上海浦东新区民办欣竹中学2025学年第二学期数学学科八年级期中考试卷

（时间90分钟，满分150分）

一、选择题（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1. 已知正比例函数$y=(a-2)x$的图像经过第一、三象限，那么a的取值范围是（　　）.

A. $a>2$　　B. $a<2$　　C. $a>-2$　　D. $a<-2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了正比例函数图像的性质，熟练掌握正比例函数图像的性质是解题的关键.

根据正比例函数的性质，可得$a-2>0$，即可求解.

【详解】解：∵正比例函数$y=(a-2)x$的图象经过第一、三象限，

∴$a-2>0$，

解得：$a>2$，

故选：A.

2. 下列函数中，y的值随x的增大而减小的是（　　）

A. $y=-2x+1$　　B. $y=2x+1$　　C. $y=x^2$　　D. $y=-\dfrac{1}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一次函数、二次函数、反比例函数的性质，熟练掌握一次函数、二次函数和反比例函数的图象与性质是解题的关键．根据一次函数、二次函数和反比例函数的性质即可解答.

【详解】解：　A.$y=-2x+1$，　y的值随x的值增大而减小，符合题意；

B. $y=2x+1$，　y的值随x的值增大而增大，不符合题意；

C. $y=x^2$，当$x>0$时，y的值随x的值增大而增大，当$x<0$时，y的值随x的值增大而减小，不符合题意；

D选项，$y=-\dfrac{2}{x}$，在每一象限内，y的值随x的值增大而增大，不符合题意；

故选：A.

3. 已知正比例函数$y=kx(k\neq 0)$的图象与反比例函数$y=\dfrac{1}{x}$的图象交于A,B两点，如果点A的坐标是$(1,1)$，那么点B的坐标是（　　）

A. $(-1,-1)$　　B. $(-1,1)$　　C. $(1,-1)$　　D. $(1,1)$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数与反比例函数的综合．根据正比例函数与反比例函数图像的中心对称性，可得 A,B 关于原点中心对称，进而即可求解.

【详解】解：∵反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象与正比例函数 $y=kx(k\neq 0)$ 的图象相交于 A,B 两点，

∴ A,B 关于原点中心对称，

∵点 A 的坐标是 $(1,1)$，

∴点 B 的坐标是 $(-1,-1)$.

故选：A.

4. 下列对反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图像的描述，正确的是（　　）

A. 经过 $(2,1)$

B. 经过第一、三象限

C. 在每个象限内，函数值 y 随 x 的增大而增大

D. 关于 y 轴对称

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查反比例函数的性质及图像的特点，理解和掌握反比例函数的性质是解题的关键.根据反比例函数解析式可知，函数图像经过第二，四象限，根据图形特点即可求解.

【详解】解：A 选项，当 $x=2$ 时，$y=-1$，A 选项不符合题意；

B 选项，反比例函数的 $k=-2<0$，函数图像经过第二，四象限，B 选项不符合题意；

C 选项，函数图像在第二，四象限内，y 随 x 的增大的增大，C 选项符合题意；

D 选项，函数图象关于直线 $y=\pm x$ 对称，D 选项不符合题意.

故选：C.

5. 下列命题是真命题的是（　　）

A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形　　B. 对角线相等的四边形是矩形

C. 对角线互相垂直的四边形是菱形　　D. 对角线互相垂直的四边形是正方形

【答案】A

【解析】

【分析】根据平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定方法进行判定即可.

【详解】解：A、对角线互相平分的四边形是平行四边形，原选项是真命题；

B、对角线相等的平行四边形是矩形，原选项是假命题；

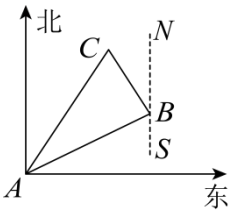
C、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，原选项是假命题；

D、对角线相等且互相垂直的平行四边形是正方形，原选项是假命题；

故选：A.

【点睛】本题考查了平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定，熟练掌握相关的知识是解题的关键.

6. 一次游学活动中，小杰从营地 A 出发，沿北偏东 $60°$ 方向走了 $500\sqrt{3}$ 米到达 B 处，然后再沿北偏西 $30°$ 方向走了 500 米到达目的地 C 处(如图所示)，那么 A，C 两地的距离是(　)



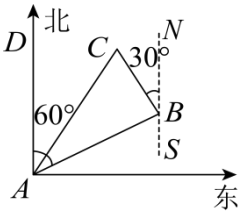
A. $1000\sqrt{3}$ 米　　B. 1500 米　　C. $500\sqrt{6}$ 米　　D. 1000 米

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查勾股定理的实际应用与方向角的意义，关键是通过方向角的关系判断出 $\triangle ABC$ 为直角三角形，再利用勾股定理计算斜边 AC 的长度.

【详解】解：如图，直线 $NS \parallel AD$，



$\therefore \angle DAB = \angle ABS = 60°$，

$\because \angle NBC = 30°$，

$\therefore \angle ABC = 180° - \angle ABS - \angle NBC = 180° - 60° - 30° = 90°$，

$\therefore$　ABC 为直角三角形.

$\because AB = 500\sqrt{3}\text{m}$，　$BC = 500\text{m}$，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 1000(\text{m})$，

故选：D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 已知 $f(x)=\frac{1}{3}x-1$，那么 $f(7)=$_____.

【答案】$\frac{4}{3}$##$1\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了求函数值，把 $x=7$ 代入 $f(x)=\frac{1}{3}x-1$ 计算即可.

【详解】解：把 $x=7$ 代入 $f(x)=\frac{1}{3}x-1$，得

$f(7)=\frac{1}{3}\times 7-1=\frac{4}{3}$.

故答案为：$\frac{4}{3}$.

8. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$ 的定义域为_____.

【答案】$x\geq 2$ 且 $x\neq 5$

【解析】

【分析】该题考查了求解函数定义域，根据二次根式有意义和分母不为零即可求解.

【详解】解：根据题意可得 $\begin{cases}x-2\geq 0\\ x-5\neq 0\end{cases}$，

解得：$x\geq 2$ 且 $x\neq 5$，

所以函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$ 的定义域为 $x\geq 2$ 且 $x\neq 5$.

故答案为：$x\geq 2$ 且 $x\neq 5$.

9. 如果一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(-2,3)$，且与 x 轴的交点在原点右侧，那么函数值 y 随 x 的增大而__（填“增大”或“减小”）.

【答案】减小

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的图象与性质，根据一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(-2,3)$，可知函数图象经过第二象限，根据函数图象与 x 轴的交点在原点右侧，可知函数图象经过第一象限，所以可知该函数图象经过第一、二、四象限，所以函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小.

【详解】解：$\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(-2,3)$，

∴函数图象经过第二象限,

∵函数图象与x轴的交点在原点右侧,

∴函数图象经过第一象限,

∴一次函数$y=kx+b$的图象不经过第三象限,

∴该函数图象经过第一、二、四象限,

∴函数值y随自变量x的值增大而减小.

故答案为：减小.

10. 如果一次函数的图像经过点$(-1,3)$，且与直线$y=2x+1$平行，那么这个一次函数的解析式是__.

【答案】$y=2x+5$

【解析】

【分析】本题考查两直线相交或平行问题，根据两条直线平行，则k值相等，可设这个一次函数的解析式是$y=kx+b$，再根据一次函数的图象经过点$(-1,3)$，求得$b=5$.

【详解】解：设直线解析式是$y=kx+b$,

∵它与直线$y=2x+1$平行,

∴$k=2$,

∵一次函数的图象经过点$(-1,3)$,

∴$-2+b=3$

∴$b=5$,

∴这个一次函数的解析式是$y=2x+5$.

故答案为：$y=2x+5$.

11. 如果一个正多边形的外角和与内角和的比为$1:2$，那么这个多边形是正_____边形.

【答案】六

【解析】

【分析】本题主要考查多边形的内角与外角，先求出这个正多边形的内角和，进而得出答案.

【详解】解：∵一个正多边形的外角和与内角和的比为$1:2$,

∴这个正多边形的内角和为$360°\times2=720°$,

$720°\div180°+2=4+2=6$（条）.

故答案为：六.

12. 已知反比例函数的图像经过点 $A(2,m)$ 和点 $B(n,-1)$，如果点 A 与 B 关于原点对称，那么该反比例函数的解析式是_____.

【答案】 $y=\frac{2}{x}$

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握该知识点是解答本题的关键．根据反比例函数图象上点的坐标特征解答本题即可.

【详解】解：∵反比例函数的图象经过点 $A(2,m)$ 和点 $B(n,-1)$，且点 A 与 B 关于原点对称，

$\therefore n=-2$，$m=1$，

$\therefore A(2,1)$，$B(-2,-1)$，

设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$，代入点 A 坐标可得 $k=2$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

故答案为：$y=\frac{2}{x}$.

13. 已知直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方且函数值 y 随着 x 的增大而减小，那么这条直线的表达式是_____.（写出一种情况即可）

【答案】 $y=-x-1$（答案不唯一）

【解析】

【分析】本题考查一次函数的图象与系数的关系，熟知一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$，当 $k<0,b<0$ 时，函数图象与 y 轴的交点在 x 轴下方且函数值随着 x 的增大而减小.

直接根据一次函数的图象与系数的关系即可得出结论.

【详解】解：∵直线 $y=kx+b$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方且函数值随着 x 的增大而减小，

$\therefore k<0,b<0$，

∴符合条件的一条直线可以为：$y=-x-1$（答案不唯一）.

故答案为：$y=-x-1$（答案不唯一）.

14. 已知点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$ 在双曲线 $y=-\frac{\sqrt{6}}{x}$ 上，如果 $x_1<0<x_2$，那么 y_1_____y_2.（填“＞”、

“＜”或“＝”）

【答案】＞

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握反比例函数的性质是解题的关键关键.

根据反比例函数图象上点的坐标特征解答即可.

【详解】解：∵反比例函数$k=-\sqrt{6}$，

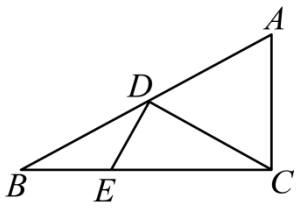
∴反比例函数图象分布在第二、四象限，在每个象限内，y随x的增大而增大，

∵$x_1<0<x_2$，

∴$y_1>0>y_2$.

故答案为：＞.

15. 如图，在 ABC中，$\angle ACB=90^{\circ}$，D是边AB的中点，过点D作$DE\perp DC$交边BC于点E，如果$\angle ABC=30$，$AC=3$，那么$DE=$_____.



【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形斜边上的中线，解直角三角形，根据直角三角形斜边上的中线的性质得$CD=AD$，根据等边三角形的判断得$\triangle ACD$的等边三角形，所以$CD=AC=3$，$\angle ACD=60^{\circ}$，可得$\angle DCE=30^{\circ}$，即可求出答案.

【详解】解：∵$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle ABC=30^{\circ}$，

∴$\angle A=60^{\circ}$，

∵D是边AB的中点，

∴$CD=AD$，

∴$\triangle ACD$的等边三角形，

∴$CD=AC=3$，$\angle ACD=60^{\circ}$，

∴$\angle DCE=30^{\circ}$，

$\because DE \perp DC$，

$\therefore \angle CDE = 90°$，

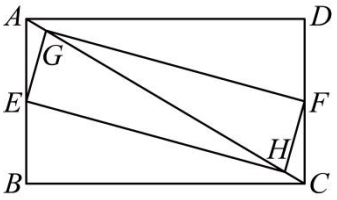
$\therefore \tan\angle DCE = \tan 30° = \dfrac{DE}{CD}$，

$\therefore \dfrac{DE}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore DE = \sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

16. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 6$，$BC = 10$，E、F 分别是边 AB、DC 的中点，点 G、H 在对角线 AC 上（如图）．如果四边形 $EGFH$ 是矩形，那么 AG 的长等于_____.

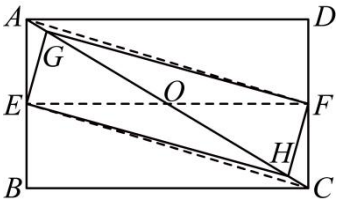


【答案】$\sqrt{34} - 5$ ## $-5 + \sqrt{34}$

【解析】

【分析】本题主要考查了矩形的性质，平行四边形的判定和性质，熟练掌握平行四边形的判定方法，是解题的关键．连接 EF，AF，CE，根据勾股定理求出 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 2\sqrt{34}$，证明四边形 $BEFC$ 为平行四边形，得出 $EF = BC = 10$，证明四边形 $AECF$ 为平行四边形，得出 $AO = CO = \dfrac{1}{2}AC = \sqrt{34}$，最后求出结果即可.

【详解】解：连接 EF，AF，CE，如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$\therefore AB = CD$，$AB \parallel CD$，$\angle B = 90°$，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 2\sqrt{34}$，

$\because E$、F 分别是边 AB、DC 的中点，

$\therefore BE=AE=\dfrac{1}{2}AB$，$CF=DF=\dfrac{1}{2}CD$，

$\therefore AE=BE=CF=FD$，

$\therefore BE=CF$，

$\because BE\parallel CF$，

$\therefore$四边形$BEFC$为平行四边形，

$\therefore EF=BC=10$，

$\because AE=CF$，$AE\parallel CF$，

$\therefore$四边形$AECF$为平行四边形，

$\therefore AO=CO=\dfrac{1}{2}AC=\sqrt{34}$，

$\because$四边形$GEFH$为矩形，

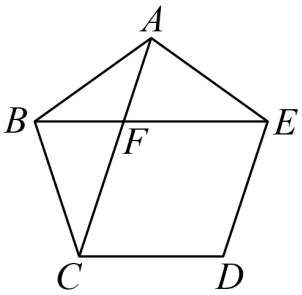
$\therefore GO=\dfrac{1}{2}GH$，$GH=EF=10$，

$\therefore GO=5$，

$\therefore AG=\sqrt{34}-5$.

故答案为：$\sqrt{34}-5$.

17. 如图，在正五边形$ABCDE$中，连接AC，BE交于点F，则$\angle AFB$的度数为_____.



【答案】$108°$##108度

【解析】

【分析】本题考查正多边形有关的角，多边形内角求法，等腰三角形的性质，三角形内角和，利用数形结合求解是解答此题的关键.

首先根据正五边形的性质得到$AB=BC=AE,\angle ABC=\angle BAE=108°$，然后利用三角形内角和定理得$\angle BAC=\angle BCA=\angle ABE=\angle AEB=36°$，最后利用三角形的内角和得到$\angle AFB$.

【详解】解：$\because$五边形$ABCDE$为正五边形，

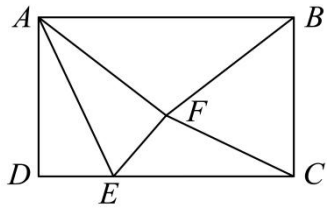
$\therefore AB=BC=AE,\angle ABC=\angle BAE=\dfrac{(5-2)\times 180^\circ}{5}=108^\circ$，

$\therefore \angle BAC=\angle BCA=\angle ABE=\angle AEB=(180^\circ-108^\circ)\div 2=36^\circ$，

$\therefore \angle AFB=180^\circ-(\angle ABF+\angle BAF)=180^\circ-36^\circ-36^\circ=108^\circ$.

故答案为：108°.

18. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$AD=5$，点 E 在边 CD 上，将△ ADE 沿直线 AE 翻折，点 D 落在点 F 处，联结 BF 、CF . 如果△ BCF 是以 BF 为腰的等腰三角形，那么 DE 的长是_____.



【答案】$\dfrac{5}{2}$ 或 $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】分两种情况讨论，一是 $BF=BC$，由折翻折得 $AF=AD=BC=5$，所以 $AF=BF$，过点 F 作 $FG\perp AB$ 于点 G，交 DC 于点 H，则 $AG=BG=4$，四边形 $AGHD$ 是矩形，所以 $DH=AG=4$，$GH=AD=5$，求得 $GF=\sqrt{AF^2-AG^2}=3$，则 $FH=2$，由勾股定理得 $(4-DE)^2+2^2=DE^2$，求得 $DE=\dfrac{5}{2}$；二是 $BF=CF$，连接 DF，过点 F 作 $FQ\perp BC$ 于点 Q，交 AD 于点 P，则 $BQ=CQ=\dfrac{5}{2}$，四边形 $APQB$ 是矩形，所以 $AP=BQ=\dfrac{5}{2}$，可证明 PQ 垂直平分 AD，则 $AF=AD=DF$，所以 $\angle DAF=60^\circ$，则 $\angle DAE=\angle FAE=30^\circ$，所以 $AE=2DE$，由 $AD=\sqrt{AE^2-DE^2}=\sqrt{3}DE=5$，求得 $DE=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$，于是得到问题的答案.

【详解】解：如图 1，△ BCF 是以 BF 为腰的等腰三角形，且 $BF=BC$，

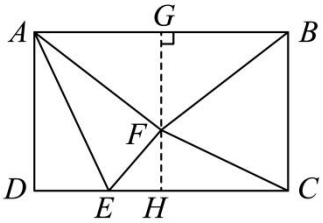


图1

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=8$，$AD=5$，

$\therefore AD=BC$，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，

$\because$将△ ADE 沿直线 AE 翻折，点 D 落在点 F 处，

$\therefore AF=AD=BC=5$，

$\therefore AF=BF$，

过点 F 作 $FG\perp AB$ 于点 G，交 DC 于点 H，则 $AG=BG=\frac{1}{2}AB=4$，

$\because\angle AGH=\angle GAD=\angle ADH=90°$，

$\therefore$四边形 $AGHD$ 是矩形，

$\therefore DH=AG=4$，$GH=AD=5$，$\angle DHG=90°$，

$\because GF=\sqrt{AF^2-AG^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore FH=GH-GF=5-3=2$，

$\because EH^2+FH^2=FE^2$，且 $EH=4-DE$，$FE=DE$，

$\therefore(4-DE)^2+2^2=DE^2$，

解得 $DE=\frac{5}{2}$；

如图 2，△ BCF 是以 BF 为腰的等腰三角形，且 $BF=CF$，

连接 DF，过点 F 作 $FQ\perp BC$ 于点 Q，交 AD 于点 P，则 $BQ=CQ=\frac{1}{2}BC=\frac{5}{2}$，

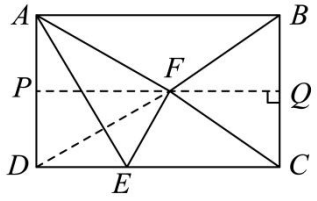


图2

$\because\angle PQB=\angle ABQ=\angle BAP=90°$，

$\therefore$四边形 $APQB$ 是矩形，

$\therefore AP=BQ=\frac{5}{2}$，$\angle APQ=90°$，

$\therefore AP=DP=\frac{5}{2}$，

$\therefore PQ$ 垂直平分 AD，

$\therefore AF=DF$，

$\therefore AF=AD=DF$，

$\because$ △ ADF 是等边三角形,

$\therefore \angle DAF = 60°$,

$\therefore \angle DAE = \angle FAE = \frac{1}{2}\angle DAF = 30°$,

$\therefore AE = 2DE$,

$\because AD = \sqrt{AE^2 - DE^2} = \sqrt{(2DE)^2 - DE^2} = \sqrt{3}DE = 5$,

$\therefore DE = \frac{5\sqrt{3}}{3}$,

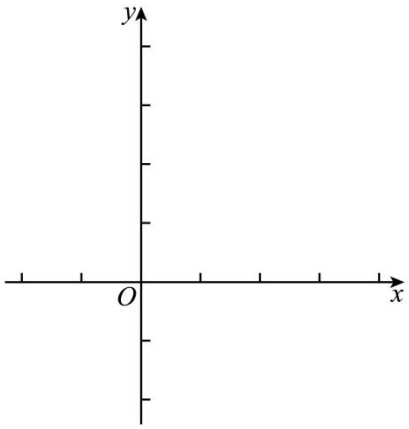
综上所述, DE 的长是 $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$,

故答案为: $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】此题重点考查矩形的判定与性质、翻折变换的性质、等腰三角形的性质、等边三角形的判定与性质、直角三角形中 30°角所对的直角边等于斜边的一半、勾股定理、分类讨论数学思想的运用等知识与方法,正确地作出辅助线是解题的关键.

三、简答题（本大题共 4 题，每题 10 分，共 40 分）

19. 已知：在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = k_1x + b$ （$k_1 \neq 0$）与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ （$k_2 \neq 0$）的图像交于 $A(-2,4)$、$B(4,n)$ 两点.



(1) 求一次函数的表达式;

(2) 求 AOB 的面积.

【答案】(1) $y = -x + 2$

(2) 6

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求反比例函数的解析式，待定系数法求一次函数解析式，一次函数与坐标轴的交点，三角形的面积求解，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

(1) 利用待定系数法可求得反比例函数解析式，将点$B(4,n)$代入反比例函数，得到B点坐标，然后将点$A(-2,4)$、$B(4,-2)$分别代入一次函数$y=k_1x+b$，解方程组即可；

(2) 先求得一次函数$y=-x+2$的图像与x轴交点为$C(2,0)$，然后利用$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}$，即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：将点$A(-2,4)$代入反比例函数$y=\frac{k_2}{x}$，得$4=\frac{k_2}{-2}$，解得$k_2=-8$，

$\therefore y=-\frac{8}{x}$，

将点$B(4,n)$代入反比例函数$y=-\frac{8}{x}$，得$n=-\frac{8}{4}=-2$，

$\therefore B(4,-2)$，

将点$A(-2,4)$、$B(4,-2)$分别代入一次函数$y=k_1x+b$，得$\begin{cases}-2k_1+b=4\\4k_1+b=-2\end{cases}$.

解这个方程组，得$\begin{cases}k_1=-1\\b=2\end{cases}$.

$\therefore$一次函数解析式为$y=-x+2$；

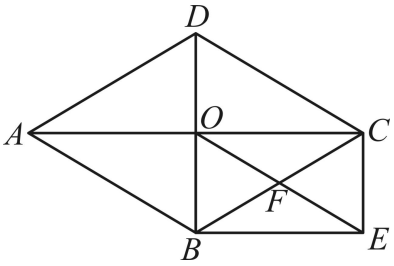
【小问 2 详解】

解：当$y=0$时，代入$y=-x+2$，得到$x=2$，

$\therefore$一次函数$y=-x+2$的图像与x轴交点$C(2,0)$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times2\times4+\frac{1}{2}\times2\times2=6$.

20. 如图，菱形$ABCD$中，AC与BD相交于点O，点F是BC的中点，$AC=10$，$BD=6$，连接OF.



(1) 求 OF 的长.

(2) 延长 OF 到点 E，使得 $EF=OF$，连接 BE，CE．求证：四边形 $OBEC$ 是矩形.

【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{34}}{2}$

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据菱形的性质得到 $OC=5$，$BO=3$，$\angle BOC=90°$，根据勾股定理得到 $BC=\sqrt{34}$，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可知 OF 的长；

(2) 先证明四边形 $OBEC$ 是平行四边形，再根据 $\angle BOC=90°$ 即可证明四边形 $OBEC$ 是矩形.

【小问 1 详解】

解：菱形 $ABCD$ 中，$AC=10$，$BD=6$，

$\therefore OC=5$，$BO=3$，$\angle BOC=90°$

$\therefore BC=\sqrt{34}$，

$\because$ 点 F 是 BC 的中点，

$\therefore OF=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{\sqrt{34}}{2}$

【小问 2 详解】

证明：$\because F$ 是 BC 中点，

$\therefore BF=CF$，

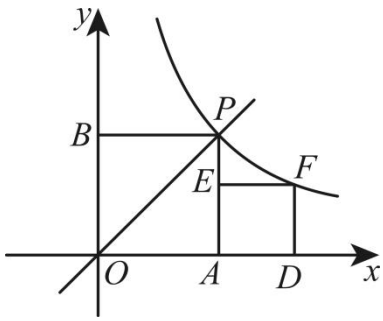
$\because EF=OF$，

$\therefore$ 四边形 $OBEC$ 是平行四边形，

$\because \angle BOC=90°$，

$\therefore$ 平行四边形 $OBEC$ 是矩形.

21. 如图，正方形 $OAPB$、$ADFE$ 的顶点 A、D、B 在坐标轴上，点 E 在 AP 上，点 P、F 在函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图像上，已知正方形 $OAPB$ 的面积为 9.



(1) 求 k 的值和直线 OP 的解析式；

(2) 求正方形 $ADFE$ 的边长.

【答案】(1) $k=9$，直线 OP 的解析式为 $y=x$

(2) $\dfrac{-3+3\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】(1) 利用正方形的性质得到 P 点坐标，再把 P 点坐标代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 即可得到 k 的值；然后利用待定系数法求直线 OP 的解析式；

(2) 设正方形 $ADFE$ 的边长为 a，利用正方形的性质易表示 F 点的坐标为 $(a+3,a)$，然后把 F 点坐标代入反比例函数解析式中，再解关于 a 的一元二次方程即可得到正方形 $ADFE$ 的边长.

【小问 1 详解】

解：$\because$ 正方形 $OAPB$ 的面积为 9，

$\therefore PA=PB=3$，

$\therefore P$ 点坐标为 $(3,3)$，

把 $P(3,3)$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 得，$k=3\times3=9$，

$\therefore y=\dfrac{9}{x}$；

设直线 OP 的解析式为 $y=k_1x$，

把 $P(3,3)$ 代入 $y=k_1x$ 得，

$3=3k_1$，解得 $k_1=1$，

$\therefore$ 直线 OP 的解析式为 $y=x$；

【小问 2 详解】

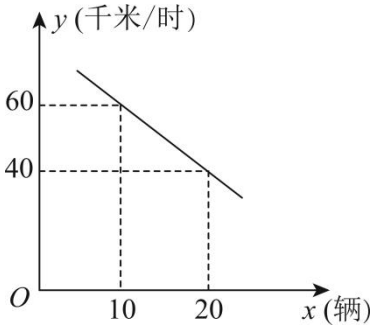
解：设正方形 $ADFE$ 的边长为 a，则 F 点的坐标为 $(a+3,a)$，

把 $F\left(a+3,a\right)$ 代入 $y=\frac{9}{x}$ 得，$a\left(a+3\right)=9$，

解得 $a_1=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$，$a_2=\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}$（负值，舍去），

∴正方形 $ADFE$ 的边长为 $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$.

22. 某地区交通管理部门通过对道路流量的大数据分析可知，某高架路上车辆的平均速度 y（千米/时）与高架路上每百米车的数量 x（辆）的关系如图所示.



（1）求 y 关于 x 的函数解析式（不必写 x 的取值范围）；

（2）如果某时刻监测到这一高架路上车辆的平均速度为 30 千米/时.

①求该时刻高架路上每百米车的数量；

②如果车辆的平均速度小于 20 千米/时，将严重拥堵，需启动限流措施．而此刻开始这一高架路上每百米车辆数每 4 分钟增加 1 辆，为了避免严重拥堵，那么最晚几分钟需启动限流措施?

【答案】（1）$y=-2x+80$

（2）①25 辆；②为了避免严重拥堵，那么最晚 20 分钟需启动限流措施.

【解析】

【分析】（1）利用待定系数法求解即可；

（2）①根据（1）所求函数解析式，令函数值为 30，求出 x 的值即可得到答案；②令函数值小于 20 求出 x 的取值范围，再根据每百米车辆数每 4 分钟增加 1 辆和现在每百米车的数量为 25 辆列式求解即可.

【小问 1 详解】

解：设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$，

由题意得，$\begin{cases}10k+b=60\\20k+b=40\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}k=-2\\b=80\end{cases}$，

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y=-2x+80$；

【小问 2 详解】

解：①在 $y=-2x+80$ 中，当 $y=30$ 时，则 $-2x+80=30$，解得 $x=25$，

∴该时刻高架路上每百米车的数量为 25 辆；

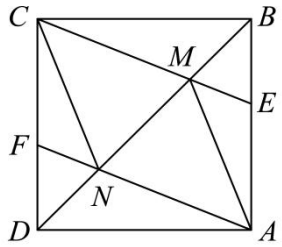
②当 $-2x+80<20$ 时，解得 $x>30$，

$(30-25)\times 4=20$ 分钟，

答：为了避免严重拥堵，那么最晚 20 分钟需启动限流措施.

四、解答题（本大题共 3 题，第 23，24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，共 38 分）

23. 已知：如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别在边 AB 、CD 上，且 $AF=CE$．对角线 BD 分别交 EC 、AF 于点 M、N，连接 AM 、CN．



（1）求证：四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

（2）求证：四边形 $AMCN$ 是菱形.

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】本题考查了正方形的性质、平行四边形的判定与性质、菱形的判定；解题的关键是利用正方形的性质，结合全等三角形与特殊四边形的判定定理进行推理论证.

（1）利用正方形对边平行的性质，结合 $AF=CE$，证明一组对边平行且相等，从而判定四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

（2）先利用正方形的对称性或全等三角形证明对角线互相平分，再结合正方形对角线的性质，证明对角线互相垂直，从而判定四边形 $AMCN$ 是菱形.

【小问 1 详解】

证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB/\!/CD$，$AB=CD$，

∵ 点 E 、F 分别在 AB 、CD 上，

∴ $AE\parallel CF$，

又∵ $AF=CE$,

在△ADF 和 △CBE 中, $\begin{cases} AD=BC, \\ \angle D=\angle B=90°, \\ AF=CE, \end{cases}$

∴ $\triangle ADF \cong \triangle CBE(\mathrm{HL})$,

∴ $DF=BE$,

∵ $AB=CD$,

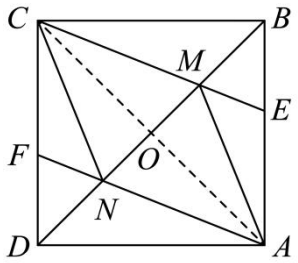
∴ $AB-BE=CD-DF$, 即 $AE=CF$,

又∵ $AE \parallel CF$,

∴ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解: 连接 AC,设 AC 与 BD 相交于点 O.



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ BD 垂直平分 AC, 即 $OA=OC$, $AC \perp BD$,

由 (1) 知四边形 $AFCE$ 是平行四边形,

∴ $AF \parallel EC$,

∴ $\angle ANO=\angle CMO$,

在△AON 和 △COM 中, $\begin{cases} \angle ANO=\angle CMO, \\ \angle AON=\angle COM, \\ OA=OC, \end{cases}$

∴ $\triangle AON \cong \triangle COM(\mathrm{AAS})$,

∴ $ON=OM$,

又∵ $OA=OC$,

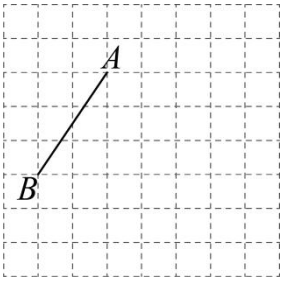
∴ 四边形 $AMCN$ 是平行四边形,

又∵ $AC \perp BD$, 即 $AC \perp MN$,

∴ 四边形 $AMCN$ 是菱形.

24. 解决以下问题：

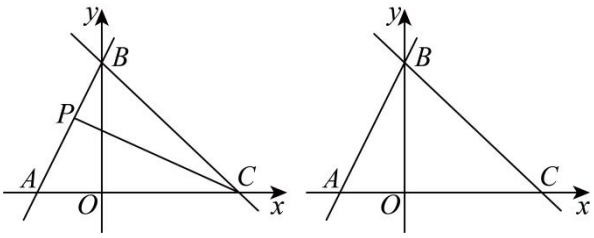
（1）借助网格，用无刻度直尺作 $\angle ABC=45°$；



（2）如图，直线 $y=-x+6$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 C 和点 B，点 A 在 x 轴负半轴，且 $OB=2OA$.

①P 为线段 AB 上一个动点，若 $S_{\triangle ABC}=3_{\triangle BCP}$，求此时点 P 的坐标；

②在①的条件下，Q 为直线 BC 上的一个动点，连接 PQ，若 $\angle BPQ=45°$，求 Q 点的坐标.



【答案】（1）图见解析

（2）①$P(-1,4)$；②$Q\left(\frac{5}{4},\frac{19}{4}\right)$ 或 $Q\left(-\frac{5}{2},\frac{17}{2}\right)$.

【解析】

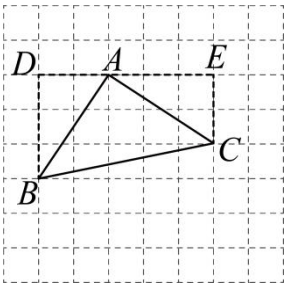
【分析】（1）以 A 为直角顶点，构造等腰直角三角形 ABC 即可；

（2）①根据 $S_{\triangle ABC}=3_{\triangle BCP}$，得到 $2S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle APC}$，进而求出 P 点坐标即可；

②以 B 为直角顶点，构造等腰直角三角形 BPM，进而求出 M 的坐标，进而求出直线 PM 的解析式，联立直线 PM 和直线 BC 的解析式，求出点 Q 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解：如图，$\angle ABC$ 即为所求；



由图易得$\mathrm{Rt}\triangle ADB\cong\mathrm{Rt}\triangle CEA(\mathrm{SAS})$,

$\therefore AB=AC,\angle CAE=\angle ABD$,

$\therefore \angle CAE+\angle DAB=\angle ABD+\angle DAB=90°$,

$\therefore \angle BAC=90°$,

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=45°$;

【小问 2 详解】

解：①$\because y=-x+6$,

$\therefore$当$x=0$时，$y=6$，当$y=-x+6=0$时，$x=6$,

$\therefore B(0,6),C(6,0)$,

$\therefore OB=OC=6$,

$\because OB=2OA$,

$\therefore OA=3$,

$\therefore A(-3,0)$,

设直线AB的解析式为$y=kx+b$，把$A(-3,0)$，$B(0,6)$代入，得$\begin{cases}b=6\\-3k+b=0\end{cases}$,

解得$\begin{cases}k=2\\b=6\end{cases}$,

$\therefore y=2x+6$,

$\because S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle BCP}=S_{\triangle BCP}+S_{\triangle ACP}$，

$\therefore 2S_{\triangle BCP}=S_{\triangle ACP}$,

$\therefore 2S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle APC}$,

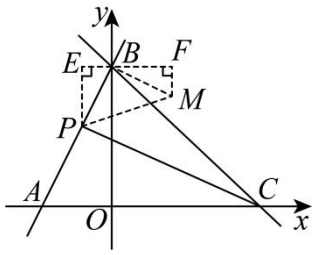
$\therefore 2\times\frac{1}{2}AC\cdot y_B=3\times\frac{1}{2}AC\cdot y_P$,

$\therefore y_P=\dfrac{2}{3}y_B=4$,

$\therefore$当$y=2x+6=4$时，$x=-1$,

$\therefore P(-1,4)$;

②以B为直角顶点,在直线AB的下方构造等腰直角三角形PBM,如图,过点B作$EF\parallel x$轴,作$PE\perp EF$于点E，作$MF\perp EF$于点F，则$\angle PEB=\angle MFB=\angle PBM=90°$，$BP=BM$，



$\therefore \angle BPM=45°=\angle BPQ$，$\angle PBE=\angle BMF=90°-\angle FBM$，

$\therefore$点Q在射线PM上，$\triangle PEB\cong\triangle BFM(\mathrm{AAS})$,

$\therefore PE=BF,BE=MF$，

由①知：$B(0,6),P(-1,4)$,

$\therefore PE=BF=6-4=2,BE=MF=1$,

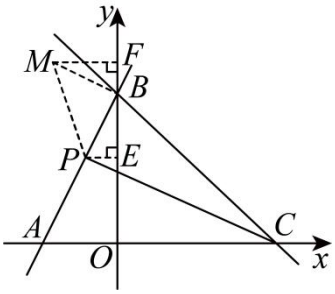
$\therefore M(2,6-1)$，即$M(2,5)$,

同①法可得：直线PM的解析式为$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{13}{3}$,

联立$\begin{cases}y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{13}{3}\\y=-x+6\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\dfrac{5}{4}\\y=\dfrac{19}{4}\end{cases}$,

$\therefore Q\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{19}{4}\right)$;

以B为直角顶点，在直线AB的上方构造等腰直角三角形PBM，如图，作$PE\perp y$轴，$MF\perp y$轴,



同法可得 $M(-2,7)$，直线 PM 的解析式为 $y=-3x+1$，

联立 $\begin{cases}y=-3x+1\\y=-x+6\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-\dfrac{5}{2}\\y=\dfrac{17}{2}\end{cases}$，

$\therefore Q\left(-\dfrac{5}{2},\dfrac{17}{2}\right)$；

综上：$Q\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{19}{4}\right)$或$Q\left(-\dfrac{5}{2},\dfrac{17}{2}\right)$.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线与 x 轴交于 $A(-1,0)$，与 y 轴交于点 $B(0,-2)$.

（1）求直线 AB 的表达式；

（2）如果点 C 是 x 正半轴上一点，四边形 $AQBC$ 是菱形，请直接写出点 C 和点 Q 的坐标（不需要说明理由）；

（3）由平面内不在同一直线上的一些线段首尾顺次连接所组成的封闭图形叫做多边形，对于平面内的一个多边形，画出它的任意一边所在的直线，如果其余各边都在这条直线的一侧，那么这个多边形叫做“凸多边形”；否则叫做“凹多边形”. 如果点 D 是直线 $x=\dfrac{3}{2}$ 上的一个动点，纵坐标为 t，$E(4,0)$，且四边形 $ABED$ 是凹四边形（线段 AD 与线段 BE 不相交），求 t 的取值范围.

【答案】（1）直线 AB 的表达式为 $y=-2x-2$；

（2）点 $C\left(\sqrt{5}-1,0\right)$，点 $Q\left(\sqrt{5},-2\right)$；

（3）当 $-\dfrac{5}{4}<t<0$ 或 $t<-5$ 时，四边形 $ABED$ 是凹四边形.

【解析】

【分析】（1）利用待定系数法即可求解；

（2）先求出 $AB=\sqrt{5}$，再根据四边形 $AQBC$ 是菱形，得 $AC=AB=BQ=\sqrt{5}$，AC　BQ，从而可得

出点C和点Q的坐标；

（3）分①当D在线段MN（不含M、N点）上时；②当D在线段MH延长线上时，两种情况求解即可.

【小问1详解】

解：设直线AB的表达式为$y=kx+b$，

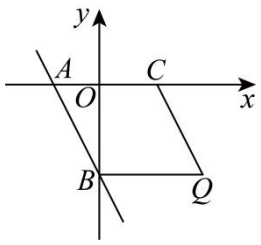
把$A(-1,0)$，$B(0,-2)$代入得：$\begin{cases}-k+b=0\\b=-2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-2\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore$直线AB的表达式为$y=-2x-2$；

【小问2详解】

解：如图，



$\because A(-1,0)$，$B(0,-2)$，

$\therefore OA=1$，$OB=2$，

$\therefore AB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

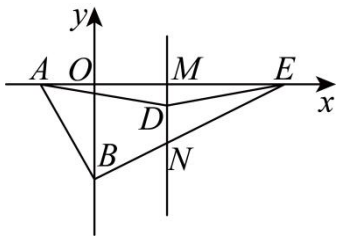
$\because$四边形$AQBC$是菱形，

$\therefore AC=AB=BQ=\sqrt{5}$，$AC$ BQ，

$\therefore$点$C(\sqrt{5}-1,0)$，点$Q(\sqrt{5},-2)$；

【小问3详解】

解：①如图，当D在线段MN（不含M、N点）上时，四边形$ABED$是凹四边形，



设直线 BE 解析式为 $y=k_1x+b_1$，

把 $B(0,-2)$，$E(4,0)$ 代入得：$\begin{cases}4k_1+b_1=0\\b_1=-2\end{cases}$，

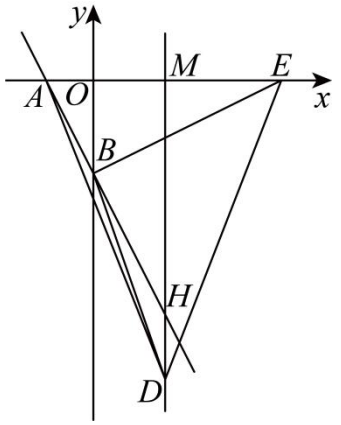
解得：$\begin{cases}k_1=\dfrac{1}{2}\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore$直线 BE 的表达式为 $y=\dfrac{1}{2}x-2$；

当 $x=\dfrac{3}{2}$ 时，$y=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}-2=-\dfrac{5}{4}$，

$\therefore$当 $-\dfrac{5}{4}<t<0$ 时，四边形 $ABED$ 是凹四边形；

② 如图，当 D 在线段 MH 延长线上时，四边形 $ABED$ 是凹四边形，



由（1）得直线 AB 的表达式为 $y=-2x-2$，

当 $x=\dfrac{3}{2}$ 时，$y=-2\times\dfrac{3}{2}-2=-5$，

$\therefore$当 $t<-5$ 时，四边形 $ABED$ 是凹四边形；

综上可得：当 $-\dfrac{5}{4}<t<0$ 或 $t<-5$ 时，四边形 $ABED$ 是凹四边形.