

2025 学年第二学期期中质量调研卷

八年级数学学科

(时间: 90 分钟 分值: 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 点 A 到 x 轴的距离是 1, 到 y 轴的距离是 3, 且点 A 在第二象限, 则点 A 的坐标是 ()

- A. $(3,1)$ B. $(-3,-1)$ C. $(-1,3)$ D. $(-3,1)$

【答案】D

【解析】

【分析】点到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值, 点到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值, 结合第二象限内点的坐标符号特征推导即可.

【详解】解: $\because$ 点 A 到 x 轴的距离是 1, 到 y 轴的距离是 3,

$\therefore$ 点 A 纵坐标的绝对值为 1, 横坐标的绝对值为 3,

又 $\because$ 点 A 在第二象限, 第二象限内点的横坐标为负, 纵坐标为正,

$\therefore$ 点 A 坐标为 $(-3,1)$.

2. 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel CD$, 添加以下条件不能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

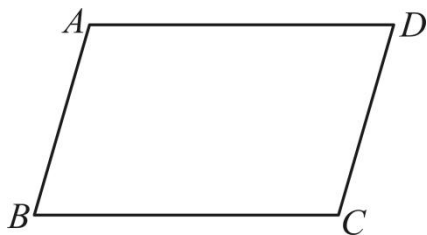
- A. $AB = CD$ B. $BC \parallel AD$ C. $\angle A = \angle C$ D. $\angle A + \angle D = 180^\circ$

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定定理, 逐项验证各条件能否推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形即可.

【详解】解: 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$,



A 若 $AB = CD$ ，由一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

B 若 $BC \parallel AD$ ，由两组对边分别平行的四边形是平行四边形，可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

C $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$,

又 $\because \angle A = \angle C$,

$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$ ，因此四边形 $ABCD$ 两组对边分别平行，可判定是平行四边形，不符合题意；

D $\because AB \parallel CD$ ，本身即可推出 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ，

无法推出另一组对边平行或 $AB = CD$ ，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，符合题意.

3. 如果 m 是任意实数，则点 $P(m-4, m+1)$ 一定不在 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】求出点 P 的纵坐标一定大于横坐标，然后根据各象限的点的坐标特征解答.

【详解】解： $\because (m+1) - (m-4) = m+1 - m + 4 = 5 > 0$,

$\therefore$ 点 P 的纵坐标一定大于横坐标.

$\therefore$ 第四象限的点的横坐标是正数，纵坐标是负数，

$\therefore$ 第四象限的点的横坐标一定大于纵坐标.

$\therefore$ 点 P 一定不在第四象限.

故选 D.

4. 下列命题中，假命题是 ()

A. 对角线互相垂直的矩形是正方形

B. 对角线相等的菱形是正方形

C. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形

D. 对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

【答案】C

【解析】

【分析】根据正方形的判定定理逐一判断即可.

【详解】解：A、对角线互相垂直的矩形是正方形，是真命题；

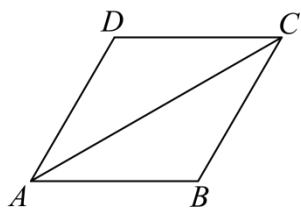
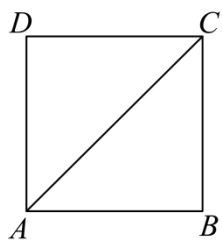
B、对角线相等的菱形是正方形，是真命题；

C、对角线互相相等且垂直平分的四边形是正方形，原命题是假命题；

D、对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形，是真命题；

故选：C.

5. 如图，用四根相同长度的木条制作成正方形 $ABCD$ ，测得对角线 AC 长为 $5\sqrt{2}$ ，如果将此正方形变形为菱形，且 $\angle DAB = 60^\circ$ ，那么菱形对角线 AC 长为 ()



A. 10

B. $5\sqrt{6}$

C. $5\sqrt{3}$

D. $5\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据正方形的性质以及勾股定理可得 $AB = BC = 5\text{cm}$ ，如图，连接 BD 交 AC 于点 O ，根据菱形的性质结合 $\angle DAB = 60^\circ$ 可得 $OB = \frac{5}{2}\text{cm}$ ，再利用勾股定理得到 $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\text{cm}$ ，进而求解即可.

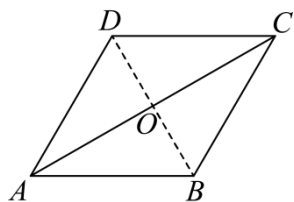
【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，对角线 AC 长为 $5\sqrt{2}$ ，

$\therefore AB = BC$ ， $\angle B = 90^\circ$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$ ，即 $2AB^2 = (5\sqrt{2})^2$

$\therefore AB = BC = 5\text{cm}$

如图，连接 BD 交 AC 于点 O ，



$\therefore$ 将正方形变形为菱形，

$\therefore AB = AD$ ， $AC \perp BD$ ， $BO = DO$ ， $OA = OC = \frac{1}{2}AC$ ，

$$\therefore \angle DAB = 60^\circ$$

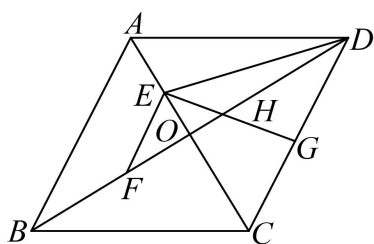
$\therefore ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore AD = AB = BD = 5\text{cm}, \quad OB = OD = \frac{1}{2}BD = \frac{5}{2}\text{cm},$$

$$\therefore OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\text{cm},$$

$$\therefore AC = 2OA = 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

6. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , $BD = 2AD$, 点 E, F, G 分别是 OA, OB, CD 的中点, EG 交 FD 于点 H . 以下结论中, 不正确的是 ()



A. $ED \perp CA$

B. $EF = EG$

C. $FH = \frac{1}{2}FD$

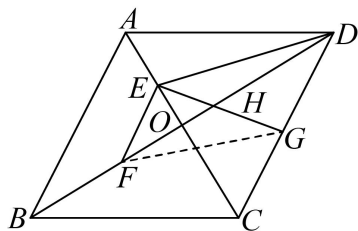
D. $S_{\triangle EFD} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD}$

【答案】D

【解析】

【分析】由等腰三角形“三线合一”得 $ED \perp CA$, 根据三角形中位线定理可得 $EF = \frac{1}{2}AB$; 由直角三角形斜边上中线等于斜边一半可得 $EG = \frac{1}{2}CD$, 即可得 $EF = EG$; 连接 FG , 可证四边形 $DEFG$ 是平行四边形, 即可得 $FH = \frac{1}{2}FD$, 由三角形面积关系得出 $\therefore S_{\triangle EFD} = S_{\triangle OEF} + S_{\triangle ODE} = \frac{3}{8}S_{\triangle ACD}$, 即可得出结论.

【详解】解: 连接 FG , 如图所示:



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = OC, \quad OB = OD, \quad AD = BC, \quad AD \parallel BC, \quad AB = CD, \quad AB \parallel CD,$$

$$\therefore BD = 2AD,$$

$$\therefore OD = AD,$$

$\therefore$ 点 E 为 OA 中点,

$\therefore ED \perp CA$ ，故 A 正确；

$\because E、F、G$ 分别是 $OA、OB、CD$ 的中点，

$$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because \angle CED = 90^\circ, CG = DG = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore EG = \frac{1}{2}CD,$$

$\therefore EF = EG$ ，故 B 正确；

$$\because EF \parallel CD, EF = DG,$$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形，

$$\therefore FH = DH,$$

即 $FH = \frac{1}{2}FD$ ，故 C 正确；

$$\because OF = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}OD, OE = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}OC,$$

$$\therefore S_{\triangle OEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle ODE}, S_{\triangle ODE} = \frac{1}{3}S_{\triangle CED} = \frac{1}{2}S_{\triangle OCD} = \frac{1}{4}S_{\triangle ACD},$$

$$\therefore \therefore S_{\triangle OEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle ODE} = \frac{1}{8}S_{\triangle ACD}$$

$$\therefore S_{\triangle EFD} = S_{\triangle OEF} + S_{\triangle ODE} = \frac{3}{8}S_{\triangle ACD}, \text{ 故 D 不正确.}$$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 若一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是_____.

【答案】 8

【解析】

【分析】根据多边形的内角和定理，多边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，外角和等于 360° ，然后列方程求解即可.

【详解】解：设边数为 n ，由题意得，

$$180(n-2) = 360 \times 3,$$

解得 $n=8$.

所以这个多边形的边数是 8.

故答案为：8.

【点睛】本题主要考查了多边形的内角和公式与外角和定理，根据题意列出方程是解题的关键.

8. 在平面直角坐标系中，把点 $P(3, -2)$ 先向左移动 3 个单位，再向上移动 3 个单位后得到的点的坐标是

_____ .

【答案】 $(0,1)$

【解析】

【分析】 本题考查了点的平移规律.

根据点的平移规则, 向左平移横坐标减少, 向上平移纵坐标增加, 计算即可.

【详解】 解: 点 $P(3,-2)$ 向左平移 3 个单位, 得到点 $(3-3,-2)$, 即 $(0,-2)$;

再向上平移 3 个单位, 得到点 $(0,-2+3)$, 即 $(0,1)$;

故答案为: $(0,1)$.

9. 点 P 在第四象限, 且到 x 轴的距离为 5, 到原点的距离为 13, 则点 P 的坐标为_____.

【答案】 $(12,-5)$

【解析】

【分析】 本题考查了平面直角坐标系, 点到坐标轴的距离, 勾股定理, 记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键, 四个象限的符号特点分别是: 第一象限 $(+,+)$; 第二象限 $(-,+)$; 第三象限 $(-,-)$; 第四象限 $(+,-)$, 设点 P 坐标为 (x,y) , 根据题意可得 $y=-5$, 且 $\sqrt{x^2+5^2}=13$, 再根据第四象限内点的横坐标大于零, 可得答案.

【详解】 解: 设点 P 坐标为 (x,y) ,

$\because$ 点 P 在第四象限, 且到 x 轴的距离是 5, 到原点的距离为 13,

$\therefore y=-5$, 且 $\sqrt{x^2+5^2}=13$,

$\therefore x^2=144$,

$\therefore x=\pm 12$,

$\because$ 点 P 在第四象限,

$\therefore x=12$,

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(12,-5)$,

故答案为: $(12,-5)$.

10. 若点 $A(4,2)$ 与 $B(a,a-3)$ 的连线与 y 轴平行, 则点 B 的坐标为_____.

【答案】 $(4,1)$

【解析】

【分析】本题考查了平行于坐标轴的直线上点的坐标特点，解题的关键在于熟知平行于 x 轴的直线上所有点的纵坐标相等，平行于 y 轴的直线上所有点的横坐标相等。

根据平行于 y 轴的直线上所有点的横坐标相等进行求解即可。

【详解】解： $\because$ 点 $A(4,2)$ 与 $B(a,a-3)$ 的连线与 y 轴平行，

$$\therefore a=4, \text{ 则 } a-3=4-3=1,$$

$$\therefore B(4,1),$$

故答案为：(4,1)。

11. 菱形的两条对角线长分别是方程 $x^2+48=14x$ 的两个实数根，则菱形的面积为_____。

【答案】 24

【解析】

【分析】先求出方程的解，根据菱形面积为对角线乘积的一半，可求出结果。

【详解】解： $x^2+48=14x$ ，

$$\text{解得： } x_1=6, \quad x_2=8,$$

根据菱形面积为对角线乘积的一半，可得：

$$\text{菱形的面积为： } 6 \times 8 \div 2 = 24,$$

故答案为：24。

【点睛】本题考查一元二次方程的解法，菱形的面积的求法，理解题意，熟练掌握一元二次方程的求法及菱形的面积求法是解题关键。

12. 直角三角形斜边长为30，则这个三角形重心到直角顶点的距离为_____。

【答案】

10

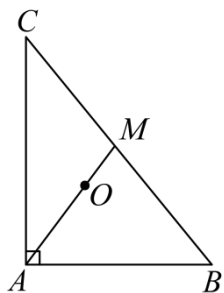
【解析】

【分析】本题主要考查三角形重心的性质，直角三角形斜边中线的性质，熟练掌握是解题关键。

根据直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半得出 $AM = \frac{30}{2} = 15$ ，再依据三角形重心的性质，重心到

顶点的距离是中线长的 $\frac{2}{3}$ 即可求解。

【详解】解：在直角三角形中，斜边上的中线长为 $AM = \frac{30}{2} = 15$ ，



$\therefore$ 重心到直角顶点的距离为该中线长的 $\frac{2}{3}$, 即 $\frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \times 15 = 10$,

故答案为: 10.

13. $\square ABCD$ 的周长是 30, AC 、 BD 相交于点 O , $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】9

【解析】

【分析】此题考查了平行四边形的性质: 平行四边形的对边相等, 对角线互相平分. 解题时要注意利用方程思想与数形结合思想求解. 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 可得 $AB = CD$, $BC = AD$, $OA = OC$, $OB = OD$; 又由 $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3, 可得 $AB - BC = 3$, 又因为 $\square ABCD$ 的周长是 30, 所以 $AB + BC = 15$; 解方程组即可求得.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, BC = AD, OA = OC, OB = OD,$$

又 $\because \triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3,

$$\therefore AB + OA + OB - (BC + OB + OC) = 3$$

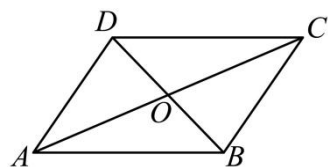
$$\therefore AB - BC = 3,$$

又 $\because \square ABCD$ 的周长是 30,

$$\therefore AB + BC = 15,$$

$$\therefore AB = 9.$$

故答案为: 9.



14. 如果一个四边形的两条对角线的长都是 4cm, 那么顺次联结这个四边形的各边中点所得的四边形的周长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.

【答案】8

【解析】

【分析】此题主要是三角形中位线定理的运用．根据三角形的中位线定理即可求得所得四边形的各边长度都是原四边形的对角线的一半，从而求解．

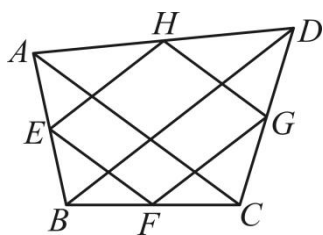
【详解】解：如图所示， E 、 F 、 G 、 H 分别是 $ABCD$ 四边的中点， $AC = BD = 4$ ，

$\therefore EF, FG, GH, EH$ 分别是 ABC, BCD, ADC, ABD 的中位线，

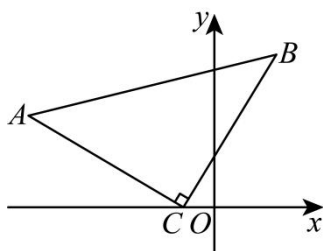
$$\therefore EF = \frac{1}{2}AC = 2, FG = \frac{1}{2}BD = 2, GH = \frac{1}{2}AC = 2, EH = \frac{1}{2}BD = 2,$$

$\therefore$ 顺次连接这个四边形各边的中点所得四边形的周长等于 $2 \times 4 = 8\text{cm}$ ．

故答案为：8．



15. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 C 的坐标为 $(-1, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(2, 5)$ ，则 A 点的坐标是 ___．

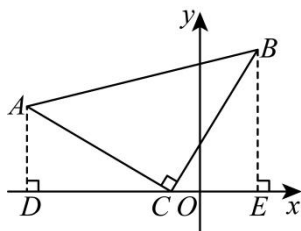


【答案】 $(-6, 3)$

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质与判定以及坐标与图形，过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E ，构造 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ，利用全等三角形的性质得到线段之间的关系，进而求出点 A 的坐标．

【详解】解：过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E ，



$\because$ 点 C 的坐标为 $(-1, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(2, 5)$ ，

$$\therefore CE = 2 - (-1) = 3, BE = 5,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp x \text{ 轴}, BE \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\because \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BCE,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ \\ \angle CAD = \angle BCE \\ AC = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CE = 3, CD = BE = 5,$$

$$\therefore OD = CD + OC = 5 + 1 = 6,$$

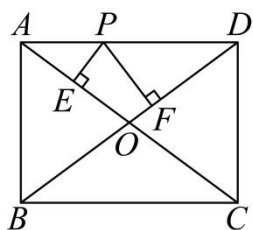
$$\therefore D \text{ 的坐标为 } (-6, 0),$$

$$\because AD = 3, AD \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore A(-6, 3).$$

故答案为 $(-6, 3)$.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 4$, P 是 AD 上一个动点, $PE \perp AC$ 于 E , $PF \perp BD$ 于 F , 则 $PE + PF$ 的值为_____.



【答案】

2.4

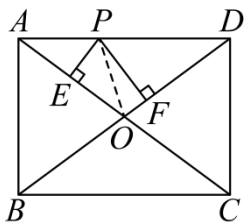
【解析】

【分析】连接 OP , 由矩形的性质得到 $\angle ABC = 90^\circ$, $OB = OD = OA = \frac{1}{2}BD$, 则可求出

$S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = 3$ ，利用勾股定理求出 $BD = 5$ ，则可得到 $OA = OD = 2.5$ ，再根据

$S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOP} + S_{\triangle POD}$ 列式求解即可.

【详解】解：如图所示，连接 OP ，



$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 中，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ， $OB = OD = OA = \frac{1}{2} BD$ ，

$\therefore AB = 3$ ， $BC = 4$ ，

$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 3$ ，

在 $Rt\triangle ABD$ 中，由勾股定理得 $BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$ ，

$\therefore OA = OD = 2.5$ ，

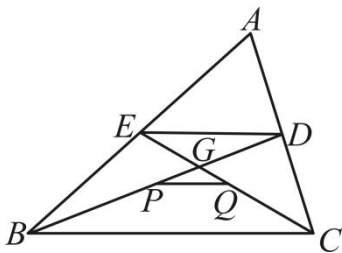
$\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOP} + S_{\triangle POD}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} OA \cdot PE + \frac{1}{2} OD \cdot PF = 3$ ，

$\therefore 1.25PE + 1.25PF = 3$ ，

$\therefore PE + PF = 2.4$.

17. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的中线 BD 、 CE 交于点 G ， P 是 BD 中点， Q 是 CE 中点，则 $PQ:BC = \underline{\hspace{2cm}}$.

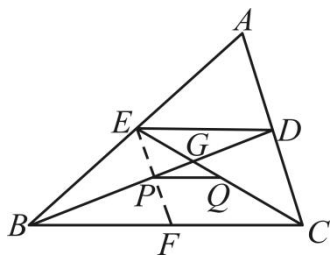


【答案】1:4

【解析】

【分析】本题考查三角形的中位线，全等三角形的判定和性质，连接 EP 并延长 EP 交 BC 于点 F ，利用 DE 是 $\triangle ABC$ 中位线，求出 $FC = \frac{1}{2} BC$ ，再用 PQ 是 $\triangle EFC$ 中位线， $PQ = \frac{1}{2} CF$ ，即可求得答案.

【详解】解：连接 EP 并延长 EP 交 BC 于点 F ，



$\because BD$ 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 中位线,

$\therefore DE = \frac{1}{2}BC$, $AE = BE$, $AD = CD$, $DE \parallel BC$,

$\therefore \angle EDB = \angle DBF$, $\angle DEF = \angle BFE$,

$\because P$ 、 Q 是 BD 、 CE 的中点,

$\therefore DP = BP$,

$\therefore \triangle DEP \cong \triangle BFP$ (AAS),

$\therefore BF = DE = \frac{1}{2}BC$, P 是 EF 中点,

$\therefore FC = \frac{1}{2}BC$,

$\because PQ$ 是 $\triangle EFC$ 中位线,

$\therefore PQ = \frac{1}{2}FC$,

$\therefore PQ : BC = 1 : 4$.

故答案为: 1:4.

18. 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 6$, $\angle ABC$ 是锐角, 将 CD 沿直线 l 翻折, 对应点分别为 C' , D' , 若 $C'D'$ 落在直线 AB 上, 且点 C' 落在线段 AB 的三等分点处, 则 $\square ABCD$ 的面积为__.

【答案】 $12\sqrt{2}$ 或 $3\sqrt{35}$

【解析】

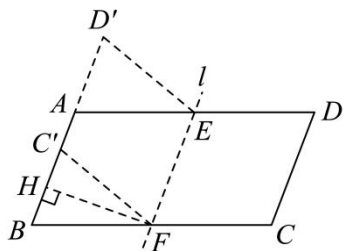
【分析】 本题考查翻折变换, 平行四边形的性质, 勾股定理, 分情况准确画出图形, 并能灵活运用相关性质是解题的关键.

分 $AC' = \frac{1}{3}AB$ 和 $BC' = \frac{1}{3}AB$ 两种情况讨论, 令直线 l 分别交 AD , BC 于点 E , F , 过点 F 作 $FH \perp AB$ 于点 H , 可推出 $S_{\square ABCD} = 2S_{\square ABFE}$, 再在两种情况下, 分别求出 FH , 从而求出 $S_{\square ABFE}$ 进而解决问题.

【详解】 解: 点 C' 落在线段 AB 的三等分点处, 有两种情况:

如图, $AC' = \frac{1}{3}AB = 1$, 此时 $BC' = AB - AC' = 3 - 1 = 2$,

令直线 l 分别交 AD , BC 于点 E , F , 过点 F 作 $FH \perp AB$ 于点 H ,



由折叠性质可知, $AB \parallel EF \parallel CD$, 且 AB 与 EF , CD 与 EF 之间的距离相等,

$$CF = C'F = BF = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore BH = C'H = \frac{1}{2}BC' = 1,$$

$$S_{\square ABFE} = S_{\square CDEF} = \frac{1}{2}S_{\square ABCD},$$

在 $\text{Rt}\triangle BFH$ 中,

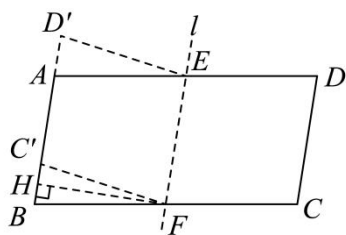
$$\text{由勾股定理可得 } FH = \sqrt{BF^2 - BH^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$S_{\square ABFE} = AB \times FH = 3 \times 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2},$$

$$S_{\square ABCD} = 2S_{\square ABFE} = 12\sqrt{2};$$

如图, $BC' = \frac{1}{3}AB = 1$,

令直线 l 分别交 AD , BC 于点 E , F , 过点 F 作 $FH \perp AB$ 于点 H ,



由折叠性质可知, $AB \parallel EF \parallel CD$, 且 AB 与 EF , CD 与 EF 之间的距离相等,

$$CF = C'F = BF = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore BH = C'H = \frac{1}{2}BC' = \frac{1}{2},$$

$$S_{\square ABFE} = S_{\square CDEF} = \frac{1}{2}S_{\square ABCD},$$

在 $\text{Rt}\triangle BFH$ 中,

$$\text{由勾股定理可得 } FH = \sqrt{BF^2 - BH^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{35}}{2},$$

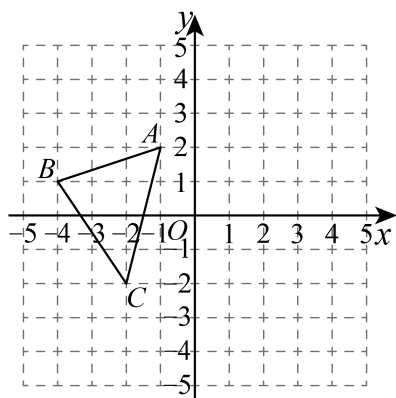
$$S_{\square ABFE} = AB \times FH = 3 \times \frac{\sqrt{35}}{2} = \frac{3\sqrt{35}}{2},$$

$$S_{\square ABCD} = 2S_{\square ABFE} = 3\sqrt{35};$$

故答案为: $12\sqrt{2}$ 或 $3\sqrt{35}$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 46 分)

19. 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-1, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(-2, -2)$, 将 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称得到 $\triangle A_1B_1C_1$.



(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$, 写出 A_1 , B_1 , C_1 的坐标; A_1 _____; B_1 _____; C_1 _____.

(2) 若 $\triangle ABC$ 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A_1B_1C_1$ 内的对应点 P_1 的坐标是_____.

(3) 直接写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积: _____.

【答案】 (1)

图见解析, $(1, 2)$; $(4, 1)$; $(2, -2)$

(2)

$(-a, b)$

(3)

5.5

【解析】

【分析】 (1) 关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数, 纵坐标相同, 据此得出点 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标, 再描

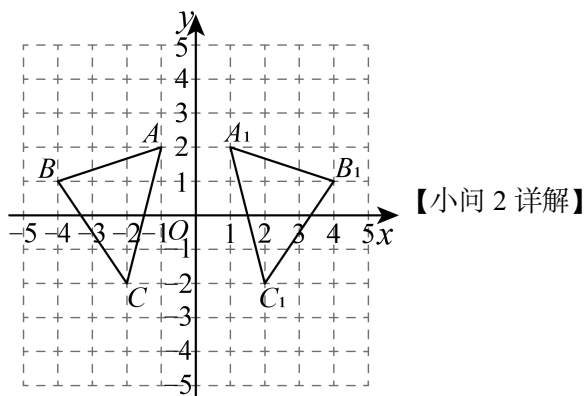
点，连线画出对应的图形即可；

(2) 关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标相同，据此可得答案；

(3) 利用割补法求解即可．

【小问 1 详解】

解：如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求，则 $A_1(1,2)$ ， $B_1(4,1)$ ， $C_1(2,-2)$ ；



解：由题意得点 P 在 $\triangle A_1B_1C_1$ 内的对应点 P_1 的坐标是 $(-a, b)$ ；

【小问 3 详解】

解： $S_{\triangle A_1B_1C_1} = 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 5.5$ ．

20. 在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-4, -1)$ ， $B(-3, -3)$ ， $C(-1, -2)$ ，试判断 $\triangle ABC$ 的形状．

【答案】

$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形

【解析】

【分析】利用两点间的距离公式求出 AB ， AC ， BC 的长，可得 $AB = BC$ ， $\triangle ABC$ 是直角三角形，据此可得结论．

【详解】解： $\because A(-4, -1)$ ， $B(-3, -3)$ ， $C(-1, -2)$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{[-4 - (-3)]^2 + [-1 - (-3)]^2} = \sqrt{5}, \quad AC = \sqrt{[-4 - (-1)]^2 + [-1 - (-2)]^2} = \sqrt{10},$$

$$BC = \sqrt{[-3 - (-1)]^2 + [-3 - (-2)]^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore AB = BC,$$

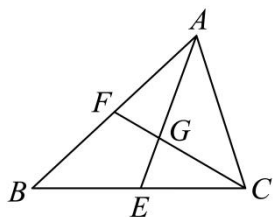
$$\because AB^2 + BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 5 + 5 = 10, \quad AC^2 = (\sqrt{10})^2 = 10,$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 中线 AE 、 CF 相交于点 G ,



(1) 若 $AG = 4$, 求 AE 的长;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 求 $\triangle EGC$ 的面积.

【答案】 (1) 6 (2) $\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 (1) 根据题意可得点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 由重心的性质可得 $AG = 2EG$, 据此求出 EG 的长即可得到答案;

(2) 根据三角形的中线平分三角形的面积得到 $S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}$, 再由 (1) 得 $EG = \frac{1}{3} AE$, 据此可得 $S_{\triangle ECG} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACE} = \frac{1}{6}$.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, 中线 AE 、 CF 相交于点 G ,

$\therefore$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore AG = 2EG$,

$\because AG = 4$,

$\therefore EG = 2$,

$\therefore AE = AG + EG = 6$;

【小问 2 详解】

解: $\because AE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

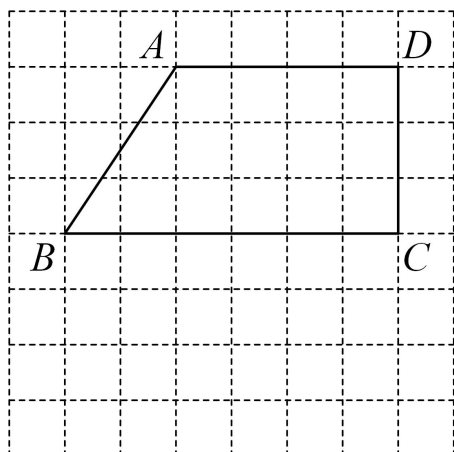
$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}$;

由 (1) 得 $AG = 2EG$,

$\therefore EG = \frac{1}{3} AE$,

$\therefore S_{\triangle ECG} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACE} = \frac{1}{6}$.

22. 如图是由边长为 1 的小正方形构成的 8×8 网格，每个小正方形的顶点叫做格点. 四边形 $ABCD$ 的顶点是格点. 仅用无刻度的直尺在给定网格中按步骤完成下列画图.



- (1) 过点 D 画线段 DE , 使 $DE \parallel AB$, 且 $DE = AB$;
- (2) 在边 AB 上画一点 F , 使直线 CF 平分四边形 $ABED$ 的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

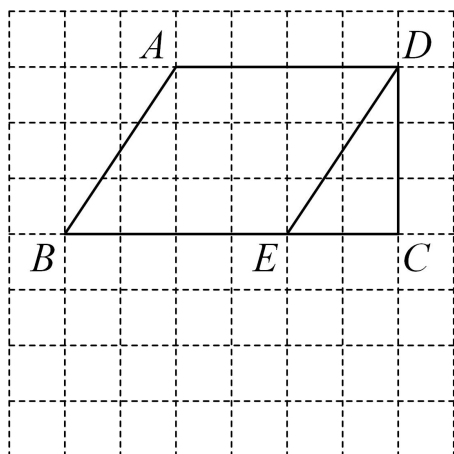
【解析】

【分析】(1) 利用平行四边形的判定, 在 BC 上取一点 E 使 $BE = AD$ 即可.

(2) 先找出平行四边形的对角线的交点, 再连接 C 点与该点并延长即可得到 F 点.

【小问 1 详解】

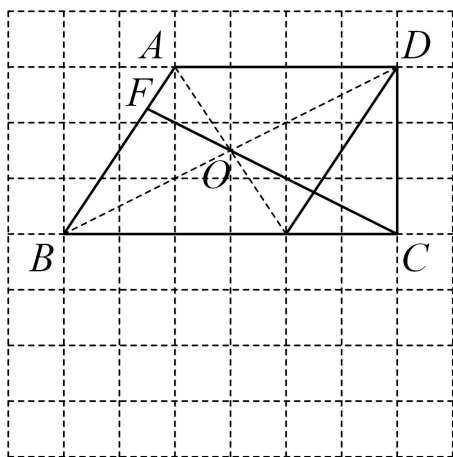
如图所示:



【小问 2 详解】

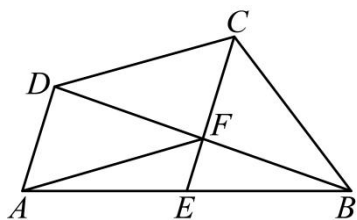
如图所示:

连接 AE 和 BD , 交点记为点 O , 连接 CO 并延长, 与 AB 交点即为点 F .



【点睛】 本题考查了平行四边形的判定与性质，解题关键是牢记相关概念与性质，理解平行四边形对角线交点的作用.

23. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， E 是 AB 的中点， DB ， CE 交于点 F ， $DF = FB$ ， $AF \parallel DC$.



- (1) 求证：四边形 $AFCD$ 为平行四边形；
- (2) 若 $\angle EFB = 90^\circ$ ， $BF = 3$ ， $EF = 1$ ，求 BC 的长.

【答案】 (1) 详见解析

(2) $\sqrt{13}$

【解析】

【分析】 本题考查三角形中位线定理、平行四边形的判定、勾股定理等知识，推导出 $CF \parallel AD$ ，进而证明四边形 $AFCD$ 是平行四边形是解题的关键.

(1) 因为 $DF = FB$ ，所以 F 是 DB 的中点，而 E 是 AB 的中点，根据三角形中位线定理得 $EF \parallel AD$ ，即 $CF \parallel AD$ ，因为 $AF \parallel CD$ ，所以四边形 $AFCD$ 是平行四边形；

(2) 由 F 是 DB 的中点， E 是 AB 的中点， $EF = 1$ ，根据三角形中位线定理 $AD = 2EF = 2$ ，由平行四边形的性质可得 $CF = AD = 2$ ，而 $\angle CFB = \angle EFB = 90^\circ$ ， $BF = 3$ ，根据勾股定理得

$$BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{13}.$$

【小问 1 详解】

证明： $\because DB$ ， CE 交于点 F ， $DF = FB$ ，

$\therefore F$ 是 DB 的中点，

$\because E$ 是 AB 的中点,

$\therefore EF \parallel AD$,

$\therefore CF \parallel AD$,

$\therefore AF \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $AFCD$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解: $\because F$ 是 DB 的中点, E 是 AB 的中点, $EF = 1$,

$\therefore AD = 2EF = 2$,

$\because$ 四边形 $AFCD$ 是平行四边形,

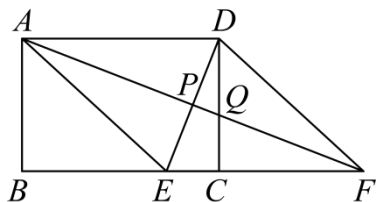
$\therefore CF = AD = 2$,

$\because \angle CFB = \angle EFB = 90^\circ$, $BF = 3$,

$\therefore BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,

$\therefore BC$ 的长是 $\sqrt{13}$.

24. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在边 BC 的延长线上, 四边形 $AEFD$ 的对角线 AF 分别交 DE 、 DC 于点 P 、 Q , 且 $PD = PE$, DE 平分 $\angle ADF$.



(1) 求证: 四边形 $AEFD$ 是菱形;

(2) 如果 $BC = EF$, $\angle EDC = \angle EFP$, 求证: 四边形 $ABCD$ 为矩形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了菱形的性质与判定, 矩形的判定, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

(1) 证明 $\triangle ADP \cong \triangle FEP$ (AAS) 得出 $AD = EF$, 即可得出四边形 $AEFD$ 是平行四边形, 根据角平分线的定义, 以及平行线的性质得出 $\angle FDE = \angle FED$, 进而可得 $FD = FE$, 即可得证;

(2) 根据 (1) 的结论得出 $AD = EF$, 结合已知条件得出 $AD = BC$, 则四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 根据菱形的性质得出 $\angle EPF = 90^\circ$, 即 $\angle PEF + \angle EFP = 90^\circ$, 根据已知 $\angle EDC = \angle EFP$, 等量代换得出 $\angle PEF + \angle EDC = 90^\circ$, 即 $\angle BCD = 90^\circ$, 即可得证.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAP = \angle EFP, \angle ADP = \angle FEP,$$

$$\text{又 } PD = PE,$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle FEP (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$$\because DE \text{ 平分 } \angle ADF,$$

$$\therefore \angle PDA = \angle PDF,$$

$$\text{又 } \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DEF,$$

$$\therefore \angle FDE = \angle FED,$$

$$\therefore FD = FE,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是菱形;

【小问 2 详解】

证明: $\because$ 四边形 $AEFD$ 是菱形;

$$\therefore AD = EF,$$

$$\because EF = BC,$$

$$\therefore AD = BC,$$

$$\text{又 } AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\because$ 四边形 $AEFD$ 是菱形;

$$\therefore AF \perp DE,$$

$$\therefore \angle EPF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PEF + \angle EFP = 90^\circ,$$

$$\because \angle EDC = \angle EFP,$$

$$\therefore \angle PEF + \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle BCD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

25. 数学活动课上, 萱萱同学将大小两个正方形的顶点 C 重合, 按如图的方式摆放, 使 B 、 C 、 E 在同一直线上. CD 边与 CG 边重合, 连接 AF .

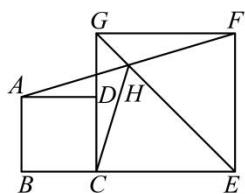


图1

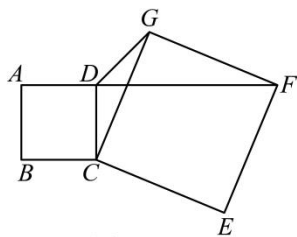


图2

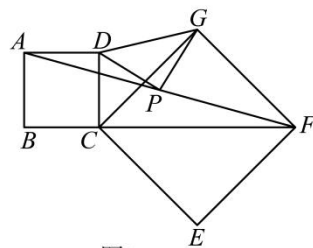


图3

- (1) 初步探究：如图 1，连接 GE 交 AF 于 H ，连接 CH 。她猜测 $HA = HC$ ，请证明她的猜想是正确的。
- (2) 大胆尝试：如图 2，将正方形 $CEFG$ 绕点 C 转动，当点 D 在 AF 上时， CG 交 DF 于点 N ，连接 GD ，她通过测量发现 $\angle GDF = 45^\circ$ ，请证明她的结论；
- (3) 拓展延伸：如图 3，将正方形 $CEFG$ 继续绕点 C 转动，当 B, C, F 在同一直线上时，取 AF 的中点 P ，连接 DP, GP ，若 $AB = 4$ ， $EF = 5\sqrt{2}$ ，求 $\triangle DPG$ 的面积。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) $\frac{13}{2}$

【解析】

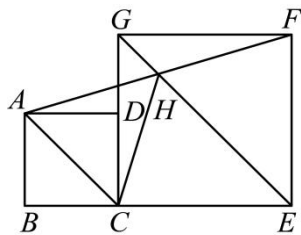
【分析】(1) 连接 AC ，先证明 $\triangle GHC \cong \triangle GHF$ (SAS) 得到 $\angle GCH = \angle GFH$ ，再证明 $AD \parallel GF$ 得到 $\angle DAH = \angle GFH = \angle GCH$ ，进而得到 $\angle HAC = \angle HCA$ ，再根据等角对等边可得结论；

(2) 作 $GM \perp GD$ 交 DF 于点 M ，证明 $\triangle GDC \cong \triangle GMF$ (ASA) 得到 $GD = GM$ ，利用等腰三角形的性质可得结论；

(3) 延长 DP 交 CF 于点 K ，连接 GK ，先证明 $\triangle APD \cong \triangle FPK$ (AAS) 得到 $DP = PK$ ， $AD = KF = 4$ ，利用勾股定理求得 $DP = PK = \sqrt{13}$ ，再证明 $\triangle GDC \cong \triangle GKF$ (SAS) 得到 $GD = GK$ ， $\angle DGC = \angle KGF$ ，进而证明 $\angle DGK = 90^\circ$ ，再利用等腰直角三角形的性质求得 $GP \perp DK$ ， $GP = DP = \sqrt{13}$ ，利用三角形的面积公式求解即可。

【小问 1 详解】

证明：连接 AC ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $CEFG$ 都是正方形

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA, \quad GC = GF, \quad \angle CGH = \angle FGH = 45^\circ, \quad \angle ADC = \angle CGF = 90^\circ$$

$$\therefore GH = GH$$

$$\therefore \triangle GHC \cong \triangle GHF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle GCH = \angle GFH$$

$$\therefore \angle ADG = \angle CGF = 90^\circ$$

$$\therefore AD \parallel GF$$

$$\therefore \angle DAH = \angle GFH = \angle GCH$$

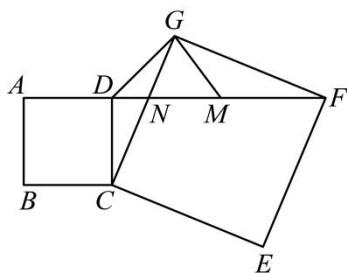
$$\therefore \angle DAH + \angle DAC = \angle GCH + \angle DCA$$

$$\therefore \angle HAC = \angle HCA$$

$$\therefore HA = HC;$$

【小问 2 详解】

证明：作 $GM \perp GD$ 交 DF 于点 M ,



$$\therefore \angle DGC + \angle CGM = \angle MGF + \angle CGM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DGC = \angle MGF$$

$$\therefore \angle DCN + \angle DNC = \angle NFG + \angle GNF, \quad \angle DNC = \angle GNF$$

$$\therefore \angle DCN = \angle NFG$$

$$\therefore GC = GF$$

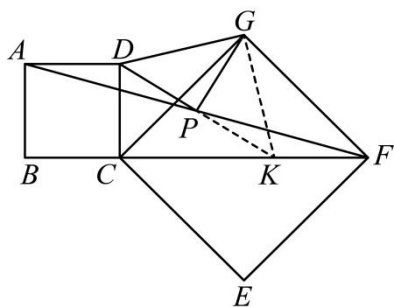
$$\therefore \triangle GDC \cong \triangle GMF \text{ (ASA)}$$

$$\therefore GD = GM, \quad \text{又 } GM \perp GD$$

$$\therefore \angle GDF = 45^\circ;$$

【小问 3 详解】

解：延长 DP 交 CF 于点 K , 连接 GK ,



$\because P$ 为 AF 中点

$$\therefore AP = PF$$

$$\because AD \parallel CF$$

$$\therefore \angle DAP = \angle KFP, \quad \angle ADP = \angle FKP$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle FPK \text{ (AAS)}$$

$$\therefore DP = PK, \quad AD = KF = 4$$

$$\because EF = 5\sqrt{2}$$

$$\therefore CF = \sqrt{2}EF = 10$$

$$\therefore CK = CF - KF = 6$$

$$\because DC = 4$$

$$\therefore DK = \sqrt{DC^2 + CK^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\therefore DP = PK = \sqrt{13}$$

$$\because GC = GF, \quad CD = FK, \quad \angle GCD = \angle GFK = 45^\circ$$

$$\therefore \triangle GDC \cong \triangle GKF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore GD = GK, \quad \angle DGC = \angle KGF$$

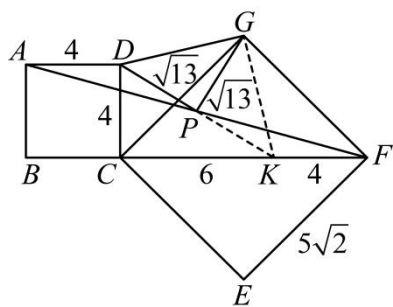
$$\because \angle DGC + \angle CGK = \angle KGF + \angle CGK = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DGK = 90^\circ, \quad \text{又 } DP = PK,$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DGK$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore GP \perp DK, \quad GP = DP = \sqrt{13}$$

$$\therefore \triangle DPG \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \sqrt{13} = \frac{13}{2}.$$



【点睛】 本题考查正方形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、旋转的性质、勾股定理、直角三角形的性质等知识，熟练掌握相关知识的联系与运用是解答的关键.