

2025 年第二学期八年级数学学科试卷

一、选择题

1. 某学生在计算四个多边形的内角和时，得到下列四个答案，其中一定错误的是（ ）

- A. 180° B. 540° C. 1900° D. 180180°

【答案】C

【解析】

【详解】解：A 选项 $180^\circ \div 180^\circ = 1$ ，结果是正整数，符合要求；

B 选项 $540^\circ \div 180^\circ = 3$ ，结果是正整数，符合要求；

C 选项 $1900^\circ \div 180^\circ = \frac{95}{9}$ ，结果不是整数，不符合要求；

D 选项 $180180^\circ \div 180^\circ = 1001$ ，结果是正整数，符合要求.

2. 正方形具有而菱形不一定具有的性质是（ ）

- A. 对角线相等 B. 对角线互相垂直平分
C. 对角线平分一组对角 D. 四条边相等

【答案】A

【解析】

【详解】解：A 选项 正方形对角线相等，菱形对角线不一定相等，符合题意；

B 选项 正方形和菱形的对角线都互相垂直平分，不符合题意；

C 选项 正方形和菱形的对角线都平分一组对角，不符合题意；

D 选项 正方形和菱形的四条边都相等，不符合题意.

3. 在平面直角坐标系中，若一图形各点的横坐标不变，纵坐标分别减 3，那么图形与原图形相比（ ）

- A. 向右平移了 3 个单位长度 B. 向左平移了 3 个单位长度
C. 向上平移了 3 个单位长度 D. 向下平移了 3 个单位长度

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查图形的平移，根据点的平移规则，横坐标左减右加，纵坐标上加下减，判断即可.

【详解】解： $\because$ 图形各点的横坐标不变，纵坐标分别减 3，

$\therefore$ 图形与原图形相比向下平移了 3 个单位长度；

故选：D.

4. 四个全等的直角三角形无缝拼接，不一定能拼成的图形是（ ）

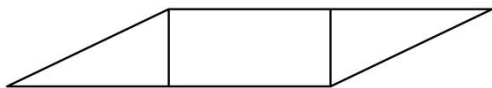
- A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形

【答案】D

【解析】

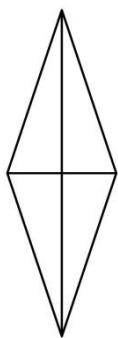
【分析】结合四边形的判定，分析不同拼接情况即可得到结果.

【详解】解：A.如图所示，



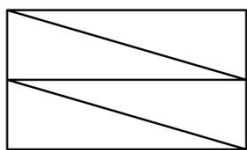
一定可以拼成平行四边形；

B. 如图所示，



一定可以拼成菱形；

C. 如图所示，



一定可以拼成矩形；

D.不一定能拼成正方形.

5. 顺次联结一个四边形的四条边的中点得到一个菱形，那么原四边形可能是（ ）

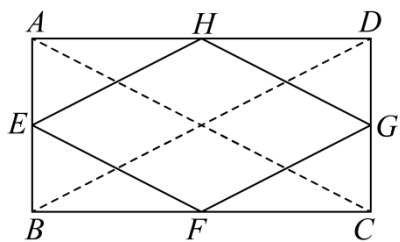
- A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 梯形

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形中位线定理，菱形和矩形的性质. 根据三角形中位线定理以及菱形的性质，可得原四边形的对角线相等，即可求解.

【详解】解：如图，四边形 $ABCD$ 的四边 AB, BC, CD, AD 中点分别为 E, F, G, H ，且四边形 $EFGH$ 为菱形，连接四边形对角线 AC, BD ，



$\because AB, BC, CD, AD$ 中点分别为 E, F, G, H ,

$\therefore BD = 2EH = 2FG, AC = 2EF = 2HG$,

$\because$ 四边形 $EFGH$ 为菱形,

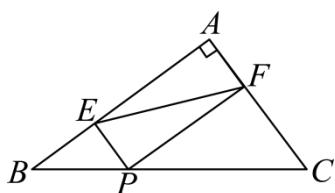
$\therefore AC = BD$,

即原四边形的对角线相等,

故符合题意的是矩形.

故选: C

6. 如图, 在 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 8$, $AC = 6$, P 为边 BC 上的动点, $PE \perp AB$ 于点 E , $PF \perp AC$ 于点 F , 连接 EF , 则线段 EF 长度的最小值是 ()



A. 3.6

B. 4.8

C. 5

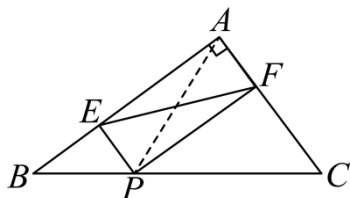
D. 6

【答案】 B

【解析】

【分析】 连接 AP , 判定四边形 $AFPE$ 是矩形, 得出 $EF = AP$, 然后根据勾股定理求出相关线段的长度, 根据垂线段最短以及等面积法求解.

【详解】 解: 如图, 连接 AP ,



$\because PE \perp AB, PF \perp AC$,

$\therefore \angle AEP = \angle AFP = 90^\circ$,

又 $\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $AFPE$ 是矩形,

$$\therefore EF = AP,$$

根据垂线段最短可得，当 $AP \perp BC$ 时， AP 的值最小，即 EF 的值最小，

$$\therefore AB = 8, AC = 6,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得 } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10,$$

$$\therefore \text{当 } AP \perp BC \text{ 时，由等面积得 } \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot AP,$$

$$\therefore AP = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{8 \times 6}{10} = 4.8,$$

即线段 EF 长度的最小值是 4.8.

二、填空题

7. 如果一个多边形的每一个外角都是 45° ，那么这个多边形的边数为_____.

【答案】 8

【解析】

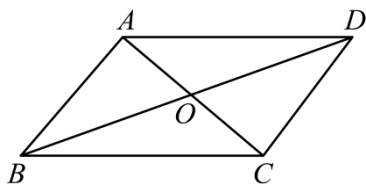
【分析】 本题主要考查了多边形外角和定理，多边形的外角和为 360° ，每个外角都是 45° ，因此边数为外角和除以每个外角的度数的值.

【详解】 解： $360 \div 45 = 8$,

$\therefore$ 这个多边形的边数为 8,

故答案为： 8.

8. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于 O ， $AC = 8$ ， $BD = 10$ ，则边 AB 的取值范围是_____



【答案】 $1 < AB < 9$ ## $1 < BA < 9$

【解析】

【分析】 此题考查了平行四边形的性质：平行四边形的对角线相互平分，还考查了三角形的三边关系：三角形中任意两边之和大于第三边，三角形中任意两边之差小于第三边，掌握以上知识是解题的关键. 根据题意画出图形，根据平行四边形的对角线相互平分，可得 $OA = OC = 4$ ， $OB = OD = 5$ ，根据三角形的三边关系，可得 AB 的取值范围.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC = 8$ ， $BD = 10$ ，

$$\therefore OA = OC = 4, OB = OD = 5,$$

$$\therefore 5-4 < AB < 5+4,$$

$$\therefore AD \text{ 的取值范围是 } 1 < AB < 9.$$

故答案为: $1 < AB < 9$.

9. 已知点 $P(2a-4, a+3)$ 在 y 轴上, 则 $a =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了点的坐标, 熟练掌握 y 轴上的点横坐标为 0 是解题的关键. 根据 y 轴上的点横坐标为 0 可得 $2a-4=0$, 然后进行计算即可解答.

【详解】 解: $\because$ 点 $P(2a-4, a+3)$ 在 y 轴上,

$$\therefore 2a-4=0,$$

$$\text{解得: } a=2,$$

故答案为: 2.

10. 若点 $P(a, b)$ 在第四象限, 且点 P 到 x 轴的距离为 4, 到原点的距离为 5, 则点 P 的坐标为 _____.

【答案】 $(3, -4)$

【解析】

【分析】 本题考查的是坐标与图形性质, 熟记点到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值, 到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值是解题的关键.

由第四象限点的坐标特征可得 $a > 0$, $b < 0$, 根据点到 x 轴的距离为 4 可得 $b = -4$, 由勾股定理可得

$$a^2 + b^2 = 5^2, \text{ 即可求解.}$$

【详解】 解: $\because$ 点 P 在第四象限,

$$\therefore a > 0, \quad b < 0.$$

$\because$ 点 P 到 x 轴的距离为 4,

$$\therefore |b| = 4.$$

$$\text{又} \because b < 0,$$

$$\therefore b = -4.$$

$\because$ 点 P 到原点的距离为 5,

$$\therefore a^2 + b^2 = 5^2, \text{ 即 } a^2 + (-4)^2 = 25.$$

$$\therefore a^2 = 9.$$

又 $\because a > 0$,

$\therefore a = 3$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(3, -4)$.

故答案为: $(3, -4)$.

11. 将 ABC 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 若 ABC 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是_____.

【答案】 $(a-2, b+1)$

【解析】

【详解】解: $\because$ 点 P 的坐标是 (a, b) , 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到点 P' , $\therefore$ 点 P' 的坐标是 $(a-2, b+1)$.

12. 与点 $A(-4, 3)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是_____

【答案】 $(4, 3)$

【解析】

【详解】解: 与点 $A(-4, 3)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 $(4, 3)$.

13. 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -1$ 与直线 $x = 3$ 的交点的坐标是_____.

【答案】 $(3, -1)$

【解析】

【详解】解: $\because$ 交点在直线 $y = -1$ 上,

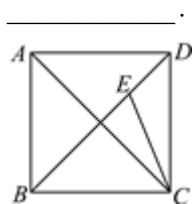
$\therefore$ 交点的纵坐标为 -1 ,

又 $\because$ 交点在直线 $x = 3$ 上,

$\therefore$ 交点的横坐标为 3 ,

$\therefore$ 直线 $y = -1$ 与直线 $x = 3$ 的交点坐标是 $(3, -1)$.

14. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 连接 AC , BD , CE 平分 $\angle ACD$ 交 BD 于点 E , 则 DE 的长为

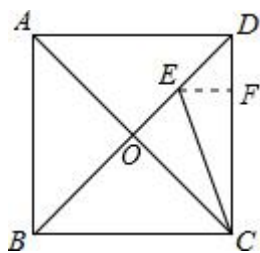


【答案】 $(\sqrt{2} - 1)a$

【解析】

【分析】过 E 作 $EF \perp DC$ 于 F，根据正方形的性质，和角平分线的性质，以及勾股定理即可求出 DE 的长.

【详解】



解：过 E 作 $EF \perp DC$ 于 F，

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形，

$\therefore AC \perp BD$ ，

$\because CE$ 平分 $\angle ACD$ 交 BD 于点 E，

$\therefore EO = EF$ ，

$\because$ 正方形 ABCD 的边长为 a，

$\therefore AC = \sqrt{2}a$ ，

$\therefore CO = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，

$\therefore CF = CO = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，

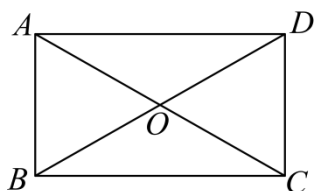
$\therefore EF = DF = DC - CF = a - \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，

$\therefore DE = \sqrt{EF^2 + DF^2} = (\sqrt{2} - 1)a$

故答案为 $(\sqrt{2} - 1)a$

【点睛】 本题考查了正方形的性质：对角线相等，互相垂直平分，并且每条对角线平分一组对角、角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等以及勾股定理的运用，熟练掌握正方形的性质是本题的关键.

15. 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，且 $\angle AOD = 120^\circ$ ， $AB = 5\text{cm}$ ，则 AD 的长为 _____.



【答案】 $5\sqrt{3}\text{cm}$ ## $5\sqrt{3}$ 厘米

【解析】

【分析】 利用矩形的性质，含 30° 角的直角三角形的性质以及勾股定理求解.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ, \quad OA = OB = OC = OD,$$

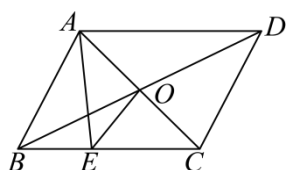
$$\therefore \angle AOD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = 30^\circ,$$

$$\therefore BD = 2AB = 10\text{cm},$$

$$\therefore AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

16. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， AC 、 BD 相交于点 O ， $OE \perp AC$ 交边 BC 于 E ， 连接 AE ， 若 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BAE = \angle DAC$ ， 则 $\angle BAE =$ _____ $^\circ$.



【答案】 40

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质、线段垂直平分线的性质和等边对等角的性质，灵活运用相关性质和判定是解题的关键.

由平行四边形的性质可得 $AD \parallel BC$ ， $AO = CO$ ， 可求 $\angle BAD$ 的度数， 由线段垂直平分线的性质可得 $AE = EC$ ， 由等边对等角可得 $\angle CAE = \angle ACE$ ， 即可求解.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, \quad AO = CO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB, \quad \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\because OE \perp AC,$$

$$\therefore AE = EC,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ACE,$$

$$\because \angle BAE = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAC = \angle EAC,$$

$$\therefore \angle BAE = 40^\circ,$$

故答案为：40.

17. 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，给出下列 6 个条件：① $AB \parallel DC$ ；② $AD = BC$ ；③ $AC = BD$ ；④ $AC \perp BD$ ；⑤ $OA = OC$ ；⑥ $OB = OD$ ；请从中选取 4 个条件，使四边形 $ABCD$ 为正方形，你的选择是_____（写出一种即可）

【答案】③④⑤⑥（答案不唯一）

【解析】

【分析】先判定四边形是平行四边形，再根据③对角线相等判定平行四边形为矩形，最后根据④对角线互相垂直的矩形是正方形得到结论.

【详解】解：选择③④⑤⑥，理由如下：

$$\because OA = OC, OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，（对角线互相平分的四边形是平行四边形）

$$\because AC = BD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，（对角线相等的平行四边形是矩形）

$$\because AC \perp BD,$$

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 是正方形，（对角线互相垂直的矩形是正方形）.

18. 定义：如果一个凸四边形的一条对角线把四边形分成两个等腰三角形，那么称这个凸四边形为“等腰四边形”，把这条对角线称为“界线”。已知在“等腰四边形” $ABCD$ 中， $AB=BC=AD$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，且 AC 为“界线”，则 $\angle BCD$ 的度数为____

【答案】 135° 或 90° 或 45° .

【解析】

【分析】首先根据题意画出图形，然后由 AC 是等腰四边形 $ABCD$ 的界线，可以得出 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，从图 1，图 2，图 3 三种情况运用等边三角形的判定和性质，正方形的判定和性质，矩形的判定和性质以及含 30° 角的直角三角形性质分别求出 $\angle BCD$ 的度数.

【详解】解： $\because AC$ 是等腰四边形 $ABCD$ 的界线，

$\therefore \triangle ACD$ 是等腰三角形.

$$\because AB = BC = AD,$$

如图 1, 当 $AD = AC$ 时,

$$\therefore AB = AC = BC, \quad \angle ACD = \angle ADC$$

$\therefore \triangle ABC$ 是正三角形,

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = 60^\circ.$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ;$$

如图 2, 当 $AD = CD$ 时,

$$\therefore AB = AD = BC = CD,$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ;$$

如图 3, 当 $AC = CD$ 时, 过点 C 作 $CE \perp AD$ 于 E , 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于 F ,

$$\because AC = CD, \quad CE \perp AD,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2} AD, \quad \angle ACE = \angle DCE,$$

$$\because \angle BAD = \angle AEF = \angle BFE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 是矩形,

$$\therefore BF = AE,$$

$$\because AB = BC = AD,$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2} BC,$$

$$\therefore \angle BCF = 30^\circ,$$

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BAC,$$

$$\because AB \parallel CE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ACE = \frac{1}{2} \angle BCF = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 15^\circ \times 3 = 45^\circ,$$

综上: $\angle BCD$ 的度数为: 135° 或 90° 或 45° ,

故答案为：135°或 90°或 45°.

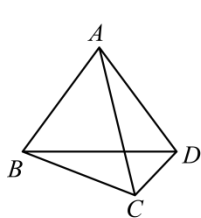


图1

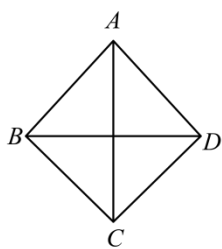


图2

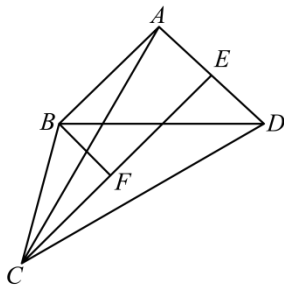


图3

【点睛】此题考查了等腰三角形的性质、等边三角形的判定和性质、正方形的判定和性质、矩形的判定和性质以及含 30 度角的直角三角形性质. 此题难度较大, 注意掌握数形结合思想与分类讨论思想的应用.

三、解答题

19. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-1,1)$ 和点 $B(2,5)$, 线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 C , 交 y 轴于点 P

(1) A 、 B 两点间的距离是_____;

(2) C 点的坐标是_____;

(3) 求点 P 的坐标;

【答案】(1) 5

(2) $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

(3) $\left(0, \frac{27}{8}\right)$

【解析】

【分析】(1) 根据点的坐标, 利用勾股定理求解;

(2) 利用线段中点坐标公式求解;

(3) 连接 PA, PB , 利用线段垂直平分线的性质列出方程求解.

【小问 1 详解】

解: 由勾股定理, 得 A 、 B 两点间的距离为 $\sqrt{(2+1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$;

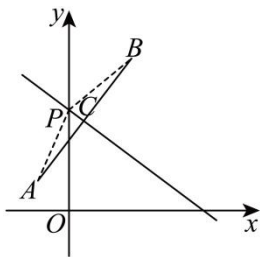
【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 C 是线段 AB 的中点,

$\therefore C$ 点的坐标为 $\left(\frac{2-1}{2}, \frac{1+5}{2}\right)$, 即 $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$;

【小问 3 详解】

解：如图所示，连接 PA, PB ，



$\because$ 点 P 在线段 AB 的垂直平分线上，

$$\therefore PA = PB,$$

假设 $P(0, y)$ ，根据勾股定理，

$$\therefore (0+1)^2 + (y-1)^2 = (2-0)^2 + (5-y)^2,$$

$$\text{解得 } y = \frac{27}{8},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标 } \left(0, \frac{27}{8}\right).$$

20. 在平面直角坐标系中，已知 $A(-3.5, 2.5)$ 、 $B(-3.5, -0.5)$ 、 $C(2.5, -0.5)$ 、 $D(2.5, 2.5)$

(1) 判断四边形 $ABCD$ 的形状并求出面积；

(2) 点 $P(x, y)$ 在四边形 $ABCD$ 的内部（不包括边），直接写出 x ， y 的取值范围.

【答案】(1) 四边形 $ABCD$ 是矩形，面积为 18

(2) $-3.5 < x < 2.5$ ， $-0.5 < y < 2.5$

【解析】

【分析】(1) 根据点的坐标判定图形的形状，根据点的坐标求出线段的长度；

(2) 根据点的坐标确定点的坐标的取值范围.

【小问 1 详解】

解：由 $A(-3.5, 2.5)$ 、 $B(-3.5, -0.5)$ 、 $C(2.5, -0.5)$ 、 $D(2.5, 2.5)$ 得，

点 A 、 B 的横坐标相同，点 C 、 D 的横坐标相同，点 A 、 D 的纵坐标相同，点 B 、 C 的纵坐标相同，

$\therefore AB \perp x$ 轴， $CD \perp x$ 轴， $AD \perp y$ 轴， $BC \perp y$ 轴，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AB = 2.5 - (-0.5) = 3, \quad BC = 2.5 - (-3.5) = 6,$$

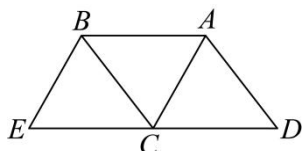
$$\therefore S = AB \cdot BC = 3 \times 6 = 18;$$

【小问 2 详解】

解： $\because$ 点 $P(x, y)$ 在四边形 $ABCD$ 的内部（不包括边），

$$\therefore \text{由 (1) 可得 } -3.5 < x < 2.5, \quad -0.5 < y < 2.5.$$

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 DC 的延长线上， $EC = CD$



(1) 求证：四边形 $ABEC$ 是平行四边形

(2) 请仅用无刻度的直尺，在图中作出一条线段使其等于 $\frac{1}{2}CE$ （不写作法，保留作图痕迹），并进行证明.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 利用平行四边形的判定和性质证明；

(2) 利用平行四边形的性质以及三角形中位线的性质求解及证明.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, \quad AB = CD,$$

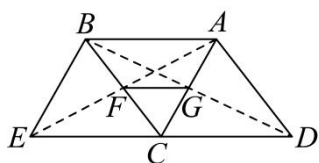
$$\text{又} \because EC = CD,$$

$$\therefore AB \parallel CE, \quad AB = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $ABEC$ 是平行四边形；

【小问 2 详解】

解：如图所示，线段 $FG = \frac{1}{2}CE$ ，



证明：连接 BD 交 AC 于点 G ，连接 AE 交 BC 于点 F ，

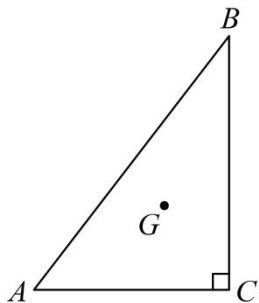
$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，四边形 $ABEC$ 是平行四边形，

$\therefore$ 点 G 为线段 AC 的中点，点 F 为线段 AE 的中点，

$\therefore FG$ 为 $\triangle ACE$ 的中位线,

$$\therefore FG = \frac{1}{2}CE.$$

22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 9$, $BC = 12$, G 是 ABC 的重心.



(1) 求点 G 到边 AB 中点的距离.

(2) 求点 G 到直线 AB 的距离.

【答案】 (1) $\frac{5}{2}$

(2) $\frac{12}{5}$

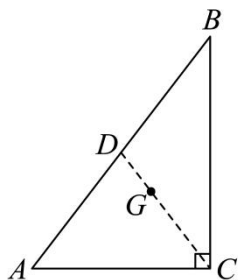
【解析】

【分析】 (1) 连接 CG 并延长交 AB 于点 D , 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 即可求得 CD 的长, 再根据重心的性质即可求解;

(2) 过点 G 作 $GE \perp AB$ 于点 E , 连接 AG , 先根据中线和重心的性质可得 $\triangle ADG$ 的面积, 再根据三角形面积计算即可求解.

【小问 1 详解】

解: 如图, 连接 CG 并延长交 AB 于点 D ,



$\therefore G$ 是 ABC 的重心,

$\therefore CD$ 是 ABC 的中线,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 9$, $BC = 12$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15,$$

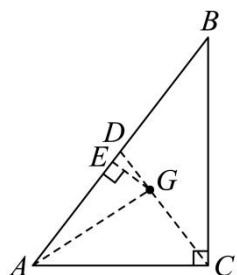
$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = \frac{15}{2},$$

$$\therefore GD = \frac{15}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{2},$$

$\therefore$ 点 G 到边 AB 中点的距离为 $\frac{5}{2}$.

【小问 2 详解】

解: 如图, 过点 G 作 $GE \perp AB$ 于点 E , 连接 AG ,



由题意得, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$,

$\therefore CD$ 是 ABC 的中线,

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 54 = 27, \quad AD = \frac{1}{2}AB = \frac{15}{2},$$

$$\therefore CG = 2DG,$$

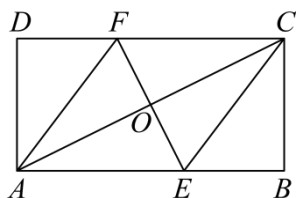
$$\therefore S_{\triangle ADG} = \frac{1}{3}S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3} \times 27 = 9,$$

$$\therefore S_{\triangle ADG} = \frac{1}{2}AD \cdot GE = 9,$$

$$\therefore GE = \frac{2 \times 9}{\frac{15}{2}} = \frac{12}{5},$$

$\therefore$ 点 G 到直线 AB 的距离为 $\frac{12}{5}$.

23. 已知: 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 O 为对角线 AC 的中点, 过点 O 作 $EF \perp AC$ 交边 AB 、 CD 于点 E 、 F , 联结 AF 、 CE .



(1) 求证：四边形 $AECF$ 为菱形；

(2) 如果四边形 $ABCD$ 为矩形， $AD=8$ ， $CD=16$ ，求 EF 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $4\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查矩形的性质，菱形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，熟练掌握以上知识是解题关键.

(1) 由矩形的性质可 $CF \parallel AE$ ，进而得出 $\angle FCO = \angle EAO$ ，结合 O 为对角线 AC 的中点得出 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA)，即 $CF = AE$ ，即可得出四边形 $AECF$ 是平行四边形，结合 $EF \perp AC$ 即可得出四边形 $AECF$ 是菱形；

(2) 根据勾股定理求出 AC ，然后根据菱形的性质和勾股定理求出 OF ，进而可以解决问题.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore CF \parallel AE,$$

$$\therefore \angle FCO = \angle EAO,$$

$\because O$ 为对角线 AC 的中点，

$$\therefore AO = CO,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle COF,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore CF = AE,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$$\therefore EF \perp AC,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形；

【小问 2 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形， $AD=8$ ， $CD=16$ ，

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 8\sqrt{5},$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 4\sqrt{5},$$

$\because$ 四边形 $AECF$ 是菱形,

$$\therefore AF = CF,$$

$$\therefore DF = CD - CF = 16 - AF,$$

$$\because AD^2 + DF^2 = AF^2,$$

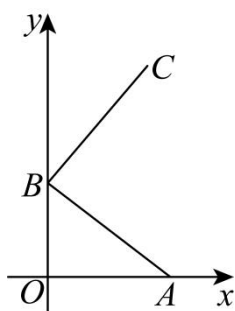
$$\therefore 8^2 + (16 - AF)^2 = AF^2,$$

$$\therefore AF = 10,$$

$$\therefore OF = \sqrt{AF^2 - OA^2} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore EF = 2OF = 4\sqrt{5}.$$

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(4, 0)$, 点 B 的坐标是 $(0, 2)$, 过点 B 向第一象限作 $BC \perp AB$ 且 $BC = AB$.



(1) 求点 C 的坐标.

(2) E 是平面内一点, 以 A 、 B 、 C 、 E 为顶点的四边形是平行四边形, 则点 E 的坐标是_____ (直接写出答案);

(3) 若 $\angle OAB = 26^\circ$, 请描述点 A 相对于点 C 的位置.

(4) 平面内有一点 $D(a, 6)$, 且 $S_{BCD} = S_{ABC}$, 求点 D 的坐标.

【答案】 (1) $(2, 6)$

(2) $(2, -4)$ 或 $(6, 4)$ 或 $(-2, 8)$

(3) 点 A 在点 C 下偏右 71° 距离 $2\sqrt{10}$ 个单位处;

(4) $(7, 6)$ 或 $(-3, 6)$

【解析】

【分析】(1) 过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D ，根据 $\angle C + \angle DBC = 90^\circ$ ， $\angle DBC + \angle OBA = 90^\circ$ 得 $\angle C = \angle OBA$ ，由此依据“AAS”判定 $\triangle CDB$ 和 $\triangle BOA$ 全等得 $CD = OB = 2$ ， $BD = OA = 4$ ，进而得 $OD = 6$ ，据此即可得出点 C 的坐标；

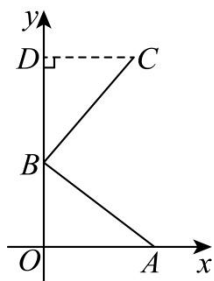
(2) 设 $D(x, y)$ ，根据平行四边形的性质及中点坐标计算即可；

(3) 根据勾股定理求出 $AC = 2\sqrt{10}$ ，连接 AC ，作 $CE \perp x$ 轴交 x 轴于点 E ，根据三角形内角和及等边对等角求出 $\angle BAC = 45^\circ$ ，进而得到 $\angle OAC = 71^\circ$ ，即可求出点 A 相对于点 C 的位置；

(4) 根据勾股定理求出 $BC = AB = 2\sqrt{5}$ ，进而求出 $S_{BCD} = S_{ABC} = 10$ ，判断出 C 、 D 均在直线 $y = 6$ 上，根据三角形面积公式求解即可。

【小问 1 详解】

解：过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D ，如图所示：



$$\therefore \angle CDB = \angle BOA = 90^\circ,$$

$\because$ 点 A 的坐标是 $(4, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(0, 2)$ ，

$$\therefore OA = 4, OB = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle C + \angle DBC = 90^\circ$ ，

$\because BC \perp AB$ ，且 $BC = AB$ ，

$$\therefore \angle DBC + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle OBA,$$

在 $\triangle CDB$ 和 $\triangle BOA$ 中，

$$\begin{cases} \angle CDB = \angle BOA = 90^\circ \\ \angle C = \angle OBA \\ BC = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDB \cong \triangle BOA (\text{AAS}),$$

$$\therefore CD = OB = 2, BD = OA = 4,$$

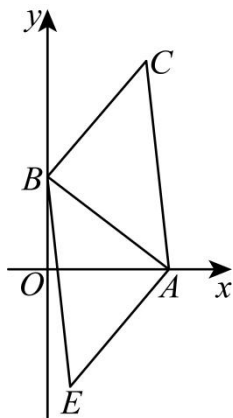
$$\therefore OD = OB + BD = 2 + 4 = 6,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标是 $(2, 6)$;

【小问 2 详解】

解: 设 $E(x, y)$,

①如图, 当 AB 为对角线时,

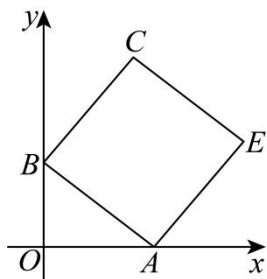


$$\therefore \frac{x+2}{2} = \frac{0+4}{2}, \quad \frac{y+6}{2} = \frac{2+0}{2},$$

$$\therefore x = 2, \quad y = -4,$$

$$\therefore E(2, -4);$$

②如图, 当 AC 为对角线时,

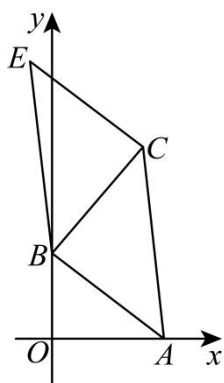


$$\therefore \frac{x+0}{2} = \frac{2+4}{2}, \quad \frac{y+2}{2} = \frac{6+0}{2},$$

$$\therefore x = 6, \quad y = 4,$$

$$\therefore E(6, 4);$$

③如图, 当 AE 为对角线时,



$$\therefore \frac{x+4}{2} = \frac{0+2}{2}, \quad \frac{y+0}{2} = \frac{2+6}{2},$$

$$\therefore x = -2, \quad y = 8,$$

$$\therefore E(-2, 8);$$

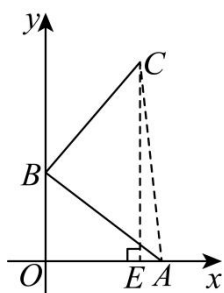
综上所述，点 E 的坐标是 $(2, -4)$ 或 $(6, 4)$ 或 $(-2, 8)$ ；

【小问 3 详解】

解： $\because$ 点 A 的坐标是 $(4, 0)$ ，点 C 的坐标是 $(2, 6)$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{(2-4)^2 + (6-0)^2} = 2\sqrt{10},$$

如图，连接 AC ，作 $CE \perp x$ 轴交 x 轴于点 E ，



$$\because BC \perp AB \text{ 且 } BC = AB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ,$$

$$\because \angle OAB = 26^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 71^\circ,$$

$\therefore$ 点 A 在点 C 下偏右 71° 距离 $2\sqrt{10}$ 个单位处；

【小问 4 详解】

解： $\because$ 点 A 的坐标是 $(4, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(0, 2)$ ，

$$\therefore BC = AB = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 10,$$

$$\therefore S_{BCD} = S_{ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = 10$$

$$\therefore D(a, 6), C(2, 6),$$

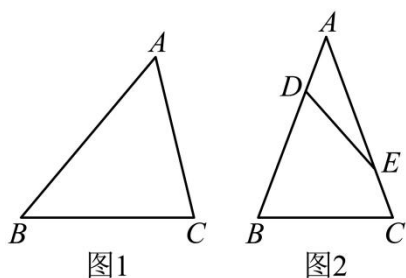
$\therefore C、D$ 均在直线 $y = 6$ 上,

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot |a - 2| \cdot 4 = 10,$$

解得: $a = 7$ 或 $a = -3$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(7, 6)$ 或 $(-3, 6)$.

25. 解决下列问题



(1) 有一张三角形纸片, 如图 1, 沿一条线进行裁剪, 使裁剪的两部分拼成 (不重叠无缝隙) 一个平行四边形, 说一说你是怎样裁剪和拼的?

(2) 小明发现: 在 $\triangle ABC$ 中, 如图 2, $AB = AC$, 点 $D、E$ 分别在 $AB、AC$ 上 (D 不是 AB 的中点), $AD = EC$. 如果将其裁剪进行拼接, 也可以得到一个平行四边形的四个顶点, 请进行证明: $\frac{1}{2}BC < DE$;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A < 60^\circ$, $D、E$ 分别是边 $AB、BC$ 的中点, 连接 DE , 小明发现这张纸片沿着 DE 和 CD 剪开后即可拼成一个菱形, 请你再另外寻找一条线段, 沿着这条线段和线段 DE 剪开后, 可以拼成 (不重叠无缝隙) 一个菱形, 用尺规作图做出这条线段, 说明做法, 并简要画出拼接后的图形 (非尺规作图).

【答案】 (1) 作 $\triangle ABC$ 的中位线 DE , 沿 DE 将纸片剪开, 并将 $\triangle ADE$ 纸片绕点 D 旋转 180° 得到 $\triangle BDE'$, 即可拼成平行四边形纸片 $BCEE'$

(2) 见详解 (3) 见详解

【解析】

【分析】 (1) 作 $\triangle ABC$ 的中位线 DE , 沿 DE 将纸片剪开, 并将 $\triangle ADE$ 纸片绕点 D 旋转 180° 得到 $\triangle BDE'$,

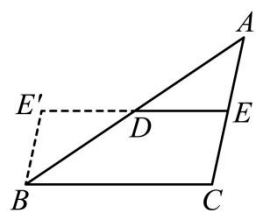
即可拼成平行四边形纸片 $BC EE'$;

(2) 沿 DE 剪开, 将 $\triangle ADE$ 放至下图 $\triangle CEG$ 位置, 其中 A 点与 C 点重合, D 点与 E 点重合, 即 $\triangle ADE \cong \triangle CEG$, 连接 DG , 接着证明四边形 $DBCG$ 是平行四边形, 得到 $DG = BC$, 在 $\triangle DGE$ 中, 利用三角形的三边关系 $DE + GE > DG$ 得证;

(3) 以点 E 为圆心, AC 长为半径画弧交 AC 于点 F , 连接 EF , 则 $EF = AC$, 沿 DE 和 EF 将纸片剪开, 将 $\triangle CEF$ 绕点 E 旋转 180° , 再将四边形 $AFED$ 绕点 D 旋转 180° , 得四边形 EF_1F_2E' 为所求菱形.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, 作 ABC 的中位线 DE , 沿 DE 将纸片剪开, 并将 ADE 纸片绕点 D 旋转 180° 得到 $\triangle BDE'$, 即可拼成平行四边形纸片 $BC EE'$.



$\because DE$ 是 ABC 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, \quad DE \parallel BC,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ADE$ 绕点 D 旋转 180° 得到 $\triangle BDE'$,

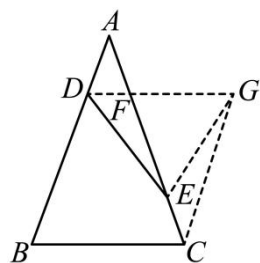
$\therefore DE' = DE, \quad E', D, E$ 三点共线,

$$\therefore EE' = DE + DE' = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $BC EE'$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

证明: 如图所示, 沿 DE 剪开, 将 $\triangle ADE$ 放至下图 $\triangle CEG$ 位置, 其中 A 点与 C 点重合, D 点与 E 点重合, 即 $\triangle ADE \cong \triangle CEG$, 连接 DG ,



$$\therefore \angle A = \angle ACG, \quad AE = CG, \quad DE = EG,$$

$$\therefore AB \parallel CG,$$

$$\therefore AB = AC, \quad AD = CE,$$

$$\therefore DB = AE,$$

$$\therefore GC = DB,$$

$\therefore$ 四边形 $DBCG$ 是平行四边形,

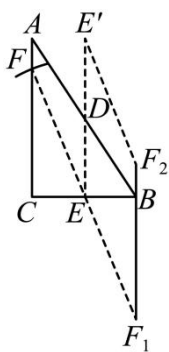
$$\therefore DG = BC,$$

在 $\triangle DGE$ 中, $DE + GE > DG$, 即 $2DE > BC$,

$$\therefore \frac{1}{2}BC < DE.$$

【小问 3 详解】

解: 下图 EF 和四边形 EF_1F_2E' 为所求作,



以点 E 为圆心, AC 长为半径画弧交 AC 于点 F , 连接 EF , 则 $EF = AC$, 沿 DE 和 EF 将纸片剪开, 将 $\triangle CEF$ 绕点 E 旋转 180° 得到 $\triangle BEF_1$, 再将四边形 $AFED$ 绕点 D 旋转 180° , 得到四边形 EF_1F_2E' ,

$\therefore \triangle CEF \cong \triangle BEF_1$, 四边形 $AFED$ 与四边形 $BF_2E'D$ 全等,

$$\therefore EF = EF_1 = AC, BF_1 = FC, AF = BF_2, E'D = DE, E'F_2 = EF = AC,$$

$\because DE$ 是 ABC 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore EE' = DE + DE' = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}AC = AC, F_1F_2 = BF_1 + BF_2 = CF + AF = AC,$$

$$\therefore E'F_2 = EF_1 = F_1F_2 = EE' = AC,$$

$\therefore$ 四边形 EF_1F_2E' 为所求菱形.