

## 2025 学年第二学期八年级阶段练习卷

时间：100 分钟，满分：150 分

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

1. 对任意实数  $x$ ，点  $P(x, x^2 - 2x)$  一定不在( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【详解】根据点在平面直角坐标系中各个象限坐标的符号特点解答即可，注意分情况讨论.

解：(1) 当  $0 < x < 2$  时， $x > 0$ ， $x^2 - 2x = x(x - 2) < 0$ ，故点  $P$  在第四象限；

(2) 当  $x > 2$  时， $x > 0$ ， $x^2 - 2x = x(x - 2) > 0$ ，故点  $P$  在第一象限；

(3) 当  $x < 0$  时， $x^2 - 2x > 0$ ，点  $P$  在第二象限.

故对任意实数  $x$ ，点  $P$  可能在第一、二、四象限，一定不在第三象限，

故选 C.

2. 在平面中，下列命题为真命题的是

- A. 四个角相等的四边形是矩形                      B. 对角线垂直的四边形是菱形  
C. 对角线相等的四边形是矩形                      D. 四边相等的四边形是正方形

【答案】A

【解析】

【分析】真命题就是正确的命题，即如果命题的题设成立，那么结论一定成立. 因此，分别根据矩形、菱形、正方形的判定作出判断得即可

【详解】解：A、根据四边形的内角和得出，四个角相等的四边形即四个内角是直角，故此四边形是矩形，故此命题是真命题；

B、只有对角线互相平分且垂直的四边形是菱形，故此命题不是真命题；

C、对角线互相平分且相等的四边形是矩形，故此命题不是真命题；

D、四边相等的四边形是菱形，故此命题不是真命题.

故选 A.

【点睛】题目主要考查命题真假的判断及矩形、菱形、正方形的判定定理，熟练掌握相关定理是解题关键.

3. 在  $\square ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ，下列判断中错误的是 ( )

- A. 若  $OA = OB$ ，则  $\square ABCD$  为矩形  
B. 若  $AC$  平分  $\angle BAD$ ，则  $\square ABCD$  为菱形

C. 若  $AB = AC$ ，则  $\square ABCD$  为菱形

D. 若  $\angle BAC = \angle ABD = 45^\circ$ ，则  $\square ABCD$  为正方形

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质、矩形的判定、正方形的判定、菱形的判定等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

根据平行四边形的性质、矩形的判定、正方形的判定、菱形的判定方法即可判断.

【详解】解：  $\because \square ABCD$ ，

$\therefore AO = CO, DO = BO, AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle BCA$ ，

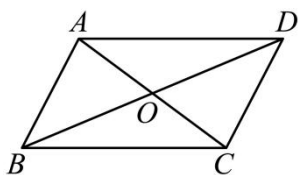
A、 $OA = OB$  时， $AC = BD$ ，则平行四边形  $ABCD$  为矩形，故本选项不符合题意；

B、 $AC$  平分  $\angle BAD$  时， $\angle DAC = \angle BCA = \angle BAC$ ， $\therefore AB = BC$ ，所以平行四边形  $ABCD$  为菱形，故本选项不符合题意；

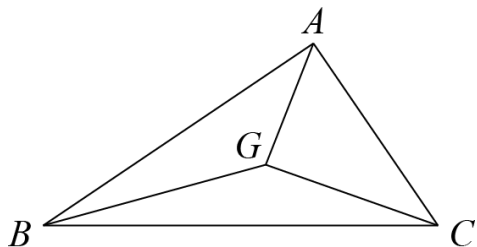
C、选项中  $AB = AC$ ，不能得出  $\square ABCD$  为菱形，故本选项符合题意；

D、 $\angle BAC = \angle ABD = 45^\circ$  时， $\angle AOB = 90^\circ, OA = OB$ ， $\therefore AC \perp BD$  且  $AC = BD$ ，所以平行四边形  $ABCD$  为正方形，故本选项不符合题意；

故选：C.



4. 如图， $\triangle ABC$  中， $G$  是三角形的重心， $AG \perp GC$ ， $AG = 3$ ， $GC = 4$ ，则  $BG$  的长是 ( )



A.  $\frac{9}{2}$

B. 5

C.  $\frac{11}{2}$

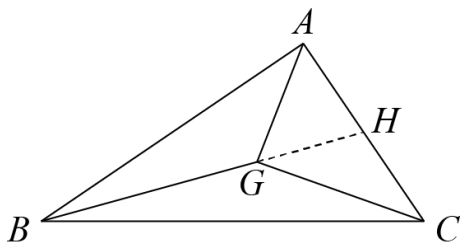
D. 7

【答案】B

【解析】

【分析】延长  $BG$  交  $AC$  于点  $H$ ，先由重心的性质得到  $BG = 2GH$ ，再由勾股定理求出  $AC$  即可解决问题.

【详解】解：如图，延长  $BG$  交  $AC$  于点  $H$ ，



$\because$  点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，

$\therefore AH = CH, BG = 2GH,$

$\because AG \perp GC,$

$\therefore AC = 2GH,$

$\therefore BG = AC,$

由勾股定理得：

$$AC^2 = AG^2 + GC^2,$$

$\because AG = 3, GC = 4,$

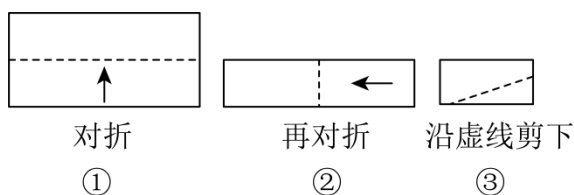
$\therefore AC = 5,$

$\therefore BG = 5.$

故选：B.

【点睛】本题考查了三角形重心的性质及其应用问题和勾股定理，解题的关键是作辅助线，灵活运用有关定理来分析、判断、推理或解答.

5. 小明和小颖同学交流学习心得，小明发现将一张长方形的纸对折、再对折，然后沿着图③中的虚线剪下，就能得到一个特殊的图形. 这个特殊的图形是 ( )



A. 矩形

B. 三角形

C. 菱形

D. 正方形

【答案】C

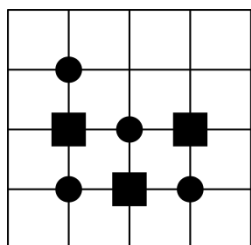
【解析】

【分析】本题考查了菱形的判定、剪纸问题；由菱形的判定即可得出结论.

【详解】解：据折叠方法可知：所得到图形的 4 条边都是所剪直角三角形的斜边，并且相等，根据四条边相等的四边形是菱形可得这个图形是菱形.

故选：C.

6. 嘉嘉和淇淇下棋，嘉嘉执圆形棋子，淇淇执方形棋子，如图，棋盘中心的圆形棋子的位置用 $(-1,1)$ 表示，右下角的圆形棋子用 $(0,0)$ 表示，淇淇将第4枚方形棋子放入棋盘后，所有棋子构成的图形是轴对称图形. 则淇淇放的方形棋子的位置可能是 ( )



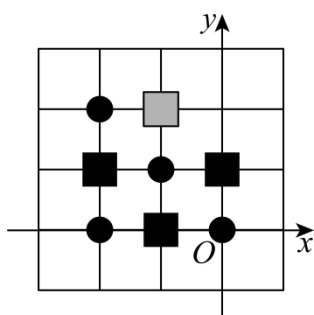
- A.  $(-1,2)$       B.  $(-1,-1)$       C.  $(0,2)$       D.  $(1,3)$

【答案】A

【解析】

【分析】首先确定平面直角坐标系，再根据轴对称图形的定义画出淇淇放的方形棋子的位置，即可解决问题.

【详解】解：建立平面直角坐标系如图所示，淇淇放的方形棋子的位置如图，坐标为 $(-1,2)$ .



二、填空题：本题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分.

7. 已知点  $P(a+1, 2a-3)$  关于  $x$  轴的对称点在第一象限, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_.

【答案】 $-1 < a < \frac{3}{2}$

【解析】

【分析】点  $P(a+1, a-3)$  关于  $x$  轴的对称点在第一象限，则点  $P(a+1, a-3)$  在第四象限，符号为  $(+, -)$ .

【详解】依题意得  $P$  点在第四象限， $\therefore \begin{cases} a+1 > 0 \\ 2a-3 < 0 \end{cases}$ ，解得： $-1 < a < \frac{3}{2}$ .

故答案为  $-1 < a < \frac{3}{2}$ .

【点睛】 本题考查了第一象限的点关于  $x$  轴对称的点在第四象限，要学会发散性思考，可以由此题联想到更多的点关于某一坐标轴对称的性质.

8. 如果点  $A(0,1)$ ,  $B(3,1)$ , 点  $C$  在  $y$  轴上, 且  $ABC$  的面积是 5, 则  $C$  点坐标\_\_\_\_\_.

【答案】  $\left(0, \frac{13}{3}\right)$  或  $\left(0, -\frac{7}{3}\right)$

【解析】

【分析】 设点  $C$  的坐标为  $(0, y)$ , 求出  $AB$  的长, 再根据三角形的面积公式列式计算即可.

【详解】 解: 设点  $C$  的坐标为  $(0, y)$ ,

$\because A(0,1), B(3,1)$ ,

$\therefore AB=3$ ,

由题意得:  $\frac{1}{2} \times 3 \times |y-1| = 5$ , 解得:  $y = \frac{13}{3}$  或  $y = -\frac{7}{3}$ ,

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $\left(0, \frac{13}{3}\right)$  或  $\left(0, -\frac{7}{3}\right)$ .

故答案为:  $\left(0, \frac{13}{3}\right)$  或  $\left(0, -\frac{7}{3}\right)$ .

【点睛】 本题主要考查的是三角形的面积、坐标与图形性质等知识点, 正确表示出  $AB$  的长、灵活运用三角形的面积公式是解题的关键.

9. 已知点  $A(x, 4)$  到原点的距离为 5, 则点  $A$  的坐标为\_\_\_\_\_.

【答案】  $(3, 4)$  或  $(-3, 4)$

【解析】

【分析】 根据两点间的距离公式便可直接解答.

【详解】 解:  $\because$  点  $A(x, 4)$  到原点的距离是 5, 点到  $x$  轴的距离是 4,

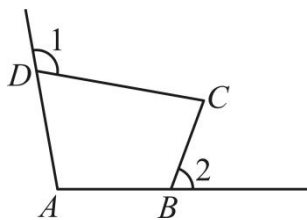
$\therefore 5 = \sqrt{x^2 + 4^2}$ , 解得  $x=3$  或  $x=-3$ .

$A$  的坐标为  $(3, 4)$  或  $(-3, 4)$ .

故答案填:  $(3, 4)$  或  $(-3, 4)$ .

【点睛】 本题考查了勾股定理以及点的坐标的几何意义, 解题的关键是明确横坐标的绝对值就是点到  $y$  轴的距离, 纵坐标的绝对值就是到  $x$  轴的距离.

10. 如图,  $\angle 1$ ,  $\angle 2$  是四边形  $ABCD$  的外角, 若  $\angle A = 100^\circ$ ,  $\angle C = 80^\circ$ , 则  $\angle 1 + \angle 2$  的度数为\_\_\_\_\_.



【答案】  $180^\circ$  ##180 度

【解析】

【分析】 根据多边形内角和得到  $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ , 根据  $\angle 2 + \angle ABC = 180^\circ$ ,  $\angle 1 + \angle ADC = 180^\circ$  可知  $\angle 1 + \angle 2$  的度数.

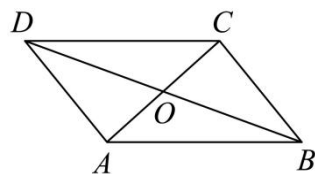
【详解】 解:  $\because \angle A = 100^\circ$ ,  $\angle C = 80^\circ$ ,

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ,$$

$$\because \angle 2 + \angle ABC = 180^\circ, \angle 1 + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - (\angle ABC + \angle ADC) = 180^\circ.$$

11. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ,  $AO = CO$ , 若再添加一个条件, 可判定四边形  $ABCD$  为平行四边形. 请从①  $AD = CB$ ; ②  $AB = CD$ ; ③  $BO = DO$  这三个条件中选取一个作为添加条件. 你选择的条件是\_\_\_\_\_. (填序号)



【答案】 ③

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的判定, 熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键. 由平行四边形的判定方法即可得出结论.

【详解】 解: 选择③  $BO = DO$ ,

$$\because AO = CO, BO = DO,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为平行四边形;

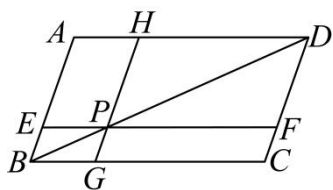
而选择①或②都只有一组对边相等, 也无法证明三角形全等得其他边、角的关系,

故选择③能判定四边形  $ABCD$  为平行四边形.

故答案为: ③.

12. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 过对角线  $BD$  上一点  $P$  作  $EF \parallel BC$ ,  $GH \parallel AB$ , 且  $CG = 3BG$ ,

$S_{\square BEPG} = 1.5$ ，则  $S_{\square AEPH} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



【答案】 4.5

【解析】

【分析】由条件可证明四边形  $HPFD$ 、 $BEPG$  为平行四边形，可证明  $S_{\text{四边形}AEPH} = S_{\text{四边形}PFCG}$ ，再利用面积的和差可得出四边形  $AEPH$  和四边形  $PFCG$  的面积相等，由已知条件即可得出答案。

【详解】解：  $\because EF \parallel BC$ ， $GH \parallel AB$ ，

$\therefore$  四边形  $HPFD$ 、 $BEPG$ 、 $AEPH$ 、 $CFCG$  为平行四边形，

$$\therefore S_{\triangle PEB} = S_{\triangle BGP} ,$$

同理可得  $S_{\triangle PHD} = S_{\triangle DFP}$ ， $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CDB}$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABD} - S_{\triangle PEB} - S_{\triangle PHD} = S_{\triangle CDB} - S_{\triangle BGP} - S_{\triangle DFP} ,$$

$$\text{即 } S_{\text{四边形}AEPH} = S_{\text{四边形}PFCG} .$$

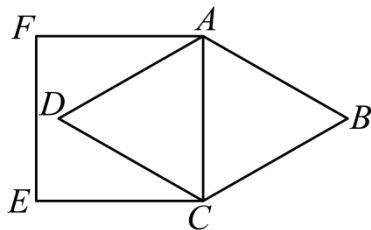
$$\because CG = 3BG , \quad S_{\square BEPG} = 1.5 ,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AEPH} = S_{\text{四边形}PFCG} = 3 \times 1.5 = 4.5 ;$$

故答案为： 4.5 .

【点睛】本题主要考查平行四边形的判定和性质，掌握平行四边形的判定和性质是解题的关键，即①两组对边分别平行  $\Leftrightarrow$  四边形为平行四边形，②两组对边分别相等  $\Leftrightarrow$  四边形为平行四边形，③一组对边平行且相等  $\Leftrightarrow$  四边形为平行四边形，④两组对角分别相等  $\Leftrightarrow$  四边形为平行四边形，⑤对角线互相平分  $\Leftrightarrow$  四边形为平行四边形。

13. 已知：如图，菱形  $ABCD$  中， $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ，则以  $AC$  为边长的正方形  $ACEF$  的周长为\_\_\_\_\_。



【答案】 16

**【解析】**

**【分析】** 根据已知可求得 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 从而得到 $AC=AB$ , 再根据正方形的周长公式计算即可.

**【详解】** 解:  $\because B=60^\circ$ ,  $AB=BC$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形

$\therefore AC=AB=4$

$\therefore$  正方形 $ACEF$ 的周长 $=4 \times 4=16$ .

故答案为 16.

**【点睛】** 题考查菱形与正方形的性, 熟练掌握性质定理是解题的关键.

14. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 对于平面内任意一点 $(x, y)$ , 规定以下两种变化:

①  $f(x, y) = (-x, y)$ . 如  $f(1, 2) = (-1, 2)$ ; ②  $g(x, y) = (x, 2-y)$ .

根据以上规定:  $f(g(2, -1)) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**【答案】**  $(-2, 3)$

**【解析】**

**【分析】** 根据所给规定进行计算即可.

**【详解】** 解:  $\because g(x, y) = (x, 2-y)$

$\therefore g(2, -1) = (2, 3)$ ,

$\because f(x, y) = (-x, y)$ ,

$\therefore f(g(2, -1)) = f(2, 3) = (-2, 3)$ .

15. 有下列说法: ①有序数对 $(m^2+1, |m|)$ 对应的点一定在第一象限; ②若 $x$ 表示有理数, 则点

$P(-x^2, -x-4)$ 一定在第三象限; ③若 $ab > 0$ , 则点 $P(a, b)$ 一定在第一象限或第三象限; ④若 $ab = 0$ , 则

点 $P(a, b)$ 表示原点. 其中, 正确的是          (填序号).

**【答案】** ③

**【解析】**

**【分析】** 根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标特征, 以及坐标轴上点的坐标特征, 逐一判断每个说法的正确性即可.

**【详解】** 解: ① 由平方的非负性可知,  $m^2 \geq 0$ , 则  $m^2+1 > 0$ ; 由绝对值的非负性可知,  $|m| \geq 0$ ,

∴当 $|m|>0$ 时,  $(m^2+1, |m|)$ 在第一象限, 当 $|m|=0$ 时,  $(m^2+1, |m|)$ 在 $x$ 轴上, 不符合题意;

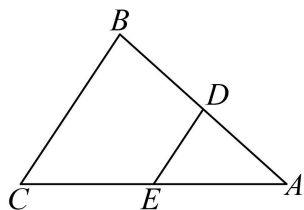
② 由平方的非负性可知,  $x^2 \geq 0$ , 则 $-x^2 \leq 0$ ,  $-x-4$ 无法判定正负,

∴点 $P(-x^2, -x-4)$ 所在位置无法判断, 不符合题意;

③  $ab>0$ , 则 $a>0, b>0$ , 此时点 $P(a, b)$ 在第一象限, 或 $a<0, b<0$ , 此时点 $P(a, b)$ 在第三象限, 符合题意;

④  $ab=0$ , 则 $a \neq 0, b=0$ , 点 $P(a, b)$ 在 $x$ 轴上, 或 $a=0, b \neq 0$ , 点 $P(a, b)$ 在 $y$ 轴上, 或 $a=0, b=0$ , 点 $P(a, b)$ 表示原点, 不符合题意.

16. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $DE$  是三角形的中位线. 若  $\triangle ADE$  的周长为18, 则  $\triangle ABC$  的周长为\_\_\_\_\_.



【答案】 36

【解析】

【分析】 根据三角形的中位线定理得到  $DE = \frac{1}{2}BC$ ,  $AD = \frac{1}{2}AB$ ,  $AE = \frac{1}{2}AC$ , 进而可知  $\triangle ABC$  的周长.

【详解】 解:  $\because DE$  是三角形的中位线,

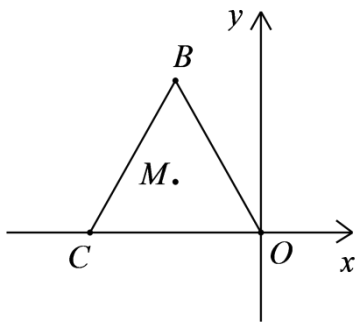
$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, D \text{ 为 } AB \text{ 中点, } E \text{ 为 } AC \text{ 中点,}$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB, AE = \frac{1}{2}AC$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长} = DE + AD + AE = \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \triangle ABC \text{ 的周长,}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长 } 2 \times 18 = 36.$$

17. 如图, 在直角坐标系中, 点  $B(-2, 3)$ , 点  $C$  在  $x$  轴负半轴,  $OB=BC$ , 点  $M$  为  $\triangle OBC$  的重心, 若将  $\triangle OBC$  绕点  $O$  旋转  $90^\circ$ , 则旋转后三角形的重心的坐标为\_\_\_\_\_



【答案】(1, 2) 或 (-1, -2) 或 (-1, -2) 或 (1, 2)

【解析】

【分析】先根据重心的性质求得重心  $M$  的坐标，再分  $\triangle OBC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  时和  $\triangle OBC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  时，利用全等三角形的判定和性质求解即可．

【详解】解：  $\because OB=BC$ ，点  $M$  为  $\triangle OBC$  的重心，

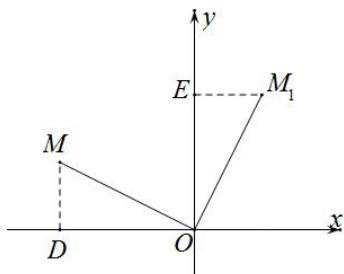
$\therefore BM \perp x$  轴，

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(-2, 3)$ ，

$\therefore$  点  $M$  的坐标为  $(-2, 1)$ ，

①当  $\triangle OBC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  时，

过点  $M$  作  $MD \perp x$  轴于点  $D$ ，过点  $M_1$  作  $M_1E \perp y$  轴于点  $E$ ，



$$\angle MOE + \angle M_1OE = 90^\circ, \quad \angle MOD + \angle MOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MOD = \angle M_1OE,$$

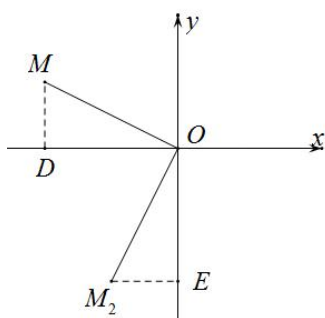
$$\text{又} \because MO = M_1O,$$

$$\therefore Rt\triangle MOD \cong Rt\triangle M_1OE,$$

$$\therefore OD = OE = 2, \quad MD = M_1E = 1,$$

$\therefore$  点  $M_1$  的坐标为  $(1, 2)$ ；

②当  $\triangle OBC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  时，

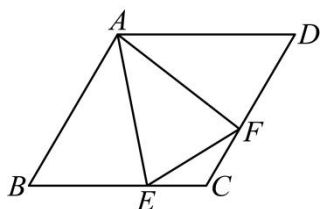


同理可得点  $M_2$  的坐标为  $(-1, -2)$ ;

故答案为:  $(1, 2)$  或  $(-1, -2)$ .

【点睛】 本题考查了重心的性质，旋转的性质，全等三角形的判定和性质，数形结合是解题的关键.

18. 在菱形  $ABCD$  中,  $E$ 、 $F$  分别是  $BC$ 、 $CD$  边上的两点, 连接  $AE$ 、 $EF$ 、 $AF$ ,  $EA$  平分  $\angle BEF$ . 若  $\angle BAD = 120^\circ$ ,  $AE = 5\sqrt{7}$ ,  $\triangle ECF$  的周长为 15, 线段  $CE$  的长为 \_\_\_\_\_.

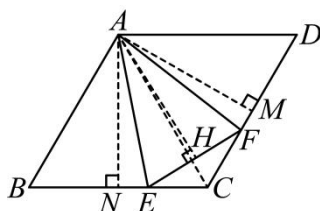


【答案】 5

【解析】

【分析】 连接  $AC$ , 过  $A$  作  $AM \perp CD$  于  $M$ ,  $AN \perp BC$  于  $N$ ,  $AH \perp EF$  于  $H$ , 由角平分线的性质推出  $AN = AH$ , 判定  $\text{Rt}\triangle AEN \cong \text{Rt}\triangle AEH$  (HL), 推出  $NE = HE$ , 由菱形的性质推出  $AB = BC = CD = DA$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ , 由菱形的面积公式得到  $AN = AM$ , 因此  $AM = AH$ , 判定  $\text{Rt}\triangle AMF \cong \text{Rt}\triangle AHF$  (HL), 推出  $FM = FH$ , 得到  $\triangle ECF$  的周长  $= CN + CM = 15$ , 判定  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  是等边三角形, 得到  $CN = CM = \frac{15}{2}$ , 得到  $BC = 15$ , 由勾股定理求出  $AN$ 、 $NE$ , 即可得到  $CE$  的长.

【详解】 解: 连接  $AC$ , 过  $A$  作  $AM \perp CD$  于  $M$ ,  $AN \perp BC$  于  $N$ ,  $AH \perp EF$  于  $H$ , 如图所示:



$\therefore EA$  平分  $\angle BEF$ ,

$\therefore AN = AH$ ,

$\therefore AE = AE$ ,

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEN \cong \text{Rt}\triangle AEH \text{ (HL)},$$

$$\therefore NE = HE,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,

$$\therefore AB = BC = CD = DA, \quad AC \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\because \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = BC \cdot AN = CD \cdot AM,$$

$$\therefore AN = AM,$$

$$\therefore AM = AH,$$

$$\because AF = AF,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AMF \cong \text{Rt}\triangle AHF \text{ (HL)},$$

$$\therefore FM = FH,$$

$$\therefore NE + FM = EH + EF = EF,$$

$$\therefore \triangle ECF \text{ 的周长} = EF + EC + CF = NE + FM + CE + CF = CN + CM = 15,$$

$$\because \angle BAC = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  是等边三角形,

$$\because AM \perp CD, \quad AN \perp BC,$$

$$\therefore CN = \frac{1}{2} BC, \quad CM = \frac{1}{2} CD,$$

$$\therefore CN = CM,$$

$$\therefore CN = \frac{15}{2},$$

$$\therefore BC = 15,$$

$\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$$\therefore AB = BC = AC = 15,$$

$$\therefore AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = \frac{15\sqrt{3}}{2},$$

$$\because AE = 5\sqrt{7},$$

$$\therefore NE = \sqrt{AE^2 - AN^2} = \frac{5}{2},$$

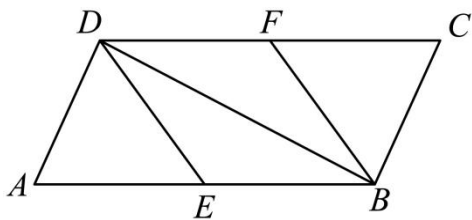
$$\therefore CE = CN - NE = 5.$$

**三、计算题：本大题共 8 小题，共 78 分.**

19. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别为边  $AB$ 、 $CD$  的中点， $BD$  是对角线.

(1) 求证:  $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ;

(2) 若  $\angle ADB$  是直角, 则四边形  $BEDF$  是什么四边形? 证明你的结论.



**【答案】** (1) 证明见解析; (2) 若  $\angle ADB$  是直角, 则四边形  $BEDF$  是菱形, 理由见解析.

**【解析】**

**【分析】** (1) 由四边形  $ABCD$  是平行四边形, 即可得  $AD=BC$ ,  $AB=CD$ ,  $\angle A=\angle C$ , 又由  $E$ 、 $F$  分别为边  $AB$ 、 $CD$  的中点, 可证得  $AE=CF$ , 然后由 SAS, 即可判定  $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ;

(2) 先证明  $BE$  与  $DF$  平行且相等, 然后根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明四边形  $BEDF$  是平行四边形, 再连接  $EF$ , 可以证明四边形  $Aefd$  是平行四边形, 所以  $AD \parallel EF$ , 又  $AD \perp BD$ , 所以  $BD \perp EF$ , 根据菱形的判定可以得到四边形是菱形.

**【详解】** (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AD=BC, AB=CD, \angle A=\angle C,$$

$\because E$ 、 $F$  分别为边  $AB$ 、 $CD$  的中点,

$$\therefore AE=\frac{1}{2}AB, CF=\frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore AE=CF,$$

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CBF$  中,

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle A=\angle C, \\ AE=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF;$$

(2) 若  $\angle ADB$  是直角, 则四边形  $BEDF$  是菱形,

理由如下:

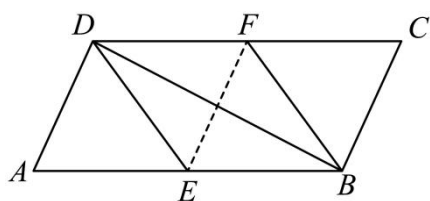
由 (1) 可得  $BE=DF$ ,

又  $\because AB \parallel CD$ ,

$$\therefore BE \parallel DF, BE=DF,$$

$\therefore$  四边形  $BEDF$  是平行四边形,

连接  $EF$ ,



在 $\square ABCD$ 中,  $E$ 、 $F$ 分别为边 $AB$ 、 $CD$ 的中点,

$$\therefore DF \parallel AE, DF = AE,$$

$\therefore$  四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$$\therefore EF \parallel AD,$$

$\because \angle ADB$ 是直角,

$$\therefore AD \perp BD,$$

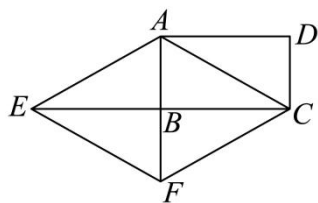
$$\therefore EF \perp BD,$$

又 $\because$  四边形 $BFDE$ 是平行四边形,

$\therefore$  四边形 $BFDE$ 是菱形.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质, 全等三角形的判定与性质, 菱形的判定等知识, 灵活运用以上知识是解题的关键.

20. 如图, 已知矩形 $ABCD$ , 点 $B$ 是 $CE$ 的中点,  $EF \parallel AC$ . 求证: 四边形 $ACFE$ 是菱形.



【答案】 见详解

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的判定与性质, 菱形的判定, 矩形的性质, 全等三角形的判定与性质, 正确掌握相关性质内容是解题的关键. 先由平行线的性质得 $\angle ACE = \angle FEC$ ,  $\angle CAF = \angle EFA$ , 再证明 $\triangle ACB \cong \triangle FEB$ , 结合对角线互相平分的四边形是平行四边形, 结合对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 即可作答.

【详解】 解:  $\because EF \parallel AC$ ,

$$\therefore \angle ACE = \angle FEC, \angle CAF = \angle EFA,$$

$\because$  点 $B$ 是 $CE$ 的中点,

$$\therefore CB = EB,$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle FEB,$$

$$\therefore AB = FB,$$

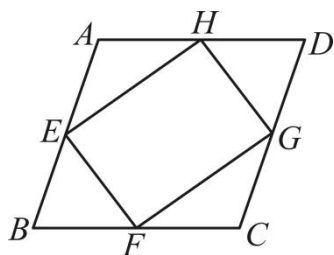
$\therefore$  四边形  $ACFE$  是平行四边形,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $ACFE$  是菱形.

21. 如图, 在四边形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别是各边的中点, 且  $AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ , 四边形  $EFGH$  是矩形.



(1) 求证: 四边形  $ABCD$  是菱形;

(2) 若矩形  $EFGH$  的周长为 22, 四边形  $ABCD$  的面积为 10, 求  $AB$  的长.

【答案】(1) 见解析 (2)  $\sqrt{11}$

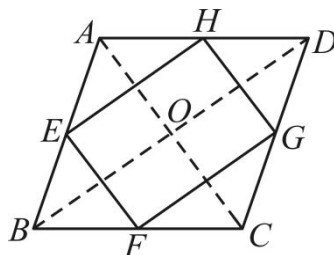
【解析】

【分析】(1) 连接  $BD$ ,  $AC$ , 证明四边形  $ABCD$  是平行四边形, 再利用三角形中位线定理得到  $GF \parallel BD$ ,  $HG \parallel AC$ , 利用矩形的性质得到  $BD \perp AC$ , 即可证明四边形  $ABCD$  是菱形;

(2) 利用三角形中位线定理和菱形性质得到  $\frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}AC = OA + OB = 11$ , 利用  $1x$  面积公式得到  $2OA \cdot OB = 10$ , 再利用完全平方公式结合勾股定理进行变形求解即可得到  $AB$ .

【小问 1 详解】

解: 连接  $BD$ ,  $AC$ ,



$\because AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\because$  四边形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别是各边的中点,

$\therefore GF \parallel BD$ ,  $HG \parallel AC$ ,

$\because$  四边形  $EFGH$  是矩形,

$\therefore HG \perp GF$ ,

$$\therefore BD \perp AC,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形;

【小问 2 详解】

解:  $\because$  四边形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别是各边的中点,

$$\therefore GF = EH = \frac{1}{2}BD, \quad HG = EF = \frac{1}{2}AC,$$

$\because$  矩形  $EFGH$  的周长为 22,

$$\therefore BD + AC = 22,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,

$$\text{即 } \frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}AC = OA + OB = 11,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  的面积为 10,

$$\therefore \frac{1}{2}BD \cdot AC = 10, \quad \text{即 } 2OA \cdot OB = 10,$$

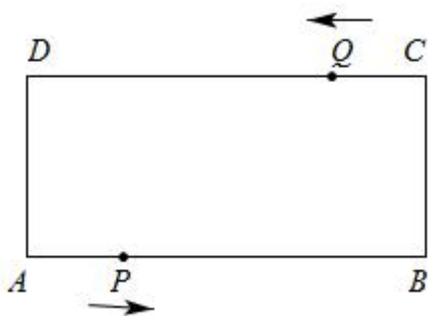
$$\therefore (OA + OB)^2 = OA^2 + 2OA \cdot OB + OB^2 = 121,$$

$$\therefore OA^2 + OB^2 = 121 - 10 = 111,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{111}.$$

【点睛】本题考查了平行四边形性质和判定, 矩形的性质和判定, 三角形中位线定理, 菱形的性质和判定, 菱形面积公式, 勾股定理, 完全平方公式, 熟练掌握相关性质是解题的关键.

22. 如图所示, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 24 \text{ cm}$ ,  $BC = 10 \text{ cm}$ , 点  $P$  从  $A$  开始沿  $AB$  边以  $4 \text{ m/s}$  的速度运动, 点  $Q$  从  $C$  开始沿  $CD$  边以  $2 \text{ m/s}$  的速度运动, 如果点  $P$ ,  $Q$  分别从  $A$ ,  $C$  同时出发, 当其中一点到达终点时, 另一点也随之停止运动, 设运动时间为  $t \text{ s}$ .



(1) 当  $t = 2$  时, 求  $P$ ,  $Q$  两点之间的距离.

(2) 当  $t$  为何值时, 线段  $AQ$  与  $DP$  互相平分?

(3) 当  $t$  为何值时, 四边形  $APQD$  的面积为矩形  $ABCD$  面积的  $\frac{5}{8}$ .

【答案】(1)  $2\sqrt{61}$  cm

(2) 4s (3) 3s

【解析】

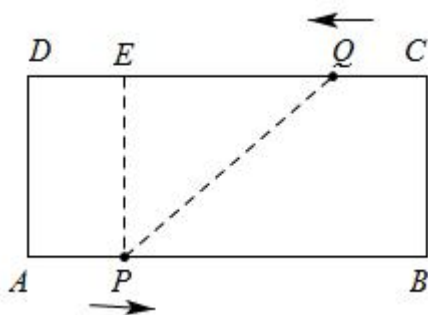
【分析】(1) 当  $t=2$  秒时, 表示出  $QC$ ,  $AP$  的长, 利用勾股定理求出  $PQ$  的长即可.

(2) 根据线段  $AQ$  与  $DP$  互相平分, 则四边形  $APQDA$  为矩形, 也就是  $AP=DQ$ , 分别用含  $t$  的代数式表示, 解出即可.

(3) 用  $t$  表示出四边形  $APQD$  的面积, 再求出矩形面积的  $\frac{5}{8}$  进而得出即可.

【小问 1 详解】

解: 连接  $PQ$ , 过  $D$  点  $P$  作  $PE \perp DQ$  于点  $E$ , 如图所示:



$\because AB=24\text{cm}$ ,  $BC=10\text{cm}$ , 点  $P$  从  $A$  开始沿  $AB$  边以  $4\text{cm/s}$  的速度运动, 点  $Q$  从  $C$  开始沿  $CD$  边  $2\text{cm/s}$  的速度移动,

$\therefore$  当  $t=2$  秒时,  $QC=4\text{cm}$ ,  $AP=8\text{cm}$ ,

$\therefore DQ=24-QC=20\text{cm}$ , 则  $EQ=12\text{cm}$ ,

$\therefore PQ = \sqrt{QE^2 + PE^2} = \sqrt{10^2 + 12^2} = 2\sqrt{61} (\text{cm})$ ,

$\therefore P, Q$  两点之间的距离  $2\sqrt{61}$  cm.

【小问 2 详解】

$\because AP=4t$ ,  $DQ=24-2t$ ,

当线段  $AQ$  与  $DP$  互相平分, 则四边形  $APQD$  为矩形时,

则  $AP=DQ$ , 即  $4t=24-2t$ ,

解得:  $t=4$ ,

故  $t$  为  $4\text{s}$  时, 线段  $AQ$  与  $DP$  互相平分.

【小问 3 详解】

$\because P$  在  $AB$  上,

$$\therefore S = \frac{1}{2}(DQ + AP) \cdot AD$$

$$= \frac{1}{2}(4t + 24 - 2t) \times 10$$

$$= 10t + 120 (0 < t \leq 6),$$

$$S_{\text{矩形}ABCD} = 10 \times 24 = 240,$$

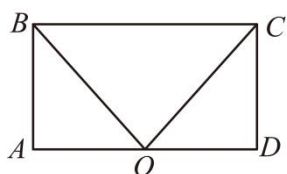
$$\therefore 10t + 120 = \frac{5}{8} \times 240,$$

解得:  $t = 3$ ,

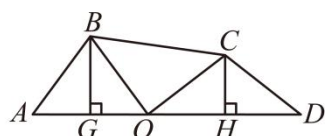
$\therefore t$  为 3 秒时, 四边形  $APQD$  的面积为矩形面积的  $\frac{5}{8}$ .

【点睛】 本题考查了矩形的性质及勾股定理的应用, 根据运动速度得出  $QC$  以及  $AP$  的长是解题关键.

23. 学习了矩形和正方形的知识后, 同学们对于特殊平行四边形的性质有了一定程度的了解, 某班数学兴趣小组做了进一步的探究. 对于平面内的一个四边形  $ABCD$ ,  $AD$  上若存在一点  $O$ , 使得  $OB = OC$  且  $OB \perp OC$ , 则称这样的四边形是“可等垂四边形”, 点  $O$  为四边形  $ABCD$  的“等垂点”.



图(1)



图(2)

#### (1) 【初步探索】

如图 (1), 矩形  $ABCD$  是“可等垂四边形”,  $O$  是它的“等垂点”, 则  $AB$  和  $AD$  的数量关系是\_\_\_\_\_.

#### (2) 【类比探究】

如图 (2), 四边形  $ABCD$  是“可等垂四边形”,  $O$  是它的“等垂点”, 分别过点  $B$ 、 $C$  作  $AD$  的垂线, 垂足分别为  $G$ 、 $H$ .

① 请写出  $BG$ ,  $CH$ ,  $GH$  之间的数量关系, 并证明;

② 若  $AB = OB = CD = 2\sqrt{5}$ ,  $AO = 4$ , 求  $OD$  的长.

【答案】 (1)  $AD = 2AB$

(2) ①  $GH = BG + CH$ , 证明见解析; ② 8

#### 【解析】

【分析】 (1) 根据“可等垂四边形”的定义得到  $\triangle BOC$  是等腰直角三角形, 再利用等腰直角三角形和矩形的性质, 推导线段  $AB$  和  $AD$  的数量关系;

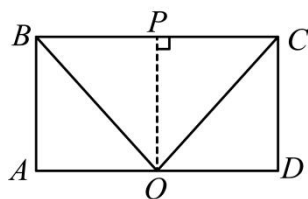
(2) ① 利用“一线三垂直”模型证明  $\triangle GBO \cong \triangle HOC$ ，根据全等三角形的性质从而得到线段间的和差关系；

② 结合等腰三角形“三线合一”的性质和勾股定理先求出  $OH$  的长度，再利用等腰三角形的性质求出  $OD$ 。

【小问 1 详解】

解：  $AD = 2AB$

证明：如图 (1)，过点  $O$  作  $OP \perp BC$  于点  $P$ ，则  $AB = OP$ ，



图(1)

$\because$  矩形  $ABCD$  是“可等垂四边形”， $O$  是它的“等垂点”，

$\therefore OB = OC$ ， $OB \perp OC$ ，

$\therefore \triangle BOC$  是等腰直角三角形，

$\therefore BP = OP = CP$ ，

$\therefore AB = BP = CP$ ，

$\therefore BC = 2AB$ ，

即  $AD = 2AB$ 。

【小问 2 详解】

①  $GH = BG + CH$

证明： $\because BG \perp AD$ ， $CH \perp AD$ ，

$\therefore \angle OGB = \angle CHO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle GBO + \angle BOG = 90^\circ$ ；

$\because$  四边形  $ABCD$  是“可等垂四边形”， $O$  是它的“等垂点”，

$\therefore OB = OC$ ， $OB \perp OC$ ，

$\therefore \angle BOG + \angle HOC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle GBO = \angle HOC$ ，

在  $\triangle GBO$  和  $\triangle HOC$  中，

$$\begin{cases} \angle GBO = \angle HOC \\ \angle OGB = \angle CHO \\ OB = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GBO \cong \triangle HOC (AAS),$$

$$\therefore OG = CH, \quad BG = OH,$$

$$\therefore GH = GO + OH = BG + CH,$$

$$\textcircled{2} \text{ 在 } \triangle ABO \text{ 中, } AB = OB, \quad BG \perp AO,$$

$$\therefore AG = OG = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$$\therefore CH = OG = 2,$$

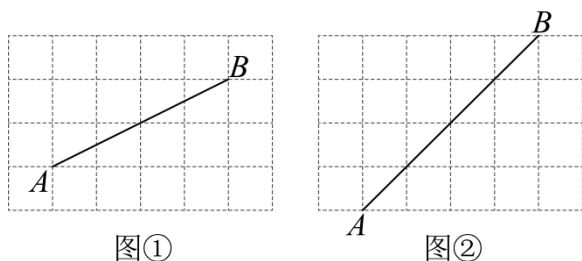
$$\therefore OH = BG = \sqrt{BO^2 - OG^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = 4,$$

$$\therefore OC = OB = CD, \quad CH \perp OD,$$

$$\therefore OD = 2OH = 8.$$

【点睛】在第(2)问的第①小问利用“一线三垂直”模型证明三角形全等是解题的关键.

24. 图①, 图②都是  $4 \times 6$  的正方形网格, 每个小正方形的顶点称为格点, 每个小正方形的边长均为 1. 在图①, 图②中已画出线段  $AB$ , 且点  $A, B$  均在格点上.



- (1) 在图①中以  $AB$  为对角线画出一个矩形, 使矩形的另外两个顶点也在格点上, 且所画的矩形不是正方形;
- (2) 在图②中以  $AB$  为对角线画出一个菱形, 使菱形的另外两个顶点也在格点上, 且所画的菱形不是正方形;
- (3) 图①中所画的矩形的面积为\_\_\_\_\_; 图②中所画的菱形的周长为\_\_\_\_\_.

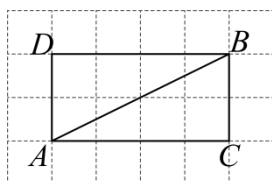
【答案】(1) 见解析; (2) 见解析; (3) 8,  $4\sqrt{10}$ .

【解析】

【分析】(1) 根据矩形的性质画图即可;

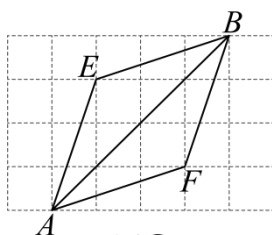
- (2) 根据菱形的性质画图即可；
- (3) 根据矩形的面积公式和菱形的周长公式即可得到结论.

【详解】解：(1) 如图①所示，矩形 ACBD 即为所求；



图①

- (2) 如图②所示，菱形 AFBE 即为所求；



图②

- (3) 矩形 ACBD 的面积  $= 2 \times 4 = 8$ ；菱形 AFBE 的周长  $= 4 \times \sqrt{3^2 + 1^2} = 4\sqrt{10}$ ，

故答案为 8,  $4\sqrt{10}$  .

【点睛】本题考查了作图-应用与设计作图. 熟记矩形和菱形的性质以及正方形的性质是解题的关键所在.

25. 在菱形 ABCD 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ，P 是直线 BD 上一动点，以 AP 为边向右侧作等边 APE (A, P, E 按逆时针排列)，点 E 的位置随点 P 的位置变化而变化.

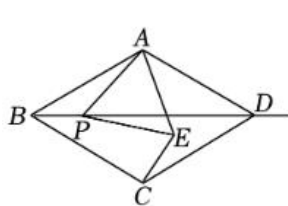


图1

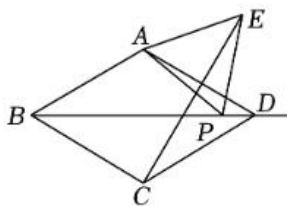


图2

- (1) 如图 1，当点 P 在线段 BD 上，且点 E 在菱形 ABCD 内部或边上时，连接 CE，则 BP 与 CE 的数量关系是 \_\_\_\_\_，BC 与 CE 的位置关系是 \_\_\_\_\_；

- (2) 如图 2，当点 P 在线段 BD 上，且点 E 在菱形 ABCD 外部时，(1) 中的结论是否还成立？若成立，请予以证明；若不成立，请说明理由；

【答案】(1)  $BP = CE, CE \perp BC$

- (2) (1) 中结论仍然成立，理由见解析

【解析】

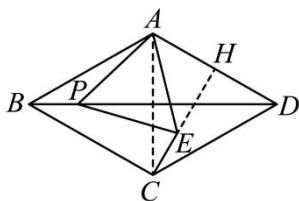
【分析】本题主要考查了菱形的性质、等边三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题.

(1) 根据菱形的性质结合  $\angle ABC = 60^\circ$ ，可证明  $\triangle ABC$ ， $\triangle ACD$  都是等边三角形，然后利用 SAS 证明  $\triangle BAP \cong \triangle CAE$ ，得到  $BP = CE$ ， $\angle ABP = \angle ACE = 30^\circ$ ，延长  $CE$  交  $AD$  于  $H$ ，由  $\angle CAH = 60^\circ$ ，可求出  $\angle AHC = 90^\circ$ ，即  $CE \perp AD$ ，即可证明结论；

(2) 结论仍然成立，根据题意作出图形，证明过程与 (1) 类似.

【小问 1 详解】

解：如图，连接  $AC$ ，延长  $CE$  交  $AD$  于  $H$ ，如图所示，



$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ ， $\triangle ACD$  都是等边三角形， $\angle ABD = \angle CBD = 30^\circ$ ，

$\therefore AB = AC$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle CAH = 60^\circ$ ，

$\because \triangle APE$  是等边三角形，

$\therefore AP = AE$ ， $\angle PAE = 60^\circ$ ，

$\because \angle BAC = \angle PAE$ ，

$\therefore \angle BAP + \angle PAC = \angle CAE + \angle PAC$ ，

$\therefore \angle BAP = \angle CAE$ ，

$\therefore \triangle BAP \cong \triangle CAE$  (SAS)，

$\therefore BP = CE$ ， $\angle ABP = \angle ACE = 30^\circ$ ，

同理可证  $\triangle ACD$  是等边三角形，

$\therefore \angle ACD = 2\angle ACH = 60^\circ$ ，

$\therefore CH \perp AD$ ，即  $CE \perp AD$ ，

又  $\because AD \parallel BC$ ，

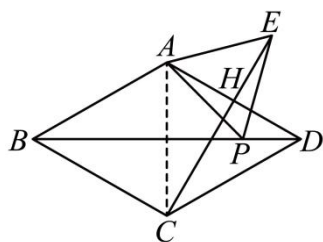
$\therefore CE \perp BC$ 。

故答案为： $BP = CE$ ， $CE \perp BC$ ；

【小问 2 详解】

解：(1) 中结论仍然成立，理由如下：

如图，连接  $AC$ ，如图所示，



$\therefore \triangle ABC, \triangle ACD$  为等边三角形，

在  $\triangle ABP$  和  $\triangle ACE$  中， $AB = AC$ ， $AP = AE$ ，

又  $\because \angle BAP = \angle BAC + \angle CAP = 60^\circ + \angle CAP$ ， $\angle CAE = \angle EAP + \angle CAP = 60^\circ + \angle CAP$

$\therefore \angle BAP = \angle CAE$ ，

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACE$  (SAS)，

$\therefore BP = CE$ ， $\angle ACE = \angle ABD = 30^\circ$ ，

设  $CE$  与  $AD$  交于点  $H$ ，

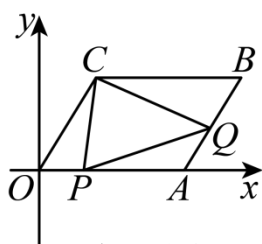
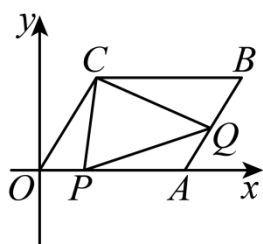
同理可得  $\angle ACD = 2\angle ACH = 60^\circ$ ，

$\therefore CE \perp AD$ ，

又  $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore CE \perp BC$ 。

26. 如图，四边形  $OABC$  是平行四边形， $\angle COA = 60^\circ$ ， $OC = 8$ ，点  $A$  的坐标为  $(14, 0)$ ，动点  $P$  从点  $O$  出发，沿  $OA$  方向以每秒 1 个单位的速度向终点  $A$  匀速运动，动点  $Q$  从点  $A$  出发，沿  $AB$  方向以每秒 2 个单位的速度向终点  $B$  匀速运动，两个点同时出发，当其中一个点到达终点时，另一个点就停止运动。运动时间为  $t$  秒。



备用图

(1) 分别求点  $C$  和点  $B$  的坐标；

(2) 当点  $P$  运动的时间为 4 秒时，在平面直角坐标系中找到一点  $M$ ，使以  $M, P, Q, C$  为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出点  $M$  的坐标。

(3) 设点  $P$  运动的时间为  $t$  秒，求当  $t$  为何值时， $\triangle PQC$  的面积是  $26\sqrt{3}$ 。

【答案】(1)  $(4, 4\sqrt{3})$ ,  $(18, 4\sqrt{3})$

(2)  $(18, 0)$  或  $(-10, 0)$  或  $(18, 8\sqrt{3})$

(3)  $t = 2$

【解析】

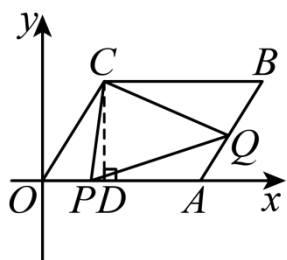
【分析】(1) 作  $CD \perp x$  轴于  $D$ ，利用含  $30^\circ$  角的直角三角形  $CD$  的长，得到点  $C$  的坐标，再利用平行四边形的性质求解；

(2) 先求出点  $P$  的坐标，再根据平行四边形的性质确定点  $M$  的位置，最后根据平行四边形的性质求出点  $M$  的所有坐标；

(3) 使用割补法将  $\triangle PQC$  的面积表示出来，然后用含  $t$  的代数式将线段的长度表示出来，代入求解.

【小问 1 详解】

解：作  $CD \perp x$  轴于  $D$ ，



$\because \angle COA = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle OCD = 30^\circ$ ,

$\because OC = 8$ ,

$\therefore OD = 4$ ,

$\therefore CD = \sqrt{OC^2 - OD^2} = 4\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(4, 4\sqrt{3})$ ,

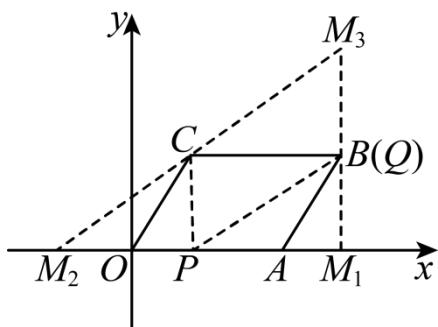
$\because$  四边形  $OABC$  是平行四边形， $A$  的坐标为  $(14, 0)$ ,

$\therefore BC = AO = 14$ ,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(18, 4\sqrt{3})$ ;

【小问 2 详解】

解：当  $t = 4s$  时， $OP = 4$ ，点  $Q$  与点  $B$  重合，如图所示，



①  $CQ \parallel PM_1, CQ = PM_1$ , 此时  $CQ = CB = OA = 14$ ,

$\therefore OM_1 = OP + CB = 4 + 14 = 18$ , 即  $M(18, 0)$ ;

②  $CQ \parallel PM_2, CQ = PM_2$ , 此时  $CQ = CB = OA = 14$ ,

$\therefore OM_2 = PM_2 - OP = 14 - 4 = 10$ , 即  $M(-10, 0)$ ;

③  $CP \parallel M_3Q, CP = M_3Q$ ,

$\because$  点  $C$  的坐标为  $(4, 4\sqrt{3})$ , 点  $P$  的坐标为  $(4, 0)$ ,

$\therefore CP \perp x$  轴,  $CP = 4\sqrt{3}, M_3B \perp x$  轴,

又  $\because$  点  $B$  的坐标为  $(18, 4\sqrt{3})$ ,

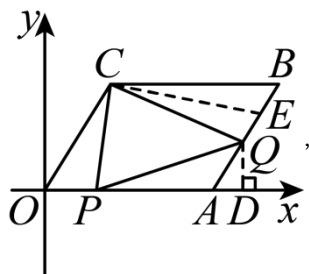
$\therefore M(18, 8\sqrt{3})$ ,

则  $M$  的坐标为  $(18, 0)$  或  $(-10, 0)$  或  $(18, 8\sqrt{3})$ .

【小问 3 详解】

解: 由题意知:  $OP = t, AP = 14 - t, AQ = 2t, BQ = 8 - 2t$ ,

如图所示: 过点  $C$  作  $CE \perp AB$  于点  $E$ , 过点  $Q$  作  $QD \perp x$  轴于点  $D$ ,



$\because$  四边形  $OABC$  是平行四边形,  $\angle COA = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle B = \angle QAD = 60^\circ$ , 则  $\angle BCE = \angle AQD = 30^\circ$ ,

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = 7, CE = \sqrt{CB^2 - BE^2} = 7\sqrt{3},$$

$$AD = \frac{1}{2}AQ = t, QD = \sqrt{AQ^2 - AD^2} = \sqrt{3}t,$$

$$\because S_{\triangle PQC} = S_{\square ABCD} - S_{\triangle OPC} - S_{\triangle APQ} - S_{\triangle BCQ} = 26\sqrt{3},$$

$$\therefore 14 \times 4\sqrt{3} - \frac{1}{2}t \times 4\sqrt{3} - \frac{1}{2}(14-t)\sqrt{3}t - \frac{1}{2}(8-2t) \times 7\sqrt{3} = 26\sqrt{3},$$

化简，得  $t^2 - 4t + 4 = 0$ ,

解得  $t_1 = t_2 = 2$ ,

$\therefore$  当  $t = 2$  时， $\triangle PQC$  的面积是  $26\sqrt{3}$ .