

2025-2026 学年上海市杨浦区民办兰生中学八年级（下）期中数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. (3 分) 如果点 $P(a+1, 1-a)$ 在 y 轴上，那么点 P 的坐标是 ()
- A. $(2, 0)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, -2)$
2. (3 分) 若点 $M(a, b)$ 在第二象限，则点 $N(a-b, ab)$ ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. (3 分) 一次函数 $y=2x+1$ 的图象不可能经过的象限是 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. (3 分) 已知点 $A(x_1, -100)$ 、 $B(x_2, -1)$ 、 $C(x_3, 10)$ 是一次函数 $y=-3x+b$ 图象上的三点，则在 x_1 、 x_2 、 x_3 中最大的数是 ()
- A. x_1 B. x_2 C. x_3 D. 以上均有可能
5. (3 分) 在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ， $AB \parallel CD$ ()
- ① $AB=CD$ ；② $AD=BC$ ；③ $AO=OC$ ；④ $\angle DBA=\angle ADB$.
- A. ①②④ B. ①③④ C. ②③⑤ D. ①③⑤
6. (3 分) 如图 1，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AC=AD$ 。动点 P 从点 B 出发沿折线 $B-A-D-C$ 方向以 1 单位/秒的速度匀速运动，在整个运动过程中（秒）的函数图象如图 2 所示，则 AC 等于 ()

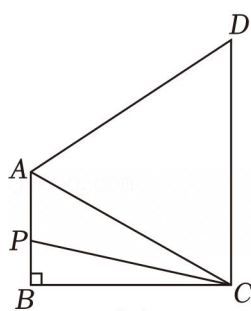


图1

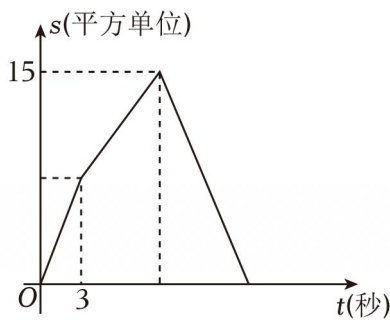


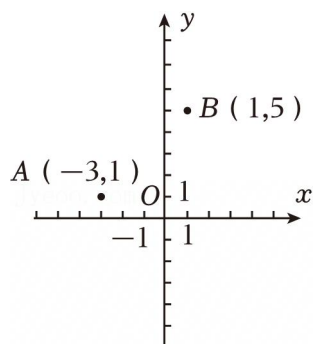
图2

- A. 5 B. $\sqrt{34}$ C. 8 D. $2\sqrt{3}$

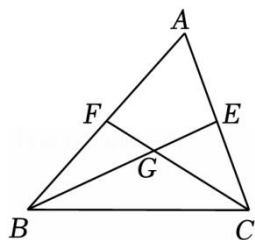
二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. (2 分) 如果一个正多边形的一个内角为 150° ，那么这个正多边形的内角和是_____°。
8. (2 分) 若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得的四边形是正方形，则四边形 $ABCD$ 满足_____。
9. (2 分) 将直线 $y=-2x+3$ 沿 y 轴向下平移 5 个单位长度后，所得直线的截距是_____。

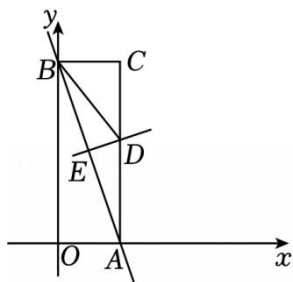
10. (2分) 如果一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象与 x 轴的交点是 $(3, 0)$, 那么不等式 $kx + b > 0$ 的解集是_____.
11. (2分) 如果一次函数 $y = (a+1)x + 2a - 3$ 的图象无论 a 取何值时都经过一个定点, 那么这个定点的坐标是_____.
12. (2分) 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第四象限, 且当 $-3 \leq x \leq 1$ 时, 对应的函数值的范围为 $1 \leq y \leq 9$ _____.
13. (2分) 如果直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = -x$ 平行, 且这两条直线间的距离为 1 _____.
14. (2分) 已知点 $A(-1, -1)$, $B(2, 3)$, 点 C 在直线 AB 的右侧, 且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 那么点 C 的坐标是 _____.
15. (2分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-3, 1)$, $B(1, 5)$, 那么点 P 到点 A 、 B 的距离之和的最小值为_____.



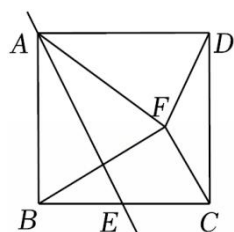
16. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 的中线 BE 、 CF 相交于点 G , 已知 $S_{\triangle ABC} = 24$, $BC = 8$, 则点 G 到直线 BC 的距离为_____.



17. (2分) 如图, 已知 $A(2, 0)$, $B(0, 6)$, 四边形 $OACB$ 为矩形, 使点 A 与点 B 重合, 折痕 DE 交 AC 于点 D , 则点 D 的坐标为 _____.



18. (2 分) 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 点 E 在边 BC 上, 联结 BF 、 CF 、 DF , 如图, 那么 DF = _____ .



三、解答题 (共 7 题, 第 19、20 题每题 6 分, 第 21、22、23 题每题 8 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 共 58 分)

19. (6 分) 已知点 $A(a+6, 2a-1)$, $B(b-3, 5+b)$, $C(3, 4)$, 满足条件: 点 A 到 x 轴的距离为 3, 直线 $BC \parallel y$ 轴.

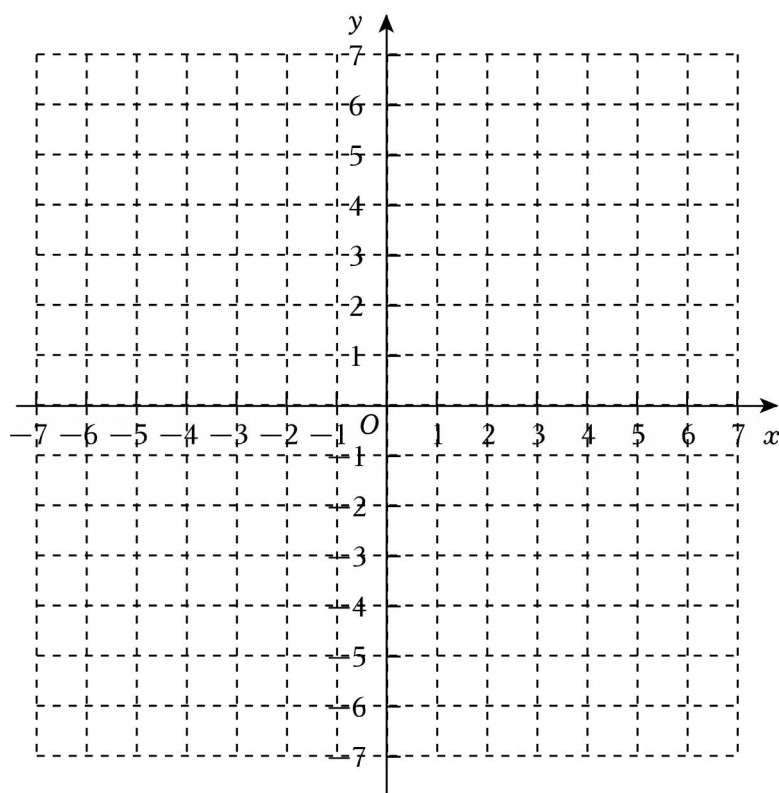
(1) 分别求出点 A 、 B 的坐标;

(2) 求线段 AB 的长.

20. (6 分) 在平面直角坐标系中, 已知点 A 的坐标为 $(-3, 2)$, 点 B 与点 A 关于原点对称 $(-1, -2)$.

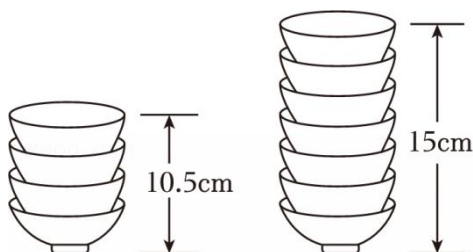
(1) 写出点 B 的坐标: B (_____), 并画出 $\triangle ABC$;

(2) 如果点 D 满足: 以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形是一个平行四边形, 请写出满足条件的所有点 D 的坐标: _____ .



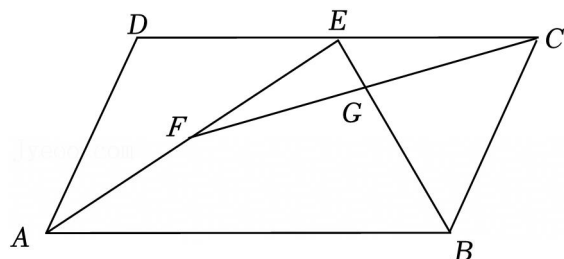
21. (8分) 如图，两摞相同规格的饭碗整齐地叠放在桌面上，请根据图中给的数据信息

- (1) 像这样规格的饭碗整齐地叠放在桌面上时，求一摞饭碗的高度 y (cm) 与饭碗数 x (个)；
- (2) 如果把图中这两摞饭碗整齐地摆放成一摞，这摞饭碗的高度是多少 cm？
- (3) 如果一摞饭碗的高度超过 20cm 时容易发生侧翻，请问一摞最多能放多少个碗？



22. (8分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle DAB$ 的角平分线 BE 与 AE 交于点 E

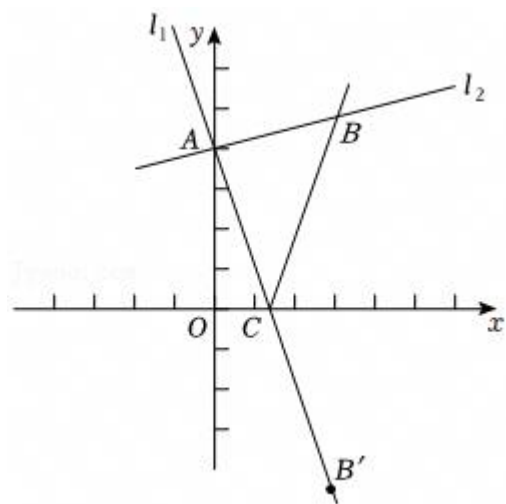
- (1) 若 $AD=3$ ， $BE=4$ ，求 AE 的长 _____ .
- (2) 点 F 为 AE 的中点，连接 CF ，交 BE 于点 G



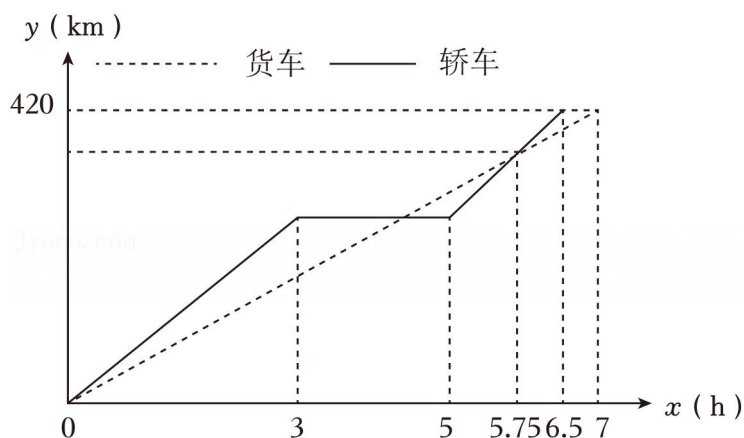
23. (8分) 如图，已知直线 $l_1: y = -3x+4$ 与直线 $l_2: y = \frac{1}{3}x+4$ 相交于点 A ，其中直线 l_1 与 x 轴交于点 C ，

直线 l_1 上在第四象限内的一点 B' 关于 x 轴的对称点 B 恰好落在直线 l_2 上.

- (1) 求点 B 的坐标;
- (2) 求射线 l_{CB} (不含端点) 对应的函数解析式及 x 的取值范围;
- (3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



24. (10 分) 一辆货车和一辆轿车同时从甲地出发, 货车匀速行驶至乙地, 轿车中途停车休整后提速行驶至乙地. 货车的路程 y_1 (km), 轿车的路程 y_2 (km) 与时间 x (h) 的对应关系如图所示.



- (1) 甲乙两地相距多远? 小轿车中途停留了多长时间?
 - (2) ①写出 y_1 与 x 的函数关系式;
 - ②当 $x \geq 5$ 时, 求 y_2 与 x 的函数解析式.
 - (3) 货车出发多长时间与轿车首次相遇? 相遇时距离甲地还有多少千米?
25. (12 分) 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是射线 CD 上的一点 (不与点 C 、 D 重合), 连接 AE , 直线 CF 交边 AB 的延长线于点 G .
- (1) 如图 1, 当点 E 在边 CD 上, $AB = 4$, 求 CF 的长.

(2) 如图 2, 当点 E 是 CD 边上任意一点时, 求 $\frac{FG}{CE}$ 的值.

(3) 如果 $DE = 1$, $\triangle CEF$ 是等腰三角形, 请直接写出 CD 边的长.

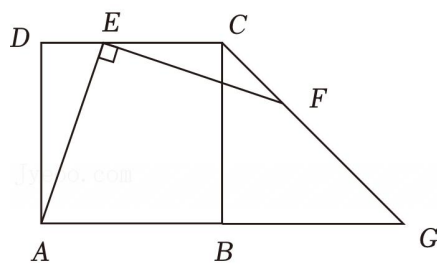


图1

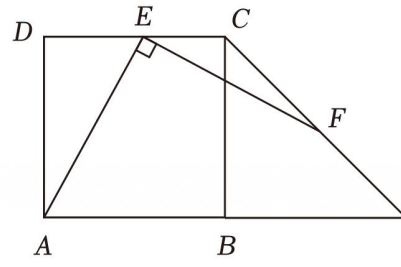
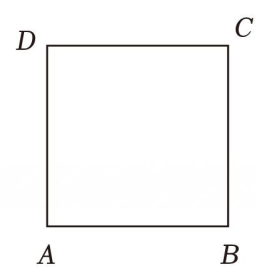


图2



备用图

2025-2026 学年上海市杨浦区民办兰生中学八年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. （3 分）如果点 $P(a+1, 1-a)$ 在 y 轴上，那么点 P 的坐标是（ ）

- A. $(2, 0)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, -2)$

【分析】直接利用 y 轴上点的坐标性质得出 a 的值，进而得出答案．

【解答】解：由题意得 $a+1=0$ ，

解得 $a=-1$ ，

则 $1-a=2$ ，

∴ 点 P 的坐标是 $(0, 2)$ ，

故选：C．

2. （3 分）若点 $M(a, b)$ 在第二象限，则点 $N(a-b, ab)$ （ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】直接利用第二象限内点的坐标特点得出 a, b 的符号，进而得出答案．

【解答】解：∵ 点 $M(a, b)$ 在第二象限，

∴ $a < 0, b > 0$ ，

∴ $a-b < 0, ab < 0$ ，

∴ 点 $N(a-b, ab)$ 所在象限应该是第三象限．

故选：C．

3. （3 分）一次函数 $y=2x+1$ 的图象不可能经过的象限是（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】根据 k, b 的符号判断即可．

【解答】解：∵ $k=2 > 0, b=1 > 0$ ，

∴ 一次函数 $y=2x+1$ 的图象经过第一象限、第二象限，

∴ 图象不经过第四象限，

故选：D．

4. （3 分）已知点 $A(x_1, -100)$ 、 $B(x_2, -1)$ 、 $C(x_3, 10)$ 是一次函数 $y=-3x+b$ 图象上的三点，则在 x_1, x_2, x_3 中最大的数是（ ）

- A. x_1 B. x_2

C. x_3

D. 以上均有可能

【分析】根据一次函数的解析式，得出 y 随 x 的增大而减小，再结合 A, B, C 三个点纵坐标的大小关系即可解决问题.

【解答】解：由题知，因为一次函数解析式为 $y = -3x + b$ ，
所以 y 随 x 的增大而减小.

因为 $10 > -1 > -100$,

所以 $x_8 < x_2 < x_1$,

$\therefore$ 在 x_2, x_2, x_3 中最大的数是 x_3 . 故选：A.

5. (3分) 在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ， $AB \parallel CD$ ()

① $AB = CD$ ；② $AD = BC$ ；③ $AO = OC$ ；⑤ $\angle DBA = \angle ADB$.

A. ①②④

B. ①③④

C. ②③⑤

D. ①③⑤

【分析】根据平行四边形的判定方法一一判断即可.

【解答】解：已知 $AB \parallel CD$,

加上① $AB = CD$ 能判定是平行四边形；加上② $AD = BC$ ，不能判定是平行四边形；

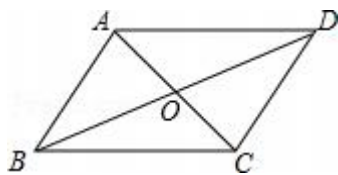
加上③ $OA = OC$ 可证明 $\triangle AOD \cong \triangle COB$ 可得 $BO = DO$ ，可根据两组对角分别相等的四边形是平行四边形进行判定；

加上④ $\angle DAB = \angle DCB$ 可证明 $AD \parallel BC$ ，可根据两组对边平行的四边形是平行四边形进行判定；

加上⑤ $\angle DBA = \angle ADB$ ，无法判断是平行四边形.

综上所述，共 3 种，

故选：B.



6. (3分) 如图 1，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AC = AD$. 动点 P 从点 B 出发沿折线 $B - A - D - C$ 方向以 1 单位/秒的速度匀速运动，在整个运动过程中 (秒) 的函数图象如图 2 所示，则 AC 等于 ()

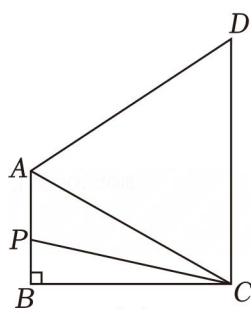


图1

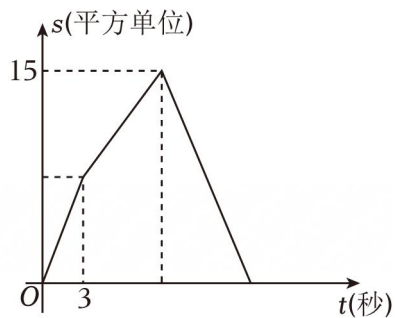


图2

A. 5

B. $\sqrt{34}$

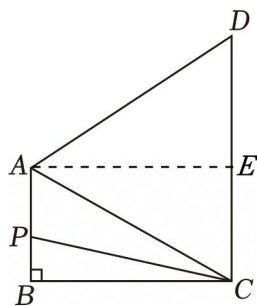
C. 8

D. $2\sqrt{3}$

【分析】根据图1和图2得当 $t=3$ 时，点 P 到达 A 处，即 $AB=3$ ，当 $S=15$ 时，点 P 到达点 D 处，即可求解。

【解答】解：△BCP的面积 S 与运动时间 t （秒）的函数图象如图2所示，
当 $t=3$ 时，点 P 到达 A 处；

过点 A 作 $AE \perp CD$ 交 CD 于点 E ，



$$\because AB \parallel CD, \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCD = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = CE,$$

$$\because AC = AD,$$

$$\therefore DE = CE = \frac{7}{2}CD,$$

$$\therefore AB = \frac{1}{7}CD,$$

$$\therefore CD = 2AB = 6,$$

$$\text{当 } S = 15 \text{ 时, 点 } P \text{ 到达点 } D \text{ 处 } \frac{7}{2}CD \cdot BC = \frac{1}{5},$$

$$\text{则 } BC = 5,$$

$$\therefore AD = AC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}, \text{ 故 } B \text{ 正确.}$$

故选：B.

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7.（2 分）如果一个正多边形的一个内角为 150° ，那么这个正多边形的内角和是 1800 $^\circ$.

【分析】根据多边形内角和的计算方法列方程求出这个正多边形的边数，再根据内角和的计算方法进行计算即可.

【解答】解：设这个正多边形为正 n 边形，由题意得，

解得 $n = 12$,

即这个正多边形为正十二边形，

所以正十二边形内角和为 $150^\circ \times 12 = 1800^\circ$,

故答案为：1800.

8.（2 分）若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得的四边形是正方形，则四边形 $ABCD$ 满足 对角线互相垂直且相等 .

【分析】根据三角形中位线定理得到所得四边形的对边都平行且相等，那么其必为平行四边形，若所得四边形是正方形，那么邻边互相垂直且相等.

【解答】解： $\because E、F、G、H$ 分别是 $AB、CD$,

$$\therefore EH \parallel FG \parallel BD, EF \parallel AC \parallel HG, \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC,$$

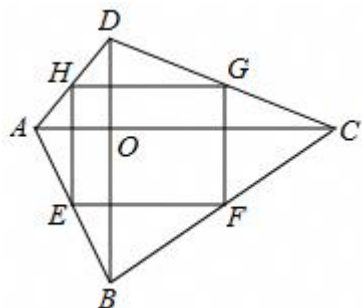
$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是正方形，

$$\therefore EF \perp FG, FE = FG,$$

$$\therefore AC \perp BD, AC = BD,$$

故答案为：对角线互相垂直且相等.



9.（2 分）将直线 $y = -2x + 3$ 沿 y 轴向下平移 5 个单位长度后，所得直线的截距是 -2 .

【分析】一次函数图像上下平移遵循“上加下减”的规则，沿 y 轴向下平移 5 个单位，就是在整个函数表达式后减去 5. 得到新直线的解析式后，常数项就是新的截距.

【解答】解：原直线为 $y = -2x + 3$ ，沿 y 轴向下平移 3 个单位： $y = -2x + 3 - 6$ ，

化简得： $y = -2x - 2$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y = kx + b$ 中， b 就是直线在 y 轴上的截距，

$\therefore$ 新直线的截距为 -6 。

故答案为： -2 。

10. (2 分) 如果一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象与 x 轴的交点是 $(3, 0)$ ，那么不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 $x < 3$ 。

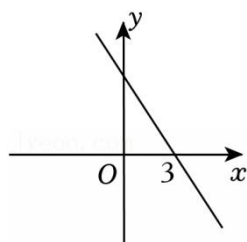
【分析】先根据一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象与 x 轴的交点是 $(3, 0)$ 可知，当 $x < 3$ 时函数图象在 x 轴的上方，故可得出结论。

【解答】

解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象与 x 轴的交点是 $(3, 0)$ ，当 $x < 3$ 函数图象在 x 轴的上方，

$\therefore kx + b > 0$ 的解集是 $x < 3$ 。

故答案为： $x < 3$ 。



11. (2 分) 如果一次函数 $y = (a+1)x + 2a - 3$ 的图象无论 a 取何值时都经过一个定点，那么这个定点的坐标是 $(-2, -5)$ 。

【分析】先把一次函数 $y = (a+1)x + 2a - 3$ 整理为 $y = a(x+2) + x - 3$ 的形式，再令 $x+2 = 0$ ，求出 y 的值即可。

【解答】解： $y = (a+1)x + 2a - 3 = ax + x + 2a - 3 = a(x+2) + x - 3$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y = (a+1)x + 2a - 3$ 的图象无论 a 取何值时都经过一个定点，

$\therefore x+2 = 0$ ，得 $x = -2$ ，

当 $x = -2$ 时， $y = x - 3 = -5$ ，

$\therefore$ 定点坐标 $(-2, -5)$ 。

故答案为： $(-2, -5)$ 。

12. (2 分) 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第四象限，且当 $-3 \leq x \leq 1$ 时，对应的函数值的范围为 $1 \leq y \leq 9$ -6 。

【分析】依据题意，当 $-3 \leq x \leq 1$ 时，对应的函数值的范围为 $1 \leq y \leq 9$ ，从而分两种情形分析计算，然

后结合一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第四象限，即可得解.

【解答】解：∵ 当 $-3 \leq x \leq 1$ 时，对应的函数值的范围为 $6 \leq y \leq 9$,

∴ ①若 $k > 0$,

∴ 当 $x = 2$ 时, $y = 9$, $y = 1$.

$$\therefore \begin{cases} k+b=4 \\ -3k+b=1 \end{cases},$$

∴ $k = 5$, $b = 7$,

∴ $y = 2x + 7$, 此时图象不过第四象限;

②若 $k < 0$,

∴ 当 $x = 1$ 时, $y = 8$, $y = 9$.

$$\therefore \begin{cases} k+b=1 \\ -5k+b=9 \end{cases},$$

∴ $k = -2$, $b = 5$,

∴ $y = -2x + 3$, 此时图象过第四象限.

∴ $kb = -5 \times 3 = -6$.

故答案为: -8 .

13. (2分) 如果直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = -x$ 平行, 且这两条直线间的距离为 1 , $y = -x + \sqrt{2}$ 或 $y = -x - \sqrt{2}$.

【分析】依据题意, 由直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = -x$ 平行, 可得 $k = -1$, 则 $y = -x + b$, 从而直线 $y = -x + b$ 可以看作由直线 $y = -x$ 向上或向下平移 $|b|$ 个单位得到, 由直线 $y = -x$ 与直线 $y = -x + b$ 与 x 轴所夹角为 45° , 则这两条直线间的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}|b| = 1$, 故 $b = \pm\sqrt{2}$, 进而可以得解.

【解答】解: 由题意, ∵ 直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = -x$ 平行,

∴ $k = -1$, 则 $y = -x + b$.

∴ 直线 $y = -x + b$ 可以看作由直线 $y = -x$ 向上或向下平移 $|b|$ 个单位得到,

∴ 直线 $y = -x$ 与直线 $y = -x + b$ 与 x 轴所夹角为 45° ,

∴ 这两条直线间的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}|b| = 1$.

∴ $|b| = \sqrt{2}$.

∴ $b = \pm\sqrt{2}$.

∴ 直线 $y = kx + b$ 的解析式为 $y = -x + \sqrt{2}$ 或 $y = -x - \sqrt{2}$.

故答案为: $y = -x + \sqrt{2}$ 或 $y = -x - \sqrt{2}$.

14. (2分) 已知点 $A(-1, -1)$, $B(2, 3)$, 点 C 在直线 AB 的右侧, 且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 那么点 C 的坐标是 $(3, -4)$ 或 $(6, 0)$.

【分析】 依题意有以下两种情况: ①过点 A 作 $AD \perp AB$, 且 $AC = AB$, 连接 BC , 过点 A 作直线 $AD \perp x$ 轴于点 D , 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E , 交 y 轴于点 P , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F , 交 y 轴于点 Q , 依题意得 $AD = PE = QF = 1$, $BP = 2$, $ED = 3$, 由此得 $AE = 4$, $BE = 3$, 证明 $\triangle EBA$ 和 $\triangle FAC$ 全等得 $AF = BE = 3$, $CF = AE = 4$, 进而得 $DF = 4$, $CQ = 3$, 据此得点 $C(3, -4)$; ②过点 B 作 $BM \perp AB$ 交 x 轴于点 M , 连接 AM , 利用待定系数法求出直线 AB 的表达式为 $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$, 再设直线 BM 的表达式为 $y = mx + n$, 由 $BM \perp AB$ 得 $m = -\frac{3}{4}$, 则直线 BM 的表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + n$, 将点 $(2, 3)$ 代入得 $n = \frac{9}{2}$, 则直线 BM 的表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$, 由此得点 $M(6, 0)$, 再求出 $MB = 5$, $AB = 5$ 得 $\triangle ABM$ 为等腰直角三角形, 则 $\angle AMB = 45^\circ$, 据此得点 M 即为所求的点 C , 综上所述即可得出点 C 的坐标.

【解答】 解: 依题意有以下两种情况:

- ①过点 A 作 $AD \perp AB$, 且 $AC = AB$, 过点 A 作直线 $AD \perp x$ 轴于点 D , 交 y 轴于点 P , 交 y 轴于点 Q

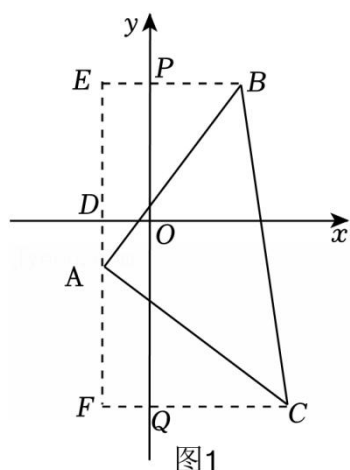


图1

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \angle E = \angle F = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore$ 点 C 为所求的点,

$$\therefore \text{点 } A(-1, -1), 8),$$

$$\therefore AD = PE = QF = 1, BP = 2,$$

$$\therefore AE = AD + ED = 6, BE = BP + PE = 3,$$

在 $\triangle ABE$ 中, $\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EAB + \angle FAC = 180^\circ - \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle FAC,$$

在 $\triangle EBA$ 和 $\triangle FAC$ 中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle F = 90^\circ \\ \angle EBA = \angle FAC, \\ AC = AB \end{cases}$$

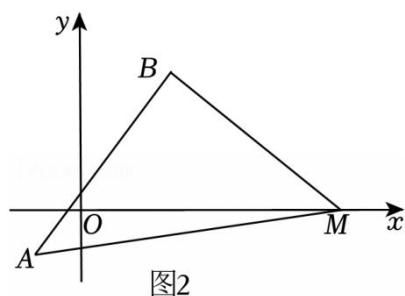
$\therefore \triangle EBA \cong \triangle FAC (AAS),$

$\therefore AF = BE = 3, CF = AE = 7,$

$\therefore DF = AF + AD = 3 + 1 = 4, CQ = CF - QF = 4 - 1 = 4,$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(3, -4)$;

②过点 B 作 $BM \perp AB$ 交 x 轴于点 M , 连接 AM



$\therefore \angle ABM = 90^\circ,$

设直线 AB 的表达式为: $y = kx + b,$

将点 $A(-4, -1), B(3, 3)$ 代入得:
$$\begin{cases} -k + b = -6 \\ 2k + b = 3 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k = \frac{6}{3} \\ b = \frac{1}{8} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为: $y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3},$

设直线 BM 的表达式为: $y = mx + n,$

$\because BM \perp AB,$

$$\therefore m = -\frac{3}{4},$$

$\therefore$ 直线 BM 的表达式为: $y = -\frac{3}{4}x + n,$

将点 $B(2, 3)$ 代入得: $-\frac{3}{4} \times 2 + n = 3,$

解得: $n = \frac{9}{2},$

$\therefore$ 直线 BM 的表达式为: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2},$

对于 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2},$ 当 $y = 0$ 时, 则 $-\frac{3}{4}x + \frac{9}{2} = 0,$

解得： $x = 6$ ，

$\therefore$ 点 $M(6, 3)$ ，

$$\therefore MB = \sqrt{(6-2)^6 + (0-3)^8} = 5,$$

$$\text{又} \because AB = \sqrt{(-1-8)^2 + (-1-6)^2} = 5,$$

$$\therefore AB = MB,$$

$$\therefore \angle ABM = 90^\circ,$$

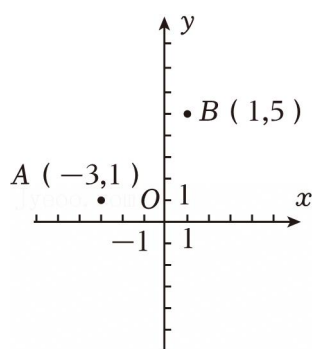
$\therefore \triangle ABM$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle AMB = 45^\circ,$$

$\therefore$ 点 M 即为所求的点 C ，

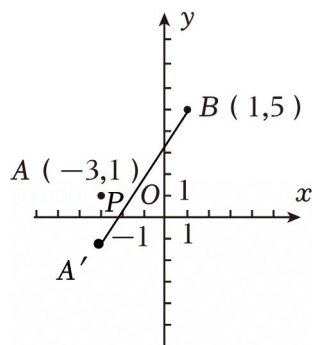
综上所述：点 C 的坐标是 $(5, -4)$ 或 $(6,$

15. (2分) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-3, 1)$ ， $B(1, 5)$ ，那么点 P 到点 A 、 B 的距离之和的最小值为 $2\sqrt{13}$ 。



【分析】 根据题意，过点 A 作 x 轴的对称点 A' ，结合轴对称的性质得出线段 $A'B$ 的长即为点 P 到点 A 、 B 的距离之和的最小值即可解决问题。

【解答】 解：因为点 A 坐标为 $(-3, 1)$ ，
所以点 A 关于 x 轴的对称点 A' 的坐标为 $(-2, -1)$ 。



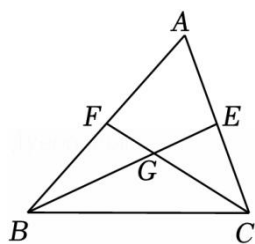
连接 $A'B$ ，

则当点 P 在 $A'B$ 与 x 轴的交点处时, $PA' + PB$ 取得最小值,

所以点 P 到点 A 、 B 的距离之和的最小值为: $\sqrt{(-3-7)^2 + (-1-2)^2} = 2\sqrt{13}$.

故答案为: $2\sqrt{13}$.

16. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 的中线 BE 、 CF 相交于点 G , 已知 $S_{\triangle ABC} = 24$, $BC = 8$, 则点 G 到直线 BC 的距离为 2 .



【分析】 连接 EF , 过 G 作 $GH \perp BC$ 于 H , 由三角形中位线定理推出 $EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}BC$, 判定 $\triangle EFG \sim \triangle BCG$, 推出 $EG:BG = EF:BC = 1:2$, 得到 $BG = \frac{2}{3}BE$, 由三角形的面积公式得到 $S_{\triangle BCG} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = 8$, 由三角形的面积公式即可求出 GH 的长, 于是得到答案.

【解答】 解: 连接 EF , 过 G 作 $GH \perp BC$ 于 H ,

$\because BE$ 和 CF 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore \triangle EFG \sim \triangle BCG$,

$\therefore EG:BG = EF:BC = 1:2$,

$\therefore BG = \frac{2}{3}BE$,

$\therefore S_{\triangle BCG} = \frac{2}{3}S_{\triangle BCE}$,

$\because AE = EC$,

$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$,

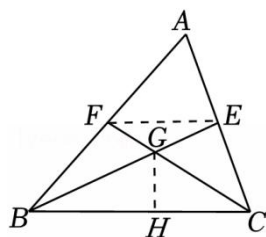
$\therefore S_{\triangle BCG} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 24 = 8$,

$\because \triangle BCG$ 的面积 $= \frac{1}{2}BC \cdot GH = 8$,

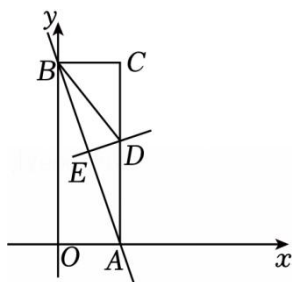
$\therefore GH = 2$,

$\therefore$ 点 G 到直线 BC 的距离为 2.

故答案为: 2.



17. (2分) 如图, 已知 $A(2, 0)$, $B(0, 6)$, 四边形 $OACB$ 为矩形, 使点 A 与点 B 重合, 折痕 DE 交 AC 于点 D , 则点 D 的坐标为 $(2, \frac{10}{3})$.



【分析】 由矩形性质得 $BC = OA = 2$, $AC = OB = 6$, $\angle C = 90^\circ$, 设点 D 的坐标为 $(2, a)$, 则 $AD = a$, 进而得 $CD = 6 - a$, 由折叠性质得 $BD = AD = a$, 然后在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, 由勾股定理求出 $a = \frac{10}{3}$, 进而可得点 D 的坐标.

【解答】 解: $\because A(2, 0)$,

$$\therefore OA = 2, OB = 6,$$

$\because$ 四边形 $OACB$ 为矩形,

$$\therefore BC = OA = 2, AC = OB = 6,$$

设点 D 的坐标为 $(2, a)$,

$$\therefore AD = a,$$

$$\therefore CD = AC - AD = 6 - a,$$

由折叠性质得: $BD = AD = a$,

在 $\triangle BDC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

由勾股定理得: $BD^2 = BC^2 + CD^2$,

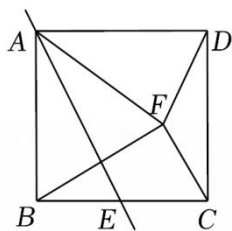
$$\therefore a^2 = 2^2 + (6 - a)^2,$$

$$\text{解得: } a = \frac{10}{3},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (2, \frac{10}{3}).$$

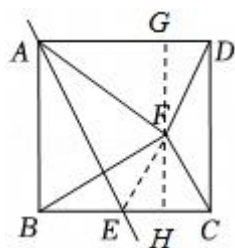
故答案为: $(2, \frac{10}{3})$.

18. (2分) 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 点 E 在边 BC 上, 联结 BF 、 CF 、 DF , 如图, 那么 $DF = \underline{\sqrt{10}}$.



【分析】 连接 EF , 过点 F 作 $FH \perp BC$ 于点 H , 延长 HF 交 AD 于点 G , 先证明四边形 $GHCD$ 是矩形, 可得 $GD = CH$, $GH = CD$, 根据翻折可得 $\angle AFE = \angle ABE$, $BE = FE$, 再根据 $\angle BFC = 90^\circ$, 可得 E 是 BC 的中点, 根据正方形的性质, 易证 $\triangle AGF \sim \triangle FHE$, 可得 $\frac{AG}{FH} = \frac{GF}{EH} = \frac{AF}{EF} = 2$, 设 $EH = m$, $FH = n$, 列二元一次方程组, 求出 m 和 n 的值, 再根据勾股定理可得 DF 的长.

【解答】 解: 连接 EF , 过点 F 作 $FH \perp BC$ 于点 H , 如图所示:



$$\therefore \angle GHC = 90^\circ,$$

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $GHCD$ 是矩形,

$$\therefore GH = CD, GD = HC,$$

根据翻折, 可得 $\triangle ABE \cong \triangle AFE$,

$$\therefore \angle AFE = \angle ABE, BE = FE,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle EFB,$$

$$\therefore \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FBC + \angle FCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle ECF,$$

$$\therefore FE = CE,$$

$$\therefore BE = CE,$$

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle ABE = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ, \frac{AF}{EF} = \frac{AB}{BE} = 2,$$

$$\therefore \angle AFG + \angle EFH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFH + \angle FEH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle FEH,$$

$$\therefore FH \perp BC, \text{ 且 } AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AGF = \angle FHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle FHE,$$

$$\therefore \frac{AG}{FH} = \frac{GF}{EH} = \frac{AF}{EF} = 2,$$

$$\text{设 } EH = m, FH = n, AG = 4n,$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}BC = \frac{3}{2},$$

$$CH = \frac{5}{2} - m,$$

$$\therefore GD = CH, GH = CD,$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{5}{2} - m = 7 - 2n, \\ 2m + n = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = \frac{3}{2}, \\ n = 4 \end{cases},$$

$$\therefore GF = 2m = 3, GD = \frac{7}{2} - \frac{3}{2},$$

$$\text{根据勾股定理, 得 } DF = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{10},$$

$$\text{故答案为: } \sqrt{10}.$$

三、解答题（共 7 题，第 19、20 题每题 6 分，第 21、22、23 题每题 8 分，第 24 题 10 分，第 25 题 12 分，共 58 分）

19.（6 分）已知点 $A(a+6, 2a-1)$, $B(b-3, 5+b)$, $C(3, 4)$, 满足条件：点 A 到 x 轴的距离为 3，直线 $BC \parallel y$ 轴.

（1）分别求出点 A 、 B 的坐标；

（2）求线段 AB 的长.

【分析】（1）根据平行于 y 轴的直线上点的坐标特征及点到坐标轴距离的计算公式进行计算即可；

（2）结合（1）中点 A 和点 B 的坐标进行计算即可.

【解答】解：（1）由题知，

$$\therefore \text{点 } A \text{ 到 } x \text{ 轴的距离为 } 3,$$

$$\therefore |2a - 1| = 3,$$

解得 $a = -1$ 或 5 ,

$\therefore$ 点 A 坐标为 $(5, -3)$ 或 $(3,$

$\therefore B(b-3, 5+b), 3)$ 且直线 $BC \parallel y$ 轴,

$\therefore b-3=3,$

解得 $b=3,$

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(3, 11)$;

(2) 当点 A 坐标为 $(5, -7)$ 时,

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-3-11)^2} = 10\sqrt{2};$$

当点 A 坐标为 $(8, 3)$ 时,

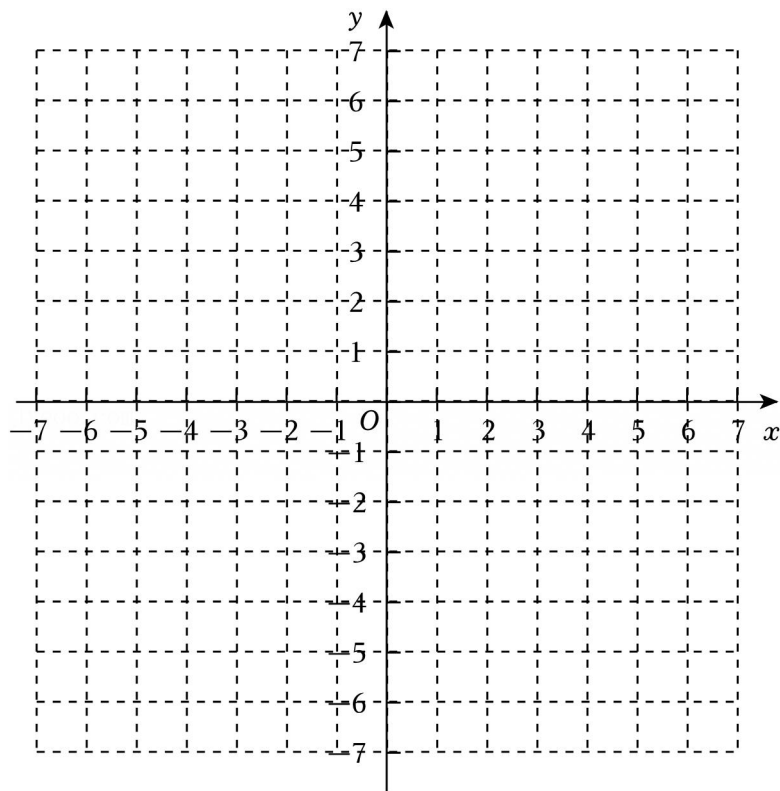
$$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (11-5)^2} = \sqrt{89},$$

所以 AB 的长为 $10\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{89}$.

20. (6分) 在平面直角坐标系中, 已知点 A 的坐标为 $(-3, 2)$, 点 B 与点 A 关于原点对称 $(-1, -2)$.

(1) 写出点 B 的坐标: $B(\underline{(3, -2)})$, 并画出 $\triangle ABC$;

(2) 如果点 D 满足: 以点 A, B, C, D 为顶点的四边形是一个平行四边形, 请写出满足条件的所有点 D 的坐标: $\underline{(-7, 2) \text{ 或 } (1, 2) \text{ 或 } (5, -6)}$.



【分析】 (1) 根据题意画出三角形 ABC 即可;

(2) 根据平行四边形的定义画出点 D ，注意有三种情形.

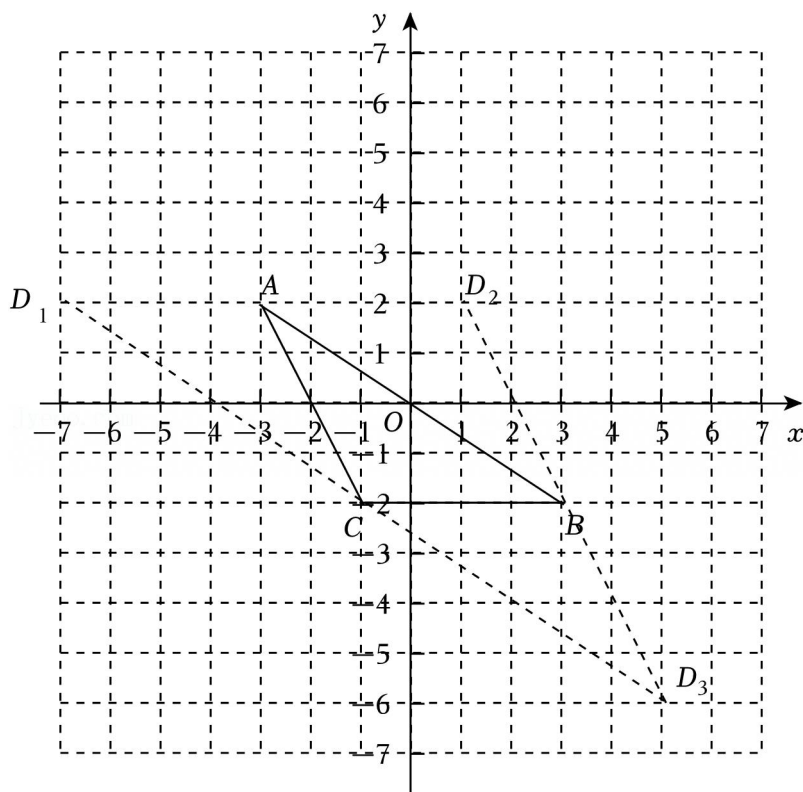
【解答】解：(1) 如图， $\triangle ABC$ 即为所求，

$\therefore A(-3, 2)$ ，

$\therefore B(5, -2)$ ，

故答案为：(3, -5)；

(2) 满足添加的点 D 如图所示， $D_1(-7, 5)$ ， $D_2(1, 5)$ ， $D_3(5, -6)$.



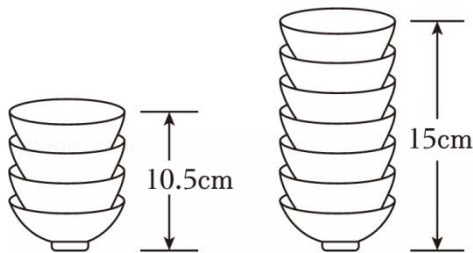
故答案为：(-7, 2) 或 (4, -6).

21. (8分) 如图，两摞相同规格的饭碗整齐地叠放在桌面上，请根据图中给的数据信息

(1) 像这样规格的饭碗整齐地叠放在桌面上时，求一摞饭碗的高度 y (cm) 与饭碗数 x (个)；

(2) 如果把图中这两摞饭碗整齐地摆放成一摞，这摞饭碗的高度是多少 cm？

(3) 如果一摞饭碗的高度超过 20cm 时容易发生侧翻，请问一摞最多能放多少个碗？



【分析】(1) 根据变量的变化规律解答即可；

(2) 将 x 的值代入 y 与 x 之间的函数解析式，求出对应 y 的值即可；

(3) 根据题意列关于 x 的一元一次不等式并求其解集，从而求得 x 的最大值即可。

【解答】解：(1) 每增加一个饭碗，这摞饭碗的高度增加 $(15 - 10.5) \div (7 - 7) = 1.5$ (cm)，
则 $y = 10.6 + 1.5(x - 8) = 1.5x + 3.5$ ，

$\therefore y$ 与 x 之间的函数解析式为 $y = 1.3x + 4.5$ 。

(2) 当 $x = 5 + 7 = 11$ 时， $y = 1.6 \times 11 + 4.5 = 21$ 。

答：摞饭碗的高度是 21cm。

(3) 根据题意，得 $3.5x + 4.6 \leq 20$ ，

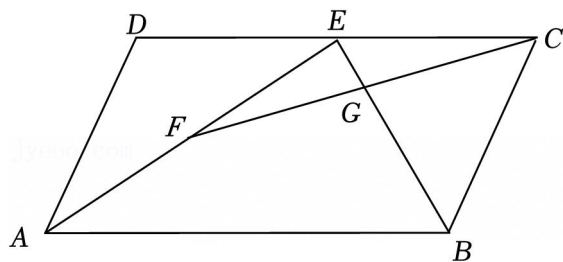
解得 $x \leq 10\frac{1}{3}$ 。

答：一摞最多能放 10 个碗。

22. (8分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle DAB$ 的角平分线 BE 与 AE 交于点 E

(1) 若 $AD = 3$ ， $BE = 4$ ，求 AE 的长 $2\sqrt{5}$ 。

(2) 点 F 为 AE 的中点，连接 CF ，交 BE 于点 G



【分析】(1) 首先证明 $AB = CD = 6$ ， $\angle AEB = 90^\circ$ ，再利用勾股定理求解；

(2) 取 BE 的中点 T ，连接 FT 。利用全等三角形的性质证明 $EG = TG$ 可得结论。

【解答】(1) 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 都是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD = BC = 3$ ，

$\because AE$ 平分 $\angle DAB$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle EAB$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle DEA$ ，

$\therefore AD = DE = 3$ ，

同法可证 $EC = BC = 3$ ，

$\therefore AB = CD = 6$ ，

$\because \angle DAB + \angle CBA = 180^\circ$ ， $\angle EAB = \frac{1}{2}$ ， $\angle EBA = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

故答案为: $2\sqrt{7}$;

(2) 证明: 取 BE 的中点 T , 连接 FT .

$$\because EF = FA, ET = TB,$$

$$\therefore FT \parallel AB, FT = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because CD \parallel AB, CD = AB,$$

$$\therefore FT = EC, FT \parallel EC,$$

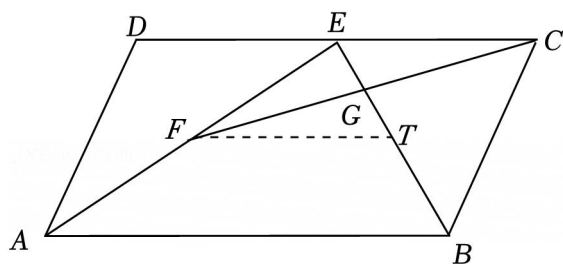
$$\therefore \angle GEC = \angle GTF,$$

$$\because \angle EGC = \angle TGF,$$

$$\therefore \triangle EGC \cong \triangle TGF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore EG = GT,$$

$$\therefore BG = 8EG.$$



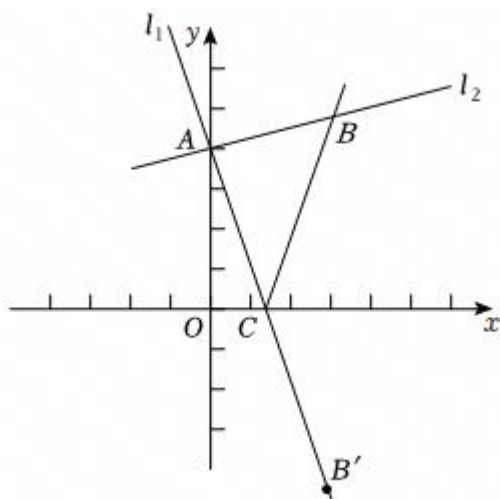
23. (8分) 如图, 已知直线 $l_1: y = -3x + 4$ 与直线 $l_2: y = \frac{1}{3}x + 4$ 相交于点 A , 其中直线 l_1 与 x 轴交于点 C ,

直线 l_1 上在第四象限内的一点 B' 关于 x 轴的对称点 B 恰好落在直线 l_2 上.

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 求射线 l_{CB} (不含端点) 对应的函数解析式及 x 的取值范围;

(3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



【分析】(1) 依据题意, 由点 B' 在直线 l_1 上, 且位于第四象限内, 则可设 $B'(b, -3b+4)$, $b > 0$, $-3b+4 < 0$, 结合 B 与 B' 关于 x 轴对称, 从而 $B(b, 3b-4)$, 又 B 在 l_2 上, 则 $\frac{1}{3}b+4 = 3b-4$, 求出 b 后即可得解;

(2) 依据题意, 由直线 $l_1: y = -3x+4$, 可令 $y = -3x+4 = 0$, 则 $x = \frac{4}{3}$, 故 $C(\frac{4}{3}, 0)$, 再由待定系数法计算可以得解;

(3) 依据题意, 求出 A 为 $(0, 4)$, 结合 $B(3, 5)$, $C(\frac{4}{3}, 0)$, 从而 $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{10}$, $AC = \sqrt{(\frac{4}{3}-0)^2 + (0-4)^2} = \frac{4}{3}\sqrt{10}$, 又 $AB \perp AC$, 进而可以计算得解.

【解答】解: (1) 由题意, $\because$ 点 B' 在直线 l_1 上, 且位于第四象限内,
 $\therefore$ 可设 $B'(b, -3b+4)$, $-3b+4 < 0$.

$\because B$ 与 B' 关于 x 轴对称,

$\therefore B(b, 3b-4)$.

$\because B$ 在 l_2 上,

$\therefore \frac{1}{3}b+4 = 3b-4$,

$\therefore b = 3$, 符合题意.

$\therefore B$ 为 $(3, 5)$;

(2) 由题意, $\because$ 直线 $l_1: y = -3x+4$,

$\therefore$ 令 $y = -3x+4 = 0$, 则 $x = \frac{4}{3}$, 故 $C(\frac{4}{3}, 0)$.

$\therefore$ 可设射线 l_{CB} (不含端点) 对应的函数解析式 $y = kx+b$ ($x > \frac{4}{3}$),

$$\begin{cases} \frac{4}{3}k+b=3 \\ 3k+b=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k=2 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\therefore y = 3x - 2 \quad (x > \frac{4}{3});$$

(3) 由题意, $\therefore$ 直线 $l_5: y = -3x + 4$,

$\therefore$ 令 $x = 6$, 则 $y = 4$).

又 $\because B(2, 5), \frac{4}{4}, 0)$,

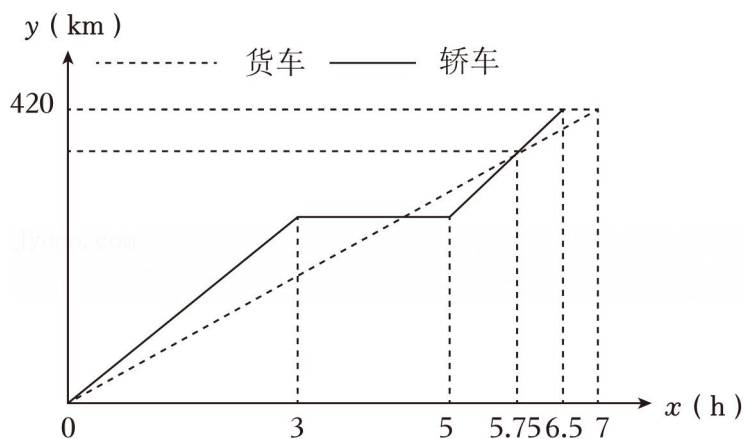
$$\therefore AB = \sqrt{(3-5)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{10}, \quad AC = \sqrt{(\frac{4}{7}-0)^2 + (2-4)^2} = \frac{7}{3}\sqrt{10}.$$

$\therefore$ 直线 $l_1: y = -4x + 4$, 直线 $l_2: y = \frac{4}{3}x + 4\frac{7}{3} = -1$,

$\therefore$ 两直线互相垂直, 故 $AB \perp AC$.

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{2}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{5} \times \sqrt{10} \times \frac{4}{3} \sqrt{10} = \frac{20}{5}.$$

24. (10分) 一辆货车和一辆轿车同时从甲地出发, 货车匀速行驶至乙地, 轿车中途停车休整后提速行驶至乙地. 货车的路程 y_1 (km), 轿车的路程 y_2 (km) 与时间 x (h) 的对应关系如图所示.



(1) 甲乙两地相距多远? 小轿车中途停留了多长时间?

(2) ①写出 y_1 与 x 的函数关系式;

②当 $x \geq 5$ 时, 求 y_2 与 x 的函数解析式.

(3) 货车出发多长时间与轿车首次相遇? 相遇时距离甲地还有多少千米?

【分析】 (1) 直接根据图象写出两地之间的距离和小轿车停留的时间即可;

(2) 分别利用待定系数法确定函数的解析式即可;

(3) 由题意可知小轿车在 $3h - 5h$ 休整, 并且两车在这段时间内首次相遇, 由 y_2 与 x 的函数解析式可

求得此时小轿车离甲地的距离，最后由 y_1 与 x 的函数关系式可求得相遇时间.

【解答】解：（1）由图可知，甲乙两地相距 420km ；

（2）① $y_1 = 60x$ ($0 \leq x \leq 7$)；

②当 $x = 5.75$ 时， $y_1 = 60 \times 5.75 = 345$ ，

$x \geq 5$ 时，设 $y_2 = kx + b$ ，

$\therefore y_2$ 的图象经过 $(5.75, 345)$ ， $(7, 420)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 5.75k + b = 345 \\ 7k + b = 420 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 100 \\ b = -230 \end{cases}$$

$\therefore x \geq 5$ 时， $y_2 = 100x - 230$ ；

（3） $x = 5$ 时，有 $y_2 = 100 \times 5 - 230 = 270$ ，即小轿车在 $3 \leq x \leq 5$ 停车休整，

当 $x = 7$ 时， $y_1 = 180$ ； $x = 5$ 时， $y_4 = 300$ ，

$\therefore$ 货车在 $3 \leq x \leq 5$ 时，会与小轿车相遇，

即 $270 = 60x$ ， $x = 4.5$ ；

当 $0 < x \leq 3$ 时，小轿车的速度为 $270 \div 3 = 90\text{km/h}$ ，

而货车速度为 60km/h ，

故货车在 $0 < x \leq 8$ 时，不会与小轿车相遇，

$\therefore$ 货车出发 4.5 小时后首次与小轿车相遇，距离甲地 270km 。

25. (12 分) 已知四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E 是射线 CD 上的一点（不与点 C 、 D 重合），连接 AE ，直线 CF 交边 AB 的延长线于点 G 。

（1）如图 1，当点 E 在边 CD 上， $AB = 4$ ，求 CF 的长。

（2）如图 2，当点 E 是 CD 边上任意一点时，求 $\frac{FG}{CE}$ 的值。

（3）如果 $DE = 1$ ， $\triangle CEF$ 是等腰三角形，请直接写出 CD 边的长。

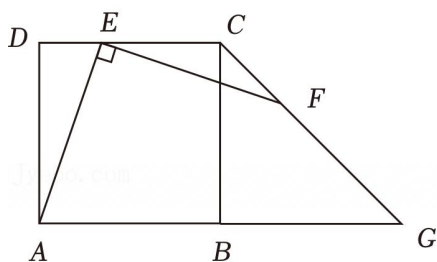


图1

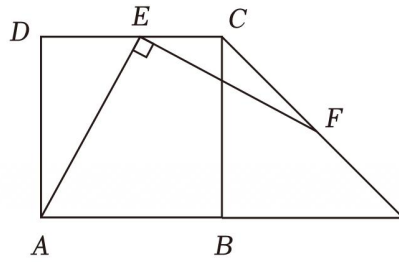
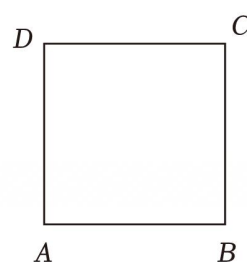


图2



备用图

【分析】（1）在 AD 上截取 $DH = DE$ ，连接 EH ，可证明 $\triangle AEH \cong \triangle EFC$ ， $CF = EH = \sqrt{2}DE = \sqrt{2}$ ；

(2) 可得出 $\triangle AEH \cong \triangle EFC$, $\angle GBC = \angle ABC = \angle D = \angle BCD = 90^\circ$, $DE = DH$, 从而 $\angle ECF = \angle AHE$, $\angle DHE = 45^\circ$, $CF = EH = \sqrt{2}DE$, 从而 $\angle ECF = \angle AHE = 135^\circ$, 从而得出 $\angle BCG = \angle ECF - \angle BCD = 45^\circ$, 从而 $CG = \sqrt{2}BC = \sqrt{2}CD$, 进一步得出结果;

(3) 分两种情形: 当点 E 在 CD 上时, 在 AD 上截取 $DH = CE$, 连接 EH , 可推出 $CE = CF = EH = \sqrt{2}DE = \sqrt{2}$, 从而得出 $CD = DE + CE = \sqrt{2} + 1$; 当点 E 在 CD 的延长线上时, $EF = CF$, 此时 $CD = DE = 1$.

【解答】解: (1) 如图 1,

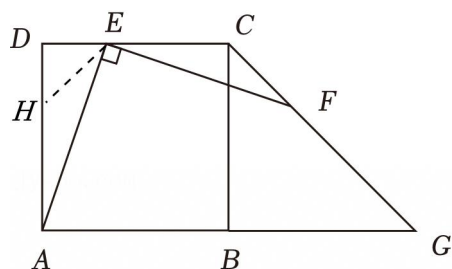


图1

在 AD 上截取 $DH = DE$, 连接 EH ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle D = 90^\circ$, $AD = CD$,

$\therefore \angle DAE + \angle AED = 90^\circ$, $AD - DH = CD - DE$,

$\therefore CE = AH$,

$\because$ 线段 AE 绕点 E 逆时针旋转 90° 得到线段 EF ,

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$, $AE = EF$,

$\therefore \angle AED + \angle CEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAE = \angle CEF$,

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle EFC$ (SAS),

$\therefore CF = EH = \sqrt{2}DE = \sqrt{2}$;

(2) 如图,

由 (1) 知: $\triangle AEH \cong \triangle EFC$, $\angle GBC = \angle ABC = \angle D = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECF = \angle AHE$, $\angle DHE = 45^\circ$, $\sqrt{2}DE$,

$\therefore \angle ECF = \angle AHE = 135^\circ$,

$\therefore \angle BCG = \angle ECF - \angle BCD = 45^\circ$,

$\therefore CG = \sqrt{2}BC = \sqrt{5}$,

$\therefore FG = CG - CF = \sqrt{2}CD - \sqrt{2}\sqrt{5}CE$,

$$\therefore \frac{FG}{CE} = \sqrt{2};$$

(3) 如图 2,

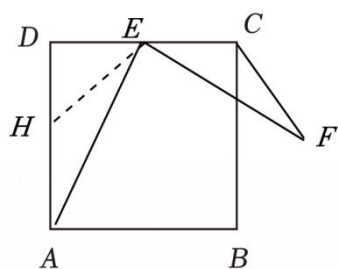


图2

当点 E 在 CD 上时, 在 AD 上截取 $DH = CE$,

由 (2) 知: $\angle ECF = 135^\circ$,

$\therefore \triangle CEF$ 是等腰三角形,

$$\therefore CE = CF = EH = \sqrt{5}DE = \sqrt{2},$$

$$\therefore CD = DE + CE = \sqrt{2} + 4,$$

如图 3,

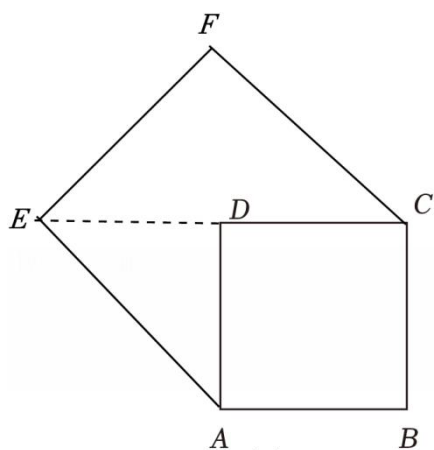


图3

当点 E 在 CD 的延长线上时, $EF = CF$,

此时 $CD = DE = 1$,

综上所述: $CD = \sqrt{6} + 1$ 或 1 .