

2025-2026 学年八年级数学下学期期中考试

强化卷·全解全析版

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版八年级下册第 23~24 章。

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 在平面直角坐标系中, 点 $P(m^2+1, 2)$ 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【分析】先判断点 P 横纵坐标的正负, 再根据象限特征判断位置即可。

【详解】解: $\because$ 对于任意实数 m , 都有 $m^2 \geq 0$,

$\therefore m^2+1 \geq 1 > 0$,

又 $\because$ 点 P 的纵坐标 $2 > 0$, 第一象限内点的横纵坐标均为正数,

$\therefore$ 点 $P(m^2+1, 2)$ 在第一象限。

2. 下面性质中菱形有而矩形没有的是 ()

- A. 邻角互补; B. 对角线互相垂直;
C. 对角线相等; D. 对角线互相平分。

【答案】B

【分析】根据菱形以及矩形的性质逐项分析判断即可。

【详解】解: A、 $\because$ 平行四边形的邻角互补, 故矩形和菱形的邻角均互补, 故不符合题意;

B、菱形对角线互相垂直, 矩形的对角线不互相垂直, 故符合题意。

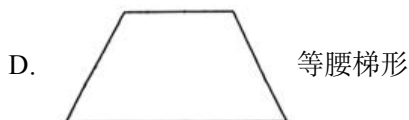
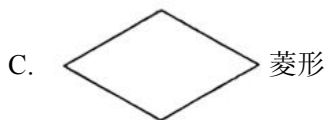
C、矩形的对角线相等, 菱形的对角线互相垂直且平分, 故不符合题意;

D、平行四边形的对角线互相平分, 故矩形和菱形的对角线互相平分, 故不符合题意;

故选：B.

【点睛】本题考查了矩形的性质，菱形的性质，掌握矩形和菱形的性质是解题的关键.

3. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】C

【分析】轴对称图形是沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合；在平面内，一个图形绕某个点旋转 180° ，如果旋转前后的图形能互相重合，那么这个图形叫做中心对称图形.

【详解】A、平行四边形只是中心对称图形，不符合题意；

B、正三角形只是轴对称图形，不符合题意；

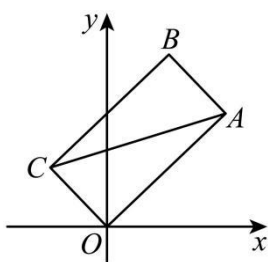
C、菱形既是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意；

D、等腰梯形只是轴对称图形，不符合题意；

故选：C.

【点睛】综合考查轴对称图形及中心对称图形的知识；掌握常见图形属于哪类对称图形是解决本题的关键.

4. 如图，在平面直角坐标系中有一个矩形 $ABCO$ ，点 B 的坐标是 $(1,3)$ ，则 AC 的长为（ ）



A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{5}$

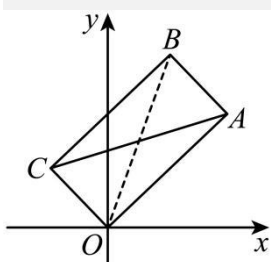
C. 3

D. $\sqrt{10}$

【答案】D

【分析】连接 BO ，根据两点间距离公式求出 BO 的长，再根据矩形的对角线相等即可求解.

【详解】解：连接 BO ，



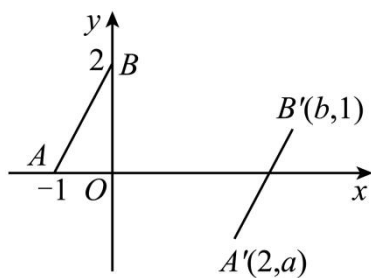
$\because$ 点 B 的坐标是 $(1,3)$,

$$\therefore BO = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

$\because$ 四边形 $ABCO$ 是矩形,

$$\therefore AC = BO = \sqrt{10}.$$

5. 如图, 点 A, B 分别在 x 轴和 y 轴上, $OA=1, OB=2$. 若将线段 AB 平移至线段 $A'B'$ 的位置, 则 $(2a+b)^{2027}$ 的值为 ()



A. -1

B. 1

C. -2^{2027}

D. 2^{2027}

【答案】B

【分析】 由作图可知, 线段 AB 向右平移 3 个单位, 再向下平移 1 个单位得到线段 $A'B'$, 求出 A', B' 的坐标可得结论.

【详解】解: $\because OA=1, OB=2$,

$$\therefore A(-1, 0), B(0, 2),$$

$\because$ 线段 AB 平移至 $A'B'$,

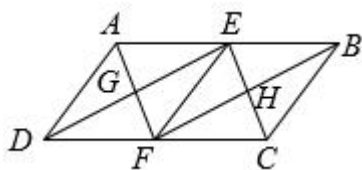
$\therefore$ 由点 A 和点 A' 的横坐标可知它们向右平移 3 个单位长度, 由点 B 和点 B' 的纵坐标可知它们向下平移 1 个单位长度,

$$\therefore a = -1, b = 3,$$

$$\therefore (2a+b)^{2027} = [2 \times (-1) + 3]^{2027} = 1.$$

6. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 分别为边 AB, DC 的中点, 连接 AF, CE, DE, BF, EF , AF 与 DE 交于点

G , CE 与 BF 交于点 H , 则图中共有平行四边形 ()



A. 3 个

B. 4 个

C. 5 个

D. 6 个

【答案】 D

【分析】 根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 得到 $AB=CD$, $AB \parallel CD$, 根据 E 、 F 分别为边 AB 、 DC 的中点, 得到 $AE=BE=\frac{1}{2}AB$, $CF=DF=\frac{1}{2}CD$, 推出 $AE=DF=CF=BE$, 推出四边形 $ADFE$, $AFCE$, $EDFB$, $EFCB$ 都是平行四边形, 得到 $AE \parallel CE$, $DE \parallel BF$, 推出四边形 $EGFH$ 是平行四边形, 至此, 连原来的平行四边形共有 6 个.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=CD$, $AB \parallel CD$,

$\because E$ 、 F 分别为边 AB 、 DC 的中点,

$\therefore AE=BE=\frac{1}{2}AB$, $CF=DF=\frac{1}{2}CD$,

$\therefore AE=DF$, $AE=CF$, $BE=CF$, $BE=DF$,

$\therefore$ 四边形 $ADFE$, $AFCE$, $EDFB$, $EFCB$ 都是平行四边形,

$\therefore AE \parallel CE$, $DE \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是平行四边形,

故平行四边形共有 6 个.

故选 D.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形, 解决问题的关键是熟练掌握平行四边形的定义、判定和性质.

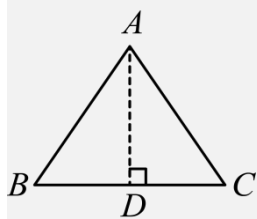
二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 边长为 2 的等边三角形的重心到边的距离是_____.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ / $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

【分析】 本题考查的是三角形的重心的概念、等边三角形的性质, 根据等边三角形的性质、勾股定理求出高 AD , 根据重心的性质计算即可.

【详解】 解: 如图, ABC 为等边三角形, 过 A 作 $AD \perp BC$, 交 BC 于点 D ,



则 $BD = \frac{1}{2}AB = 1$, $AB = 2$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理可得: $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{3}$,

则重心到边的距离是为: $\frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

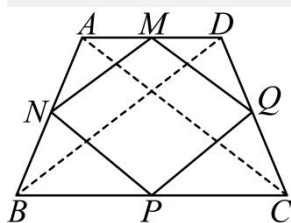
故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

8. 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是_____

【答案】菱形

【分析】本题考查等腰梯形的性质, 菱形的判定方法, 以及三角形中位线的性质. 连接 AC 、 BD , 可证 MN 为 $\triangle ABD$ 的中位线, PQ 为 $\triangle CBD$ 的中位线, 根据中位线定理可证 $MN \parallel BD \parallel PQ$, $MN = PQ = \frac{1}{2}BD$, 同理可证 $PN \parallel AC \parallel MQ$, $NP = MQ = \frac{1}{2}AC$, 根据等腰梯形的性质可知 $AC = BD$, 故可证四边形 $PQMN$ 为菱形.

【详解】解: 连接 AC 、 BD ,



$\because M$ 、 N 分别为 AD 、 AB 的中点

$\therefore MN$ 为 $\triangle ABD$ 的中位线,

$\therefore MN \parallel BD$, $MN = \frac{1}{2}BD$,

同理可证 $BD \parallel PQ$, $PQ = \frac{1}{2}BD$,

$\therefore MN = PQ$, $MN \parallel PQ$, 四边形 $PQMN$ 为平行四边形,

同理可证 $NP = MQ = \frac{1}{2}AC$,

根据等腰梯形的性质可知 $AC = BD$,

$\therefore PQ = NP$,

$\therefore \square PQMN$ 为菱形.

故顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是菱形.

故答案为: 菱形.

9. 若一个多边形的内角和是 900° , 则这个多边形是 _____ 边形.

【答案】七

【分析】根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 列式求解即可.

【详解】设这个多边形是 n 边形, 根据题意得,

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ,$$

解得 $n = 7$.

故答案为七.

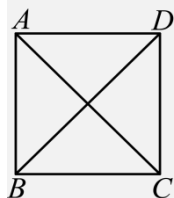
【点睛】本题主要考查了多边形的内角和公式, 熟记公式是解题的关键.

10. 已知一个平行四边形的一条对角线将其分为全等的两个等腰直角三角形, 且这条对角线的长为 $\sqrt{3}$, 则另一条对角线的长为 _____.

【答案】 $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{15}$

【分析】分两种情形①平行四边形是正方形, ②这个平行四边形的四个角分别为 $45^\circ, 135^\circ, 45^\circ, 135^\circ$. 分别求解即可.

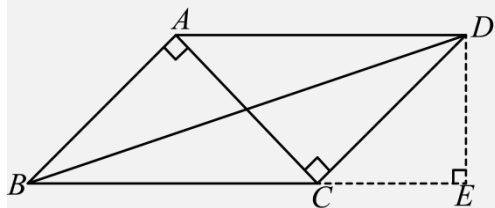
【详解】解: ①当平行四边形是正方形时, 如图,



$\because$ 一条对角线的长为 $\sqrt{3}$,

$\therefore$ 另一条对角线长为: $\sqrt{3}$.

②当这个平行四边形的四个角分别为 $45^\circ, 135^\circ, 45^\circ, 135^\circ$. 如图,



$\because AB = AC = CD = \sqrt{3}, \angle BAC = \angle ACD = 90^\circ,$

$$\therefore BC = \sqrt{2}AB = \sqrt{6}, \angle ACB = 45^\circ,$$

过点 D 作 $DE \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E ,

$$\therefore \angle DCE = 45^\circ = \angle EDC,$$

$$\therefore CE = DE = \frac{\sqrt{2}}{2}CD = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$\therefore BE = BC + CE = \frac{3\sqrt{6}}{2},$$

$$\therefore BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{15}.$$

综上, 另一条对角线长为 $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{15}$.

故答案为: $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{15}$.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的性质, 正方形的性质, 以及等腰直角三角形的性质与判定, 勾股定理等等, 利用分类讨论的思想求解是解题的关键.

11. 若点 $A(3, m-1)$ 在 x 轴上, 点 $B(2-n, -2)$ 在 y 轴上, 则点 $C(3m-1, 1-n^2)$ 在第_____象限.

【答案】 四

【分析】 根据点 $A(3, m-1)$ 在 x 轴上, 点 $B(2-n, -2)$ 在 y 轴上, 求出 m 、 n 的值, 再根据 m 、 n 的值求出点 C 的坐标, 根据坐标的特点判断点 C 所在的象限.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(3, m-1)$ 在 x 轴上,

$$\therefore m-1=0,$$

解得: $m=1$,

$\because$ 点 $B(2-n, -2)$ 在 y 轴上,

$$\therefore 2-n=0,$$

$$\therefore n=2,$$

$$\therefore 3m-1=3-1=2, \quad 1-n^2=1-2^2=-3,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2, -3)$,

$\therefore$ 点 C 在第四象限.

12. 已知点 A 与点 B 关于 x 轴对称, 点 B 与点 C 关于 y 轴对称, 点 A , C 的坐标分别为 $(a-4, 4)$, $(-3, b+2)$, 则 $a+b$ 的值等于_____.

【答案】

1

【分析】此题主要考查了关于坐标轴对称点的性质，依据关于 x 轴的对称点的坐标特点以及关于 y 轴的对称点的坐标特点求解即可；

【详解】解：∵ 点 $A(a-4, 4)$ 与点 B 关于 x 轴对称

$$\therefore \text{点 } B(a-4, -4)$$

∵ 点 $B(a-4, -4)$ 与点 C 关于 y 轴对称

$$\therefore C(4-a, -4)$$

$$\therefore C(-3, b+2)$$

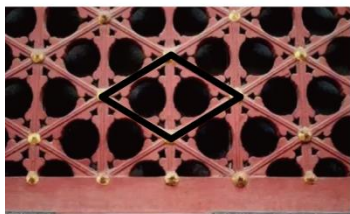
$$\therefore 4-a=-3, b+2=-4$$

$$\therefore a=7, b=-6$$

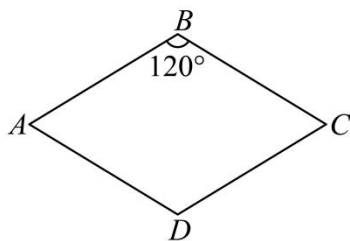
$$\therefore a+b=7+(-6)=1$$

故答案为：1.

13. 小兰在参观故宫博物院时，被太和殿窗棂的三交六椀菱花图案所吸引，她从中提取出一个含 120° 角的菱形 $ABCD$ （如图所示）. 若 AB 的长度为 a ，则菱形 $ABCD$ 的面积为_____.



三交六椀菱花



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

【分析】本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，含 30° 度角的直角三角形的性质，过点 A 作 $AH \perp CB$ 交 CB 延长线于 H ，可求出 $\angle BAH=30^\circ$ ，则 $BH = \frac{1}{2}AB = a$ ，由勾股定理得到 $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，由菱形的性质得到

$BC = AD = a$ ，则 $S_{\text{菱形}ABCD} = BC \cdot AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

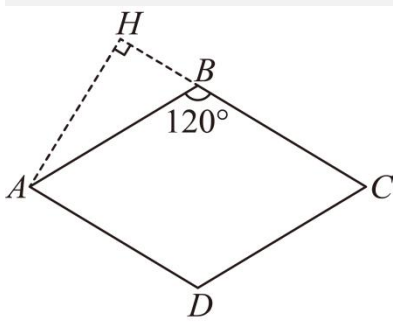
【详解】解：如图所示，过点 A 作 $AH \perp CB$ 交 CB 延长线于 H ，

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ,$$

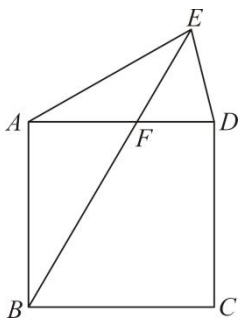
$$\therefore \angle ABH = 180^\circ - \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAH = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ,$$

$$\begin{aligned} \therefore BH &= \frac{1}{2} AB = a, \\ \therefore AH &= \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a, \\ \therefore \text{四边形 } ABCD &\text{ 是菱形,} \\ \therefore BC &= AD = a, \\ \therefore S_{\text{菱形} ABCD} &= BC \cdot AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2, \\ \text{故答案为: } &\frac{\sqrt{3}}{2} a^2. \end{aligned}$$



14. 如图, E 为正方形 $ABCD$ 外一点, $AE = AD$, BE 交 AD 于点 F , 则 $\angle BED = \underline{\quad\quad}^\circ$.



【答案】45

【分析】根据正方形的性质和等腰三角形的性质, 设 $\angle ABE = \angle AEB = \alpha$, $\angle BED = x$, 则 $\angle AED = \angle ADE = \alpha + x$, 再根据三角形内角和定理即可解决问题.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = AD, \quad \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because AE = AD,$$

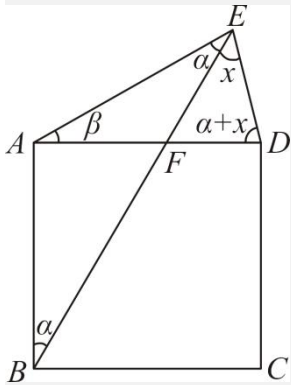
$$\therefore AB = AE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\because AE = AD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ADE,$$

设 $\angle ABE = \angle AEB = \alpha$, $\angle BED = x$, 则 $\angle AED = \angle ADE = \alpha + x$, $\angle EAD = \beta$,



在 $\triangle ABE$ 中, $2\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$,

$$\therefore 2\alpha + \beta = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADE$ 中, $2\alpha + \beta + 2x = 180^\circ$,

$$\therefore 90^\circ + 2x = 180^\circ,$$

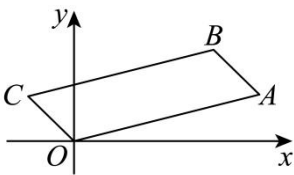
$$\therefore x = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = 45^\circ.$$

故答案为: 45.

【点睛】本题主要考查了正方形的性质, 等腰三角形的性质, 解决本题的关键是掌握正方形的性质.

15. 如图, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 点 A , B 的坐标分别为 $(4,1)$, $(3,2)$, 则点 C 的坐标为_____.



【答案】 $(-1,1)$

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AB \parallel OC$, $AB = OC$, 先求得 A 到 B 的平移方式, 即可求解.

【详解】解: $\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel OC, \quad AB = OC,$$

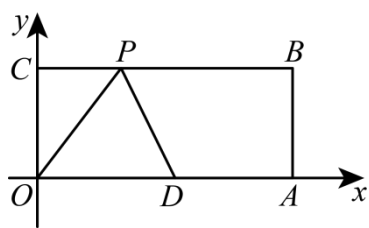
$$\therefore \text{点 } A, B \text{ 的坐标分别为 } (4,1), (3,2)$$

$\therefore$ 将 A 向左平移 1 个单位, 向上平移 1 个单位得到 B

$\therefore$ 将 O 向左平移 1 个单位, 向上平移 1 个单位得到 C , 即 $C(-1,1)$

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 A , C 的坐标分别为 $(10,0)$, $(0,3)$, 点 D 为 $(5,0)$, 点

P 在线段 BC 上运动, 当 $\triangle ODP$ 是腰长为 5 的等腰三角形时, 点 P 的坐标为_____.



【答案】 $(1,3)$ 或 $(4,3)$ 或 $(9,3)$

【分析】 根据题意分情况讨论: 当 $OP=OD$ 时, 当 $OD=PD$ 时, 分别利用勾股定理求解即可.

【详解】 解: $\because$ 矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 的坐标分别为 $(10,0)$, $(0,3)$, 点 D 为 $(5,0)$,

$$\therefore BC=OA=10, AB=OC=3, OD=5,$$

过 P 作 $PM \perp OA$ 于 M ,

①当 $OP=OD$ 时, 如图 1 所示:

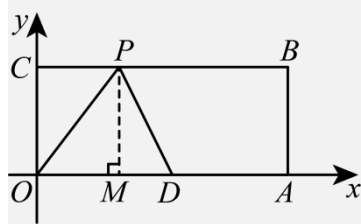


图1

$$\therefore OP=OD=5, CO=3,$$

$$\text{由勾股定理得: } CP=\sqrt{OP^2-OC^2}=4,$$

$$\therefore P(4,3);$$

②当 $OD=PD$ 时, 如图 2 所示:

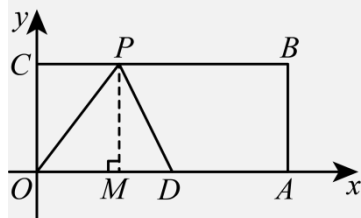


图2

$$\therefore PD=DO=5, PM=3,$$

$$\text{由勾股定理得: } MD=\sqrt{DP^2-MP^2}=4,$$

$$\therefore CP=OM=5-4=1,$$

$$\therefore P(1,3);$$

如图 3 所示:

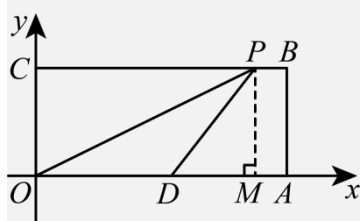


图3

$$\therefore PD = DO = 5, \quad PM = 3,$$

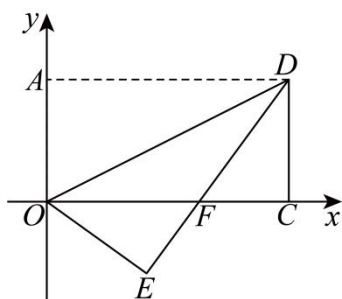
由勾股定理得: $MD = \sqrt{DP^2 - MP^2} = 4,$

$$\therefore CP = OM = 5 + 4 = 9,$$

$$\therefore P(9,3);$$

综上, 点 P 的坐标为 $(1,3)$ 或 $(4,3)$ 或 $(9,3)$.

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $A OCD$ 的顶点 A, C 在坐标轴上, 将该矩形沿 OD 翻折, 点 A 的对应点为 E , DE 交 x 轴于点 F . 已知 $OA = 4, OC = 8$, 则点 E 的坐标为_____.

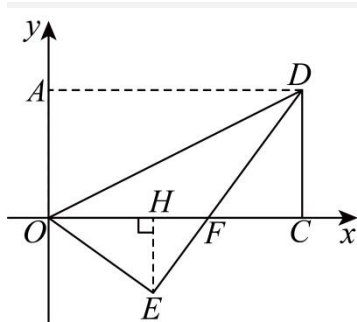


【答案】 $\left(\frac{16}{5}, -\frac{12}{5}\right)$

【分析】 本题考查了矩形的性质, 勾股定理, 翻折变换, 理解题意是解题的关键.

过点 E 作 $EH \perp OC$, 交 OC 于点 H , 由翻折的性质和矩形的性质可得: $\angle ADO = \angle EDO$, $AD \parallel OC$, $DE = AD = OC = 8$, $OE = CD = OA = 4$, 通过平行线的性质结合相等的角度可得 $FO = FD$, 根据勾股定理可求出线段 FO 的长度, 再根据等面积法求出线段 EH 的长度, 最后再根据勾股定理可求出线段 OH 的长度, 由此即可得到点 E 的坐标.

【详解】 解: 过点 E 作 $EH \perp OC$, 交 OC 于点 H ,



由题意可知： $\angle ADO = \angle EDO$ ， $AD \parallel OC$ ， $DE = AD = OC = 8$ ， $OE = CD = OA = 4$ ，

$$\therefore \angle ADO = \angle DOF,$$

$$\therefore \angle DOF = \angle EDO,$$

$$\therefore FO = FD,$$

设 $FO = FD = x$ ， 则 $FC = 8 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中， $DF^2 = FC^2 + CD^2$

$$\therefore x^2 = (8 - x)^2 + 4^2,$$

解得： $x = 5$ ，

则 $FO = DF = 5$ ，

$$\therefore EF = DE - DF = 8 - 5 = 3,$$

$$S_{\triangle OEF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times EH,$$

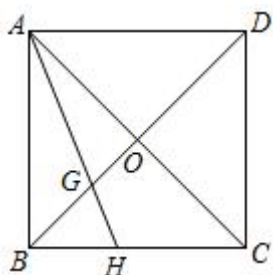
解得： $EH = \frac{12}{5}$ ，

$$\therefore OH = \sqrt{OE^2 - EH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{16}{5},$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $\left(\frac{16}{5}, -\frac{12}{5}\right)$ ，

故答案为： $\left(\frac{16}{5}, -\frac{12}{5}\right)$ 。

18. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle BAC$ 的平分线分别交 BD 、 BC 于点 G 、 H ，如果 $AB = 4$ ，那么 $OG =$ _____。



【答案】 $4-2\sqrt{2}$

【分析】根据正方形的性质求出 $\triangle ABO$ 的面积, 过点 G 作 $GM \perp AB$ 于点 M , 根据角平分线的性质得到 $OG=MG$, 利用 $\triangle ABO$ 的面积列出关于 MG 的方程, 解之即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $AB=4$,

$\therefore AC \perp BD$,

$$\therefore OA=OB=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}=4,$$

过点 G 作 $GM \perp AB$ 于点 M ,

$\because AC \perp BD$, $GM \perp AB$, AG 平分 $\angle BAC$,

$\therefore OG=MG$,

$$\therefore S_{\triangle ABO}=S_{\triangle AOG}+S_{\triangle ABG}$$

$$=\frac{1}{2} \times AO \times OG + \frac{1}{2} \times AB \times MG$$

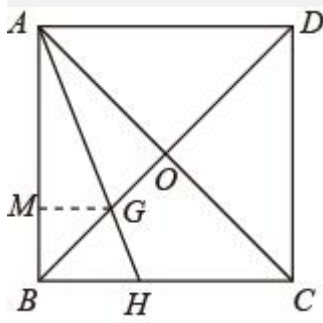
$$=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times MG + \frac{1}{2} \times 4 \times MG$$

$$=4$$

解得: $x=4-2\sqrt{2}$,

即 $OG=4-2\sqrt{2}$,

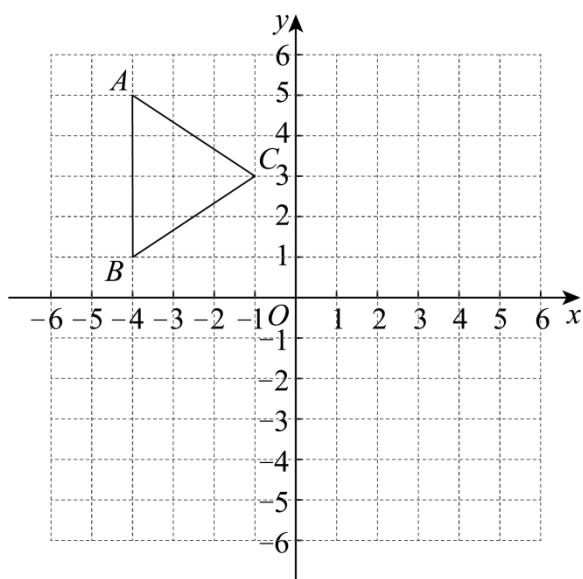
故答案为: $4-2\sqrt{2}$.



【点睛】本题考查了正方形的性质, 角平分线的性质, 面积法, 勾股定理, 解题的关键是作出辅助线, 利用面积法构造方程.

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 64 分)

19. (本题 6 分) 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-4,5)$, $B(-4,1)$, $C(-1,3)$



(1)画出 ABC 关于 y 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ，其中点 A, B, C 的对称点分别为点 A_1, B_1, C_1 ，直接写出点 A_1, B_1, C_1 的坐标；

(2)在 x 轴上找一点 D ，使 $\triangle BDC$ 的周长最小，在图中画出点 D （保留必要的画图痕迹）

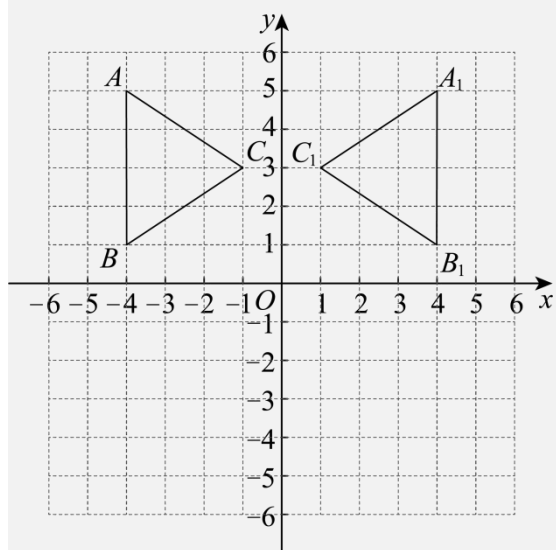
【答案】 (1)见解析； $A_1(4,5)$ ， $B_1(4,1)$ ， $C_1(1,3)$

(2)见解析

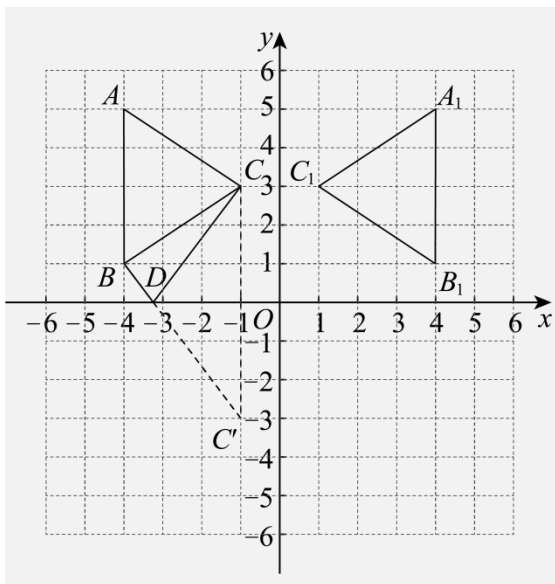
【分析】 (1) 利用关于 y 轴对称的点的坐标特征写出点 A_1, B_1, C_1 的坐标，然后描点连线即可；

(2) 作 C 点关于 x 轴的对称点 C' ，连接 BC' 交 x 轴于 D 点，根据两点之间线段最短可判断 D 点满足条件.

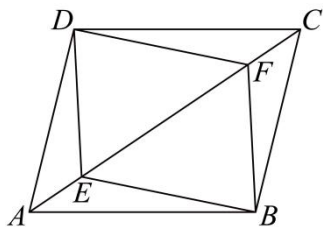
【详解】 (1) 解：如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作， $A_1(4,5)$ ， $B_1(4,1)$ ， $C_1(1,3)$.



(2) 解：如图，点 D 为所作.



20. (本题 8 分) 如图, 点 E , F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的两点, 且 $AE = CF$.



(1) 求证: 四边形 $BEDF$ 是平行四边形;

(2) 若 $AB \perp BF$, $AB = 16$, $BF = 12$, $AC = 24$. 求四边形 $BEDF$ 的面积为_.

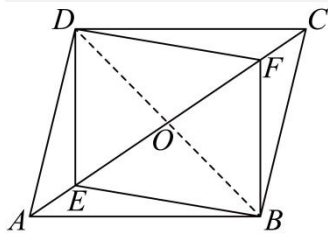
【答案】 (1) 见解析

(2) 153.6

【分析】 (1) 连接 BD 交 AC 于 O . 根据平行四边形的性质得 $OA = OC$, $OB = OD$, 再根据 $AE = CF$, 得 $OE = OF$, 根据平行四边形的判定即可得证;

(2) 在 $Rt\triangle ABF$ 中, 由勾股定理得 $AF = 20$, 进而得 $AE = CF = AC - AF = 4$, 从而即可得解; ② 过点 B 作 $BH \perp AF$ 于 H , 根据面积公式得 $BH = 9.6$, 再证明 $\triangle BEF \cong \triangle DFE$ (SSS), 得 $S_{\triangle BEF} = S_{\triangle DFE}$, 从而利用面积公式即可得解.

【详解】 (1) 证明: 连接 BD 交 AC 于 O .



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = OC, \quad OB = OD,$$

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\therefore OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形;

$$(2) \text{ 解: } \textcircled{1} \text{ 在 Rt}\triangle ABF \text{ 中, } AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20,$$

$$\therefore AC = 24,$$

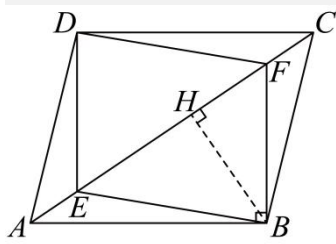
$$\therefore CF = AC - AF = 4,$$

$$\therefore AE = CF = 4,$$

$$\therefore EF = AF - AE = 16,$$

故答案为: 16;

$\textcircled{2}$ 过点 B 作 $BH \perp AF$ 于 H ,



$$\therefore AB \perp BF, \quad AB = 16, \quad BF = 12, \quad AF = 20,$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} AB \cdot BF = \frac{1}{2} AF \cdot BH,$$

$$\therefore 16 \times 12 = 20BH,$$

解得 $BH = 9.6$,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形,

$$\therefore BE = DF, \quad BF = DE,$$

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle DFE$ 中,

$$\begin{cases} BE = DF \\ BF = DE \\ EF = FE \end{cases},$$

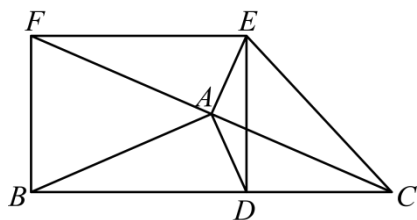
$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle DFE \quad (\text{SSS}),$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = S_{\triangle DFE},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} BEDF} = 2S_{\triangle BEF} = 2 \times \frac{1}{2} \times 16 \times 9.6 = 153.6.$$

故答案为：153.6.

21. (本题 8 分) 如图, 在 ABC 中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 上, 以 AD 、 AE 为腰做等腰 ADE , 且 $\angle ADE = \angle ABC$, 连接 CE , 过 E 作 $EF \parallel BC$ 交 CA 延长线于 F , 连接 BF .



(1) 求证: $\angle ECA = \angle ABC$;

(2) 如果 $AF = AB$, 求证: 四边形 $FBDE$ 是矩形.

【答案】(1) 见详解

(2) 见详解

【分析】(1) 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS), 即可得出结论;

(2) 先证四边形 $FBDE$ 是平行四边形, 再证 $\angle CBF = 90^\circ$, 然后由矩形的判定即可得出结论.

【详解】(1) 证明: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2\angle ABC,$$

$$\text{同理 } \angle DAE = 180^\circ - 2\angle ADE,$$

$$\because \angle ABC = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\text{又 } \because AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ECA = \angle ABC;$$

$$(2) \because \angle ECA = \angle ABC, \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle ACB,$$

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle ECF,$$

$$\therefore EF = EC,$$

$$\because \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore BD = EC,$$

$$\therefore BD = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $FBDE$ 是平行四边形,

$$\therefore AF = AB = AC,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle ABF, \quad \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle AFB + \angle ABF + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ,$$

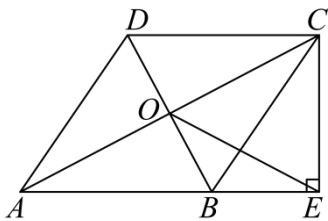
$$\therefore \angle ABF + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle CBF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 平行四边形 $FBDE$ 是矩形.

【点睛】本题考查了矩形的判定、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质等知识，熟练掌握矩形的判定和平行四边形的判定与性质是解题的关键.

22. (本题 8 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = AD$, 对角线 AC , BD 交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E , 连接 OE .



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 若 $AB = \sqrt{5}$, $BD = 2$, 求 OE 的长.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 2

【分析】(1) 先判断出 $\angle OAB = \angle DCA$, 进而判断出 $\angle DCA = \angle DAC$, 得出 $DC = AD = AB$, 判断出四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 再由 $AB = AD$ 即可证明四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 先求出 $OB = 1$, 利用勾股定理求出 AC , 又由 $\triangle ACE$ 是直角三角形, O 是 AC 中点, 即可得出结论.

【详解】(1) 解: $\because AB \parallel DC$,

$$\therefore \angle OAB = \angle DCA,$$

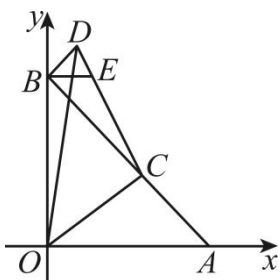
$\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle OAB = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle DAC,$$

$\therefore AD = DC$,
 $\therefore AB = AD$,
 $\therefore AB = DC$,
 $\therefore AB \parallel DC$ 且 $AB = DC$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AB = AD$,
 $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形;
 (2) $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $BD = 2$,
 $\therefore OB = \frac{1}{2}BD = 1$, $AC \perp BD$,
 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{5}$, $OB = 1$,
 $\therefore OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5 - 1} = 2$,
 $\therefore AC = 2OA = 4$,
 $\therefore CE \perp AB$,
 $\therefore \triangle ACE$ 是直角三角形, O 是 AC 中点,
 $\therefore OE = \frac{1}{2}AC = 2$ (直角三角形斜边中线等于斜边的一半).

23. (本题 10 分) 如图, 点 $A(a, 0)$, $B(0, b)$, 若点 $F(a, b)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(-2, 2)$



(1) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

(2) 如图, 点 C 在线段 AB 上 (不与 A 、 B 重合) 移动, $AB \perp BD$, 且 $\angle COD = 45^\circ$, 试探究线段 AC 、 BD 、 CD 之间的数量关系, 并给出证明.

【答案】 (1) 2

(2) $AC + BD = CD$, 证明见解析

【分析】 (1) 由 $F(a, b)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(-2, 2)$, 得 $a = 2$, $b = 2$, 则 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, 由 $\angle AOB = 90^\circ$,

$OA = OB = 2$ ，求得 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = 2$ 。

(2) 作 $OF \perp OD$ 交 BA 的延长线于点 F ，则 $\angle AOF = \angle BOD$ ，由 $\angle ABD = 90^\circ$ ， $\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$ ， $\angle OAF = \angle OBD = 135^\circ$ ，可证明 $\triangle OAF \cong \triangle OBD$ (ASA)，得 $AF = BD$ ， $OF = OD$ ，由 $\angle DOF = 90^\circ$ ， $\angle COD = 45^\circ$ ，得 $\angle COF = \angle COD = 45^\circ$ ，而 $OC = OC$ ，可证明 $\triangle COF \cong \triangle COD$ (SAS)，得 $CF = CD$ ，所以 $AC + BD = AC + AF = CF$ ，则 $AC + BD = CD$ 。

【详解】(1) 解： $\because F(a, b)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(-2, 2)$ ，

$$\therefore a = 2, \quad b = 2,$$

$$\therefore A(a, 0), \quad B(0, b),$$

$$\therefore A(2, 0), \quad B(0, 2),$$

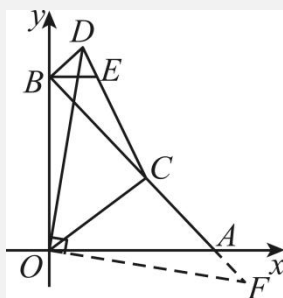
$$\therefore \angle AOB = 90^\circ, \quad OA = OB = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 2。

$$(2) \quad AC + BD = CD,$$

证明：作 $OF \perp OD$ 交 BA 的延长线于点 F ，则 $\angle DOF = 90^\circ$ ，



$$\therefore \angle AOF = \angle BOD = 90^\circ - \angle AOD,$$

$$\therefore AB \perp BD,$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OAF = 180^\circ - \angle OAB = 135^\circ, \quad \angle OBD = \angle OBA + \angle ABD = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle OAF = \angle OBD,$$

在 $\triangle OAF$ 和 $\triangle OBD$ 中，

$$\begin{cases} \angle OAF = \angle OBD \\ OA = OB \\ \angle AOF = \angle BOD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle OAF \cong \triangle OBD (\text{ASA}),$$

$$\therefore AF = BD, \quad OF = OD,$$

$$\therefore \angle COD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = \angle DOF - \angle COD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = \angle COD,$$

在 $\triangle COF$ 和 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} OF = OD \\ \angle COF = \angle COD, \\ OC = OC \end{cases}$$

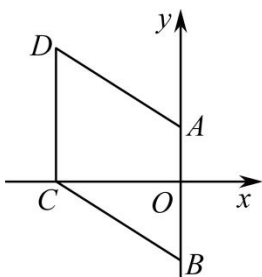
$$\therefore \triangle COF \cong \triangle COD (\text{SAS}),$$

$$\therefore CF = CD,$$

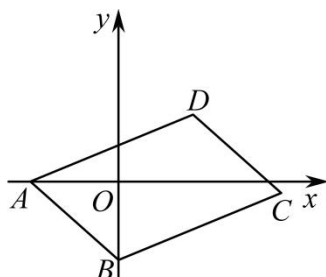
$$\therefore AC + BD = AC + AF = CF,$$

$$\therefore AC + BD = CD.$$

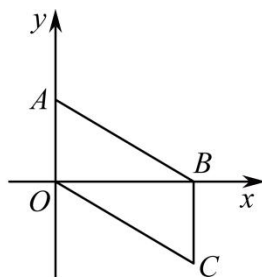
24. (本题 10 分) 如图, 分别是平行四边形置于平面直角坐标系中, 请你来探究这些平行四边形的顶点坐标特点.



图(1)



图(2)



图(3)

(1)如图 (1), 已知点 $A(0,2)$, $B(0,-3)$, $C(-4,0)$, 则平行四边形 $ABCD$ 点 D 的坐标是_____;

(2)如图 (2), 已知点 $A(-3,0)$, $B(0,-3)$, $C(6,-1)$, 求平行四边形 $ABCD$ 点 D 的坐标;

(3)如图 (3), 已知点 A , B 分别在轴, x 轴的正半轴, C 的坐标是 $(4,-3)$, 现将平行四边形 $OABC$ 向上平移 $m(m>0)$ 个单位得到平行四边形 $O'A'B'C'$, 请问 $\triangle OA'B'$ 能否成为等腰三角形, 如果能, 请直接写出点 B' 的坐标; 如果不能, 请说明理由.

【答案】 (1) $(-4,5)$

(2) $(3,2)$

(3)能, $(4,2)$ 或 $(4,3)$, $\left(4, \frac{7}{6}\right)$

【分析】(1) 利用平行四边形的性质可得点 B 到 A 与 C 到 D 的平移方式相同, 即可求解;

(2) 利用平行四边形的性质可得点 B 到 A 与 C 到 D 的平移方式相同, 即可求解;

(3) 分三种情况讨论, 由等腰三角形的性质可求解.

【详解】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, AB=CD,$$

$\therefore$ 点 B 到点 A 与点 C 到点 D 的平移方式相同,

$$\because A(0,2), B(0,-3)$$

$\therefore$ 点 B 到 A 的平移方式是向上平移 5 个单位长度,

$\therefore C$ 到 D 的平移方式也是向上平移 5 个单位长度,

$$\text{又} \because C(-4,0)$$

$$\therefore \text{点 } D(-4,5),$$

故答案为: $(-4,5)$;

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, AB=CD,$$

$\therefore$ 点 B 到点 A 与点 C 到点 D 的平移方式相同,

$$\because A(-3,0), B(0,-3)$$

$\therefore$ 点 B 到 A 的平移方式是向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度,

$\therefore C$ 到 D 的平移方式也是向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度,

$$\text{又} \because C(6,-1)$$

$$\therefore \text{点 } D(3,2);$$

(3) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 A, B 分别在 y 轴, x 轴的正半轴, C 的坐标是 $(4, -3)$,

$$\therefore \text{点 } A(0, 3), \text{点 } B(4, 0),$$

$$\therefore OA=3, OB=4,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore$ 将平行四边形 $OABC$ 向上平移 m ($m > 0$) 个单位得到平行四边形 $O'A'B'C'$,

$$\therefore AB = A'B' = 5, \text{点 } A'(0, 3+m), \text{点 } B'(4, m),$$

①当 $A'B' = A'O = 5$ 时, 则 $3+m = 5$,

$$\therefore m = 2,$$

$$\therefore \text{点 } B' (4, 2);$$

②当 $OB' = B'A' = 5$ 时, 点 B' 在 $A'O$ 的垂直平分线上, 即 $\frac{1}{2}OA' = B'$ 点到 x 的距离,

$$\therefore \frac{3+m}{2} = m,$$

$$\therefore m = 3,$$

$$\therefore \text{点 } B' (4, 3);$$

③当 $A'O = OB'$ 时, 则 $(3+m)^2 = 16+m^2$,

$$\therefore m = \frac{7}{6},$$

$$\therefore \text{点 } B' (4, \frac{7}{6});$$

综上所述: 点 B' 的坐标为: $(4, 2)$ 或 $(4, 3)$ 或 $(4, \frac{7}{6})$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质, 平移的性质, 等腰三角形的性质, 勾股定理, 利用分类讨论思想解决问题是解题的关键.

25. (本题 12 分) 如图 1, 已知点 E 为正方形 $ABCD$ 内的一点, 连接 BE . 将线段 BE 绕点 B 顺时针方向旋转 90° 得到 BF , 连接 AE , CF .

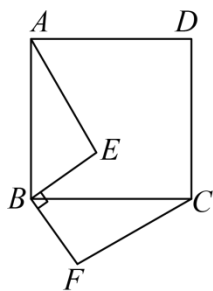


图1

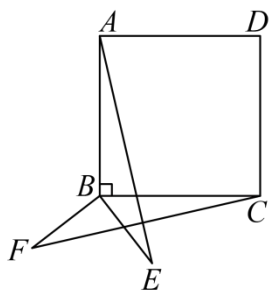


图2

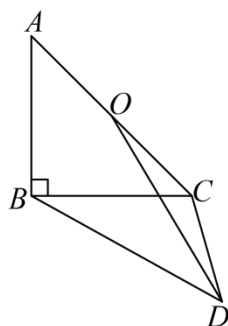


图3

(1) 【问题发现】

如图 1, 线段 AE 与 CF 的数量关系是_____; 直线 AE 与 CF 的位置关系是_____.

(2) 【问题探究】

如图 2, 点 E 为正方形 $ABCD$ 外的一点, 将 BE 绕点 B 顺时针方向旋转 90° 得到 BF , 连接 AE 、 CF , AE 交 CF 于点 H , BE 交 CF 于点 G . 探究线段 AE 与 CF 的数量及位置关系, 并说明理由;

(3) 【拓展延伸】

如图 3, 在 ABC 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$, 点 D 为 ABC 外一点, 且 $\angle BDC = 45^\circ$, 点 O 为 AC 的中点,

连接 OD 、 BD 、 CD ，若 $OD=25$ ， $BD=17\sqrt{2}$ ，求 CD 的长.

【答案】(1) $AE=CF$, $AE \perp CF$

(2) $AE=CF$, $AE \perp CF$ ，见解析

(3) 14

【分析】(1) 根据正方形的性质得到 $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$ ，根据旋转的性质得到 $BE=BF$, $\angle EBF=90^\circ$ ，证明 $\triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS) 即可求解；

(2) 根据正方形的性质得到 $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$ ，根据旋转的性质得到 $BE=BF$, $\angle EBF=90^\circ$ ，证明 $\triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS) 即可求解；

(3) 过 B 作 $BE \perp BD$ 交 DC 延长线于 E ，连接 AE ，取 CE 中点 H ，连接 OH ，根据中位线的判定和性质得到 $OH = \frac{1}{2}AE$, $OH \parallel AE$ ，由等角对等边判定等腰三角形得 $BE=BD=17\sqrt{2}$ ，由勾股定理得到 $DE = \sqrt{BD^2 + BE^2} = 34$ ，结合 (1) 的方法可证 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ ，求出 $HC = \frac{1}{2}CE = 17 - OH$ ， $HD = CD + HC = 17 + OH$ ，在 $\text{Rt}\triangle OHD$ 中，由勾股定理得到 $OD^2 = OH^2 + HD^2$ ，由此列式求解即可.

【详解】(1) 解： $AE=CF$, $AE \perp CF$ ，

理由： $\because$ 正方形 $ABCD$ ，

$\therefore AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$ ，

$\because$ 旋转，

$\therefore BE=BF$, $\angle EBF=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBF = 90^\circ - \angle CBE$ ，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS)，

$\therefore AE=CF$, $\angle BAE = \angle BCF$ ，

延长 AE 交 CF 于 H ，交 BC 于 G ，

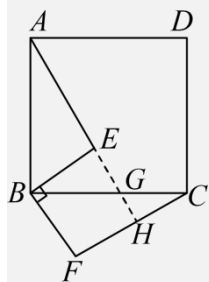


图1

$\therefore \angle AGC = \angle BAE + \angle ABC = \angle BCF + \angle CHG$ ，

$\therefore \angle CHG = \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore AE \perp CF$,

$\therefore AE = CF, AE \perp CF$;

(2) 解: $AE = CF, AE \perp CF$

理由: $\because$ 正方形 $ABCD$,

$\therefore AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$,

$\because$ 旋转,

$\therefore BE = BF, \angle EBF = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABE = \angle CBF = 90^\circ + \angle CBE$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS),

$\therefore AE = CF, \angle E = \angle F$,

设 AE 交 CF 于 H , BE 与 CF 相交于 G ,

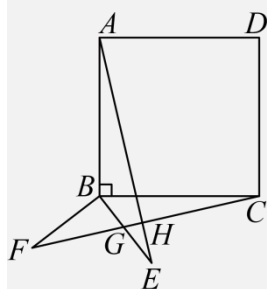


图2

$\therefore \angle EGF = \angle BEA + \angle EHG = \angle F + \angle FBE$,

$\therefore \angle EHG = \angle EBF = 90^\circ$,

$\therefore AE \perp CF$,

$\therefore AE = CF, AE \perp CF$;

(3) 解: 过 B 作 $BE \perp BD$ 交 DC 延长线于 E , 连接 AE , 取 CE 中点 H , 连接 OH ,

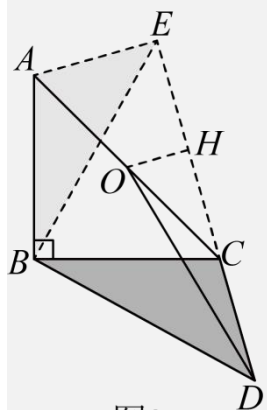


图3

∵ 点 O 为 AC 的中点,

$$\therefore OH = \frac{1}{2}AE, OH \parallel AE,$$

$$\because \angle BDC = 45^\circ, BE \perp BD,$$

$$\therefore \angle BED = 45^\circ = \angle BDC,$$

$$\therefore BE = BD = 17\sqrt{2},$$

$$\therefore DE = \sqrt{BD^2 + BE^2} = 34,$$

$$\because BE \perp BD, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBD = 90^\circ - \angle CBE,$$

$$\text{又 } AB = CB,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD (SAS),$$

$$\therefore AE = CD = 2OH, \angle AEB = \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore CE = DE - CD = DE - AE = 34 - 2OH, \angle AED = 90^\circ,$$

∵ H 为 CE 中点,

$$\therefore HC = \frac{1}{2}CE = 17 - OH, \quad HD = CD + HC = 17 + OH,$$

$$\because \angle AED = 90^\circ, OH \parallel AE,$$

$$\therefore \angle OHD = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OHD \text{ 中, } OD^2 = OH^2 + HD^2,$$

$$\therefore 25^2 = OH^2 + (17 + OH)^2,$$

$$\text{解得 } OH = 7 \text{ 或 } OH = -24 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore CD = AE = 2OH = 14.$$

【点睛】 本题考查了旋转的性质，正方形的性质，等腰直角三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理等知识，明确题意，添加合适辅助线，构造全等三角形是解题的关键.