

2025-2026 学年八年级数学下学期期中模拟卷

数学

(考试时间 90 分钟, 分值: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 考试范围: 上教版 (五四制新课标) 八年级下册第 23-24 章。

第 I 卷

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 只有一项符合题目要求的。

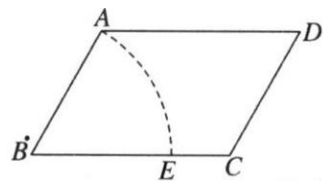
1. 一个 n 边形的每个外角都是 45° , 则这个 n 边形的内角和是()

- A. 360° B. 1260° C. 1080° D. 720°

【答案】 C

【解析】 略

2. 如图, $\square ABCD$ 中, $AD = 5$, $DC = 3$, 以 B 为圆心, BA 的长为半径画弧, 交 BC 于点 E , 则 CE 的长为()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】 A

【解析】 略

3. 连接 $A(-2, -3)$ 、 $B(-2, 5)$ 两点的直线()

- A. 垂直于 x 轴 B. 垂直于 y 轴 C. 与 y 轴相交 D. 都有可能

【答案】 A

【解析】 略

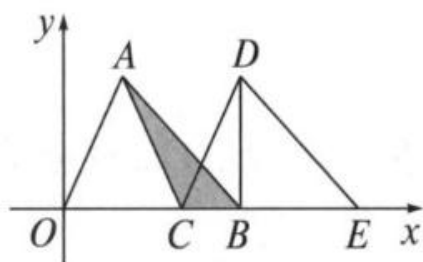
4. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(0, 2)$ 、 $B(1, 3)$, 则线段 AB 的长度是()

- A. 1; B. $\sqrt{2}$; C. $\sqrt{3}$; D. 2.

【答案】B

【解析】略

5.如图, $\triangle OAB$ 的边 OB 在 x 轴的正半轴上, 点 B 的坐标为 $(3,0)$, 把 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移 2 个单位长度, 得到 $\triangle CDE$, 连接 AC 、 DB .若 $\triangle DBE$ 的面积为 3, 则图中阴影部分的面积为()

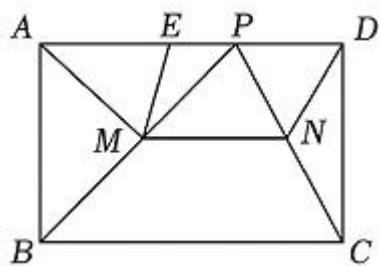


- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

【答案】A

【解析】略

6.如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB = 4$, $AD = 6$, 点 P 是边 AD 上一点(不与点 A , D 重合), 连接 PB , PC .点 M , N 分别是 PB , PC 的中点, 连接 MN , AM , DN , 点 E 在边 AD 上, $ME \parallel DN$, 则 $AM + ME$ 的最小值是()



- A. $\frac{7}{2}$ B. 5 C. 6 D. 7

【答案】B

【解析】略

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分。

7.如果一个多边形的每一个内角都等于 140° , 那么这个多边形的边数是_____.

【答案】9

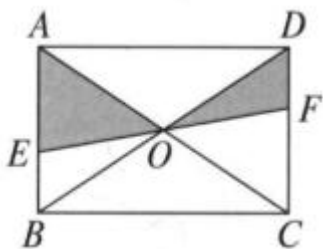
【解析】略

8. $\square ABCD$ 的周长为 20 cm , 对角线 AC , BD 相交于点 O . 若 $\triangle BOC$ 的周长比 $\triangle AOB$ 的周长大 2 cm , 则 $CD = \underline{\hspace{1cm}}\text{ cm}$.

【答案】 4

【解析】 略

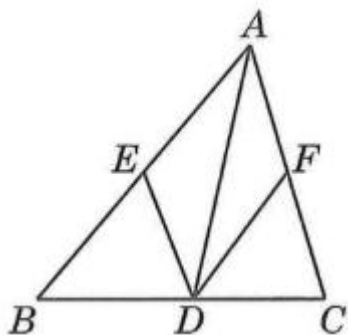
9. 如图, EF 过矩形 $ABCD$ 对角线的交点 O , 且分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , 那么阴影部分的面积与矩形 $ABCD$ 的面积比值是 $\underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】 略

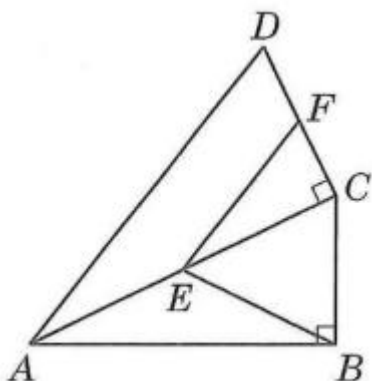
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, E 、 F 分别是边 AB 、 AC 的中点, 连接 DE 、 DF . 要使四边形 $AEDF$ 为菱形, $\triangle ABC$ 需要满足一定的条件, 该条件可以是 $\underline{\hspace{1cm}}$. (写出一个条件即可)



【答案】 $AB = AC$ /答案不唯一

【解析】 略

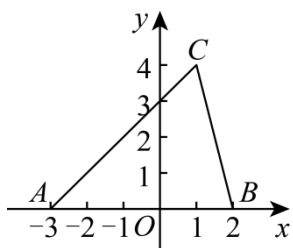
11.如图, AC 是四边形 $ABCD$ 的对角线, AC 平分 $\angle BAD$, $\angle ACD = \angle ABC = 90^\circ$, E 、 F 分别为 AC 、 CD 的中点, 连接 BE 、 EF , $\angle BEF = 78^\circ$, 则 $\angle D =$ _____°.



【答案】 64

【解析】 略

12.如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-3,0)$, $B(2,0)$, $C(1,4)$, 点 P 是 y 轴上一动点, 当 $\triangle ABP$ 面积为 $\triangle ABC$ 面积的两倍时, 点 P 的坐标为_____.



【答案】 $(0,8)$ 或 $(0,-8)$

【解析】 本题考查的知识点是求点到坐标轴的距离、三角形的面积, 解题关键是灵活运用数形结合思想.

先求出 $AB = 5$, 再根据点 C 的坐标得到点 C 到 AB 的距离求出 $\triangle ABC$ 面积, 设点 P 坐标为 $(0, m)$, 根据三角形面积公式得 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}AB \times |y_p| = 2S_{\triangle ABC} = 20$, 解得 m 的值即可确定点 P 的坐标.

【详解】 解: 依题得: $AB = 2 - (-3) = 5$,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \times |y_c| = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10,$$

设点 P 坐标为 $(0, m)$,

$$\text{则 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}AB \times |y_p| = 2S_{\triangle ABC} = 20,$$

$$\therefore |m| = \frac{20 \times 2}{5} = 8,$$

解得 $m = \pm 8$,

∴点 P 的坐标为 $(0,8)$ 或 $(0,-8)$.

故答案为: $(0,8)$ 或 $(0,-8)$.

13.已知点 A, B 的坐标分别为 $(m,n), (a,b)$, 且 $AB=6$.若点 C, D 的坐标分别为 $(\frac{3}{2}m, \frac{3}{2}n), (\frac{3}{2}a, \frac{3}{2}b)$, 则 CD 的长为_____.

【答案】 9

【解析】 略

14.在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 W 和点 $M(m,n)$ 给出如下定义: 将点 W 先关于直线 $x=m$ 翻折, 再向上($n \geq 0$ 时)或向下($n < 0$ 时)平移 $|n|$ 个单位, 得到的点叫作点 W 关于点 M 的“关联点”.若点 $B(2,1)$ 关于点 C 的关联点的坐标是 $(-3,0)$, 则点 C 的坐标是_____.

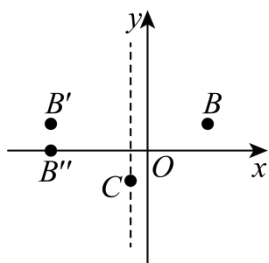
【答案】 $(-\frac{1}{2}, -1)$

【解析】 根据新定义, 先确定对称轴, 再确定平移距离.

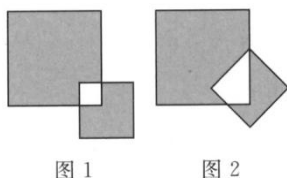
【详解】 解: ∵点 $B(2,1)$ 关于直线 $x=-\frac{1}{2}$ 翻折后的横坐标为 -3 , 纵坐标不变为 1 ,

再向下平移 1 个单位长度后坐标为 $(-3,0)$,

∴点 C 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, -1)$.



15.两个正方形按如图 1 和图 2 所示的两种方式摆放, 大正方形的边长是 4, 小正方形的边长是 2, 图 1 中两阴影部分的面积差记为 $S_1(S_1 > 0)$, 图 2 中两阴影部分的面积差记为 $S_2(S_2 > 0)$, 则 S_1 _____ S_2 . (填“ $>$ ” “ $<$ ” 或 “ $=$ ”)



【答案】 =

【解析】 如图, 设图 1 中阴影部分的面积分别为 a_1 和 b_1 ,

空白部分的面积为 x_1 ;

图 2 中阴影部分的面积分别为 a_2 和 b_2 ,

空白部分的面积为 x_2 .

$$\therefore S_1 = a_1 - b_1 = (a_1 + x_1) - (b_1 + x_1) = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12;$$

$$S_2 = a_2 - b_2 = (a_2 + x_2) - (b_2 + x_2) = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12,$$

$$\therefore S_1 = S_2.$$

故答案为 =

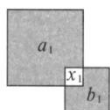


图 1

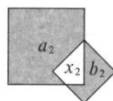
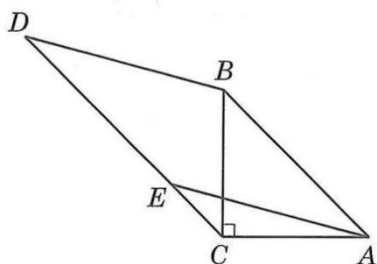


图 2

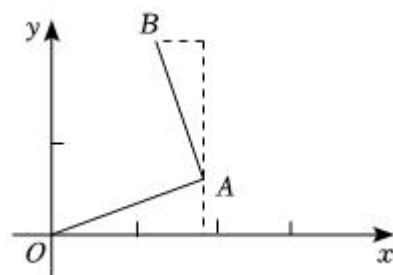
16. 如图, 以等腰直角三角形 ABC 的斜边 AB 为边作菱形 $ABDE$, 使 D 、 E 、 C 三点在同一直线上, 那么 $\angle CAE = \underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 15°

【解析】 略

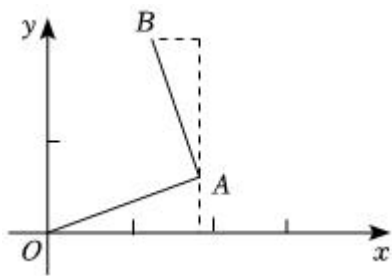
17. 如图, 已知 $\angle AOX = 30^\circ$, $OA = 2$, $AB \perp OA$, $AB = OA$, 则 B 的坐标为 $\underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 $(\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{3})$

【解析】 解: 过 A 作 $AM \perp x$ 轴于 M , 过 B 作 $BN \perp AM$ 于 N ,

$$\therefore \angle AOM + \angle OAM = 90^\circ,$$



$$\because \angle AOX = 30^\circ, OA = 2,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AO = 1,$$

$$\cos \angle AOM = \frac{OM}{OA},$$

$$\therefore OM = 2 \times \cos 30^\circ = \sqrt{3},$$

$$\because AB \perp OA,$$

$$\therefore \angle OAM + \angle BAN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAN = \angle AOM,$$

$$\because AB = OA,$$

$$\therefore Rt \triangle AOM \cong Rt \triangle BAN (AAS),$$

$$\therefore AN = OM = \sqrt{3}, BN = AM = 1,$$

$$\therefore MN = AN + AM = 1 + \sqrt{3},$$

$$\therefore N(\sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}),$$

$$\therefore B(\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{3})$$

故答案为: $(\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{3})$.

过A作 $AM \perp x$ 轴于M, 过B作 $BN \perp AM$ 于N, 在 $Rt \triangle AOM$ 中, $\angle AOX = 30^\circ$, 则 $AM = \frac{1}{2}AO = 1$,

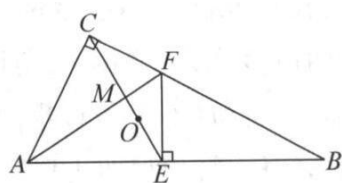
$OM = 2 \times \cos 30^\circ = \sqrt{3}$, 然后证明 $Rt \triangle AOM \cong Rt \triangle BAN$, 得 $AN = OM = \sqrt{3}$, $BN = AM = 1$

结论得证.

本题考查含 30° 角的直角三角形的性质、三角形全等的判定和性质以及特殊角的三角函数值, 解直角三角形理解题意是关键.

18. 如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 点O是 $\triangle ABC$ 的重心, 连接CO并延长交AB

于点E, 过点E作 $EF \perp AB$ 交BC于点F, 连接AF交CE于点M, 则 $\frac{MO}{MF}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】提示：因为点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心，所以 $AE = EB$ ，所以 $OC = \frac{2}{3}CE$ 。

又因为 $\triangle ABC$ 是直角三角形，所以 $CE = BE = AE$ 。

因为 $\angle B = 30^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，所以 $\angle FAE = \angle B = 30^\circ$ ，

可知 $\angle BAC = 60^\circ$ 。

所以 $\angle FAE = \angle CAF = 30^\circ$ ， $\triangle ACE$ 是等边三角形。

所以 $AM \perp CE$ ， $CM = \frac{1}{2}CE$ ，所以 $OM = \frac{2}{3}CE - \frac{1}{2}CE = \frac{1}{6}CE$ ，即 $OM = \frac{1}{6}AE$ 。

因为 $BE = AE$ ， $\angle EAF = 30^\circ$ ，所以 $EF = \frac{\sqrt{3}}{3}AE$ 。

因为 $EF \perp AB$ ，所以 $\angle AFE = 60^\circ$ ，所以 $\angle FEM = 30^\circ$ ，

所以 $MF = \frac{1}{2}EF$ ，所以 $MF = \frac{\sqrt{3}}{6}AE$ 。

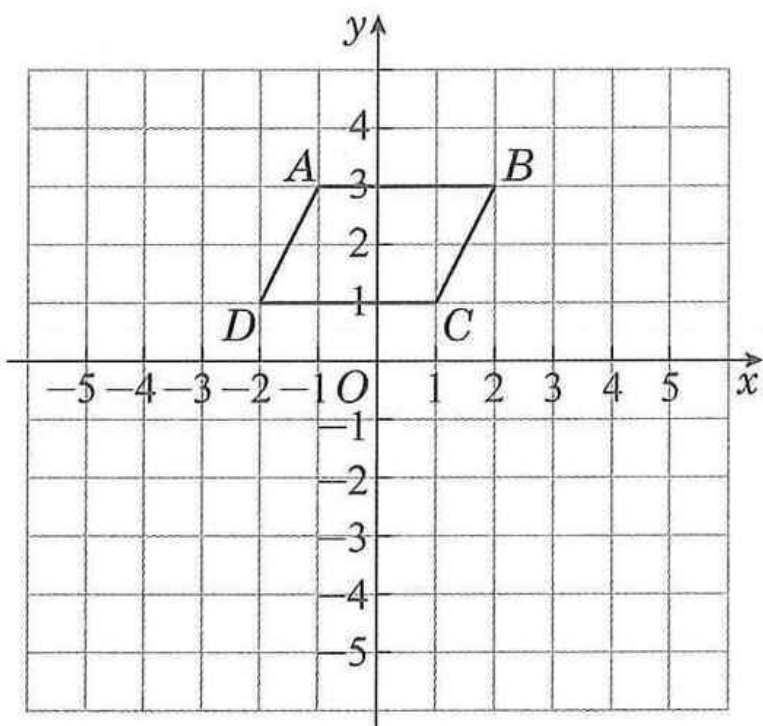
所以 $\frac{MO}{MF} = \frac{\frac{1}{6}AE}{\frac{\sqrt{3}}{6}AE} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

三、解答题：本题共 7 小题，共 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. (本小题 8 分)

如图，在平面直角坐标系中，平行四边形的四个顶点坐标分别为 $A(-1, 3)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(1, 1)$ 、 $D(-2, 1)$ 。

画出 $\square ABCD$ 关于直线 $y = -1$ 对称的 $\square A_1B_1C_1D_1$ ，并写出各个顶点的坐标。

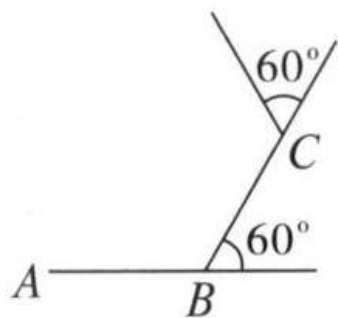


【答案】图略.各个顶点的坐标为 $A_1(-1, -5)$ 、 $B_1(2, -5)$ 、 $C_1(1, -3)$ 、 $D_1(-2, -3)$.

【解析】略

20.(本小题 8 分)

如图,小东在操场的中心位置,从点A出发,每走 $6m$ 向左转 60° .



(1)小东能否走回点A处?若能,请求出小东一共走了多少米;若不能,请说明理由.

(2)小东走过的路径围成的图形是一个什么几何图形?并求这个几何图形的内角和.

【答案】(1)解:∵从点A出发,每走 $6m$ 向左转 60° ,

$$360^\circ \div 60^\circ = 6,$$

∴小东能走回点A处,一共走了 $6 \times 6 = 36(m)$.

(2)小东走过的路径围成的图形是一个边长为 $6m$ 的正六边形;

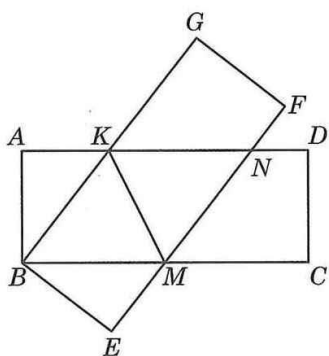
正六边形的内角和为 $(6-2)\times 180^{\circ}=720^{\circ}$.

【解析】 1. 略

2. 略

21.(本小题 8 分)

如图, 将矩形 $ABCD$ 和矩形 $BEFG$ 交叉重叠, 重叠部分为四边形 $BMNK$, $AB = BE$.



(1)证明: 四边形 $BMNK$ 为菱形.

(2)若 $AB = 8$, $BM = 10$, 求 MK 的长.

【答案】 (1)证明: $\because$ 两个全等的矩形 $ABCD$ 和矩形 $BEFG$ 交叉重叠, 重叠部分为四边形 $BMNK$,

$\therefore KN \parallel BM$, $BK \parallel MN$, $AB = EB$,

$\therefore$ 四边形 $BMNK$ 平行四边形,

$\because EB = AB$, $\angle EBM = \angle ABK = 90^{\circ} - \angle KBM$, $\angle E = \angle A = 90^{\circ}$,

$\therefore \triangle ABK \cong \triangle EBM$ (ASA),

$\therefore KB = MB$,

$\therefore$ 四边形 $BMNK$ 是菱形.

(2) $4\sqrt{5}$.

【解析】 1. 略

2.

∴ 四边形 $ABHK$ 是矩形.

∵ 四边形 $BMNK$ 为菱形, $\therefore BK = BM = 10$.

$$\therefore HM = BM - BH = 10 - 6 = 4.$$

22. (本小题 8 分)

(2)如图(2), 当四边形 $ABCD$ 为一般平行四边形时, 请判断四边形 $EFGH$ 的形状, 并说明理由.

(2) 四边形 $EFGH$ 是正方形. 理由如下:

$$\therefore \angle EAB = \angle EBA = \angle DCG = \angle CDG = \angle HAD = \angle HDA = 45^\circ, HA = HD.$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, ∴ $AB=CD$ (平行四边形的对边相等).

∴ $\triangle ABE \cong \triangle DCG$. ∴ $AE = DG$.

四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $AB \parallel DC$.

∴ $\angle DAB + \angle ADC = 180^\circ$.

∴ $\angle HAE = 360^\circ - \angle HAD - \angle DAB - \angle EAB = 360^\circ - 45^\circ - (180^\circ - \angle ADC) - 45^\circ = 90^\circ + \angle ADC$.

∴ $\angle HDG = \angle HDA + \angle ADC + \angle CDG$

$= 90^\circ + \angle ADC$,

∴ $\angle HAE = \angle HDG$.

∴ $\triangle HAE \cong \triangle HDG$.

∴ $HE = HG$. 同理可得, $GH = GF$, $FG = FE$.

∴ $GH = GF = EF = HE$.

∴ 四边形 $EFGH$ 是菱形.

∵ $\triangle HAE \cong \triangle HDG$, ∴ $\angle AHE = \angle DHG$.

∴ $\angle EHG = \angle AHG + \angle AHE = \angle AHG + \angle DHG = \angle AHD = 90^\circ$.

∴ 四边形 $EFGH$ 是矩形 (有一个内角是直角的平行四边形是矩形).

∴ 四边形 $EFGH$ 是正方形 (既是矩形又是菱形的四边形是正方形).

【解析】 1.

提示: 易证点 A 、 B 、 C 、 D 分别在边 HE 、 EF 、 FG 、 GH 上. 由 $\angle H = \angle E = \angle F = \angle G = 90^\circ$, 得四边形 $EFGH$ 是矩形.

又由 $\triangle ABE \cong \triangle DCG$, $\triangle ADH \cong \triangle BCF$,

得 $EH = HG = GF = FE$,

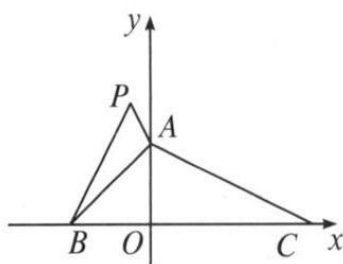
得四边形 $EFGH$ 是菱形.

根据既是矩形又是菱形的四边形是正方形, 得四边形 $EFGH$ 是正方形.

2. 略

23. (本小题 8 分)

如图, 已知在平面直角坐标系中, $\triangle ABO$ 的面积为 8, $OA = OB$, $BC = 12$, 点 P 的坐标是 $(a, 6)$.



(1)求 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A 、 B 、 C 的坐标;

(2)若点 P 的坐标为 $(1, 6)$, 连接 PA 、 PB , 求 $\triangle PAB$ 的面积;

(3)是否存在点 P , 使 $\triangle PAB$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积?如果存在, 请求出点 P 的坐标.

【答案】 (1)因为 $S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB, OA=OB$,

所以 $\frac{1}{2}OA^2=8$,

解得 $OA=4$,

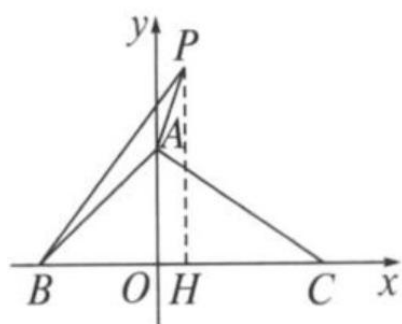
所以 $OB=OA=4$.

所以 $OC=BC-OB=12-4=8$.

所以 $A(0, 4), B(-4, 0), C(8, 0)$.

(2)作 $PH \perp x$ 轴于点 H , 如图所示.

$$S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PBH} - S_{\triangle AOB} - S_{\text{梯形}AOHP} = \frac{1}{2} \times (4+1) \times 6 - 8 - \frac{1}{2} \times (4+6) \times 1 = 15 - 8 - 5 = 2.$$



$$(3) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24.$$

当点 P 在第一象限, 即 $a > 0$ 时, 作 $PH \perp x$ 轴于点 H , 如图 2 所示.

$$\text{则 } S_{\triangle PAB} = S_{\triangle AOB} + S_{\text{梯形}AOHP} - S_{\triangle PBH} = 8 + \frac{1}{2} \times (4+6) \cdot a - \frac{1}{2} \times 6 \times (a+4) = 2a - 4.$$

令 $2a-4=24$,解得 $a=14$,此时点 P 的坐标为 $(14,6)$.

当点 P 在第二象限,即 $a<0$,时,作 $PH\perp y$ 轴于点 H ,如图 3 所示.

$$\text{则 } S_{\triangle PAB} = S_{\text{梯形}OHPB} - S_{\triangle PAH} - S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times (4-a) \times 6 - \frac{1}{2} \times (6-4) \times (-a) - 8 = 4-2a.$$

令 $4-2a=24$,解得 $a=-10$,

此时点 P 的坐标为 $(-10,6)$.

综上所述,点 P 的坐标为 $(-10,6)$ 或 $(14,6)$.

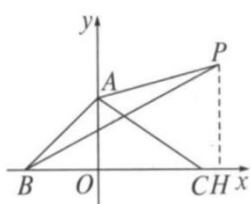


图 2

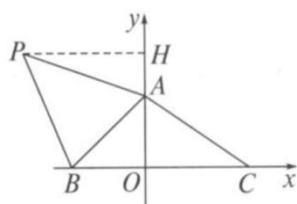


图 3

【解析】 1. 略

2. 略

3. 略

24.(本小题 8 分)

定义：若四边形有一组对角互补，一组邻边相等，且相等邻边的夹角为直角，像这样的图形称为“直角等邻对补”四边形，简称“直等补”四边形.根据以上定义，解决下列问题：

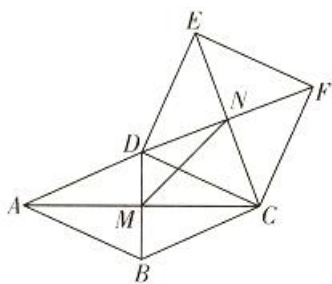


图 1

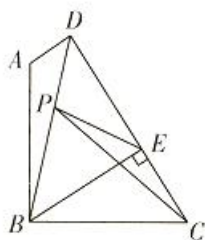


图 2

(1)如图 1, 以菱形 $ABCD$ 的一边 CD 为边向外作正方形 $CDEF$, M 、 N 分别是菱形和正方形的对角线交点, 连接 MN .

①求证：四边形 $DMCN$ 是“直等补”四边形；

②若 $MN = \sqrt{2}$, 求四边形 $DMCN$ 的面积.

(2)如图 2, 已知四边形 $ABCD$ 是“直等补”四边形, 其中 $AB = BC = 5$, $CD > AB$, 过点 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E 且 $BE = 4$, 连接 BD , 若点 P 是线段 BD 上的动点, 请你直接写出 $\triangle PEC$ 周长的最小值.

【答案】(1)① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore \angle DMC = 90^\circ$.

$\because$ 四边形 $CDEF$ 是正方形, $\therefore DN = CN$, $\angle DNC = 90^\circ$,

$\therefore \angle DMC + \angle DNC = 180^\circ$, $\therefore$ 四边形 $DMCN$ 是“直等补”四边形.

②如图 1, 延长 AC 至 H , 使 $CH = DM$, 连接 NH .

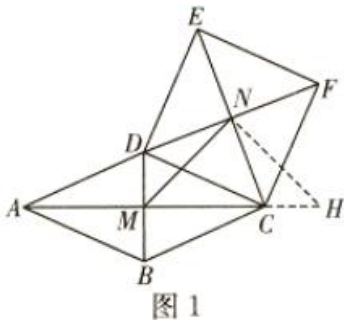
$\because \angle DMC + \angle DNC = 180^\circ$, $\therefore \angle NDM + \angle NCM = 180^\circ$.

又 $\because \angle MCN + \angle NCH = 180^\circ$, $\therefore \angle NCH = \angle NDM$.

在 $\triangle DNM$ 和 $\triangle CNH$ 中,
$$\begin{cases} DN = CN, \\ \angle NDM = \angle NCH, \\ DM = CH, \end{cases} \therefore \triangle DNM \cong \triangle CNH (SAS),$$

$\therefore S_{\triangle DNM} = S_{\triangle CNH}$, $\angle DNM = \angle CNH$, $MN = NH$,

$\therefore \angle MNH = \angle DNC = 90^\circ$, $S_{\triangle MNH} = S_{\text{四边形}DMCN}$, $\therefore S_{\text{四边形}DMCN} = \frac{1}{2}MN^2 = 1$.



(2)如图 2, 过点 B 作 $BN \perp$ 直线 AD 于点 N , 连接 CN .

$\because \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ = \angle BND$, $\therefore$ 四边形 $BEDN$ 是矩形.

$\because BE = 4$, $BC = 5$, $\therefore CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} = 3$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是“直等补”四边形, $\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$.

$\because \angle BAD + \angle BAN = 180^\circ$, $\therefore \angle BAN = \angle BCD$.

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle BNA$ 中,
$$\begin{cases} \angle BAN = \angle BCE, \\ \angle BNA = \angle BEC, \\ BA = BC, \end{cases} \therefore \triangle BNA \cong \triangle BEC (AAS), \therefore BE = BN,$$

$\therefore$ 四边形 $BEDN$ 是正方形, $\therefore$ 点 E 、点 N 关于 BD 对称, $\therefore PN = PE$, $\therefore PC + PE = PC + PN \geq NC$, 即 $PE + PC$ 的最小值为 NC 的长,

$\therefore NC = \sqrt{DN^2 + DC^2} = \sqrt{65}$, $\therefore \triangle PEC$ 周长的最小值为 $3 + \sqrt{65}$.

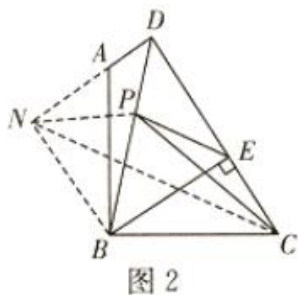


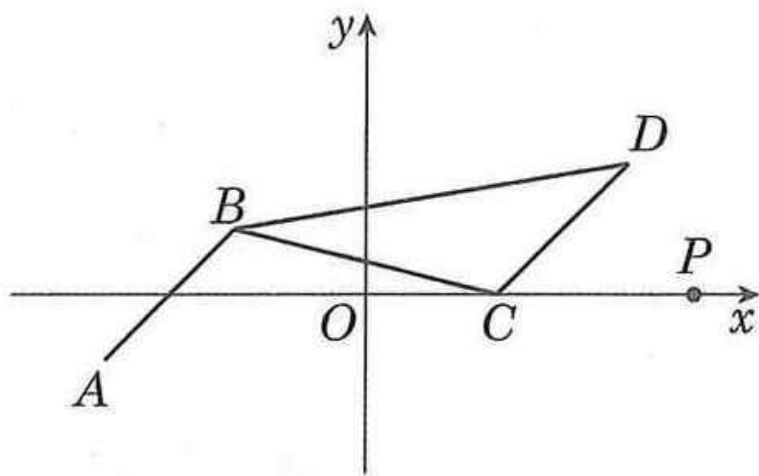
图 2

【解析】1. 略

2. 略

25. (本小题 8 分)

如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-4, -1)$ 、 $B(-2, 1)$ 。将线段 AB 平移得到线段 CD ，点 A 的对应点 C 在 x 轴的正半轴上，点 C 的坐标为 $(k, 0)$ ，点 D 在第一象限。



(1) 点 D 的坐标为 _____. (用含 k 的式子表示)

(2) 连接 BD 、 BC ，若 $\triangle BCD$ 的面积为 5，求 k 的值。

(3) 在 (2) 的条件下，点 P 是 x 轴正半轴上的动点，点 P 在点 D 右侧。记 $\triangle CDP$ 的面积为 S_1 ， $\triangle PAB$ 的面积为 S_2 ， $\triangle BDP$ 的面积为 S_3 。试探究当 m 为何值时， $\frac{mS_2 - S_1}{S_3}$ 的值是个定值，并求出这个定值。

【答案】(1) $(2+k, 2)$ 。

(2) 如图，过点 B 作 $BE \perp x$ 轴，垂足为 $E(-2, 0)$ ；过点 D 作 $DF \perp x$ 轴，垂足为 $F(k+2, 0)$ 。

$$S_{\text{梯形}BEFD} = \frac{1}{2} \times (1+2) \times (k+4) = \frac{3}{2}(k+4), S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \times 1 \times (k+2) = \frac{1}{2}(k+2), S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2} \times 2 \times (k+2-k) = 2.$$

由 $S_{\triangle BCD} = \frac{3}{2}(k+4) - \frac{1}{2}(k+2) - 2 = 5$, 解得 $k=2$.

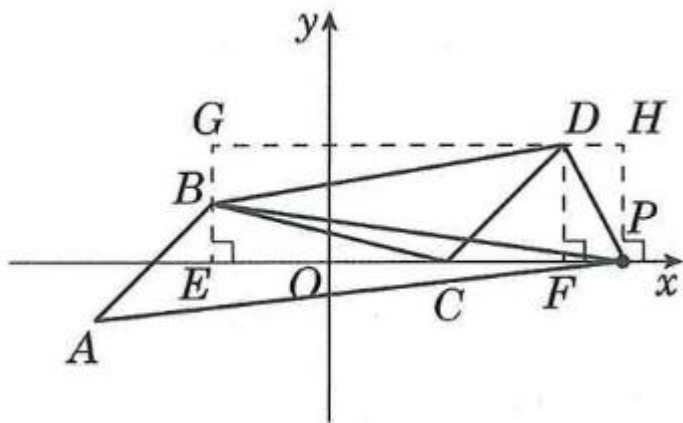
因此, k 的值为 2.

(3) 设点 P 的坐标为 $(a, 0)$, 则 $a > 4$. 如图, 过点 D 作 x 轴的平行线, 交 EB 的延长线于点 G , 过点 P 作 x 轴的垂线, 交直线 GD 于点 H . 易得点 G 、 H 的坐标分别为 $(-2, 2)$ 、 $(a, 2)$.

$$S_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times (a-2) \times 2 = a-2, S_2 = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BCP} + S_{\triangle ACP} = a+3, S_3 = S_{\text{梯形BGHP}} - S_{\triangle BGD} - S_{\triangle DHP} = \frac{1}{2}a+4. \text{所}$$

以, $\frac{mS_2-S_1}{S_3}=\frac{m(a+3)-(a-2)}{\frac{1}{2}a+4}=\frac{(m-1)a+3m+2}{\frac{1}{2}a+4}$. 由 $\frac{mS_2-S_1}{S_3}$ 的值是一个定值, 得 $\frac{m-1}{\frac{1}{2}}=\frac{3m+2}{4}$, 解得 $m=2$. 将 $m=2$ 将

$m=2$ 代入,得 $\frac{m-1}{\frac{1}{2}}=\frac{2-1}{\frac{1}{2}}=2$.所以,当 $m=2$ 时, $\frac{mS_2-S_1}{S_3}$ 的值是个定值,这个定值为 2.



【解析】 1.

提示: 点 A 向右平移 $(k+4)$ 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到点 C , 故得点 D 的坐标为 $(-2+k+4, 1+1)$, 即 $(2+k, 2)$.

2. 略

3. 略