

2025 学年第二学期八年级期中教学质量诊断测试

(考试时间 100 分钟, 满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知一个多边形的内角和是 1260° , 则这个多边形是 ()

A. 六边形 B. 七边形 C. 八边形 D. 九边形

【答案】D

【解析】

【分析】设这个多边形是 n 边形, 则它的内角和是 $(n-2)180^\circ$, 得到关于 n 的方程组, 就可以求出边数 n .

【详解】解: 设这个多边形是 n 边形, 由题意知,

$$(n-2) \times 180^\circ = 1260^\circ,$$

$$\therefore n = 9,$$

$\therefore$ 该多边形的边数是九边形.

故选: D.

【点睛】本题考查多边形的内角和, 熟练掌握多边形的内角和公式是解题关键.

2. 在下列命题中, 是真命题的是 ()

A. 两条对角线相等的四边形是矩形 B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形 D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

【答案】D

【解析】

【分析】A、根据矩形的判定定理解答; B、根据菱形的判定与性质解答; C、根据正方形的判定与性质解答; D、根据平行四边形的性质与判定解答.

【详解】解: A、等腰梯形也满足此条件, 但不是矩形; 故本选项错误;

B、两条对角线互相垂直平分的四边形才是菱形; 故本选项错误;

C、对角线相等的平行四边形是矩形, 对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 既是矩形又是菱形的四边形是

正方形，所以两条对角线垂直且相等的平行四边形是正方形；故本选项错误；

D、两条对角线互相平分的四边形是平行四边形；故本选项正确.

故选：D.

【点睛】本题综合考查了特殊四边形的性质以及有关判定，熟记性质和判定，准确掌握知识是解题的关键.

3. 如果第二象限的点 C 到 x 轴的距离为 2，到 y 轴的距离为 3，那么点 C 的坐标 ()

- A. $(-3, -2)$ B. $(3, 2)$ C. $(3, -2)$ D. $(-3, 2)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据点的坐标的几何意义和第二象限点的坐标特征求解，点到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值，到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值，第二象限内点的横坐标为负，纵坐标为正.

【详解】解：∵点 C 在第二象限

∴点 C 的横坐标小于 0，纵坐标大于 0

由题意可知，点 C 到 x 轴距离为 2，到 y 轴距离为 3

∴点到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值，点到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值

∴点 C 的横坐标绝对值为 3，纵坐标绝对值为 2

结合横纵坐标的符号可得，点 C 的坐标为 $(-3, 2)$.

4. 在平面直角坐标系中，将点 $A(-1, 2)$ 先向左平移 5 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度后与点 $B(x, y)$ 重合，则点 B 的坐标是()

- A. $(4, 5)$ B. $(-6, 5)$ C. $(4, -1)$ D. $(-6, -1)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据点的平移规律：横坐标左移减右移加，纵坐标下移减上移加，按平移步骤计算即可得到点 B 的坐标.

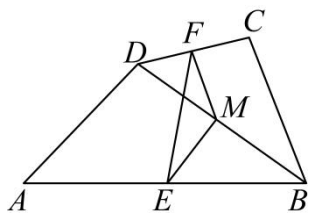
【详解】解：∵点 A 的坐标为 $(-1, 2)$,

∴点 A 向左平移 5 个单位长度后，横坐标为 $-1 - 5 = -6$ ，得到点 $(-6, 2)$,

再将点 $(-6, 2)$ 向下平移 3 个单位长度，纵坐标为 $2 - 3 = -1$,

∴点 B 的坐标为 $(-6, -1)$.

5. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 M 是对角线 BD 的中点, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点, $AD = BC$, $\angle EMF = 132^\circ$, 则 $\angle MFE$ 的度数为 ()



- A. 66° B. 48° C. 38° D. 24°

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了三角形中位线的性质, 等腰三角形的性质, 三角形内角和定理, 由题意可得 EM 是 $\triangle ABD$ 的中位线, FM 是 $\triangle BCD$ 的中位线, 得到 $EM = \frac{1}{2}AD$, $FM = \frac{1}{2}BC$, 即得 $EM = FM$, 进而得到 $\angle MFE = \angle MEF$, 据此即可求解, 掌握了三角形中位线的性质是解题的关键.

【详解】 解: $\because$ 点 M 是对角线 BD 的中点, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点,
 $\therefore EM$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线, FM 是 $\triangle BCD$ 的中位线,
 $\therefore EM = \frac{1}{2}AD$, $FM = \frac{1}{2}BC$,
 $\because AD = BC$,
 $\therefore EM = FM$,
 $\therefore \angle MFE = \angle MEF$,
 $\because \angle EMF = 132^\circ$,
 $\therefore \angle MFE = \angle MEF = \frac{180^\circ - 132^\circ}{2} = 24^\circ$,

故选: D.

6. 已知点 P 的坐标为 (a, b) , 其中 a , b 均为实数, 若 a , b 满足 $3a = 2b + 5$, 则称点 P 为“和谐点”, 若点 $M(m-1, 3m+2)$ 是“和谐点”, 则点 M 所在的象限是 ()

- A. 第四象限 B. 第三象限 C. 第二象限 D. 第一象限

【答案】B

【解析】

【分析】 根据“和谐点”的定义列出关于 m 的方程, 然后求得 m 的值, 进而确定 M 的坐标, 最后确定其所在的象限即可.

【详解】解：∵点 $M(m-1, 3m+2)$ 是“和谐点”

∴ $3(m-1) = 2(3m+2) + 5$ ，解得 $m = -4$

∴ $M(-5, -10)$

∴点 M 在第三象限.

故选 B.

【点睛】本题主要考查了解一元一次方程、点所在的象限等知识点，根据“和谐点”的定义列出关于 m 的方程是解答本题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 在平面直角坐标系中，如果 a 是正数，那么点 $A(a, 1)$ 在第_____象限.

【答案】一

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标符号特征，判断点 A 横纵坐标的符号，即可确定点 A 所在象限.

【详解】解：由题意得， a 是正数，即 $a > 0$ ，点 $A(a, 1)$ 的纵坐标 $1 > 0$ ，
因此点 A 的横纵坐标均为正数，符合第一象限内点的坐标特征，
故点 $A(a, 1)$ 在第一象限.

8. 在 $\square ABCD$ 中， $\angle A + \angle C = 120^\circ$ ，则 $\angle B = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 120° .

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得： $\angle A = \angle C$ ， $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ；再根据 $\angle A + \angle C = 120^\circ$ 计算出 $\angle A$ 的度数，进而可算出 $\angle B$ 的度数.

【详解】∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
∴ $\angle A = \angle C$ ， $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，
∵ $\angle A + \angle C = 120^\circ$ ，
∴ $\angle A = 60^\circ$ ，
∴ $\angle B = 120^\circ$.

故答案为 120° .

【点睛】本题是一道有关平行四边形的题目，掌握平行四边形的性质是解题关键.

9. 若点 $A(m-1, m-8)$ 在 y 轴上, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】

【分析】 根据 y 轴上点的坐标特征, y 轴上点的横坐标为 0, 列出关于 m 的一元一次方程, 求解即可得到 m 的值.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(m-1, m-8)$ 在 y 轴上

$\therefore$ 点 A 的横坐标为 0, 即 $m-1=0$

解得 $m=1$.

10. AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, G 是重心, 且 $AG=2$, 则 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据三角形的重心到顶点的距离是其到对边中点的距离的 2 倍, 即可求出 AD .

【详解】 解: $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, G 是重心,

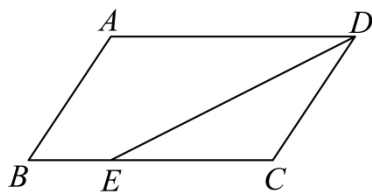
$$\therefore DG = \frac{1}{2} AG = 1,$$

$$\therefore AD = 3.$$

故答案为: 3.

【点睛】 本题主要考查的是三角形中重心的性质, 掌握其性质是解题的关键.

11. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 边于点 E , 已知 $BE=4\text{cm}$, $AB=6\text{cm}$, 则 AD 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.



【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 等腰三角形的判定和性质, 平行线的性质, 角的平分线, 熟练掌握性质是解题的关键.

根据性质, 先证明 $CD=CE$, 解答即可.

【详解】 解: $\because DE$ 平分 $\angle ADC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$\because \square ABCD$,

$\therefore AB = CD, AD \parallel BC, AB \parallel CD$

$\therefore \angle ADE = \angle CED$,

$\therefore \angle CDE = \angle CED$,

$\therefore CD = CE$,

$\because BE = 4\text{cm}, AB = 6\text{cm}$,

$\therefore CD = CE = 6$,

$\therefore BC = AD = CE + BE = 10(\text{cm})$,

故答案为: 10.

12. 若点 A 的横坐标不变, 纵坐标乘以 -1 后得点 C , 则在平面直角坐标系 xOy 中, 点 C 与点 A 关于_____轴对称.

【答案】 x

【解析】

【分析】 根据坐标变换得到点 A 与点 C 的坐标特征, 结合对称点的坐标特征判断对称轴即可.

【详解】 解: 设点 A 的坐标为 (x, y)

由题意得, 变换后点 C 的坐标为 $(x, -y)$

根据平面直角坐标系中对称点的坐标特征: 横坐标相同, 纵坐标互为相反数的两点关于 x 轴对称.

可得点 C 与点 A 关于 x 轴对称.

13. 在四边形 $ABCD$ 中, 给出下列条件: ① $AB \parallel CD$; ② $AD = BC$; ③ $\angle A = \angle C$; ④ $AD \parallel BC$, 选其中两个条件就能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的组合是_____ (写出一组符合条件的组合).

【答案】 ①④ 或 ②④ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 根据平行四边形的判定方法即可判断.

【详解】 由①④, 可以推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 由②④也可以推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

故答案为①④或②④.(答案不唯一)

【点睛】 本题考查平行四边形的判定, 掌握平行四边形的判定方法是解决问题的关键.

14. 已知一个菱形的两条对角线的长分别是 12 和 $6\sqrt{5}$, 它的面积是_____.

【答案】 $36\sqrt{5}$

【解析】

【详解】解：这个四边形是菱形，

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{5} = 36\sqrt{5}.$$

15. 矩形 $ABCD$ 中，对角线交于点 O ， $AC = 2$ ，如果 $\angle AOD = 120^\circ$ ，那么 BC 边的长为_____.

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查矩形的性质与勾股定理的应用，先根据矩形对角线相等且互相平分的性质，及 $\angle AOD = 120^\circ$ ，判定 $\triangle AOB$ 为等边三角形，得到 AB 的长，再在直角三角形中利用勾股定理计算 BC 的长.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AC = BD, \quad AO = OC = \frac{1}{2}AC, \quad BO = OD = \frac{1}{2}BD, \quad \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because AC = 2,$$

$$\therefore AO = BO = 1,$$

$$\because \angle AOD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形，

$$\therefore AB = AO = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理可得： $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-1, 0)$ ，点 B 在第一象限，且在直线 $x = 3$ 上，若 $\angle BAO = 45^\circ$ ，则点 B 的坐标为_____.

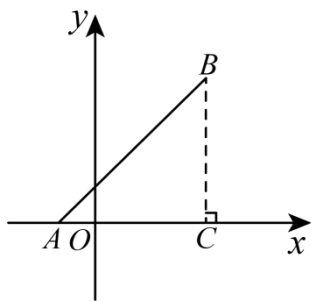
【答案】

$(3, 4)$

【解析】

【分析】过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C ，先计算 AC 的长度，再结合 $\angle BAO = 45^\circ$ 判定 $\triangle ACB$ 为等腰直角三角形，得到 BC 的长度，即可求出点 B 的坐标.

【详解】解：过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C ，



∵ 点 B 在直线 $x = 3$ 上, 且在第一象限,

∴ 设 $B(3, y)$, $y > 0$, 则 C 点坐标为 $(3, 0)$, $BC = y$,

∵ 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$,

∴ $AC = 3 - (-1) = 4$,

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAO = 45^\circ$,

∴ $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

∴ $\angle BAO = \angle ABC$,

∴ $AC = BC = 4$, 即 $y = 4$,

∴ 点 B 的坐标为 $(3, 4)$.

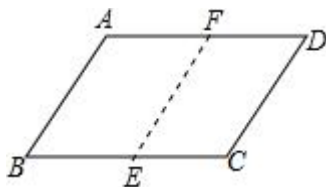
17. 如果存在一条线把一个图形分割成两个部分, 使其中一个部分沿某个方向平移后能与另一个部分重合, 那么我们把这个图形叫做平移重合图形, 那么①平行四边形, ②等腰梯形, ③正六边形, ④圆, 以上图形中, 平移重合图形是___ (填序号).

【答案】 ①

【解析】

【分析】 证明平行四边形是平移重合图形, 其他不是即可.

【详解】 解: 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, 取 BC , AD 的中点 E , F , 连接 EF .



∴ 四边形 $ABEF$ 向右平移可以与四边形 $EFDC$ 重合,

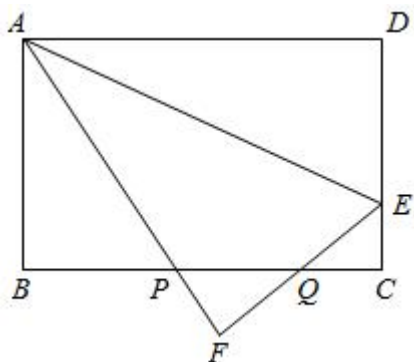
∴ 平行四边形 $ABCD$ 是平移重合图形,

同理可以证明正六边形, 圆和等腰梯形不是平移重合图形, 而是经过翻转重合图形.

故答案为: ①.

【点睛】 本题考查了平移的性质，解题的关键是理解题意，灵活运用所学的知识解题.

18. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD=5$ ， $AB=4$ ，点 E 是 DC 边上一点，将 $\triangle ADE$ 沿着直线 AE 翻折，点 D 落在点 F 处， AF 与 BC 相交于点 P ， EF 与 BC 相交于点 Q ，且 $FQ=CQ$ ，那么 CE 的长度是_____.



【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 根据“ASA”可得 $\triangle PFQ \cong \triangle ECQ$ ，设 $EC=x$ ，则 $DE=EF=CP=4-x$ ， $AP=5-x$ ，再利用勾股定理列方程可得答案.

【详解】 解：由折叠可得 $\angle F = \angle D = 90^\circ$ ，

$\because \angle EQC = \angle PQF$ ， $FQ = CQ$ ，

$\therefore \triangle EQC \cong \triangle PQF$ (ASA)，

$\therefore EQ = PQ$ ， $EC = PF$

$\therefore EF = PC$ ，

设 $EC=x$ ，则 $DE=EF=CP=4-x$ ， $BP=5-(4-x)=x+1$ ， $AP=5-x$ ，

在 $Rt\triangle ABP$ 中， $4^2 + (x+1)^2 = (5-x)^2$ ，

解得 $x = \frac{2}{3}$ ．

故答案为： $\frac{2}{3}$ ．

【点睛】 本题考查了折叠的性质，根据折叠找到边之间的关系，再利用勾股定理求解是关键.

三、解答题 (本大题共有 7 小题，满分 58 分)

19. 如果一个多边形的内角和等于它外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是多少？

【答案】 这个多边形的边数是 8

【解析】

【分析】 本题考查多边形的内角和与外角和的综合应用，设多边形的边数是 n ，根据题意，列出方程进行求解即可，掌握多边形的内角和公式以及外角和为 360° 度，是解题的关键.

【详解】解：设多边形的边数是 n ，

由题意，得： $(n-2) \cdot 180^\circ = 3 \times 360^\circ$ ，

解得： $n=8$ ；

故这个多边形的边数是 8.

20. 在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-2,1)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(0,-1)$ ，试判断这个三角形的形状.

【答案】

$\triangle ABC$ 是等腰三角形

【解析】

【详解】解： $\because A(-2,1)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(0,-1)$ ，

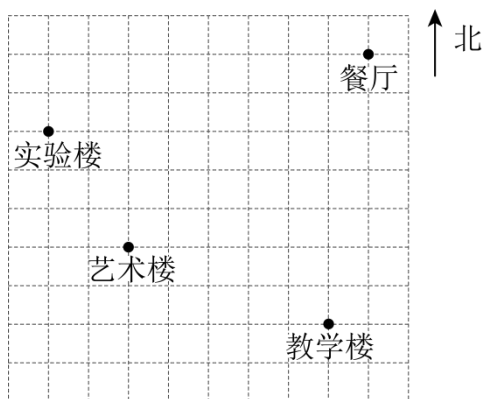
$$\therefore AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad AC = \sqrt{(-2-0)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2},$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = BC, \quad AB^2 + BC^2 \neq AC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形.

21. 如图是小明所在学校的平面示意图，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，已知实验楼的位置是 $(-4,2)$ ，教学楼的位置是 $(3,-3)$.



(1) 根据题意，画出相应的平面直角坐标系；

(2) 分别用坐标表示出餐厅、艺术楼的位置；

(3) 若音乐楼的位置是 $(-4,-4)$ ，在图中标出它的位置；

(4) 学校计划新建一个花坛，若花坛在艺术楼北偏东 45° ，距离为 $3\sqrt{2}$ 单位长度处，写出该花坛的坐标.

【答案】(1) 见解析 (2) 餐厅 $(4,4)$ ，艺术楼 $(-2,-1)$

(3) 见解析 (4) 花坛的坐标为 $(1,2)$

【解析】

【分析】此题主要考查了坐标确定位置，勾股定理，正确得出原点的位置是解题关键.

(1) 根据实验楼和教学楼的坐标，确定原点，再画出平面直角坐标系即可；

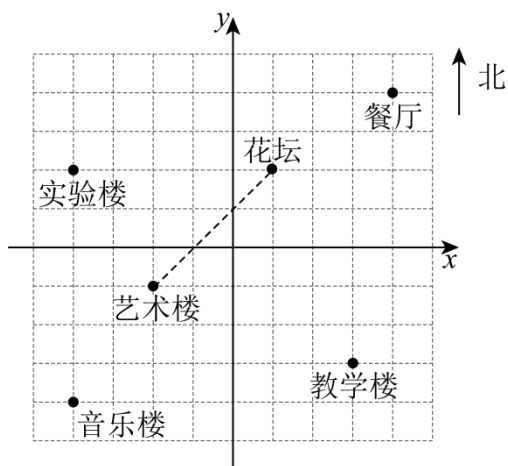
(2) 根据 (1) 中建立的平面直角坐标系，即可解答；

(3) 根据坐标，再图中标出即可；

(4) 根据艺术楼北偏东 45° ，距离为 $3\sqrt{2}$ 单位长度结合勾股定理可确定花坛的位置，再结合图形可得其坐标.

【小问 1 详解】

解：如图所示，平面直角坐标系即为所求；



【小问 2 详解】

解：由图可知：餐厅 $(4,4)$ ，艺术楼 $(-2,-1)$ ；

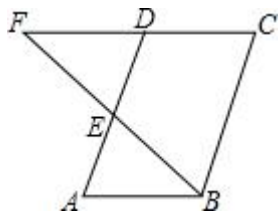
【小问 3 详解】

音乐楼的位置如图所示；

【小问 4 详解】

由图可知：花坛的坐标为 $(1,2)$.

22. 如图， $\square ABCD$ 中， E 是 AD 边的中点， BE 的延长线与 CD 的延长线相交于 F . 求证： $DC = DF$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，可得 $AB \parallel CD$ ， $AB = DC$ ，易证得 $\triangle DEF \cong \triangle AEB$ ，则可得 $DF = AB$ ，继而证得 $DC = DF$ 。

【详解】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AB = DC,$$

$$\therefore \angle F = \angle EBA,$$

$\because E$ 是 AD 边的中点，

$$\therefore DE = AE,$$

在 $\triangle DEF$ 和 $\triangle AEB$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle F = \angle EBA \\ \angle DEF = \angle AEB, \\ DE = AE \end{cases}$$

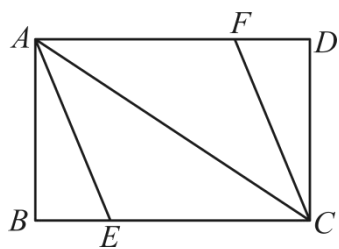
$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle AEB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DF = AB,$$

$$\therefore DC = DF.$$

【点睛】此题考查了平行四边形的性质与全等三角形的判定与性质。此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用。

23. 用一张矩形纸片可以折出一个菱形。如图，沿矩形的对角线 AC 折出 $\angle CAE = \angle DAC$ ， $\angle ACF = \angle ACB$ ，得到四边形 $AECF$ 。求证：四边形 $AECF$ 是菱形；



【答案】见解析

【解析】

【分析】先证明四边形 $AECF$ 是平行四边形，再证明 $AF = CF$ 即可。

【详解】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle ACE,$$

$$\because \angle CAE = \angle DAC, \angle ACF = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ACF,$$

$$\therefore AE \parallel CF,$$

$$\because AF \parallel EC,$$

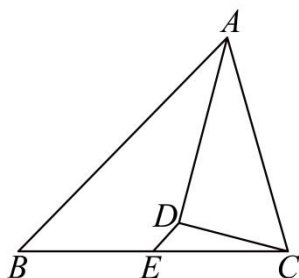
$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$$\because \angle FAC = \angle FCA,$$

$$\therefore AF = CF,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, AD 平分 $\angle BAC$, $CD \perp AD$, 点 E 是 BC 的中点, 若 $AB = 12$, $AC = 10$, 求 DE 的长.

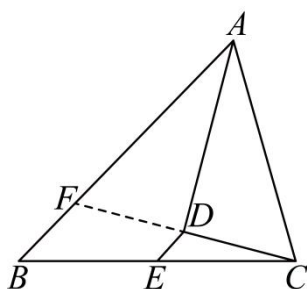


【答案】 DE 的长为1.

【解析】

【分析】 延长 CD 与 AB 相交于点 F , 然后证明 $\triangle ADC \cong \triangle ADF$ (ASA), 所以 $AF = AC = 10$, $CD = DF$, 再通过中位线定理即可求解.

【详解】 解: 如图, 延长 CD 与 AB 相交于点 F ,



$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle FAD,$$

$$\because CD \perp AD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\because AD = AD,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ADF (\text{ASA}),$$

$$\therefore AF = AC = 10, \quad CD = DF,$$

$$\therefore BF = AB - AF = AB - AC = 12 - 10 = 2, \quad \text{点 } D \text{ 是 } CF \text{ 的中点},$$

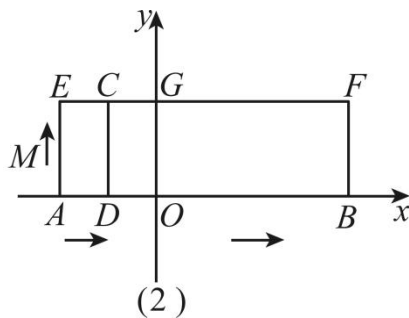
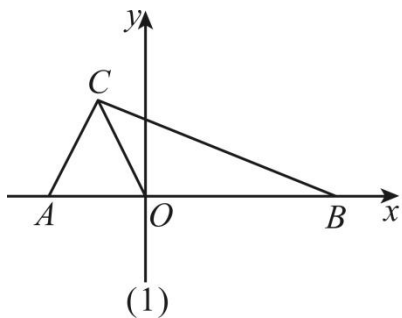
$\therefore$ 点 E 是 BC 的中点,

$\therefore DE$ 是 BCF 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$\therefore DE$ 的长为 1.

25. 如图①, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(2m-6, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 、 $C(-1, 2)$, 点 A 、 B 分别在原点两侧, 且 A 、 B 两点间的距离等于 6 个单位长度.



(1) 求 m 的值.

(2) 在 x 轴上是否存在点 M , 使 $S_{\triangle COM} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 说明理由.

(3) 如图②, 把线段 AB 向上平移 2 个单位长度得到线段 EF , 连接 AE 、 BF 、 EF 交 y 轴于点 G , 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 将长方形 $GOBF$ 和长方形 $AECD$ 同时分别以每秒 1 个单位长度和每秒 2 个单位长度的速度向右平移, 经过多长时间长方形 $GOBF$ 与长方形 $AECD$ 重叠的面积为 1? 请你直接写出运动的时间.

【答案】 (1) 2

(2) 存在, $M(-2, 0)$ 或 $(2, 0)$

(3) 1.5 秒或 5.5 秒

【解析】

【分析】 (1) 根据坐标轴上两点间的距离公式建立方程求解即可;

(2) 先确定出 $\triangle ABC$ 的面积, 进而求出 $\triangle COM$ 的面积, 利用面积建立方程求解即可;

(3) 分两种情况讨论, 由重叠面积为 1, 列出方程可求解.

【小问 1 详解】

解：∵点 A 、 B 分别在原点两侧，且 A 、 B 两点间的距离等于 6 个单位长度， $B(4,0)$ ，

$$\therefore 4 - (2m - 6) = 6,$$

解得 $m = 2$ ；

【小问 2 详解】

解：存在，

$$\because AB = 6, \quad C(-1, 2),$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times |y_C| = 6,$$

$$\because S_{\triangle COM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle COM} = 2,$$

当点 M 在 x 轴上时，

$$\text{设 } M(a, 0),$$

$$\therefore OM = |a|,$$

$$\therefore S_{\triangle COM} = \frac{1}{2} OM \times |y_C| = \frac{1}{2} \times |a| \times 2 = 2,$$

$$\therefore a = \pm 2,$$

$$\therefore M(-2, 0) \text{ 或 } (2, 0);$$

【小问 3 详解】

解：设经过 b 秒后长方形 $GOBF$ 与长方形 $AECD$ 重叠面积为 1，

由题意可得， bs 后，点 $D'(-1+2b, 0)$ ， $O'(b, 0)$ ， $B'(4+b, 0)$ ，

①当长方形 $GOBF$ 与长方形 $AECD$ 重叠部分在长方形 $GOBF$ 左侧时，

∵高必为 2，

$$\therefore \text{底为 } \frac{1}{2},$$

$$\therefore -1 + 2b - b = 0.5,$$

$$\therefore b = 1.5,$$

②当长方形 $GOBF$ 与长方形 $AECD$ 重叠部分在长方形 $GOBF$ 右侧时，

∵高必为 2，

$\therefore$ 底为 $\frac{1}{2}$,

$$\therefore 4 + b - (-2 + 2b) = 0.5,$$

$$\therefore b = 5.5$$

综上所述：运动时间为 1.5 或 5.5 秒.