

2025 学年第二学期初二年级数学学科期中考试卷

(本试卷完成时间 90 分钟)

一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 坐标思想是法国数学家笛卡尔创立的, 在平面直角坐标系中, 关于点坐标 $(-2, 4)$ 和 $(2, -4)$, 下列结论正确的是 ()

- A. 横坐标相同 B. 纵坐标相同 C. 所在象限相同 D. 到 y 轴距离相同

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了关于平面直角坐标系及位置的确定的基本概念, 准确理解相关知识点是解题的关键. 根据点的横纵坐标, 所象限和点到坐标轴的距离求解即可.

- 【详解】A. 坐标 $(-2, 4)$ 的横坐标为 -2 , $(2, -4)$ 的横坐标为 2 , 故选项错误;
B. 坐标 $(-2, 4)$ 的纵坐标为 4 , $(2, -4)$ 的纵坐标为 -4 , 故选项错误;
C. 坐标 $(-2, 4)$ 在第二象限, $(2, -4)$ 在第四象限, 故选项错误;
D. 坐标 $(-2, 4)$ 和 $(2, -4)$ 到 y 轴的距离相同, 都等于 2 , 故选项正确.

故选: D.

2. 关于一次函数 $y = -3x + 5$, 下列说法正确的是 ()

- A. 图像与 x 轴的交点 $(0, 5)$
B. y 随着 x 的增大而增大
C. 图像经过第一、二、四象限
D. 其图像可由 $y = 3x$ 的图像向上平移 5 个单位长度得到

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的交点坐标求法、增减性、图象象限判断规律、平移规律, 逐一判断各选项即可.

【详解】解: A. 令 $y = 0$, 得 $-3x + 5 = 0$, 解得 $x = \frac{5}{3}$, 因此图象与 x 轴交点为 $(\frac{5}{3}, 0)$, A 错误, 不符合题意.

B. $\because$ 一次函数 $y = -3x + 5$ 中 $k = -3 < 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而减小, B 错误, 不符合题意.

C. $\because k = -3 < 0, b = 5 > 0, \therefore$ 图象经过第一、二、四象限, C 正确, 符合题意.

D. $y = 3x$ 的图象向上平移 5 个单位长度得到 $y = 3x + 5$, 不是 $y = -3x + 5$, D 错误, 不符合题意.

3. 下列说法错误的是 ()

A. 平行四边形的对角线互相平分

B. 矩形的对角线互相垂直

C. 菱形的每一条对角线平分一组对角

D. 正方形的对角线相等、互相垂直且平分

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形、矩形、菱形、正方形的相关性质逐一判断即可得到错误说法.

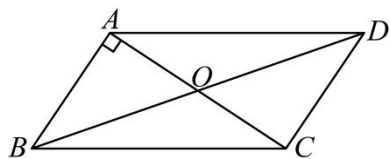
【详解】解: A、平行四边形的基本性质是对角线互相平分, 原说法正确, 不符合题意;

B、矩形的对角线性质是相等且互相平分, 不一定互相垂直, 原说法错误, 符合题意;

C、菱形的每一条对角线平分一组对角, 原说法正确, 不符合题意;

D、正方形的对角线相等、互相垂直且平分, 原说法正确, 不符合题意;

4. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 两对角线交于点 O , $AB \perp AC$, $AD = 10\text{cm}$, $OC = 4\text{cm}$, 那么 BD 的长度为 ()



A. $4\sqrt{13}\text{cm}$

B. 26cm

C. 16cm

D. 6cm

【答案】A

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质得出 $BC = AD = 10\text{cm}$, $OA = OC = 4\text{cm}$, 从而求出 AC 的长; 在 $Rt\triangle ABC$ 中利用勾股定理求出 AB 的长; 再在 $Rt\triangle ABO$ 中利用勾股定理求出 OB 的长, 最后根据 $BD = 2OB$ 即可求解.

【详解】解: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AD = 10\text{cm}$, $OC = 4\text{cm}$

$\therefore BC = AD = 10\text{cm}$, $OA = OC = 4\text{cm}$, $BD = 2OB$,

$\therefore AC = OA + OC = 8\text{cm}$,

$\therefore AB \perp AC$,

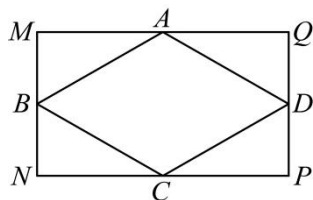
$\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$,

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $OB = \sqrt{AB^2 + OA^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$,

$$\therefore BD = 2OB = 4\sqrt{13}\text{cm}.$$

5. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $\angle BAD = 120^\circ$, 过菱形 $ABCD$ 的顶点分别作对角线 BD , AC 的平行线, 两两相交于点 M , N , P , Q , 则四边形 $MNPQ$ 的面积为 ()



A. $2\sqrt{3}$

B. 4

C. $4\sqrt{3}$

D. 8

【答案】C

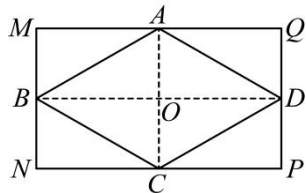
【解析】

【分析】先证明四边形 $AMNC$ 、 $AQPC$ 、 $MNPQ$ 、 $AOBM$ 是平行四边形, 得到 $BD = MQ = NP$,

$MN = AC = PQ$, 再证明四边形 $MNPQ$ 为矩形, 根据勾股定理和直角三角形的性质求出 $AO = \frac{1}{2}AB = 1$,

$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{3}$, 得出 $AC = 2AO = 2$, $BD = 2BO = 2\sqrt{3}$, 最后求出矩形的面积即可.

【详解】解: 连接 AC , BD , AC 与 BD 相交于点 O , 如图所示:



$$\therefore AC \parallel MN \parallel PQ, \quad MQ \parallel BD \parallel NP,$$

$\therefore$ 四边形 $AMNC$ 、 $AQPC$ 、 $MNPQ$ 、 $AOBM$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$$\therefore AC \perp BD, \quad AB = AD, \quad BO = DO, \quad AO = CO,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AOBM$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $AOBM$ 是矩形,

$$\therefore \angle M = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $MNPQ$ 为平行四边形,

∴ 四边形 $MNPQ$ 为矩形,

$$\because \angle BAD = 120^\circ, \quad AB = AD = 2,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle ADO = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD) = 30^\circ,$$

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AB = 1,$$

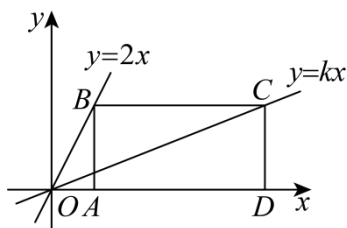
$$\therefore BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}, \quad AC = 2AO = 2,$$

$$\therefore BD = 2BO = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore MQ = BD = 2\sqrt{3}, \quad MN = AC = 2,$$

$$\therefore \text{四边形 } MNPQ \text{ 的面积为: } 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}.$$

6. 如图, 点 B 、 C 分别在直线 $y = 2x$ 和直线 $y = kx$ 上, A 、 D 是 x 轴上两点, 若四边形 $ABCD$ 是矩形, 且 $AB:AD = 1:2$, 则 k 的值是 ()



A. 1

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】设点 A 的坐标为 $(a, 0)$, 根据点 B 在直线 $y = 2x$ 上表示出 B 点坐标及 AB 长, 利用矩形性质和 $AB:AD = 1:2$ 求出 AD 长, 进而得到点 C 的坐标, 代入 $y = kx$ 求解即可.

【详解】解: 设点 A 的坐标为 $(a, 0)$ ($a > 0$),

$\because$ 点 B 在直线 $y = 2x$ 上, 且四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore$ 点 B 的横坐标为 a , 纵坐标为 $2a$, 即 $B(a, 2a)$,

$$\therefore AB = 2a,$$

$\because AB:AD = 1:2$,

$$\therefore AD = 2AB = 4a,$$

$\therefore$ 点 D 的横坐标为 $a + 4a = 5a$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 $5a$, 纵坐标为 $2a$, 即 $C(5a, 2a)$

$\because$ 点 C 在直线 $y = kx$ 上,

$\therefore 2a = 5ak$,

$\because a \neq 0$,

$\therefore k = \frac{2}{5}$.

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 已知点 $P(m-3, 2)$ 在第二象限, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 3$

【解析】

【分析】 本题考查了点坐标所在的象限, 熟练掌握平面直角坐标系中的点坐标的特征是解题关键. 根据第二象限内的点的横坐标小于 0, 纵坐标大于 0 建立不等式, 解不等式即可得.

【详解】 解: $\because$ 点 $P(m-3, 2)$ 在第二象限,

$\therefore m-3 < 0$,

解得 $m < 3$,

故答案为: $m < 3$.

8. 点 $P(3, -4)$ 沿 y 轴翻折后与点 Q 重合, 那么点 Q 的坐标为_____.

【答案】 $(-3, -4)$

【解析】

【分析】 根据关于 y 轴对称的点, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数求解即可.

【详解】 解: $\because$ 点 $P(3, -4)$ 沿 y 轴翻折后与点 Q 重合,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-3, -4)$.

9. 直线 $y = 2x - 7$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】

-7

【解析】

【分析】直线与 y 轴交点的纵坐标叫做这条直线在 y 轴上的截距，依据定义即可求解

【详解】解：当 $x=0$ 时， $y=2\times 0-7=-7$

$\therefore$ 直线 $y=2x-7$ 在 y 轴上的截距为 -7

10. 当 $k=$ _____时，函数 $y=k(x+1)-2$ 是正比例函数.

【答案】

2

【解析】

【分析】先将函数解析式整理为一般形式，再根据正比例函数的定义列关系式求解即可

【详解】解：先整理函数解析式， $y=k(x+1)-2=kx+k-2$,

$\because$ 函数 $y=k(x+1)-2$ 是正比例函数,

$$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ k-2=0 \end{cases},$$

解得 $k=2$

11. 一个多边形的每一个外角都等于 45° ，则这个多边形的内角和为_____.

【答案】 1080° ## 1080 度

【解析】

【分析】本题考查了正多边形的内角和与外角和，熟练掌握多边形的内角和与外角和是解题关键. 先根据多边形的外角和等于 360° 可求出这个多边形的边数，再根据多边形的内角和公式计算即可得.

【详解】解： $\because$ 一个多边形的每一个外角都等于 45° ,

$\therefore$ 这个多边形的边数为 $360^\circ \div 45^\circ = 8$,

$\therefore$ 这个多边形的内角和为 $180^\circ \times (8-2) = 1080^\circ$,

故答案为： 1080° .

12. 已知 ABC 三个顶点的坐标为 $A(1,2)$, $B(4,3)$, $C(3,-4)$ ，则三角形的形状为_____.

【答案】直角三角形

【解析】

【分析】先计算出三角形三边的平方，再利用勾股定理逆定理判断三角形形状即可.

【详解】解： $\because A(1,2)$, $B(4,3)$, $C(3,-4)$,

$$\therefore AB^2 = (1-4)^2 + (2-3)^2 = 9+1=10,$$

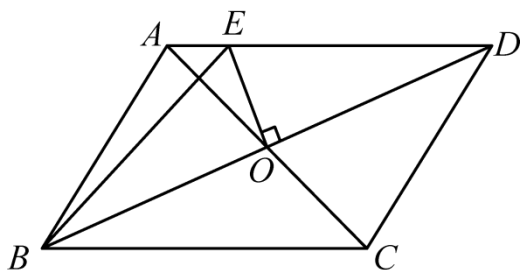
$$AC^2 = (1-3)^2 + (2+4)^2 = 4+36=40,$$

$$BC^2 = (4-3)^2 + (3+4)^2 = 1+49=50,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 10+40=50=BC^2,$$

$\therefore ABC$ 是直角三角形.

13. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , $OE \perp BD$ 交 AD 于点 E , 连接 BE . 若 $\triangle ABE$ 的周长为 10cm, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长为_____cm.



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 线段垂直平分线的性质等知识. 根据平行四边形的性质得到 $AB = DC, AD = BC$, $BO = DO$, 进而得到 OE 是线段 BD 的垂直平分线, $BE = DE$, 进而求出 $AB + AD = 10\text{cm}$, 从而求出平行四边形 $ABCD$ 的周长为 20cm .

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AB = DC, AD = BC, BO = DO,$$

$$\because OE \perp BD,$$

$\therefore OE$ 是线段 BD 的垂直平分线,

$$\therefore BE = DE,$$

$$\because \triangle ABE \text{ 的周长为 } 10\text{cm},$$

$$\therefore AB + BE + AE = 10\text{cm},$$

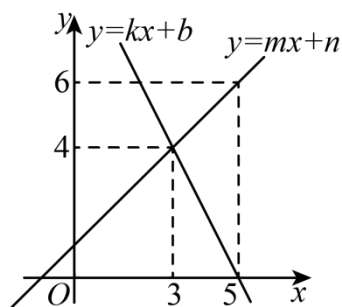
$$\therefore AB + BE + AE = AB + DE + AE = AB + AD = 10\text{cm},$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的周长为 } AB + AD + DC + BC = 10 + 10 = 20\text{cm}.$$

故答案为: 10

14. 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = mx + n$ 的图象如图所示, 若 $0 < kx + b < mx + n$, 根据图象可得 x 的取值范

围为_____.



【答案】 $3 < x < 5$

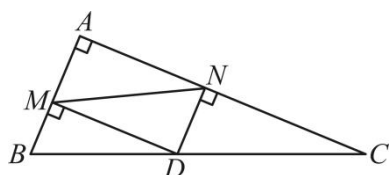
【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系， $0 < kx + b < mx + n$ 表示在 x 轴的上方，且 $y = mx + n$ 的图象在 $y = kx + b$ 的图象的上边部分自变量的取值范围，根据图象即可直接求解.

【详解】 解：根据图象可得， $0 < kx + b < mx + n$ ，则 x 的取值范围是： $3 < x < 5$.

故答案为： $3 < x < 5$.

15. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $BA = 5$ ， $BC = 13$ ， D 是斜边 BC 上的一个动点，过点 D 分别作 $DM \perp AB$ 于点 M ， $DN \perp AC$ 于点 N ，连接 MN ，则线段 MN 长的最小值为_____.



【答案】 $\frac{60}{13}$ 或 $4\frac{8}{13}$

【解析】

【分析】 根据勾股定理得到 $AC = 12$ ，由题意证明四边形 $AMDN$ 是矩形，则当 AD 取最小值时， MN 的值最小，当 $AD \perp BC$ 时， AD 的值最小，由等面积法即可求解.

【详解】 解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $BA = 5$ ， $BC = 13$ ，

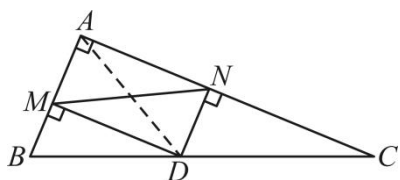
$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

$$\because DM \perp AB, DN \perp AC,$$

$$\therefore \angle AMD = \angle AND = 90^\circ = \angle BAC,$$

$\therefore$ 四边形 $AMDN$ 是矩形，

如图所示，连接 AD ，



$$\therefore AD = MN,$$

$\therefore$ 当 AD 取最小值时, MN 的值最小,

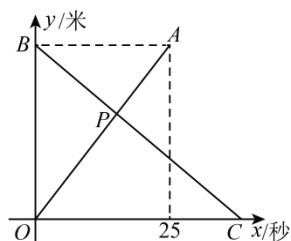
根据点到直线垂线段最短得到, 当 $AD \perp BC$ 时, AD 的值最小,

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot AD,$$

$$\therefore AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13},$$

$$\therefore \text{线段 } MN \text{ 长的最小值为 } \frac{60}{13}.$$

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 线段 OA , BC 分别表示 1 号、2 号无人机在队形变换中飞行高度 y_1 , y_2 (m) 与飞行时间 x (s) 的函数关系, 其中 $y_2 = -4x + 150$, 线段 OA 与 BC 相交于点 P , $AB \perp y$ 轴于点 B , 点 A 的横坐标为 25, 则在第_____秒时 1 号和 2 号无人机在同一高度.



【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查一次函数的应用, 当 $x = 0$ 时, $y_2 = 150$, 求出点 B 的坐标, 进而求出 $y_1 = kx$ 的解析式, 联立 $y_2 = -4x + 150$ 与 $y_1 = kx$, 求出点 P 的坐标即可得到答案. 解题的关键是读懂题意, 正确求出函数关系式.

【详解】 解: 当 $x = 0$ 时, $y_2 = 150$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 150)$,

由题意知点 A 的坐标为 $(25, 150)$,

设 $y_1 = kx$ ($k \neq 0$),

将 $(25, 150)$ 代入 $y_1 = kx$ 得 $150 = 25x$,

$$\therefore x = 6,$$

$$\therefore y_1 = 6x,$$

$\therefore$ 线段 OA 对应的函数表达式为: $y_1 = 6x$,

$$\text{由题意可知} \begin{cases} y_1 = 6x \\ y_2 = -4x + 150 \end{cases}, \text{ 则 } 6x = -4x + 150,$$

$$\text{解得: } x = 15,$$

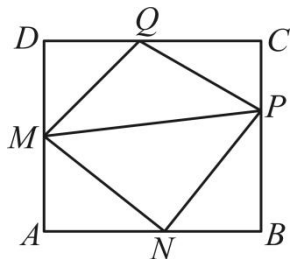
$$\therefore 6x = 90,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (15, 90),$$

$\therefore$ 则在第 15 秒时 1 号和 2 号无人机在同一高度, 为 90m,

故答案为: 15.

17. 定义: 若有一组邻边相等, 且另一组邻边也相等的凸四边形, 我们把这类四边形叫做筝形. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AD = 8$, $AB = 9$, 点 M 为 AD 的中点, 点 N 在 AB 上, 且 $AN = 5$, 点 P, Q , 分别为 BC, CD 上一个动点, 连接 MN, NP, PQ, MQ, MP , 若四边形 $MNPQ$ 为筝形, 则 MP 的长为_____.



【答案】9 或 $\sqrt{82}$

【解析】

【分析】本题考查了矩形的性质, 勾股定理的运用, 掌握以上知识是关键, 根据筝形的定义, 分类讨论, 结合矩形, 勾股定理列式求解即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD = 9, AD = BC = 8, \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$\because$ 点 M 是 AD 的中点,

$$\therefore MD = MA = \frac{1}{2} AD = 4,$$

$$\because AB = 9, AN = 5,$$

$$\therefore BN = 4,$$

在 $Rt\triangle AMN$ 中, $MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$,

$\therefore$ 四边形 $MNPQ$ 为筝形,

$\therefore$ ①当 $MN = NP = \sqrt{41}$ 时, $BP = \sqrt{NP^2 - NB^2} = \sqrt{(\sqrt{41})^2 - 4^2} = 5$, 则 $PC = BC - BP = 8 - 5 = 3$,

设 $DQ = a$, 则 $CQ = CD - DQ = 9 - a$,

$\therefore DM^2 + DQ^2 = PC^2 + CQ^2$, 即 $4^2 + a^2 = 3^2 + (9 - a)^2$,

整理得, $18a = 74$,

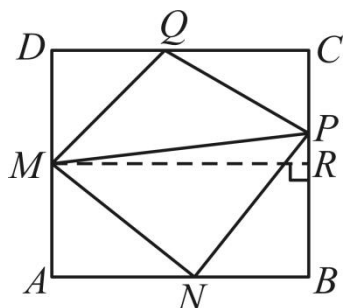
解得, $a = \frac{74}{18}$,

$\therefore DQ = \frac{74}{18}, CQ = 9 - \frac{74}{18} = \frac{44}{9}$,

$\therefore MQ = PQ = \sqrt{4^2 + \left(\frac{74}{18}\right)^2} = \frac{\sqrt{2665}}{9}$,

$\therefore$ 此时 $MN = NP = \sqrt{41}$, $MQ = PQ = \frac{\sqrt{2665}}{9}$ 符合题意,

如图所示, 过点 M 作 $MR \perp BC$ 于点 R ,

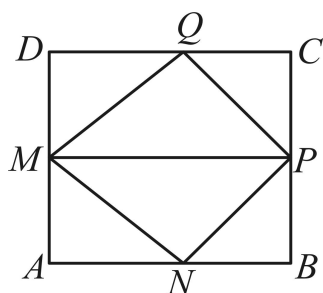


$\therefore BR = CR = \frac{1}{2}BC = 4$, $MR = AB = 9$

$\therefore PR = CR - CP = 4 - 3 = 1$,

$\therefore MP = \sqrt{MR^2 + PR^2} = \sqrt{9^2 + 1^2} = \sqrt{82}$;

②当 $MN = MQ = \sqrt{41}$ 时, $DQ = \sqrt{MQ^2 - DM^2} = \sqrt{(\sqrt{41})^2 - 4^2} = 5 = AN$, 如图所示,



$$\therefore CQ = CD - DQ = 9 - 5 = 4 = BN,$$

$$\text{设 } CP = b, \text{ 则 } BP = BC - CP = 8 - b,$$

$$\therefore CQ^2 + CP^2 = BN^2 + BP^2, \text{ 即 } 4^2 + b^2 = 4^2 + (8 - b)^2,$$

$$\text{解得, } b = 4,$$

$$\therefore CP = 4, BP = 8 - b = 8 - 4 = 4,$$

$$\therefore DM = CP = 4, DM \parallel CP,$$

$\therefore$ 四边形 $CDMP$ 是平行四边形,

$$\text{又 } \angle C = \angle C = 90^\circ,$$

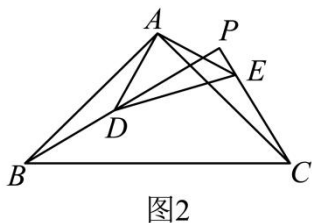
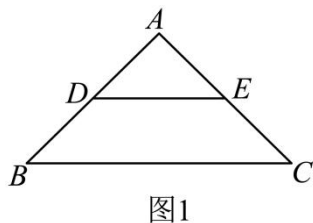
$\therefore$ 平行四边形 $CDMP$ 是矩形,

$$\therefore MP = CD = 9;$$

综上所述, 四边形 $MNPQ$ 为筝形, MP 的长为 9 或 $\sqrt{82}$,

故答案为: 9 或 $\sqrt{82}$.

18. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, D , E 分别为边 AB 和 AC 的中点, 现将 $\triangle ADE$ 绕点 A 自由旋转, 如图 2, 设直线 BD 与 CE 相交于点 P , 当 $AE \perp EC$ 时, 线段 PC 的长为_____.



【答案】 $\sqrt{3} - 1$ 或 $\sqrt{3} + 1$

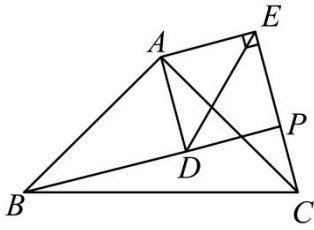
【解析】

【分析】由 $\triangle ADE$ 绕点 A 自由旋转可知有以下两种情况：①当点 E 在 AC 的右侧时, $AE \perp CE$, 先证 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 全等, 进而可证四边形 $AEPD$ 为正方形, 然后求出 $PE = 1$, $CE = \sqrt{3}$, 进而可得 PC 的长；②当点 E 在 AC 的左侧时, $AE \perp CE$, 同理①证 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 全等, 四边形 $AEPD$ 为正方形, 进而得 $PE = 1$, $CE = \sqrt{3}$, 据此可求出 PC 的长, 综上所述即可得出答案.

【详解】解: $\because \triangle ADE$ 绕点 A 自由旋转,

$\therefore$ 有以下两种情况:

①当点 E 在 AC 的右侧时, $AE \perp CE$, 如图:



由旋转的性质得： $\angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAE = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE ,$$

$\because AB = AC = 2$, D , E 分别为边 AB 和 AC 的中点,

$$\therefore AD = AE = 1 ,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE , \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle DAE = \angle AEC = 90^\circ ,$$

$\therefore$ 四边形 $AEPD$ 为矩形,

$$\text{又 } AD = AE = 1 ,$$

$\therefore$ 矩形 $AEPD$ 为正方形,

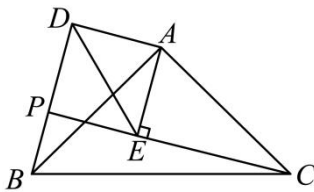
$$\therefore PE = AE = 1 ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $AE = 1$, $AC = 2$, $\angle AEC = 90^\circ$,

$$\text{由勾股定理得: } CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = \sqrt{3} ,$$

$$\therefore PC = CE - PE = \sqrt{3} - 1 ;$$

②当点 E 在 AC 的右侧时, $AE \perp CE$, 如图:



同理可证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE (\text{SAS})$, 四边形 $AEPD$ 为正方形,

$$\therefore BD = CE , \quad PE = AE = 1 ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD=1$, $AB=2$, $\angle ADB=90^\circ$,

由勾股定理的: $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{3}$,

$$\therefore CE=BD=\sqrt{3},$$

$$\therefore PC=CE+PE=\sqrt{3}+1.$$

综上所述: 当 $AE \perp EC$ 时, 线段 PC 的长为 $\sqrt{3}-1$ 或 $\sqrt{3}+1$.

答案为: $\sqrt{3}-1$ 或 $\sqrt{3}+1$.

【点睛】 此题主要考查了图形的旋转变换及其性质, 等腰直角三角形的性质, 正方形的判定及性质, 全等三角形的判定及性质, 勾股定理等, 解答此题的关键是熟练掌握图形的旋转变换, 全等三角形的判定、正方形的判定方法, 灵活运用勾股定理进行计算, 难点是根据题意进行分类讨论并画出示意图, 漏解是易错点之一.

三. 解答题 (本大题共 7 题, 满分 58 分)

19. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $(0,-2)$ 和 $(3,4)$.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 若该函数图像与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 求 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】 (1) $y=2x-2$

(2) 1

【解析】

【分析】 (1) 将点 $(0,-2)$ 和 $(3,4)$ 代入解析式进行求解即可;

(2) 先求出点 A 坐标, 进而即可求出 $\triangle AOB$ 的面积.

【小问 1 详解】

解: 把 $(0,-2)$, $(3,4)$ 代入 $y=kx+b$, 得
$$\begin{cases} b=-2 \\ 3k+b=4 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} b=-2 \\ k=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 解析式为 $y=2x-2$;

【小问 2 详解】

解: 令 $y=0$, 得 $x=1$, 即 $A(1,0)$,

由题意得, $B(0, -2)$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1.$$

20. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2, 4)$, $B(3, 0)$. 将线段 OA 平移, 使点 B 与点 A 对应, 点 C 与点 O 对应.

(1) 直接写出点 C 的坐标: _____;

(2) 连接 AB 、 AC 、 OC , 在 y 轴上是否存在点 P , 使得 $S_{\triangle OCP} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形 } ABCO}$? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $(1, -4)$

(2) 存在, 点 P 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, -6)$

【解析】

【分析】 (1) 根据平移的规律解答即可;

(2) 根据平移的性质可得四边形 $OABC$ 为平行四边形, 从而得到 $S_{\text{四边形 } ABCO} = 12$, 可得 $S_{\triangle OCP} = 3$, 设点 P 的坐标为 $(0, n)$, 以 $|OP|$ 为底、 C 的横坐标绝对值为高, 列方程求 P 的纵坐标即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 平移后点 B 与点 A 对应, $A(2, 4)$, $B(3, 0)$,

$\therefore$ 点 A 先向右平移 1 个单位, 再向下平移 4 个单位到达点 B ,

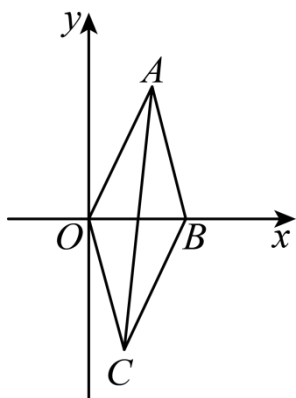
$\therefore O(0, 0)$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1, -4)$;

【小问 2 详解】

解: 存在,

如图,



由平移的性质得: $OA = BC, OA \parallel CB$,

$\therefore$ 四边形 $OACB$ 为平行四边形,

$\therefore OC \parallel AB$,

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCO} = \frac{1}{2}OB \cdot |y_A| + \frac{1}{2}OB \cdot |y_C| = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 12,$$

$$\because S_{\triangle OCP} = \frac{1}{4}S_{\text{四边形}ABCO},$$

$$\therefore S_{\triangle OCP} = 3,$$

$$\because A(2,4), B(3,0),$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$\therefore$ 点 P 在 y 轴上时,

$\therefore$ 设点 P 的坐标为 $(0, n)$,

$$S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2} \times |n| \times 1 = 3,$$

解得 $n = \pm 6$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, -6)$;

综上, 点 P 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, -6)$.

21. 正多边形的每条边都相等, 每个角都相等. 已知正 x 边形的内角和为 1080° , 边长为 2.

(1) 求正 x 边形的周长;

(2) 若正 n 边形的每个外角的度数比正 x 边形每个内角的度数小 63° , 求 n 的值.

【答案】 (1) 16

(2) 5

【解析】

【分析】 本题主要考查多边形内角和外角和的相关知识.

(1) 根据多边形的内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ 列式进行计算求得边数.

(2) 根据 (1) 求出正 x 边形每个内角的度数, 正 n 边形的每个外角的度数, 根据多边形的外角和为 360° 解题即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意可得 $180 \times (x-2) = 1080$, 解得 $x = 8$.

正 x 边形的周长为 $8 \times 2 = 16$;

【小问 2 详解】

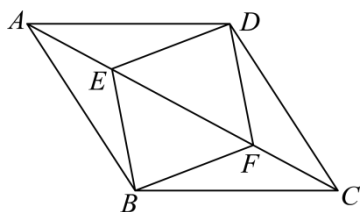
正 x 边形每个内角的度数为 $1080^\circ \div 8 = 135^\circ$,

正 n 边形的每个外角的度数为 $135^\circ - 63^\circ = 72^\circ$,

$360^\circ \div 72^\circ = 5$,

$\therefore n$ 的值为 5.

22. 如图, E, F 是菱形 $ABCD$ 对角线上的两点, 且 $AE = CF$.



(1) 求证: 四边形 $BEDF$ 是菱形;

(2) 若 $\angle DAB = 60^\circ$, $AD = 6$, $AE = DE$, 求菱形 $BEDF$ 的周长.

【答案】 (1) 见解析 (2) $8\sqrt{3}$

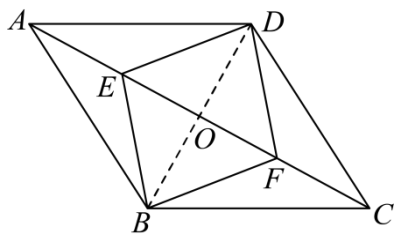
【解析】

【分析】 (1) 连接 BD , 由菱形 $ABCD$ 的性质得出 $OA = OC, OB = OD, AC \perp BD$, 得出 $OE = OF$, 证出四边形 $BEDF$ 是平行四边形, 再由 $EF \perp BD$, 即可证出四边形 $BEDF$ 是菱形;

(2) 求出 $\angle DAE = 30^\circ$, 得出 $OD = \frac{1}{2} AD = 3$, 再证出 $\angle ADE = \angle EDO = 30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle DEO$ 中, 由勾股定理求出 $DE = 2\sqrt{3}$, 即可得出菱形 $BEDF$ 的周长.

【小问 1 详解】

证明: 连接 BD , 交 AC 于点 O , 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore OA = OC, OB = OD, AC \perp BD,$

$\because AE = CF,$

$\therefore OE = OF,$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形,

$\because EF \perp BD,$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是菱形;

【小问 2 详解】

解: $\because \angle DAB = 60^\circ$, 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore \angle DAE = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ, \angle AOD = 90^\circ,$

$\because AD = 6,$

$\therefore OD = \frac{1}{2} AD = 3,$

$\because AE = DE,$

$\therefore \angle DAE = \angle ADE = 30^\circ,$

$\therefore \angle ADE = \angle EDO = 30^\circ,$

$\therefore \frac{1}{2} DE = OE,$

在 $\text{Rt}\triangle DEO$ 中, $DE^2 = OE^2 + OD^2,$

$\therefore DE^2 = \left(\frac{1}{2} DE\right)^2 + 3^2,$

$\therefore DE = 2\sqrt{3}$ (负值舍去),

$\therefore$ 菱形 $BEDF$ 的周长 $= 4DE = 8\sqrt{3}.$

23. 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = CD$, 点 E 在 AD 上, 连接 EB, EC 交 BD 于点 O .

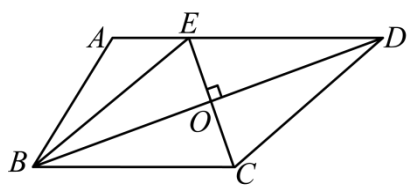


图1

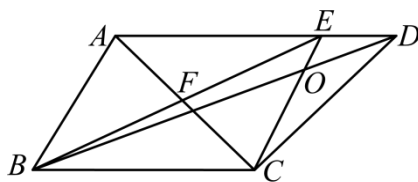


图2

(1) 如图 1, 若 $EC \perp BD$, 求证: 四边形 $BCDE$ 是菱形;

(2) 如图 2, 连接 AC 交 BE 于点 F , 若点 F 是 BE 的中点, 求证: $AE = CD$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 先根据平行线的性质和等边对等角得出 $\angle CDO = \angle EDO$, 再根据“角边角”证明 $\triangle EOD \cong \triangle COD$, 可得 $DE = DC = BC$, 然后证明四边形 $BCDE$ 是平行四边形, 最后根据“对角线互相垂直的平行四边形是菱形”得出答案;

(2) 先根据“角角边”证明 $\triangle AEF \cong \triangle CBF$, 可得 $AE = BC$, 再结合已知条件 $BC = CD$, 可得答案.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle EDO = \angle CBO.$$

$$\because BC = CD,$$

$$\therefore \angle CDO = \angle CBO.$$

$$\therefore \angle CDO = \angle EDO.$$

$$\because EC \perp BD,$$

$$\therefore \angle EOD = \angle COD = 90^\circ.$$

$$\because DO = DO,$$

$$\therefore \triangle EOD \cong \triangle COD,$$

$$\therefore DE = DC = BC.$$

$$\because BC \parallel DE,$$

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是平行四边形.

$$\because EC \perp BD,$$

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是菱形;

【小问 2 详解】

解: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle AEF = \angle CBF, \angle EAF = \angle BCF.$$

$\because$ 点 F 是 BE 的中点,

$$\therefore EF = BF.$$

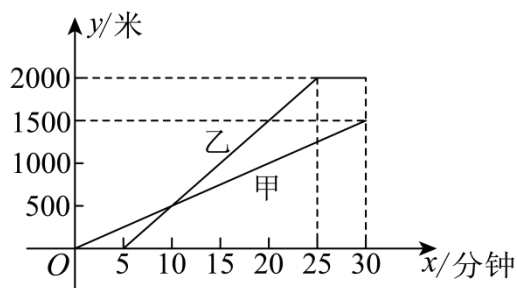
$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CBF,$$

$$\therefore AE = BC.$$

$$\because BC = CD,$$

$$\therefore AE = CD.$$

24. 为落实“双减”政策,某校开展课后兴趣小组活动,甲、乙两名同学分别从学校门口和学校操场出发,前往市中心的图书馆参加活动,甲步行,乙骑车,两人行驶路程 y (米)与甲出发的时间 x (分)之间的函数关系如图所示,甲步行 30 分钟到达图书馆,乙骑车到达图书馆后停留 5 分钟,因有事需要立即按照原速返回学校门口.



- (1) 学校门口到学校操场的距离为_____米;
- (2) 当乙追上甲时,求 x 的值;
- (3) 直接写出乙返回时行驶路程 y 与 x 的函数关系式.

【答案】(1) 500 (2) x 的值为 20;

(3) $y = 100x - 1000$

【解析】

【分析】(1) 根据函数图象可直接得出结果;

(2) 根据题意,先根据待定系数法分别求得甲、乙去图书馆时 y 与 x 的函数关系式,再根据当乙追上甲时,乙的路程 = 甲的路程 + 操场到学校门口的距离列出方程,即可求解;

(3) 根据返回的速度相同,得出乙到达学校门口时 x 的值为 45, y 的值为 3500,进而待定系数法求解析式,即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵甲从学校门口到图书馆的路程为 1500 米，乙从操场到图书馆的路程是 2000 米，

∴学校门口和操场的距离为： $2000 - 1500 = 500$ （米）；

【小问 2 详解】

解：设甲的函数解析式为： $y = kx$ ($k \neq 0$)，代入 $(30, 1500)$ ，

$$\therefore 1500 = 30k,$$

$$\therefore k = 50,$$

$$\therefore y = 50x,$$

设乙的函数解析式为： $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$)

代入 $(5, 0)$ ， $(25, 2000)$

$$\therefore \begin{cases} 2000 = 25k_1 + b_1 \\ 0 = 5k_1 + b_1 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k_1 = 100 \\ b_1 = -500 \end{cases}$$

$$\therefore y = 100x - 500,$$

由题意， $50x + 500 = 100x - 500$ ，

$$\text{解得：} x = 20,$$

故当乙追上甲时， x 的值为 20；

【小问 3 详解】

解：根据函数图象可知，甲步行的速度为 $\frac{1500}{30} = 50$ 米/分钟，

乙骑车的速度为 $\frac{2000}{25-5} = 100$ 米/分钟，

∴乙骑车到达图书馆后停留 5 分钟，按照原速返回学校门口，

∴乙返回时的行驶距离为 $2000 - 500 = 1500$ （米），

∴乙到达学校门口时 x 的值为 $30 + \frac{1500}{100} = 45$ ， y 的值为 $2000 + 1500 = 3500$ ，

设乙返回时行驶路程 y 与 x 的函数关系式为 $y = mx + n$ ，代入 $(30, 2000)$ ， $(45, 3500)$ ，

$$\begin{cases} 2000 = 30m + n \\ 3500 = 45m + n \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} m = 100 \\ n = -1000 \end{cases}$

$\therefore y = 100x - 1000$.

25. 已知矩形 $ABCD$, $AB = 6$, $BC = 10$, 以 BC 所在直线为 x 轴, AB 所在直线为 y 轴, 建立如图所示的平面直角坐标系, 在 CD 边上取一点 E , 将 ADE 沿 AE 翻折, 点 D 恰好落在 BC 边上的点 F 处.

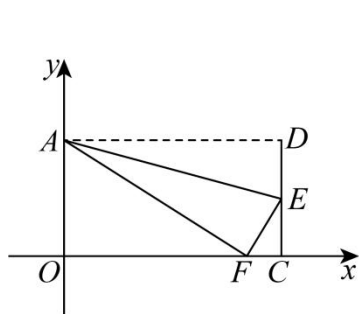


图 1

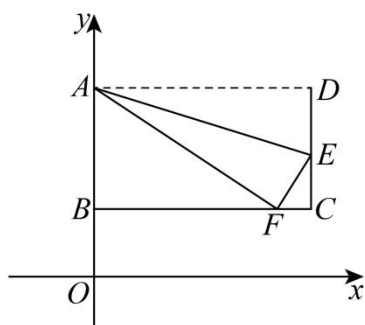


图 2

(1) 求线段 EF 长;

(2) 如图 2, 将图 1 翻折后的矩形沿 y 轴正半轴向上平移 m ($m > 0$) 个单位, 点 G 是坐标平面内的点, 如果以 A 、 O 、 F 、 G 为顶点的四边形为菱形, 请求出点 A 、 G 的坐标.

【答案】 (1) $EF = \frac{10}{3}$

(2) $A(0, 10)$, $G(8, -6)$ 或 $A(0, \frac{25}{3})$, $G(8, \frac{32}{3})$ 或 $A(0, 12)$, $G(-8, 6)$.

【解析】

【分析】 (1) 由矩形的性质得 $AD = BC = OC = 10$, $CD = AB = OA = 6$, $\angle AOC = \angle ECF = 90^\circ$, 由折叠性质得 $EF = DE$, $AF = AD = 10$, 则 $CE = 6 - EF$, 由勾股定理求出 $BF = OF = 8$, 则 $FC = OC - OF = 2$, 由勾股定理得出方程, 解方程即可;

(2) 分三种情况讨论, 由菱形的性质得 $OA = AF = 10$, 根据题意作出相应图形, 然后结合菱形的性质求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD = BC = OC = 10$, $CD = AB = OA = 6$, $\angle AOC = \angle ECF = 90^\circ$,

由折叠性质得: $EF = DE$, $AF = AD = 10$,

$\therefore CE = CD - DE = CD - EF = 6 - EF$,

若四边形 $AOFG'$ 是菱形,

$$\therefore OA = OF ,$$

$$\therefore (m+6)^2 = 8^2 + m^2 ,$$

$$\therefore m = \frac{7}{3} ,$$

$$\therefore AO = \frac{7}{3} + 6 = \frac{25}{3} ,$$

$$\therefore A(0, \frac{25}{3}) ,$$

$$\therefore G'F = \frac{25}{3} ,$$

$$\therefore G' \text{ 的坐标为 } \left(8, \frac{32}{3}\right) ;$$

当四边形 $AFOG''$ 是菱形,

$$\therefore OB = AB = 6 , \quad BF = FG'' = 8 , \quad AO \perp FG'' ,$$

$$\therefore m = 6 , \quad A(0, 12) ,$$

$$\therefore \text{点 } G'' \text{ 的坐标为 } (-8, 6) ,$$

综上所述: $A(0, 10)$, $G(8, -6)$ 或 $A(0, \frac{25}{3})$, $G\left(8, \frac{32}{3}\right)$ 或 $A(0, 12)$, $G(-8, 6)$.