

2025 学年第二学期八年级数学期中质量调研卷

(时间: 90 分钟 分值: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 坐标思想是法国数学家笛卡尔创立的, 在平面直角坐标系中, A 点坐标为 $(-2, 4)$, 下列结论正确的是 ()

- A. 到 x 轴距离为 2
- B. 到 y 轴距离为 2
- C. A 点在第三象限
- D. A 点在第四象限

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查直角坐标系中点的特征, 熟练掌握直角坐标系中点的特征是解题的关键, 根据直角坐标系中点的特征判断即可得到答案.

【详解】 解: $\because A$ 点坐标为 $(-2, 4)$,

$\therefore$ 点 A 到 x 轴的距离为纵坐标的绝对值 $|4| = 4$, 到 y 轴的距离为横坐标的绝对值 $|-2| = 2$,

$\because -2 < 0, 4 > 0$,

$\therefore$ 点 $A(-2, 4)$ 位于第二象限,

综上: A、C、D 错误,

故选: B.

2. 下列说法中正确的是 ().

- A. 对角线相等的四边形是矩形
- B. 对角线互相垂直的四边形是正方形
- C. 平行四边形的对角线平分一组对角
- D. 矩形的对角线相等且互相平分

【答案】 D

【解析】

【分析】 由矩形和正方形的判定方法容易得出 A、B 不正确; 由平行四边形的性质和矩形的性质容易得出 C 不正确, D 正确.

【详解】 $\because$ 对角线相等的平行四边形是矩形,

$\therefore A$ 不正确;

$\because$ 对角线互相垂直的矩形是正方形,

$\therefore B$ 不正确;

$\because$ 平行四边形的对角线互相平分, 菱形的对角线平分一组对角,

$\therefore C$ 不正确;

$\therefore$ 矩形的对角线互相平分且相等,

$\therefore D$ 正确;

故选 D .

【点睛】 本题考查了矩形的判定与性质、平行四边形的性质、正方形的判定; 熟练掌握平行四边形、矩形、正方形的判定与性质是解决问题的关键.

3. 顺次连接菱形各边的中点得到的四边形是 ()

A. 矩形

B. 菱形

C. 正方形

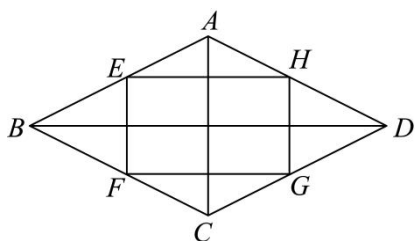
D. 平行四边形

【答案】 A

【解析】

【分析】 连接菱形的两条对角线, 利用三角形中位线定理先证明所得四边形是平行四边形, 再结合菱形对角线互相垂直的性质, 证明平行四边形有一个内角为直角, 根据矩形的判定定理得到结果.

【详解】 解: 设菱形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点, 连接 AC, BD .



$\therefore E, F$ 分别是 AB, BC 的中点,

$\therefore EF$ 是 ABC 的中位线,

$\therefore EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2} AC$.

同理可得: $HG \parallel AC, HG = \frac{1}{2} AC, EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2} BD$.

$\therefore EF \parallel HG, EF = HG$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$,

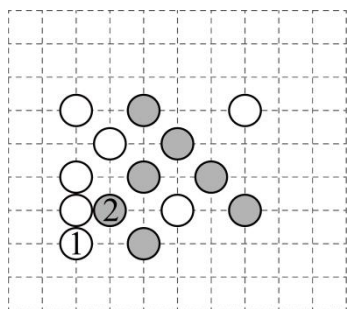
又 $\therefore EF \parallel AC, EH \parallel BD$,

$\therefore EF \perp EH$, 即 $\angle HEF = 90^\circ$,

$\therefore$ 平行四边形 $EFGH$ 是矩形.

4. 五子棋的比赛规则: 率先在棋盘上形成横、纵或斜线的连续五颗同色棋子为获胜方. 在如图所示的一盘棋中, 若①的位置是 $(1, -1)$, ②的位置是 $(2, 0)$, 现轮到黑棋走, 小明认为黑棋放在 $(2, 4)$ 位置胜利; 小亮

认为黑棋放在 $(7, -1)$ 位置胜利. 下列说法正确的是 ()



A. 小明、小亮均正确

B. 小明、小亮均错误

C. 小明正确, 小亮错误

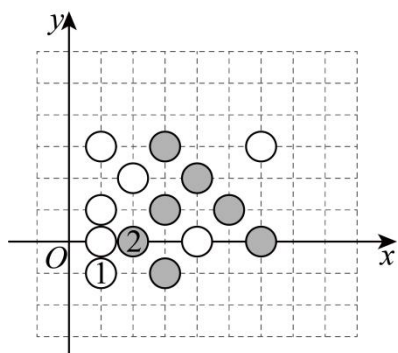
D. 小明错误, 小亮正确

【答案】A

【解析】

【分析】 本题主要考查了用坐标系确定位置, 根据题意建立适当平面直角坐标系进行求解是解决本题的关键. 根据题意白棋①的位置是 $(1, -1)$, 黑棋② $(2, 0)$ 建立坐标系可确定原点的位置, 依据题目所给规则进行判定即可得出答案.

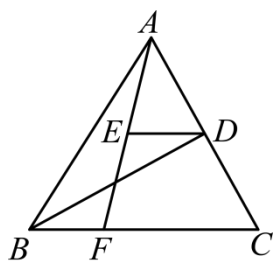
【详解】 解: 建立如图所示平面直角坐标系, 由图可知, 黑棋放在 $(2, 4)$ 或 $(7, -1)$ 位置就胜利了.



∴小明、小亮均正确,

故选: A.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 12$, $BD \perp AC$ 于点 D , 点 F 在 BC 上, 且 $BF = 4$, 连接 AF , E 为 AF 的中点, 连接 DE , 则 DE 的长为 ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】根据等腰三角形的“三线合一”得到 $AD = DC$ ，再根据三角形中位线定理计算得到答案.【详解】解： $\because BC = 12, BF = 4,$

$$\therefore FC = BC - BF = 12 - 4 = 8,$$

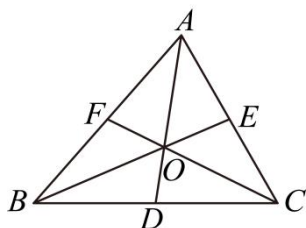
$$\because AB = BC, BD \perp AC,$$

$$\therefore AD = DC,$$

 $\because E$ 为 AF 的中点, $\therefore DE$ 是 $\triangle AFC$ 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$, 点 F, D, E 分别是边 AB, BC, AC 上的点, 且 AD, BE, CF 相交于点 O , 若点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则以下结论: ①线段 AD, BE, CF 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线; ② $\triangle BOD$ 的面积是 $\triangle AOC$ 面积的一半; ③图中与 $\triangle BOC$ 面积相等的三角形有 2 个; ④ $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COE}$; ⑤ $OF = \frac{1}{3}AD$. 其中一定正确结论有 ()



A. ②③

B. ①③④

C. ②④⑤

D. ②③④

【答案】D

【解析】

【分析】由重心是三条中线的交点, 可知线段 AD, BE, CF 是 $\triangle ABC$ 的三条中线, 可判断①错误, 继而得出 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EBC} = S_{\triangle AFC} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$,

$S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD}, S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE}, S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}$, 进一步推出 $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE} = S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}$, 然后逐个分析即可.

【详解】解: ① $\because AD, BE, CF$ 相交于点 O , 点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, 重心是三条中线的交点, $\therefore$ 线段 AD, BE, CF 是 $\triangle ABC$ 的三条中线, 故①错误; $\because$ 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EBC} = S_{\triangle AFC} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD}, S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE}, S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF},$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle BCE} - S_{\text{四边形CDOE}}, S_{\triangle AOE} = S_{\triangle ACD} - S_{\text{四边形CDOE}},$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOE},$$

同理可求: $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE} = S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}$, 故④正确;

$\therefore \triangle BOD$ 的面积是 $\triangle AOC$ 面积的一半, 故②正确;

图中与 $\triangle BOC$ 面积相等的三角形有 $\triangle AOC, \triangle AOB$ 共 2 个, 故③正确;

$$\therefore S_{\triangle BOF} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCF}, \triangle BOF \text{ 与 } \triangle BCF \text{ 等高},$$

$$\therefore OF = \frac{1}{3}CF,$$

$\therefore CF$ 与 AD 不一定相等,

$$\therefore OF = \frac{1}{3}AD \text{ 不一定成立, 故⑤错误.}$$

综上所述, 正确的结论有②③④, 共 3 个.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 从某个多边形的一个顶点出发的所有对角线, 将其分成 6 个三角形, 则这是_____边形.

【答案】八

【解析】

【分析】本题考查多边形对角线的性质, 掌握从 n 边形的一个顶点出发的所有对角线将多边形分成 $(n-2)$ 个三角形的规律是解题关键, 根据规律列方程求解即可.

【详解】解: 设这个多边形为 n 边形, 根据题意得 $n-2=6$,
移项得 $n=6+2$,
 $\therefore n=8$.

8. 如果一个多边形的内角和是外角和的 3 倍还多 180° , 那么这个多边形是_____边形.

【答案】九

【解析】

【分析】多边形的内角和比外角和的 3 倍多 180° , 而多边形的外角和是 360° , 则内角和是 1260° . n 边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 设这个多边形的边数是 n , 就得到方程, 从而求出边数.

【详解】解: 设这个多边形的边数为 n , 根据题意, 得

$$(n-2) \cdot 180 = 360 \times 3 + 180,$$

解得： $n=9$.

故答案为： 九 .

【点睛】考查了多边形内角与外角，此题要结合多边形的内角和公式寻求等量关系，构建方程即可求解.

9. 平面直角坐标系中，将点 $A(m-1, m+2)$ 先向左平移 2 个单位长，再向上平移 3 个单位长，得到点 A' ，若点 A' 位于第二象限，则 m 的取值范围是_____ .

【答案】 $-5 < m < 3$

【解析】

【分析】根据点的平移规律可得向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到 $(m-1-2, m+2+3)$ ，再根据第二象限内点的坐标符号可得.

【详解】解：点 $A(m-1, m+2)$ 先向左平移 2 个单位长，再向上平移 3 个单位长得到点 $A'(m-3, m+5)$ ，

$\because$ 点 A' 位于第二象限，

$$\therefore \begin{cases} m-3 < 0 \\ m+5 > 0 \end{cases},$$

解得： $-5 < m < 3$,

故答案为： $-5 < m < 3$.

【点睛】此题主要考查了坐标与图形变化-平移，关键是横坐标，右移加，左移减；纵坐标，上移加，下移减.

10. 点 $A(6-a, 5)$ 和点 $B(3, b)$ 关于 y 轴对称，则 $AB =$ _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】本题考查平面直角坐标系中关于 y 轴对称的点的坐标特征，以及平行于 x 轴的直线上两点间距离的计算，根据关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标相等，求出 a ， b 的值，得到 A ， B 两点坐标，再计算 AB 的长度即可.

【详解】解： $\because$ 点 $A(6-a, 5)$ 和点 $B(3, b)$ 关于 y 轴对称，

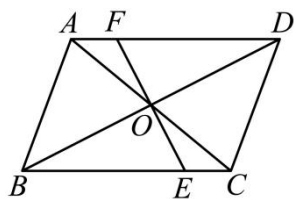
$$\therefore 6-a = -3, \quad b = 5,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (-3, 5), \text{ 点 } B \text{ 的坐标为 } (3, 5),$$

$\because A, B$ 纵坐标相同， AB 平行于 x 轴，

$$\therefore AB = |3 - (-3)| = 6.$$

11. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O ， $BD = 12$ ，过点 O 作 $EF \perp BD$ 分别交 BC 、 AD 于点 E 、 F ，若 $\angle ADB = 30^\circ$ ，则 EF 的长为_____.



【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行四边形的性质，勾股定理，全等三角形的性质与判定，含 30° 度角的直角三角形的性质，根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$ ， $OB = OD = \frac{1}{2}BD = 6$ ，可证明 $\triangle OAF \cong \triangle OCE$ (AAS) 得到 $EF = 2OF$ ，用含 30° 度角的直角三角形的性质和勾股定理求出 OF 的长即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O ， $BD = 12$ ，

$$\therefore AD \parallel BC, \quad OB = OD = \frac{1}{2}BD = 6,$$

$$\therefore \angle OAF = \angle OCE, \quad \angle OFA = \angle OEC,$$

$$\therefore \triangle OAF \cong \triangle OCE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OF = OE,$$

$$\therefore EF = 2OF;$$

$$\therefore EF \perp BD,$$

$$\therefore \angle FOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = 2OF,$$

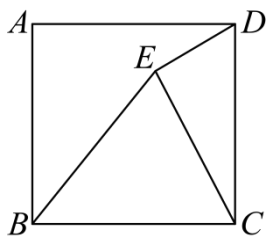
$$\therefore OD = \sqrt{DF^2 - OF^2} = \sqrt{3}OF = 6,$$

$$\therefore OF = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EF = 4\sqrt{3},$$

故答案为： $4\sqrt{3}$.

12. 如图，点 E 是长方形 $ABCD$ 内部一点，连接 BE ， CE ， DE ， $BE = AD$ ，若 $\angle CED = 90^\circ$ ， $\angle CDE = 65^\circ$ ，则 $\angle BEC$ 的度数为_____°.



【答案】 65

【解析】

【分析】根据角度的计算得出 $\angle BCE = 65^\circ$ ，根据长方形的性质，证出 $BE = BC$ ，即得 $\angle BEC = \angle BCE$ ，可得出结果.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为长方形，

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ, \quad AD = BC,$$

$$\therefore \angle CED = 90^\circ, \quad \angle CDE = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = 180^\circ - \angle CED - \angle CDE = 25^\circ,$$

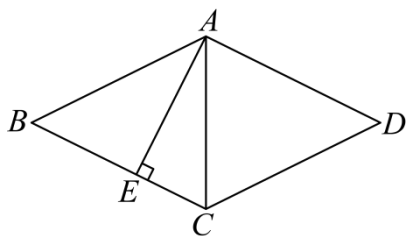
$$\therefore \angle BCE = \angle BCD - \angle ECD = 65^\circ,$$

$$\therefore BE = AD,$$

$$\therefore BE = BC,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BCE = 65^\circ.$$

13. 已知一个菱形的周长与面积均为 20，则这个菱形较短对角线长为_____.



【答案】 $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题通过菱形的性质，先由周长求边长，再用面积求高，最后在两个直角三角形中用勾股定理逐步求出较短对角线的长度.

【详解】解： $\because$ 菱形的四条边相等，周长为 20，

$$\therefore \text{边长 } BC = \frac{20}{4} = 5,$$

$$\therefore \text{面积为 } 20, \quad BC = 5,$$

$$\therefore 5 \times AE = 20, \quad \text{解得: } AE = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AB = 5$ ， $AE = 4$ ，由勾股定理：

$$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3,$$

$$\because BC = 5, \quad BE = 3,$$

$$\therefore EC = BC - BE = 5 - 3 = 2,$$

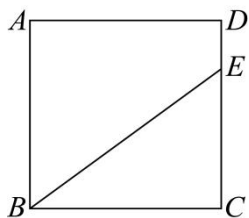
在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $AE = 4$, $EC = 2$, 由勾股定理:

$$AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{则另一条对角线的长度为 } \frac{2 \times 20}{2\sqrt{5}} = 4\sqrt{5} > 2\sqrt{5},$$

故这个菱形较短对角线长为 $2\sqrt{5}$.

14. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 在 CD 边上, $CE = 3$, 若点 F 在正方形的某一边上, 满足 $CF = BE$, 且 CF 与 BE 的交点为 M , 则 $CM =$ _____.



【答案】 $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$

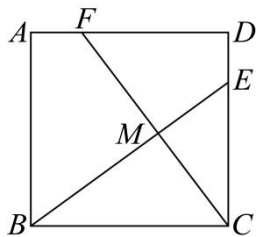
【解析】

【分析】 本题主要考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质以及勾股定理的运用, 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

分点 F 在 AD 上、点 F 在 AB 上两种情况, 分别依据全等三角形的性质以及矩形的性质求解即可.

【详解】 解: 分两种情况:

①如图所示, 当点 F 在 AD 上时,



$$\because CF = BE, \quad CD = BC = 4, \quad \angle BCE = \angle CDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BCE \cong \text{Rt}\triangle CDF (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle DCF = \angle CBE,$$

$$\text{又} \because \angle BCF + \angle DCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BMC = 90^\circ, \text{ 即 } CF \perp BE,$$

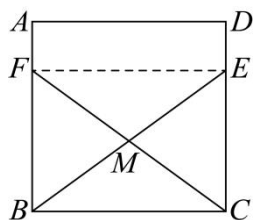
$$\because BC = 4, CE = 3, \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = 5,$$

$$\because S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} BE \cdot CM = \frac{1}{2} BC \cdot CE,$$

$$\therefore CM = \frac{BC \times CE}{BE} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5};$$

②如图所示, 当点 F 在 AB 上时,



同理可得, $\text{Rt}\triangle BCF \cong \text{Rt}\triangle CBE$ (HL),

$$\therefore BF = CE,$$

$$\text{又} \because BF \parallel CE,$$

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形,

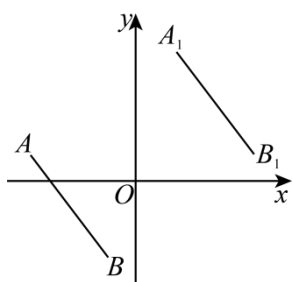
$$\text{又} \because \angle BCE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是矩形,

$$\therefore CM = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}.$$

故答案为: $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$.

15. 如图, 点 A 、 B 的坐标分别是 $(-4, 1)$ 、 $(-1, -3)$, 若将线段 AB 平移至 A_1B_1 的位置, A_1 与 B_1 坐标分别是 $(m, 5)$ 和 $(4, n)$, 则线段 AB 在平移过程中扫过的图形面积为_____.



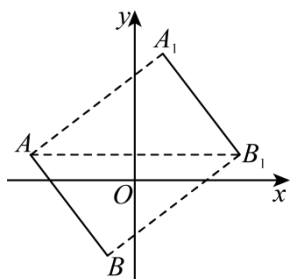
【答案】 32

【解析】

【分析】 本题主要考查坐标与图形变化—平移，在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同．平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减．直接利用平移中点的变化规律求出 m ， n 的值，再根据线段 AB 在平移过程中扫过的图形面积 = 四边形 ABB_1A_1 的面积 = $2S_{\triangle ABB_1}$ 求解即可．

【详解】 解： $\because$ 点 A 、 B 的坐标分别为 $(-4,1)$ ， $(-1,-3)$ ，平移后 A_1 与 B_1 坐标分别是 $(m,5)$ 和 $(4,n)$ ，
 $\therefore$ 可知将线段 AB 向右平移 5 个单位，向上平移 4 个单位，
 $\therefore m = -4 + 5 = 1$ ， $n = -3 + 4 = 1$ ，
 $\therefore A_1$ 与 B_1 坐标分别是 $(1,5)$ 和 $(4,1)$ ，

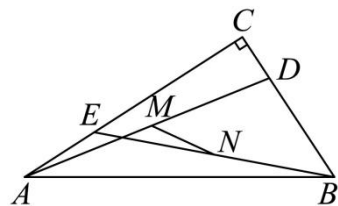
如图：



$\therefore$ 线段 AB 在平移过程中扫过的图形面积 = $2S_{\triangle ABB_1} = 2 \times \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 32$ ．

故答案为： 32．

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D, E 分别在 BC, AC 边上，且 $AE = 4$ ， $BD = 6$ ，分别连接 AD, BE ，点 M, N 分别是 AD, BE 的中点，连接 MN ，则线段 MN 的长为_____．



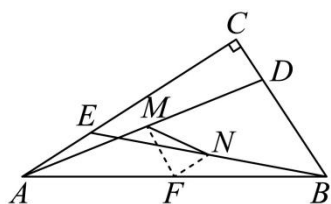
【答案】 $\sqrt{13}$

【解析】

【分析】 根据题意取 AB 的中点 F ，连接 NF, MF ，根据三角形的中位线的性质，可得 $MF = \frac{1}{2}BD = 3$ ， $MF \parallel BD$ ， $NF = \frac{1}{2}AE = 2$ ， $NF \parallel AE$ ，根据勾股定理，则 $MN^2 = MF^2 + NF^2$ ，求出 MN 即可。

本题考查三角形中位线，勾股定理等知识，解题的关键是掌握三角形中位线的性质，勾股定理的应用。

【详解】 解：取 AB 的中点 F ，连接 NF, MF ，



$\because \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$ ，

$\because$ 点 M 是 AD 的中点，

$\therefore MF$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，

$\therefore MF = \frac{1}{2}BD = 3$ ， $MF \parallel BD$ ，

$\therefore \angle AFM = \angle CBA$ ，

$\because NF$ 是 $\triangle ABE$ 的中位线，

$\therefore NF = \frac{1}{2}AE = 2$ ， $NF \parallel AE$ ，

$\therefore \angle BFN = \angle BAC$ ，

$\therefore \angle BFN + \angle AFM = \angle BAC + \angle CBA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle MFN = 90^\circ$ ，

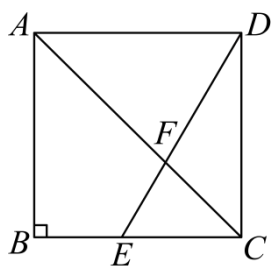
$\therefore MN^2 = MF^2 + NF^2$ ，

$\therefore MN^2 = 3^2 + 2^2 = 13$ ，

$\therefore MN = \sqrt{13}$ 。

故答案为： $\sqrt{13}$ 。

17. 已知：如图. 正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm ，点 E 是边 BC 上一点， DE 与对角线 AC 交于点 F ，如果 $EB = EF$ ，那么线段 EC 长为_____ cm 。

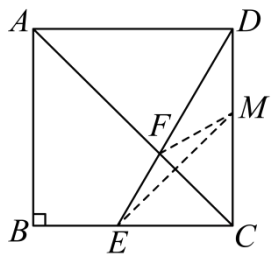


【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查正方形的性质，等腰三角形的判定与性质，勾股定理. 在 CD 上取一点 M ，使 $DM = BE$ ，连接 $DM = BE$ ， MF ， ME ，由正方形 $ABCD$ 可得 $\angle ACD = \angle ACB = 45^\circ$ ，结合 $CE = CM$ ，得到 AC 垂直平分 EM ， $\angle MEC = \angle EMC = 45^\circ$ ，则 $EB = EF = DM = FM$ ，得到 $\angle DFM = \angle FDM = 2\angle FEM$ ， $\angle EMC = 3\angle FEM = 45^\circ$ ，求出 $\angle DFM = \angle FDM = 2\angle FEM = 30^\circ$ ，最后在 $\text{Rt}\triangle ECD$ 中根据 30° 直角三角形的性质和勾股定理计算即可.

【详解】解：在 CD 上取一点 M ，使 $DM = BE$ ，连接 $DM = BE$ ， MF ， ME ，



$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm ，
 $\therefore AD = BC = CD = AB = 3$ ， $\angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle ACD = \angle ACB = 45^\circ$ ，
 $\therefore DC - DM = BC - BE$ ，即 $CE = CM$ ，
 $\therefore AC$ 垂直平分 EM ， $\angle MEC = \angle EMC = 45^\circ$ ，
 $\therefore FM = EF$ ，
 $\therefore EB = EF$ ，
 $\therefore EB = EF = DM = FM$ ，
 $\therefore \angle FEM = \angle FME$ ， $\angle DFM = \angle FDM$ ，
 $\therefore \angle DFM = \angle FDM = \angle FEM + \angle FME = 2\angle FEM$ ，
 $\therefore \angle EMC = \angle FDM + \angle FEM = 3\angle FEM = 45^\circ$ ，
 $\therefore \angle FEM = \angle FME = 15^\circ$ ， $\angle DFM = \angle FDM = 2\angle FEM = 30^\circ$ ，
 $\therefore DE = 2EC$ ，

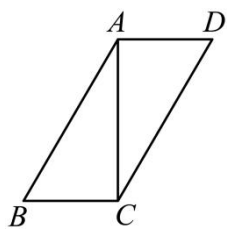
$$\because CD^2 + CE^2 = DE^2,$$

$$\therefore 3^2 + CE^2 = (2EC)^2,$$

解得 $CE = \sqrt{3}$ (负值舍去),

故答案为: $\sqrt{3}$.

18. 如图, 平行四边形 $ABCD$, $AB = 2BC$, 对角线 $AC \perp BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转, 使得点 A 落在直线 CD 上的点 A' 处, 那么 $S_{\triangle A'BC} : S_{\triangle ABC}$ 的值是_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{13} \pm 1}{4}$

【解析】

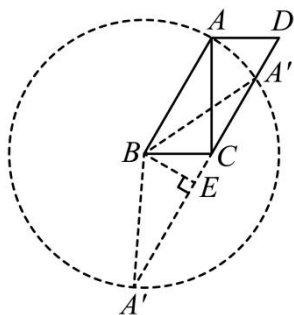
【分析】 本题考查相似三角形的判定与性质, 勾股定理, 平行四边形的性质, 旋转的性质; 如图, 以点 B 为圆心, AB 为半径画圆, 与直线 CD 交点即为 A' , 过 B 作 $BE \perp CD$ 交直线 CD 于 E , 设 $BC = 2a$, 则

$AB = 4a$, $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{3}a$, $S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3}a^2$, 再证明 $\triangle ABC \sim \triangle BCE$ 得到,

$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BE} = \frac{BC}{CE}$, 代入求出 $BE = \sqrt{3}a$, $CE = a$, 利用勾股定理求出 $A'E = \sqrt{13}a$, 即可求出 $A'C$ 和

$S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} A'C \times BE$, 再求 $S_{\triangle A'BC} : S_{\triangle ABC}$ 即可, 注意分情况讨论.

【详解】 解: 如图, 以点 B 为圆心, AB 为半径画圆, 与直线 CD 交点即为 A' , 过 B 作 $BE \perp CD$ 交直线 CD 于 E , 则 $AB = A'B$;



$\because$ 平行四边形 $ABCD$,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABC = \angle BCE$,

$$\because AB = 2BC, AC \perp BC,$$

$$\therefore \text{设 } BC = 2a, \text{ 则 } AB = 2BC = 4a, AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{3}a,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}a \cdot 2a = 2\sqrt{3}a^2,$$

$$\because AC \perp BC, BE \perp CD,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BE} = \frac{BC}{CE},$$

$$\therefore \frac{4a}{2a} = \frac{2\sqrt{3}a}{BE} = \frac{2a}{CE},$$

$$\text{解得 } BE = \sqrt{3}a, CE = a,$$

$$\therefore A'E = \sqrt{A'B^2 - BE^2} = \sqrt{(4a)^2 - (\sqrt{3}a)^2} = \sqrt{13}a,$$

$$\text{当 } A' \text{ 在 } C \text{ 右边时, } A'E = AE - CE = \sqrt{13}a - a,$$

$$S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} A'C \cdot BE = \frac{1}{2} \times (\sqrt{13}a - a) \times \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{13} - 1)}{2} a^2,$$

$$\therefore S_{\triangle A'BC} : S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{13} - 1)}{2} a^2 : 2\sqrt{3}a^2 = \frac{\sqrt{13} - 1}{4};$$

$$\text{当 } A' \text{ 在 } C \text{ 左边时, } A'E = AE + CE = \sqrt{13}a + a,$$

$$S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} A'C \cdot BE = \frac{1}{2} \times (\sqrt{13}a + a) \times \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{13} + 1)}{2} a^2,$$

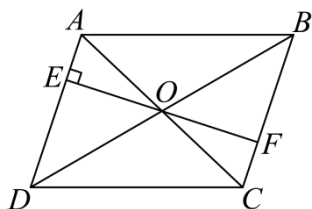
$$\therefore S_{\triangle A'BC} : S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{13} + 1)}{2} a^2 : 2\sqrt{3}a^2 = \frac{\sqrt{13} + 1}{4};$$

$$\text{综上所述, } S_{\triangle A'BC} : S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{13} \pm 1}{4},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{13} \pm 1}{4}.$$

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 46 分)

19. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 O 是对角线 AC 、 BD 的交点, EF 过点 O 且垂直于 AD .



(1) 求证: $OE = OF$;

(2) 若平行四边形 $ABCD$ 的周长是 24, $OE = 2$, 求四边形 $ABFE$ 的周长.

【答案】 (1) 见解析 (2) 16

【解析】

【分析】 (1) 利用平行四边形的性质和已知条件证明 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ (AAS) 即可;

(2) 根据平行四边形的性质和全等三角形的性质进行解答即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 O 是对角线 AC 、 BD 的交点,

$$\therefore AO = CO, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OCF,$$

$\because EF$ 过点 O 且垂直于 AD .

$$\therefore EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle OEA = \angle OFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OE = OF;$$

【小问 2 详解】

解: $\because OE = 2$,

$$\therefore \text{由 (1) 得 } OE = OF = 2,$$

$$\therefore EF = 4,$$

$\because$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长是 24, $AB = CD, AD = BC$

$$\therefore AB + BC = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

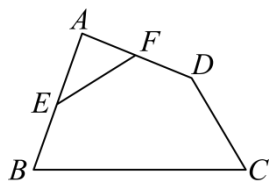
$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

$$\therefore AE = CF$$

$$\therefore AB + AE + BF + EF = AB + CF + BF + EF = AB + BC + EF = 12 + 4 = 16$$

即四边形 $ABFE$ 的周长为 16.

20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 AD 的中点, $BC = 10$, $CD = 6$, $EF = 4$, $\angle AFE = 52^\circ$. 求 $\angle ADC$ 的度数.

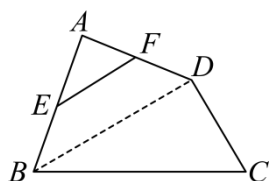


【答案】 142°

【解析】

【分析】 连接 BD , 根据三角形中位线定理得到 $BD = 8$, $EF \parallel BD$, 根据平行线的性质求出 $\angle ADB$, 根据勾股定理的逆定理求出 $\angle BDC = 90^\circ$, 计算即可.

【详解】 解: 如图, 连接 BD ,



$\because$ 点 E 、 F 分别是边 AB 、 AD 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线,

$\therefore BD = 2EF = 2 \times 4 = 8$, $EF \parallel BD$,

$\therefore \angle ADB = \angle AFE$,

$\because \angle AFE = 52^\circ$,

$\therefore \angle ADB = 52^\circ$,

在 $\triangle BDC$ 中, $BD^2 + CD^2 = 8^2 + 6^2 = 100$, $BC^2 = 10^2 = 100$,

$\therefore BD^2 + CD^2 = BC^2$,

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \angle ADB + \angle BDC = 52^\circ + 90^\circ = 142^\circ$.

21. 平面直角坐标系内有点 $A(5,1)$ 、 $B(-1,3)$, 点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle PAB$ 是以 AB 为底边的等腰三角形, 求点 P 的坐标.

【答案】 $P(0, -4)$

【解析】

【分析】 本题考查了两点间的距离公式, 等腰三角形的定义.

设 $P(0, p)$ ，根据两点之间距离公式得出 $PA^2 = 5^2 + (p-1)^2$ ， $PB^2 = (-1)^2 + (p-3)^2$ ，根据等腰三角形的性质，列出方程求解即可.

【详解】解：∵点 P 在 y 轴上，

∴点 P 的横坐标为 0，

设 $P(0, p)$ ，

∵ $\triangle PAB$ 是以 AB 为底边的等腰三角形，

∴ $PA = PB$ ，

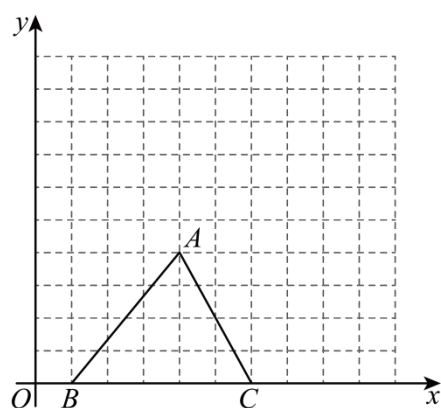
∴ $PA^2 = 5^2 + (p-1)^2$ ， $PB^2 = (-1)^2 + (p-3)^2$ ，

∴ $5^2 + (p-1)^2 = (-1)^2 + (p-3)^2$ ，

解得： $p = -4$ ，

∴ $P(0, -4)$.

22. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(4, 4)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(6, 0)$ ，仅用无刻度的直尺在给定网格中按下述步骤完成画图，并回答问题：



(1) 画线段 AD ，使 $AD = BC$ 且 $AD \parallel BC$ ，并写出点 D 的坐标.

(2) 在线段 AD 上找出一一点 E ，使 $\angle DCE = 45^\circ$ (保留作图痕迹，不写作法和证明).

【答案】(1) 图见解析； $(9, 4)$

(2) 图见解析

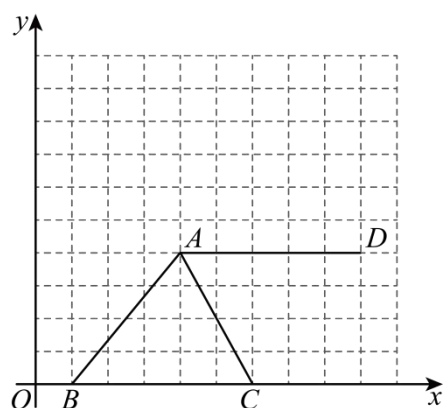
【解析】

【分析】(1) 在点 A 右侧 5 个单位的格点就是点 D ，根据位置写出坐标即可；

(2) 连接 DC ，连接 DF 、 HG 交于点 I ，再作射线 CI 交 AD 于 E ，即可解决问题.

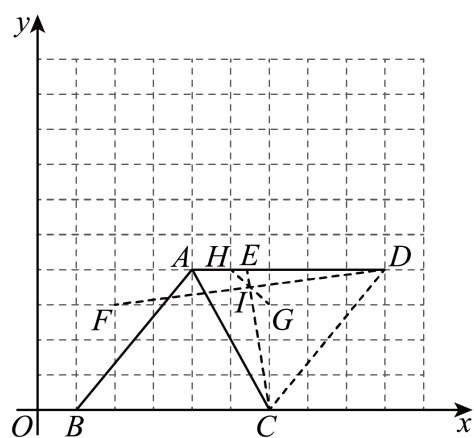
【小问 1 详解】

解：画线段如图所示：点 D 的坐标为 $D(9,4)$ ，

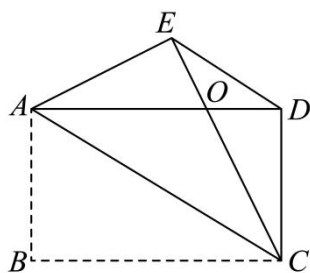


【小问 2 详解】

解：如图，连接 DC ，连接 DF 、 HG 交于点 I ，再作射线 CI 交 AD 于 E ，此时 $\angle DCE = 45^\circ$ ，



23. 已知：如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD > AB$ ，将 ABC 沿直线 AC 翻折，点 B 落在点 E 处， CE 与 AD 相交于点 O ，连接 DE 。



(1) 求证： $DE \parallel AC$ 。

(2) 连接 BE ， BE 与 AD 的交点为 G ，过 G 作 $GH \parallel DE$ 交 EC 于 H ，连接 DH 。求证：四边形 $DEGH$ 是矩形。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 由矩形的性质可得 $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ 。由平行线的性质可得 $\angle BCA = \angle DAC$ ，由折叠的性质可得 $\triangle AEC \cong \triangle ABC$ ，由全等三角形的性质可得 $\angle BCA = \angle ECA$ ，从而得出 $\angle DAC = \angle ECA$ ，再

结合等腰三角形的性质以及三角形内角和定理求出 $\angle DAC = \angle ODE$ ，即可得证；

(2) 由折叠的性质结合平行线的性质可得 $\angle GED = 90^\circ$ ，由同角的余角相等可得 $\angle OEG = \angle OGE$ ，从而证明出 $OG = OD$ ，证明 $\triangle DEO \cong \triangle GHO$ 得出 $EO = HO$ ，即可得证.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 矩形 $ABCD$ ，

$$\therefore AD \parallel BC, \quad AD = BC.$$

$$\therefore \angle BCA = \angle DAC,$$

$\because \triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle ABC.$$

$$\therefore \angle BCA = \angle ECA.$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ECA,$$

$$\therefore OA = OC.$$

$$\because \triangle AEC \cong \triangle ABC,$$

$$\therefore EC = BC,$$

$$\therefore AD = EC.$$

$$\therefore OD = OE.$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OED.$$

$$\text{在 } \triangle OAC \text{ 中, } \angle DAC + \angle ECA + \angle AOC = 180^\circ.$$

$$\text{在 } \triangle ODE \text{ 中, } \angle ODE + \angle OED + \angle DOE = 180^\circ.$$

$$\text{又 } \because \angle AOC = \angle DOE,$$

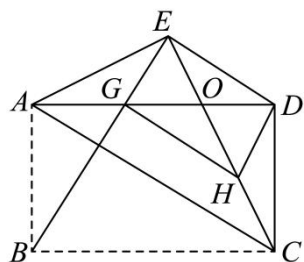
$$\therefore 2\angle DAC = 2\angle ODE,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ODE.$$

$$\therefore AC \parallel DE.$$

【小问 2 详解】

证明：如图：

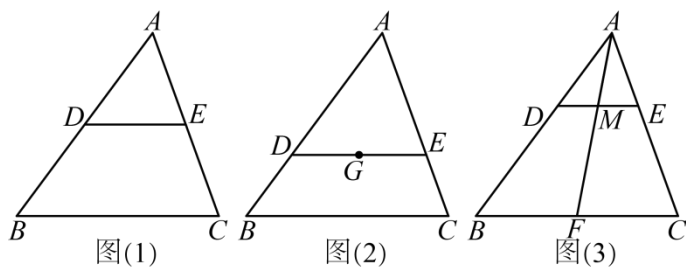


$\because \triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折,

$\therefore AC \perp BE$.
 $\because DE \parallel AC$,
 $\therefore BE \perp DE$,
 $\therefore \angle GED = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OEG + \angle OED = 90^\circ$, $\angle OGE + \angle ODE = 90^\circ$,
 $\because \angle ODE = \angle OED$,
 $\therefore \angle OEG = \angle OGE$.
 $\therefore OG = OE$.
 又 $\because OD = OE$.
 $\therefore OG = OD$.
 $\because GH \parallel DE$,
 $\therefore \angle DEH = \angle GHE$,
 又 $\angle DOE = \angle GOH$,
 $\therefore \triangle DEO \cong \triangle GHO$.
 $\therefore EO = HO$,
 $\therefore$ 四边形 $DEGH$ 是平行四边形.
 $\therefore$ 平行四边形 $DEGH$ 是矩形.

【点睛】 本题考查了矩形的判定与性质、折叠的性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

24. 如图 (1), 线段 DE 是 ABC 的中位线, 我们可以得到 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = 1$, $DE \parallel BC$.



(1) 如图 (2), 现将 DE 所在的直线平移至经过 ABC 的重心 G 的位置, 请问: $\frac{AD}{DB}$ 与 $\frac{AE}{EC}$ 的值_____ (填相等或不相等), 如果相等, 那么等于_____.

(2) 如图 (3), 已知点 M 为是 ABC 中线 AF 上一点, 且 $\frac{AM}{MF} = \frac{2}{3}$, 现将 DE 所在的直线平移至经过点 M 的位置, 请问: $\frac{AD}{DB}$ 与 $\frac{AE}{EC}$ 的值还相等吗? 如果相等, 那么等于多少? 并说明理由.

【答案】(1) 相等, 2;

(2) $\frac{AD}{DB}$ 与 $\frac{AE}{EC}$ 的值相等, 等于 $\frac{2}{3}$, 理由见解析

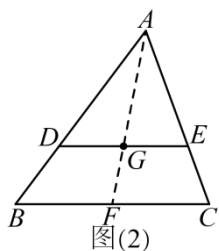
【解析】

【分析】(1) 利用三角形中位线的性质和三角形重心的性质进行解答即可;

(2) 利用三角形中位线的性质和三角形重心的性质进行解答即可.

【小问 1 详解】

解: 设 BC 的中点为 F , 连接 AF ,



$\because G$ 是 ABC 的重心,

$\therefore AG = 2GF$, 即 $\frac{AG}{GF} = 2$,

$\because DE \parallel BC$,

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AG}{FG}, \frac{AE}{EC} = \frac{AG}{FG}$,

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{AG}{FG} = 2$,

即 $\frac{AD}{DB}$ 与 $\frac{AE}{EC}$ 的值相等, 且都等于 2;

【小问 2 详解】

解: $\frac{AD}{DB}$ 与 $\frac{AE}{EC}$ 的值相等, 等于 $\frac{2}{3}$,

理由是: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{AM}{MF}$,

$\therefore \frac{AM}{MF} = \frac{2}{3}$,

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{AM}{MF} = \frac{2}{3}$,

即 $\frac{AD}{DB}$ 与 $\frac{AE}{EC}$ 的值相等, 等于 $\frac{2}{3}$.

25. 综合与实践:

【问题情境】某数学兴趣小组在学完《平行四边形》之后, 研究了新人教版数学教材第 64 页的数学活动 1. 其

内容如下：

如果我们身旁没有量角器或三角尺，又需要作 60° ， 30° ， 15° 等大小的角，可以采用下面的方法（如图 1）：

- （1）对折矩形纸片 $ABCD$ ，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 EF ，把纸片展平。
- （2）再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上，并使折痕经过点 B ，得到折痕 BM 。同时，得到了线段 BN 。

【知识运用】请根据上述过程完成下列问题：

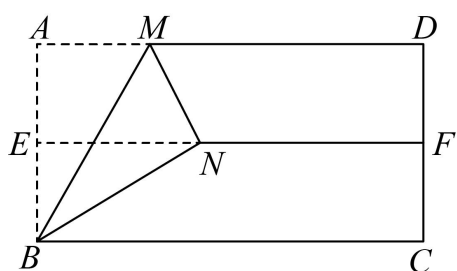


图 1

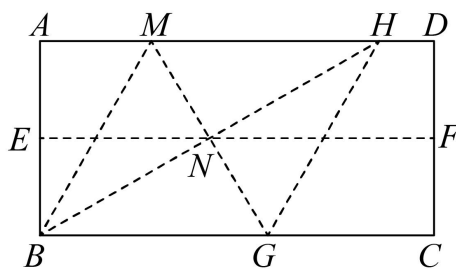


图 2

（1）已知矩形纸片 $ABCD$ ， $AB = 4\sqrt{3}$ ， $AM = 4$ ，求线段 BM 的长；

（2）通过观察猜测 $\angle NBC$ 的度数是多少？并进行证明；

【综合提升】

（3）乐乐在探究活动的第（2）步基础上再次动手操作（如图 2），将 MN 延长交 BC 于点 G 。将 $\triangle BMG$ 沿 MG 折叠，点 B 刚好落在 AD 边上点 H 处，连接 GH ，把纸片再次展平。请判断四边形 $BGHM$ 的形状，并说明理由。

【答案】（1）8；（2） $\angle NBC = 30^\circ$ ，证明见解析；（3）四边形 $BGHM$ 为菱形，理由见解析。

【解析】

【分析】本题考查平行四边形，菱形，勾股定理的知识，解题的关键是掌握勾股定理的运用，矩形的性质，平行四边形的性质，菱形的判定，即可。

- （1）根据矩形的性质，则 $\angle A = 90^\circ$ ，根据勾股定理，即可求出 MB ；
- （2）连接 AN ，根据折叠的性质，则 $AN = BN$ ， $\triangle ABN$ 为等边三角形，根据等边三角形的性质，即可；
- （3）根据折叠的性质，则 $\angle ABM = \angle NBM$ ， $\angle BAM = \angle MNB = 90^\circ$ ，根据三线合一，则 $BM = BG$ ，根据菱形的判定和性质，即可。

【详解】解：（1） $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{3}, \quad AM = 4,$$

$$\therefore BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = 8;$$

(2) 猜测: $\angle NBC = 30^\circ$,

证明: 连接 AN :

$\therefore EF$ 为折痕,

$\therefore EF$ 垂直平分 AB ,

$\therefore AN = BN$,

$\therefore \triangle BMN$ 由 $\triangle BMA$ 折叠所得,

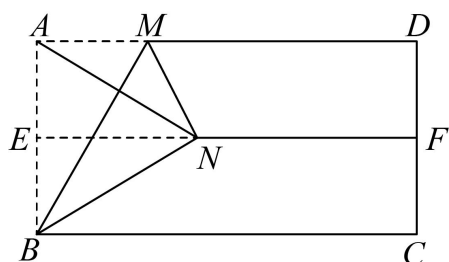
$\therefore AB = BN$,

$\therefore AN = BN = AB$,

$\therefore \triangle ABN$ 为等边三角形,

$\therefore \angle ABN = 60^\circ$,

$\therefore \angle NBC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$;



(3) 四边形 $BGHM$ 为菱形, 理由:

$\therefore \triangle BMN$ 由 $\triangle BMA$ 折叠所得,

$\therefore \angle ABM = \angle NBM$, $\angle BAM = \angle MNB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABN = \angle ABM + \angle NBM = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABM = \angle NBM = 30^\circ$,

$\therefore \angle NBC = 30^\circ$,

$\therefore \angle NBM = \angle NBC = 30^\circ$,

$\therefore \angle MBG = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BMG$ 是等边三角形,

$\therefore BM = BG$,

$\therefore$ 将 $\triangle BMG$ 沿 MG 折叠, 点 B 刚好落在 AD 边上点 H 处, 连接 GH ,

$\therefore \triangle BMG \cong \triangle HGM$, $BH \perp MG$,

$\therefore MH = BM$,

$$\therefore MH = BM = BG,$$

$$\therefore MH \parallel BG,$$

$\therefore$ 四边形 $BGHM$ 是平行四边形,

$$\therefore BM = BG,$$

$\therefore$ 四边形 $BGHM$ 是菱形.