垂足为 N ，连接 NG' ，先由矩形全等和勾股定理求 DE' ，再用面积法求 BN ，证 AG' 平行且等于 BN 得平行四边形 $ABNG'$ ，利用对角线平分即可求出 AM 。

【详解】解：如图，过点 B 作 $BN \perp AE'$ ，垂足为 N ，连接 NG' ，



$\therefore \angle BNA = 90^\circ$ ，

$\because$ 矩形 $ABCD$ 与 $AEFG$ 完全相同，

$\therefore AB = CD = AE' = 5$ ， $AD = BC = AG' = 3$ ， $\angle D = \angle C = \angle G'AE' = 90^\circ$ ，

$$\therefore DE' = \sqrt{AE'^2 - AD^2} = 4,$$

$$\therefore CE' = CD - DE' = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE'} = S_{\text{矩形}ABCD} - S_{\triangle ADE'} - S_{\triangle BCE'} = 3 \times 5 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{15}{2},$$

$$S_{\triangle ABE'} = \frac{1}{2} AE' \cdot BN,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times BN = \frac{15}{2},$$

$$\text{解得 } BN = 3,$$

$$\therefore AG' = BN, \quad AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = 4,$$

$$\therefore \angle BNA = \angle G'AE' = 90^\circ,$$

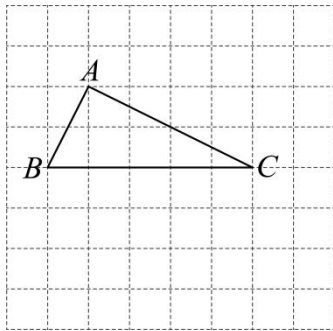
$$\therefore AG' \parallel BN,$$

$\therefore$ 四边形 $ABNG'$ 是平行四边形,

$$\therefore AM = \frac{1}{2} AN = 2.$$

三、解答题

19. 如图，在 8×8 的网格中，每个小正方形的边长都为 1 个单位长度.



(1) 建立适当的平面直角坐标系后，若点 B 的坐标为 $(-1, 1)$ ，点 C 的坐标为 $(4, 1)$ ，则点 A 的坐标为_____；

(2) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 1 个单位长度，再向下平移 4 个单位长度，画出平移后的 $\triangle A'B'C'$ ；

(3) 在 (1), (2) 的条件下，若线段 AB 上有一点 $P(m, n)$ ，则平移后的对应点 P' 的坐标为_____.

【答案】 (1) $(0, 3)$

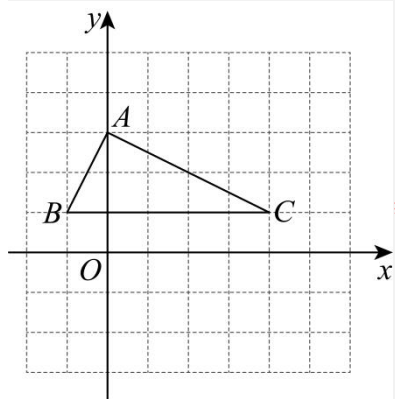
(2) 见解析

(3) $P'(m+1, n-4)$

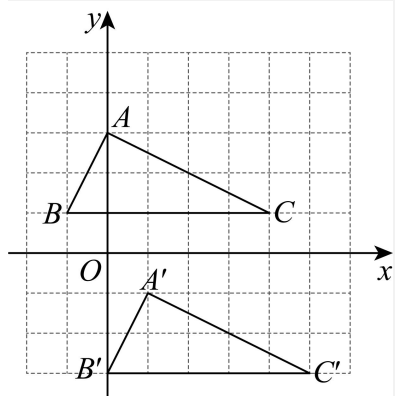
【分析】 本题考查坐标与图形-平移变换，正确建立平面直角坐标系，熟练掌握平移性质是解答的关键.

- (1) 根据点 B 、 C 坐标建立平面直角坐标系，进而写出点 A 坐标；
- (2) 根据平移性质得到对应点的位置，再顺次连接格点即可画出平移后的图形；
- (3) 根据坐标平移性质“左减右加，上加下减”可得结论.

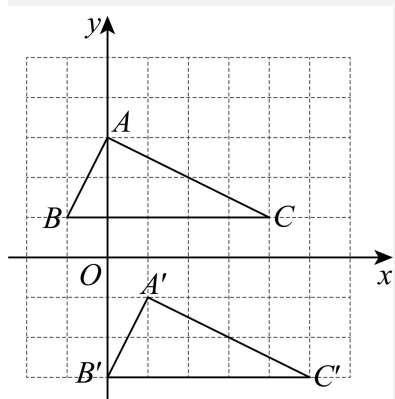
【详解】 (1) 解： 建立如图所示的平面直角坐标系，点 A 坐标为 $(0,3)$



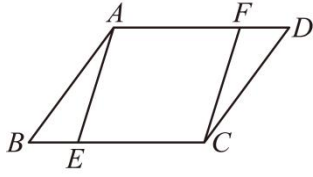
(2) 解： 如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求作：



(3) 解： 由平移性质得： 平移后的对应点 P' 的坐标为 $(m+1, n-4)$.



20. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 BC 和 AD 上，且 $\angle DAE = \angle BCF$. 求证： $BE = DF$.



【答案】见解析

【分析】根据平行四边形的性质证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (ASA) 即可.

【详解】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, \angle B = \angle D, \angle BAD = \angle BCD,$$

$$\because \angle DAE = \angle BCF,$$

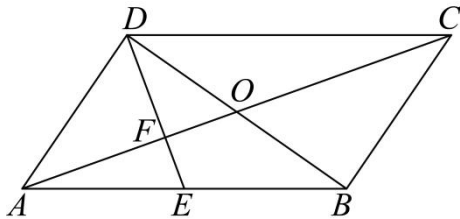
$$\therefore \angle BAD - \angle DAE = \angle BCD - \angle BCF,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DCF,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = DF.$$

21. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 DB , AC 交于 O 点, E 为 AB 的中点. 连接 DE 交 AC 于点 F .



(1) 求 $\frac{AF}{FO}$ 的值;

(2) 若 $DB \perp BC$, $CO = 3\sqrt{3}$, $BC = \sqrt{15}$, 求 EF 的长.

【答案】(1) 2;

(2) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

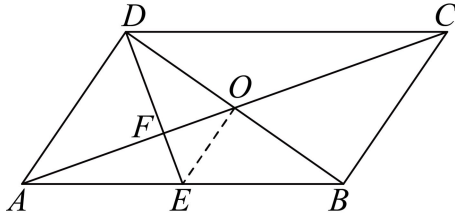
【分析】(1) 连接 OE , 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 可得 $OB = OD$, 再由 E 为 AB 的中点, 可得 OE 为 $\triangle ABD$ 的中位线, 从而得出 $OE \parallel AD$, $OE = \frac{1}{2}AD$, 可得

$\angle ADF = \angle OEF$, $\angle DAF = \angle EOF$, 证得 $\triangle ADF \sim \triangle OEF$, 最后根据相似三角形的性质可得结果;

(2) 由平行四边形的性质得出 $CO = AO = AF + OF = 3\sqrt{3}$. 再由勾股定理得出

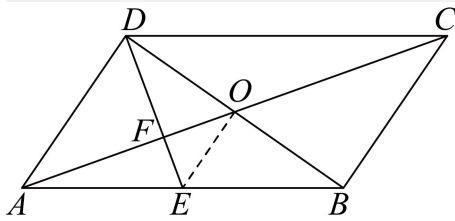
$BO = \sqrt{CO^2 - BC^2} = 2\sqrt{3}$. 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 得出 $AD \parallel BC$, $DO = BO$. 从而得出 $BD = 2BO = 4\sqrt{3}$. 再由勾股定理求得 $CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = 3\sqrt{7}$. 即 $AB = CD = 3\sqrt{7}$. 再由相似三角形的性质可得 $EF:DF = OF:AF = 1:2$. 最后可得答案.

【详解】(1) 解: 连接 OE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore OB = OD$,
 又 $\because E$ 为 AB 的中点,
 $\therefore OE$ 为 $\triangle ABD$ 的中位线,
 $\therefore OE \parallel AD$, $OE = \frac{1}{2}AD$,
 $\therefore \angle ADF = \angle OEF$, $\angle DAF = \angle EOF$,
 $\therefore \triangle ADF \sim \triangle OEF$,
 $\therefore \frac{AF}{FO} = \frac{AD}{OE} = 2$;

(2) 解: 连接 OE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore OB = OD$, $CO = AO = AF + OF = 3\sqrt{3}$. $AD \parallel BC$, $AB = CD$,
 $\because DB \perp BC$, $BC = \sqrt{15}$,
 $\therefore BO = \sqrt{CO^2 - BC^2} = 2\sqrt{3}$.
 $\therefore BD = 2BO = 4\sqrt{3}$.
 $\therefore CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = 3\sqrt{7}$.

$$\therefore AB = CD = 3\sqrt{7}.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC = 90^\circ,$$

$\because E$ 是 AB 中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2} AB = \frac{3\sqrt{7}}{2}.$$

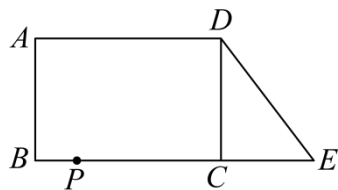
由 (1) 知 $\triangle ADF \sim \triangle OEF$,

$$\therefore EF:DF = OF:AF = 1:2.$$

$$\therefore EF = \frac{1}{3} DE = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

【点睛】此题主要考查了相似三角形的判定和性质，三角形中位线的判定与性质，勾股定理及平行四边形的性质，关键是掌握相似三角形的判定和性质，三角形中位线的判定与性质，勾股定理及平行四边形的性质是解决本题的关键.

22. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 4, BC = 6$. 延长 BC 到点 E ，使 $CE = 3$ ，连接 DE . 动点 P 从点 B 出发，沿着射线 BE 以每秒 1 个单位的速度运动，点 P 运动的时间为 t 秒. 连接 DP .



(1) 求当 t 为何值时， $\triangle PDE$ 是直角三角形；

(2) 直接写出当 t 为何值时， $\triangle PDE$ 是等腰三角形.

【答案】(1) $t = \frac{2}{3}$ 或 $t = 6$

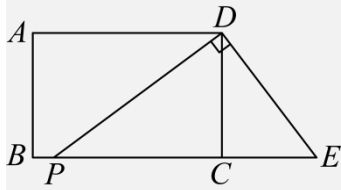
(2) $t = 3$ 或 4 或 $\frac{29}{6}$ 或 14

【分析】此题是四边形综合题，主要考查了勾股定理，直角三角形的性质和等腰三角形的性质，用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键.

(1) 分两种情况，利用勾股定理建立方程求解，即可得出结论；

(2) 分 $PD = DE$ ， $PE = DE$ ， $PD = PE$ 三种情况讨论，根据勾股定理和等腰三角形的性质可求 t 的值.

【详解】(1) 解：当 $\angle PDE = 90^\circ$ 时，如图，



在四边形 $ABCD$ 是长方形, $AB = 4$

$$\therefore CD = AB = 4, \quad \angle BCD = \angle DCE = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt } \triangle DCE$ 中, $CE = 3$, $CD = 4$,

$$\therefore DE = \sqrt{DC^2 + CE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$\because BC = 6$, $CE = 3$, 点 P 从点 B 出发, 沿着射线 BE 以每秒 1 个单位的速度运动, 点 P 运动的时间为 t 秒.

$$\therefore BE = BC + CE = 6 + 3 = 9, \quad BP = t,$$

$$PE = BE - BP = 9 - t, \quad PC = BC - BP = 6 - t,$$

在 $\text{Rt} \triangle PDE$ 中, $PD^2 = PE^2 - DE^2$,

在 $\text{Rt} \triangle PCD$ 中, $PD^2 = PC^2 + CD^2$,

$$\therefore PE^2 - DE^2 = PC^2 + CD^2,$$

$$\therefore (9 - t)^2 - 5^2 = (6 - t)^2 + 4^2,$$

$$\therefore t = \frac{2}{3}.$$

当 $\angle DPE = 90^\circ$ 时, 此时点 P 与点 C 重合,

$$\therefore BP = BC,$$

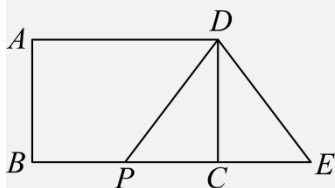
$$\therefore t = 6.$$

综上所述, 当 $t = \frac{2}{3}$ 或 $t = 6$ 时, $\triangle PDE$ 是直角三角形;

(2) 若 $\triangle PDE$ 为等腰三角形,

则 $PD = DE$ 或 $PE = DE$ 或 $PD = PE$,

当 $PD = DE$ 时, 如图,



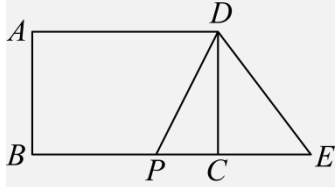
$$\therefore DC \perp BE,$$

$$\therefore PC = CE = 3,$$

$$\therefore BP = BC - CP = 3,$$

$$\therefore t = \frac{3}{1} = 3,$$

当 $PE = DE = 5$ 时, 如图,

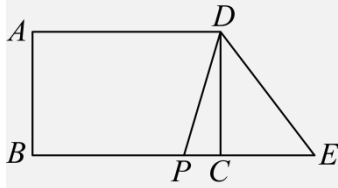


$$\therefore BP = BE - PE,$$

$$\therefore BP = 9 - 5 = 4,$$

$$\therefore t = \frac{4}{1} = 4,$$

当 $PD = PE$ 时, 如图,



$$\therefore PE = PC + CE = 3 + PC,$$

$$\therefore PD = 3 + PC,$$

在 $\text{Rt}\triangle PDC$ 中, $DP^2 = CD^2 + PC^2$,

$$\therefore (3 + PC)^2 = 16 + PC^2,$$

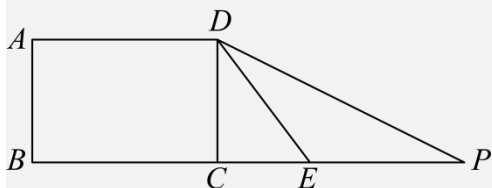
$$\therefore PC = \frac{7}{6},$$

$$\therefore BP = BC - PC,$$

$$\therefore BP = \frac{29}{6},$$

$$\therefore t = \frac{\frac{29}{6}}{1} = \frac{29}{6},$$

如图, 当 P 在 BE 的延长线上时, 且 $PE = DE = 5$,

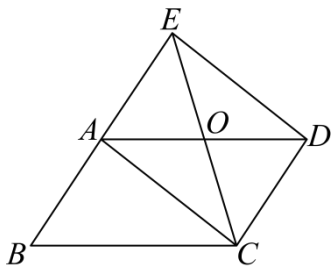


$$\therefore BP = 9 + 5 = 14,$$

$$\therefore t = \frac{14}{1} = 14;$$

综上所述：当 $t = 3$ 或 4 或 $\frac{29}{6}$ 或 14 时， $\triangle PDE$ 为等腰三角形.

23. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， O 是边 AD 的中点，连接 CO 并延长交 BA 的延长线于点 E ，连接 AC ， DE 。求证：



(1) 四边形 $ACDE$ 是平行四边形；

(2) 若 $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ，求证四边形 $ACDE$ 是矩形.

【答案】(1) 证明见解析；

(2) 证明见解析；

【分析】本题考查了平行四边形的判定和性质，勾股定理的逆定理，矩形的判定，熟练掌握相关判定和性质是解题的关键.

(1) 根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形，得到 $AE \parallel CD$ ， $\angle AEO = \angle DCO$ ，证明 $\triangle AEO \cong \triangle DCO$ ，得到 $AE = CD$ ，即可得证；

(2) 根据勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABC$ 是直角三角形，且 $\angle BAC = 90^\circ$ ，进而得到 $\angle EAC = 90^\circ$ ，由此根据一个角是直角的平行四边形是矩形，即得证；

【详解】(1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore AE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEO = \angle DCO,$$

$$\text{又 } AO = DO, \angle AOE = \angle DOC,$$

$$\therefore \triangle AEO \cong \triangle DCO,$$

$$\therefore AE = CD,$$

$$\text{又 } AE \parallel CD,$$

∴ 四边形 $ACDE$ 是平行四边形.

(2) 证明: $\because 3^2 + 4^2 = 5^2$,

∴ $BC^2 = AB^2 + AC^2$,

∴ ABC 是直角三角形, 且 $\angle BAC = 90^\circ$,

∴ $\angle EAC = 90^\circ$,

∴ 四边形 $ACDE$ 是平行四边形,

∴ 四边形 $ACDE$ 是矩形.

24. 图 1、图 2 均为 4×5 的正方形网格, 每个小正方形的顶点称为格点, 点 A, B 均在格点上, 点 P 为线段 AB 上的一点. (仅用无刻度的直尺作图.)

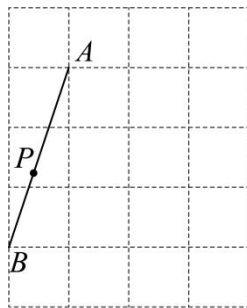


图1

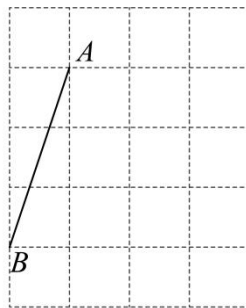


图2

(1) 在图 1 中, 画出一个以 AB 为边的正方形 $ABCD$ (保留作图痕迹).

(2) 在 (1) 的基础上, 在边 CD 上画点 Q , 使得 PQ 平分正方形 $ABCD$ 的面积 (保留作图痕迹).

(3) 在图 2 中, 画出一个以 AB 为边的非正方形的菱形 $ABEF$ (保留作图痕迹), 连结此菱形各边中点所形成的四边形为_.

【答案】 (1) 画图见解析

(2) 画图见解析

(3) 画图见解析, 矩形

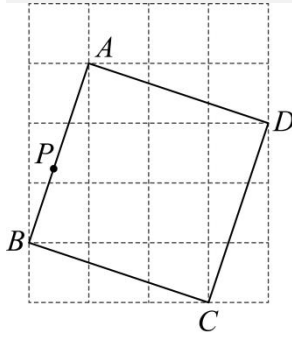
【分析】 此题考查了菱形和正方形的判定、矩形的性质、勾股定理与网格问题等知识, 熟练掌握特殊平行四边形的判定是解题的关键.

(1) 根据勾股定理和网格的特点, 正方形的判定进行作图即可;

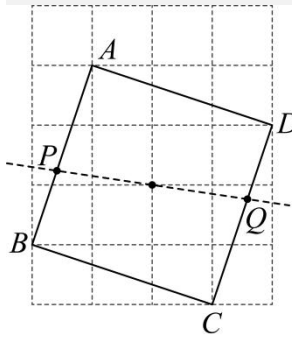
(2) 根据正方形和矩形的中心对称性即可作图;

(3) 根据菱形的判定和勾股定理, 三角形中位线定理、矩形的判定等知识作图和解答即可.

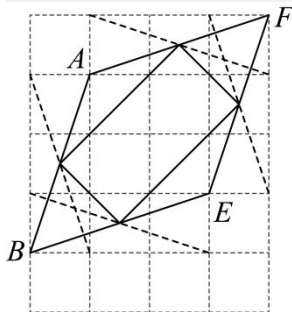
【详解】 (1) 解: 如图正方形 $ABCD$ 即为所求;



(2) 解：如图



(3) 解：如图，



连结此菱形各边中点所形成的四边形为矩形，

故答案为：矩形

25. 在数学实验课上，老师让学生以“折叠筝形”为主题开展数学实践探究活动. 定义：两组邻边分别相等的四边形叫做“筝形”.

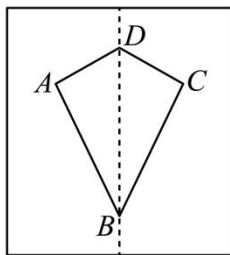


图1

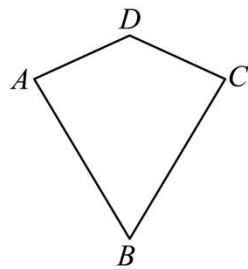


图2

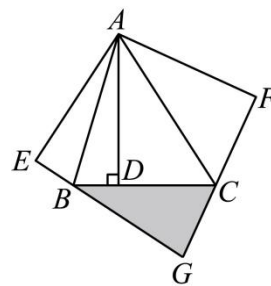


图3

(1)概念理解: 如图 1, 将一张纸对折压平, 以折痕为边折出一个三角形, 然后把纸展平, 折痕为四边形 $ABCD$. 判断四边形 $ABCD$ 的形状: _____ 筝形 (填“是”或“不是”);

(2)性质探究: 如图 2, 已知四边形 $ABCD$ 纸片是筝形, 请用测量、折叠等方法猜想筝形的角、对角线有什么几何特征, 然后写出一条性质并进行证明;

(3)拓展应用: 如图 3, AD 是锐角 $\triangle ABC$ 的高, 将 $\triangle ABD$ 沿边 AB 翻折后得到 $\triangle ABE$, 将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折后得到 $\triangle ACF$, 延长 EB , FC 交于点 G . 若 $\angle BAC = 45^\circ$, $BD = 2$, $AD = 5$, 求 CD 的长

【答案】(1)是

(2)若四边形 $ABCD$ 纸片是筝形, $AD = AC$, $BA = BC$, 则①对角线 BD 平分 $\angle ADC$ 、 $\angle ABC$; ② BD 垂直平分 AC , ③ $\angle A = \angle C$.

(3) $CD = \frac{15}{7}$

【分析】本题考查了轴对称的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理, 正方形的判定和性质, 证明四边形 $ADCF$ 是正方形是解题的关键.

(1) 根据轴对称的性质, 即可判断答案;

(2) 连接 BD , AC , 证明 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$, 即可得出结论;

(3) 根据翻折和已知证明四边形 $ADCF$ 是正方形, 可得 $EG = FG = AE = 5$, 再在 $\text{Rt}\triangle BGC$ 中, 利用 $BG^2 + GC^2 = BC^2$ 列方程求解即可.

【详解】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为对折后折出的三角形展开形成的四边形,

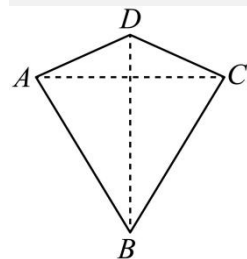
$$\therefore AD = CD, AB = CB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是筝形;

故答案为: 是.

(2) 解: 若四边形 $ABCD$ 纸片是筝形, $AD = DC$, $BA = BC$, 则①对角线 BD 平分 $\angle ADC$ 、 $\angle ABC$; ② BD 垂直平分 AC , ③ $\angle BAD = \angle BCD$,

证明: 如图所示, 连接 BD , AC ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是筝形,

$$\therefore AD = CD, AB = CB,$$

$\therefore BD$ 垂直平分 AC ,

又 $\because BD = BD$,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS) ,

$\therefore \angle ADB = \angle CDB$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle BAD = \angle BCD$,

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$;

(3) 解: 由翻折可知: $\angle E = \angle F = \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle FAC$, $\angle ACD = \angle ACF$,

$\therefore \angle EAF = 2(\angle BAD + \angle DAC) = 2\angle BAC = 90^\circ$

$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是矩形,

又 $\because$ 由翻折可知: $AE = AD = AF = 5$,

$\therefore$ 矩形 $AEFG$ 是正方形,

$\therefore EG = FG = AE = 5$, $\angle G = 90^\circ$,

设 $CD = x$, 则 $BC = 2 + x$,

由翻折可知: $BE = BD = 2$, $CD = CF = x$,

$\therefore BG = EG - EB = 5 - 2 = 3$, $GC = GF - FC = 5 - x$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BGC$ 中, $BG^2 + GC^2 = BC^2$,

$\therefore 3^2 + (5 - x)^2 = (2 + x)^2$,

解得: $x = \frac{15}{7}$.

即 $CD = \frac{15}{7}$.