

2025 学年第二学期八年级数学学科期中练习卷

(完卷时间 100 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 如图所示的升降机, 升降时应用的原理是 ()



- A. 三角形的稳定性
- B. 四边形的不稳定性
- C. 两点之间线段最短
- D. 两点确定一条直线

【答案】 B

【解析】

【详解】解: $\because$ 升降机的支架是由许多交叉的杆件组成的, 这些杆件构成了四边形结构, $\therefore$ 升降机利用了四边形具有不稳定性 (易变形) 的性质, 通过改变四边形的角度来实现升降.

2. 第二象限的点 P 到 x 轴的距离是 2, 到 y 轴的距离是 1, 则点 P 的坐标是 ()

- A. $(2, -1)$
- B. $(-2, 1)$
- C. $(1, -2)$
- D. $(-1, 2)$

【答案】 D

【解析】

【详解】 $\because$ 点 P 到 x 轴的距离是 2, 到 y 轴的距离是 1, $\therefore$ 点 P 纵坐标的绝对值 $|y| = 2$, 横坐标的绝对值 $|x| = 1$, $\because$ 点 P 在第二象限, 第二象限内点的横坐标为负, 纵坐标为正, $\therefore x = -1, y = 2$, $\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1, 2)$.

3. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2, 3)$, 以原点 O 为圆心, OA 为半径画弧, 交 x 轴的正半轴于点 B , 则点 B 的坐标是 ()

- A. $(\sqrt{13}, 0)$
- B. $(3, 0)$
- C. $(0, \sqrt{13})$
- D. $(0, 3)$

【答案】 A

【解析】

【分析】先利用勾股定理求出 OA 的长度，根据作图可知 $OB = OA$ ，结合点 B 在 x 轴正半轴的位置即可得到点 B 的坐标.

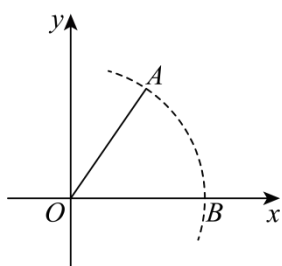
【详解】解： $\because$ 原点 O 坐标为 $(0,0)$ ，点 A 坐标为 $(2,3)$ ，

$$\therefore OA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

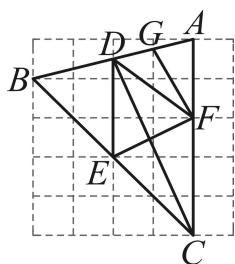
$\therefore$ 以点 O 为圆心 OA 长为半径画弧，交 x 轴的正半轴于点 B ，

$$\therefore OA = OB = \sqrt{13},$$

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(\sqrt{13}, 0)$.



4. 如图， ABC 为边长为 1 个单位长度的正方形网格中的格点三角形，则其重心在（ ）



- A. 线段 FG 上 B. 线段 DC 上 C. 线段 EF 上 D. 线段 DE 上

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了重心的概念，掌握重心是三角形中线的交点是关键. 根据三角形的重心是三角形中线的交点即可判断重心的位置.

【详解】解： $\because AD = BD$ ，

$\therefore CD$ 是 ABC 的中线，

$\therefore$ 三角形的重心是三角形中线的交点，

$\therefore$ 它的重心在线段 CD 上.

故选：B.

5. 下列说法正确的是（ ）

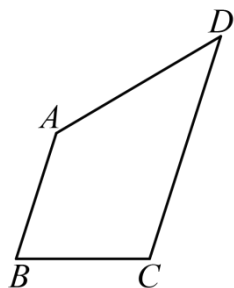
- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 一组对边相等，且一组对角相等的四边形是平行四边形
- C. 一组对边平行，且一条对角线平分另一条对角线的四边形是平行四边形
- D. 一组对边相等，且一条对角线平分另一条对角线的四边形是平行四边形

【答案】C

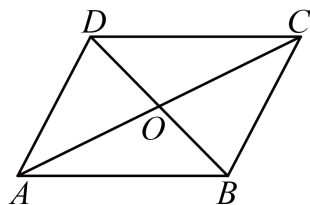
【解析】

【详解】解：A. 等腰梯形满足一组对边平行，另一组对边相等，但不是平行四边形，故该选项说法错误，不符合题意；

B. 如图，可构造出满足一组对边相等，一组对角相等，但不是平行四边形的四边形，故该选项说法错误，不符合题意；



C. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O ，且 AC 平分 BD



$$\therefore OB = OD,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle CBO,$$

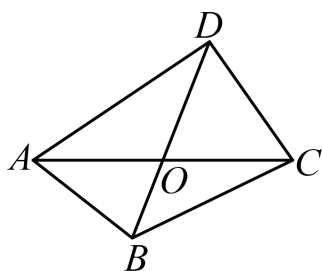
$$\because \angle AOD = \angle COB, \quad OB = OD,$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB (\text{ASA}),$$

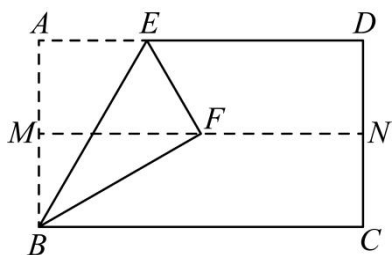
$$\therefore AD = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故该选项说法正确，符合题意；

D. 如图，可构造出满足一组对边相等，一条对角线平分另一条对角线，但不是平行四边形的四边形，故该选项说法错误，不符合题意。



6. 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 对折后展开，折痕为 MN ，点 E 为 AD 上一点，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠，使点 A 落到 MN 上的点 F 处，若 $AB = 12$ ，则 AE 的长是 ()



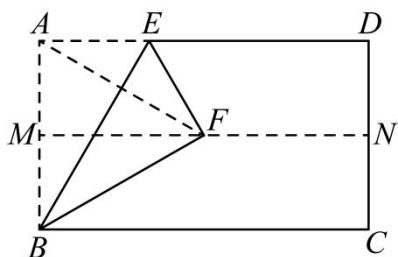
- A. 8 B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. $4\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】连接 AF ，由长方形纸片 $ABCD$ 沿 MN 对折，得 MN 垂直平分 AB ，则有 $AF = BF$ ；由 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠知， $AB = BF$ ，则 $\triangle ABF$ 是等边三角形， $\angle FBE = 30^\circ$ ，利用含 30° 度直角三角形的性质及勾股定理即可求解.

【详解】解：如图，连接 AF ，



$\because$ 长方形纸片 $ABCD$ 沿 MN 对折，

$\therefore MN$ 垂直平分 AB ，

$\therefore AF = BF$ ；

$\because \triangle ABE$ 沿 BE 折叠，

$\therefore AB = BF = 12$ ， $\angle ABE = \angle FBE = \frac{1}{2}\angle ABF$ ， $AE = EF$ ，

$\therefore AB = BF = AF$ ，

$\therefore \triangle ABF$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle ABF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FBE = \frac{1}{2} \angle ABF = 30^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形,

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ;$$

由折叠知, $\angle BFE = \angle BAE = 90^\circ$,

$$\therefore BE = 2EF;$$

$$\because BE^2 = EF^2 + BF^2,$$

$$\therefore (2EF)^2 = EF^2 + 12^2,$$

$$\therefore EF = 4\sqrt{3}.$$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 点 $P(m+3, m+1)$ 在 y 轴上, 则 m 的值为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查了坐标轴上点的坐标特征, 掌握特征“在 y 轴上的点的横坐标为 0 ”是解题的关键.

【详解】 解: $\because P(m+3, m+1)$ 在 x 轴上,

$$\therefore m+3=0,$$

解得: $m=-3$,

故答案: -3 .

8. 如果将点 $A(1, 4)$ 向右平移 3 个单位长度得到点 B , 点 C 与点 B 关于 x 轴对称. 那么点 C 的坐标是

【答案】 $(4, -4)$

【解析】

【分析】 先根据点的平移规律得到点 B 的坐标, 再根据关于 x 轴对称的点的坐标特征求解点 C 的坐标.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(1, 4)$ 向右平移 3 个单位长度得到点 B ,

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (1+3, 4), \text{ 即 } B(4, 4),$$

$\because$ 点 C 与点 $B(4, 4)$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (4, -4).$$

9. 一个多边形的内角和为 720° ，那么从这个多边形的一个顶点出发共有__条对角线.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，过多边形的一个顶点的对角线的条数 = 边数 - 3. 根据 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，可以先求出多边形的边数. 再根据过多边形的一个顶点的对角线的条数与边数的关系，即可得到过这个多边形的一个顶点的对角线的条数.

【详解】 解：根据题意，得 $(n-2) \cdot 180 = 720$ ，

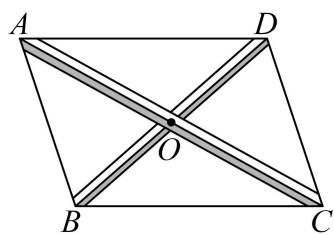
解得： $n = 6$.

那么从这个多边形的一个顶点出发共有 3 条对角线.

故答案为： 3.

10. 小玲的爸爸在制作平行四边形框架时，采用了一种方法：如图所示，将两根木条法：如图所示，将两根木条 AC ， BD 的中点重叠并用钉子固定，则四边形 $ABCD$ 就是平行四边形. 这种方法的依据是

_____.



【答案】 对角线互相平分的四边形是平行四边形

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行四边形的判定. 根据对角线互相平分的四边形是平行四边形解答即可.

【详解】 解： $\because$ 木条 AC ， BD 的中点 O 重叠，

$\therefore OA = OC, OB = OD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形）.

故答案为： 对角线互相平分的四边形是平行四边形

11. 已知点 $P(2a-1, a+1)$ ，如果点 Q 的坐标为 $(5, 2)$ ，且直线 $PQ \parallel y$ 轴，那么点 P 的坐标是_____

【答案】 $(5, 4)$

【解析】

【分析】 根据平行于 y 轴的直线上点的坐标特征，可得点 P 与点 Q 横坐标相等，列方程求出 a 的值，再代入计算得到点 P 的纵坐标即可.

【详解】解：∵ $PQ \parallel y$ 轴，

∴ 点 $P(2a-1, a+1)$ 和点 $Q(5, 2)$ 的横坐标相等，

$$\therefore 2a-1=5,$$

解得 $a=3$ ，

将 $a=3$ 代入 $a+1$ 得 $a+1=3+1=4$ ，

∴ 点 P 的坐标为 $(5, 4)$ 。

12. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(6, 6)$ ， $B(0, 3)$ ， $C(3, 0)$ ，那么 ABC 是_____三角形。（填“等腰”或“直角”或“等腰直角”）

【答案】等腰

【解析】

【分析】利用两点间距离公式求出三角形三边长度的平方，根据边的关系先判断是否为等腰三角形，再结合勾股定理的逆定理判断是否为直角三角形，即可得到结论。

$$\text{【详解】解： } AB^2 = (6-0)^2 + (6-3)^2 = 36+9=45, \quad AC^2 = (6-3)^2 + (6-0)^2 = 9+36=45,$$

$$BC^2 = (0-3)^2 + (3-0)^2 = 9+9=18,$$

$$\therefore AB^2 = AC^2,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = 45+18=63 \neq AB^2,$$

∴ $\triangle ABC$ 不是直角三角形。

∴ ABC 是等腰三角形。

13. 对于四边形 $ABCD$ ，给出下列 4 组条件：① $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ ；② $\angle A = \angle B$ ， $\angle C = \angle D$ ；③ $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ；④ $\angle A = \angle B = \angle C$ 。其中一定能得到“四边形 $ABCD$ 是矩形”的条件有_____。（填给定条件的序号）

【答案】①

【解析】

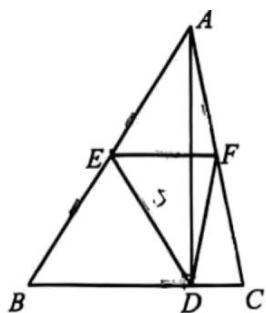
【详解】解：① $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ ，可得每个角的度数为 $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ ，四个角都是直角的四边形是矩形，因此四边形 $ABCD$ 是矩形，故①正确。

② $\angle A = \angle B$ ， $\angle C = \angle D$ ，可得 $2\angle A + 2\angle C = 360^\circ$ ，即 $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ，无法推出四个角都是直角，例如等腰梯形可满足该条件，但不是矩形，因此四边形 $ABCD$ 不一定是矩形，故②错误。

③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$, 两组对角分别相等的四边形是平行四边形, 只能判定该四边形为平行四边形, 平行四边形不一定是矩形, 因此四边形 $ABCD$ 不一定是矩形, 故③错误.

④ $\angle A = \angle B = \angle C$, 可得 $\angle D = 360^\circ - 3\angle A$, 无法保证四个角都是直角, 因此四边形 $ABCD$ 不一定是矩形, 故④错误.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 7$, $BC = 5$, $AC = 6$, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 E , F 分别是 AB , AC 的中点, 那么 $\triangle DEF$ 的周长是_____.



【答案】

9

【解析】

【分析】因为 $AD \perp BC$, E 是 AB 中点, 所以可利用直角三角形斜边中线定理, 得出 DE 与 AB 的数量关系; 同理, F 是 AC 中点, 可得出 DF 与 AC 的数量关系. 再利用三角形中位线定理, 得出 EF 与 BC 的数量关系, 最后根据 $\triangle DEF$ 的周长定义求出即可.

【详解】解: $\because AD \perp BC$,

$\therefore \triangle ADB$ 、 $\triangle ADC$ 都是直角三角形.

又 $\because E$ 是 AB 的中点, F 是 AC 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5, \quad DF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3, \quad \diamond EF \diamond \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线,}$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5,$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的周长: } C_{\triangle DEF} = DE + EF + DF = 3.5 + 2.5 + 3 = 9.$$

15. 已知一个菱形有一个内角等于 120° , 一条对角线长是 6, 那么这个菱形的面积是_____.

【答案】

$6\sqrt{3}$ 或 $18\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据菱形的性质, 菱形邻角互补, 对角线互相垂直平分, 且平分内角, 已知一个内角为 120° , 可得相邻内角为 60° , 需分已知对角线为短对角线和长对角线两种情况讨论, 利用勾股定理求出另一条对角

线的长，再根据菱形面积等于对角线乘积的一半计算面积.

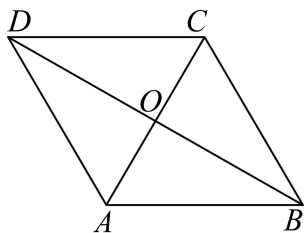
【详解】解：设菱形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O ，

由菱形的性质可得： $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AC \perp BD$ ， $AO = \frac{1}{2}AC$ ， $BO = \frac{1}{2}BD$ ， AC 平分 $\angle BAD$ ， BD 平

分 $\angle ABC$ ， $AB = BC$ ，

分两种情况讨论：

1. 当长度为 6 的对角线是较短对角线 AC 时，如图所示， $AC = 6$ ，



$\because AB = BC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = AC = 6$ ， $AO = \frac{1}{2}AC = 3$ ，

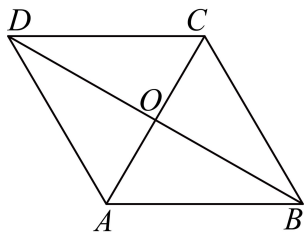
在 $Rt\triangle AOB$ 中，由勾股定理得：

$$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}，$$

$$\therefore BD = 2BO = 6\sqrt{3}，$$

$$\text{菱形面积 } S = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}，$$

2. 当长度为 6 的对角线是较长对角线 BD 时，如图所示， $BD = 6$ ，



$$\therefore BO = \frac{1}{2}BD = 3，$$

设 $AO = x$ ，在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\angle ABO = 30^\circ$ ，

$$\therefore AB = 2AO = 2x，$$

由勾股定理得： $AO^2 + BO^2 = AB^2$ ，

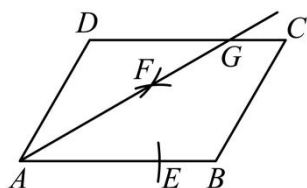
$$\text{即 } x^2 + 3^2 = (2x)^2，$$

解得 $x = \sqrt{3}$ (舍去负根),

$$\therefore AO = \sqrt{3}, AC = 2AO = 2\sqrt{3},$$

$$\text{菱形面积 } S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3},$$

16. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 以点 A 为圆心, AD 长为半径画弧, 交边 AB 于点 E , 再分别以点 D 、 E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}DE$ 长为半径画弧, 两弧交于点 F , 连接并延长 AF 交边 CD 于点 G . 已知 $AE = 10$, $\square ABCD$ 的周长为 48, 则 GC 的长是_____.



【答案】4

【解析】

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 则 $AB \parallel CD$, $AB = CD$, 所以 $\angle DGA = \angle CAB$, 由作图可知 AG 平分 $\angle DAB$, $AD = AE = 10$, 通过 $\angle DAG = \angle GAB = \angle DGA$, 可得 $AD = DG = 10$, 又平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48, 则 $AD + AB = 24$, 然后通过线段和差即可求解.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, AB = CD,$$

$$\therefore \angle DGA = \angle GAB,$$

由作图可知: AG 平分 $\angle DAB$, $AD = AE = 10$,

$$\therefore \angle DAG = \angle GAB = \angle DGA,$$

$$\therefore AD = DG = 10,$$

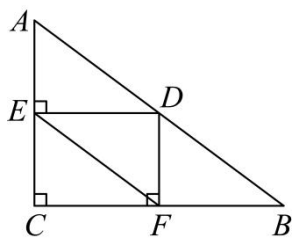
$\because$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48,

$$\therefore AD + AB = 24,$$

$$\therefore AB = CD = 14,$$

$$\therefore CG = CD - DG = 14 - 10 = 4.$$

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 点 D 为斜边 AB 上的动点, $AC = 3, BC = 4, DE \perp AC$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F , 那么线段 EF 的最小值是_____.

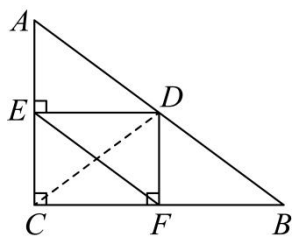


【答案】 $\frac{12}{5}$

【解析】

【分析】连接 CD ，证四边形 $CEDF$ 是矩形，可得 $EF = CD$ ，再由垂线段最短可得： $CD \perp AB$ 时，线段 CD 的长最小，进而解答即可。

【详解】解：如图，连接 CD ，



$\because DE \perp AC, DF \perp BC,$

$\therefore \angle CED = \angle ACB = \angle CFD = 90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是矩形，

$\therefore EF = CD,$

由垂线段最短可得： $CD \perp AB$ 时，线段 CD 的长最小，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = 3, BC = 4,$

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$

当 $CD \perp AB$ 时，

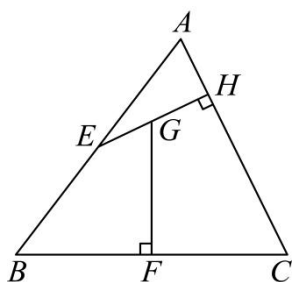
$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} AB \times CD,$

$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 CD,$

解得： $CD = \frac{12}{5},$

即 EF 的最小值为 $\frac{12}{5}.$

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E, F 分别是 AB, BC 的中点， $EH \perp AC$ 于 H ， $GF \perp BC$ 且交 EH 于点 G ， $GF = FC$ ，若 $EG = \sqrt{5}$ ， $AH = 3$ ，则 CH 的长是_____.

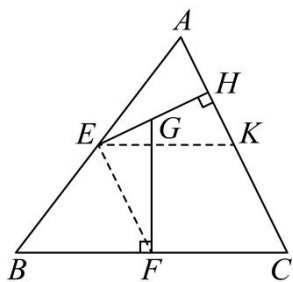


【答案】 $2\sqrt{5}+3$

【解析】

【分析】取 AC 的中点 K ，连接 EK 、 EF ，则 EF 、 EK 是 ABC 的中位线，可证四边形 $EFCK$ 是平行四边形，再证明出 $\triangle FEG \cong \triangle EHK$ (AAS)，得到 $EG = HK = \sqrt{5}$ ，进而得出 $AC = 2AK = 6 + 2\sqrt{5}$ ，即可得解.

【详解】解：如图，取 AC 的中点 K ，连接 EK 、 EF ，



$\because$ 点 E 、 F 分别是 AB 、 BC 的中点，

$\therefore EF$ 、 EK 是 ABC 的中位线，

$\therefore EF \parallel AC$ ， $EF = \frac{1}{2}AC$ ， $EK \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFCK$ 是平行四边形，

$\therefore EK = FC$ ，

$\because GF = FC$ ，

$\therefore EK = GF$ ，

$\because EF \parallel AC$ ， $EH \perp AC$ ，

$\therefore \angle FEH = \angle EHK = 90^\circ$ ，

$\because FG \perp BC$ ，

$\therefore \angle GFC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle C + \angle FGH = 360^\circ - \angle EHC - \angle GFC = 180^\circ$ ，

$\because \angle FGH + \angle EGF = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \angle EGF$ ，

$$\because EK \parallel BC,$$

$$\therefore \angle HKE = \angle C,$$

$$\therefore \angle EGF = \angle HKE,$$

在 $\triangle FEG$ 和 $\triangle EHK$ 中,

$$\begin{cases} \angle FEG = \angle EHK \\ \angle EGF = \angle HKE, \\ GF = KE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FEG \cong \triangle EHK \text{ (AAS)},$$

$$\therefore EG = HK = \sqrt{5},$$

$$\therefore AK = AH + HK = 3 + \sqrt{5},$$

$$\therefore AC = 2AK = 6 + 2\sqrt{5},$$

$$\therefore CH = AC - AH = 2\sqrt{5} + 3.$$

三、解答题 (本大题共 7 题, 第 19 题每题 6 分, 第 20、21 题 7 分, 第 22、23 题 8 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 共 58 分)

19. 已知一个 n 边形有 $n-1$ 个内角都等于 135° , 且另一个内角相邻的外角也等于 135° , 求 n 的值.

【答案】 $n = 6$

【解析】

【详解】解: $\because$ 一个 n 边形有 $n-1$ 个内角都等于 135° ,

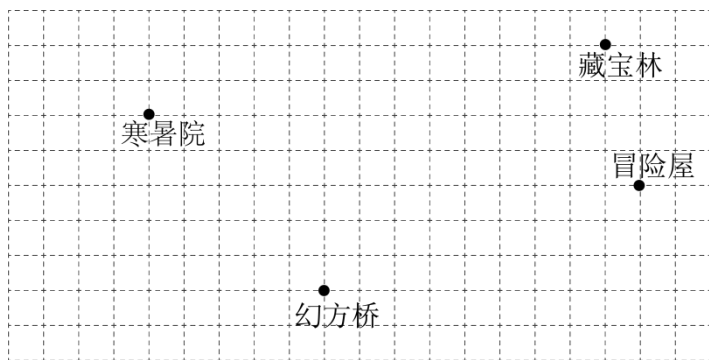
$\therefore$ 对应的 $n-1$ 个外角的度数为: $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$,

$\because$ 另一个内角相邻的外角等于 135° ,

$$\therefore (n-1) \times 45^\circ + 135^\circ = 360^\circ,$$

解得 $n = 6$.

20. 某游乐园的游览简图如图所示, 以图中某个方格的顶点为原点, 分别以网格横线向右、纵线向上为 x 轴、 y 轴正方向建立平面直角坐标系.



(1) 如果原点是“冒险屋”，单位长度是每个小方格的边长，那么“藏宝林”的坐标是_____，“幻方桥”的坐标是_____

(2) 如果“幻方桥”的坐标是 $(-2, -3)$ ，“寒暑院”的坐标是 $(-7, 2)$ ，在图中画出符合要求的平面直角坐标系.

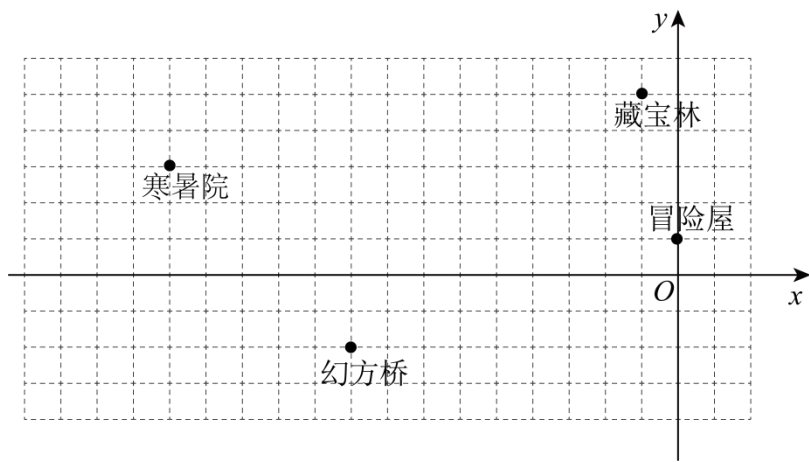
【答案】 (1) $(-1, 5)$, $(-9, -3)$;

(2) 见解析

【解析】

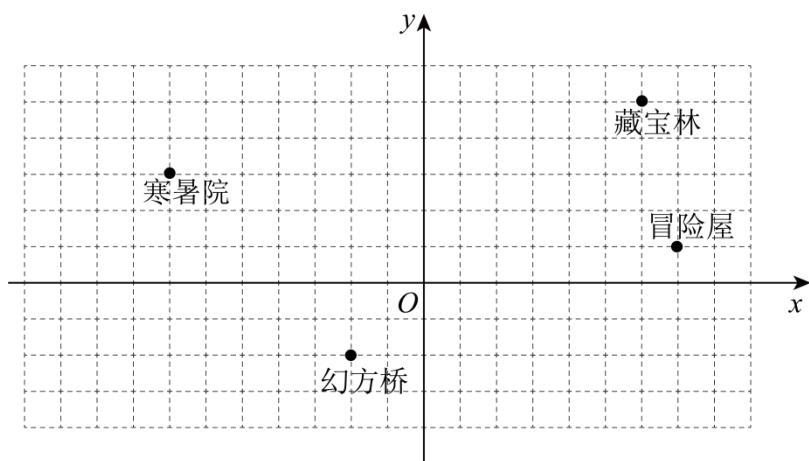
【小问 1 详解】

建立如图平面直角坐标系，由题意可知，“藏宝林”的坐标是 $(-1, 5)$ ，“幻方桥”的坐标是 $(-9, -3)$;

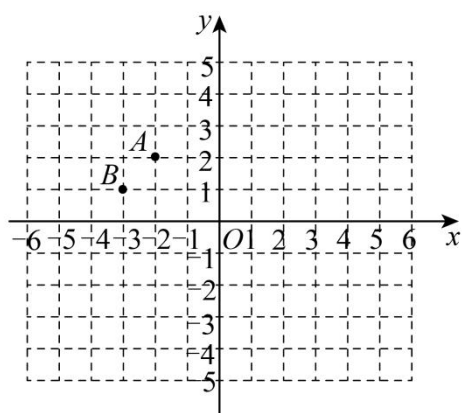


【小问 2 详解】

根据题意，建立如图平面直角坐标系，经检验，“幻方桥”的坐标 $(-2, -3)$ 和“寒暑院”的坐标符合题意.



21. 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-2, 2)$ ， $B(-3, 1)$ ，点 C 与点 A 关于原点对称.



(1) 在平面直角坐标系中画出点 C ，并写出点 C 的坐标.

(2) 求 ABC 的面积.

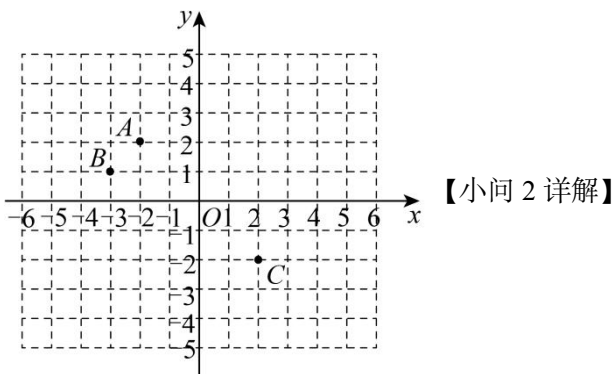
【答案】 (1) 见解析， $(2, -2)$ ；

(2) 4

【解析】

【小问 1 详解】

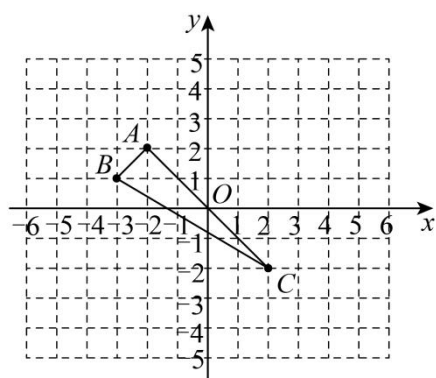
解：如图，即为所求点 C ，坐标为 $(2, -2)$ ；



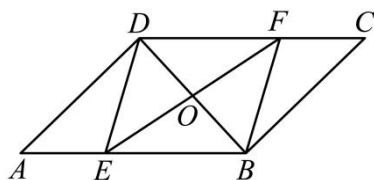
【小问 2 详解】

如图，画出 ABC ， ABC 的面积为：

$$5 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4$$



22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上， $\angle ADE = \angle CBF$ ， EF 与 BD 相交于点 O 。



(1) 求证： $BO = DO$ 。

(2) 如果 $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle ADE = \angle A$ 。求证：四边形 $EBFD$ 是一个菱形。

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质得出 $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ， $\angle A = \angle C$ ，证明

$\triangle ADE \cong \triangle CBF$ 得到 $AE = CF$ ，从而 $BE = DF$ ，结合 $BE \parallel DF$ 证得四边形 $EBFD$ 是平行四边形，根据平行四边形对角线互相平分即可证得 $BO = DO$ 。

(2) 由 $\angle A = \angle ADE$ 可得 $AE = DE$ ，根据 $\angle ADB = 90^\circ$ 推出 $\angle BDE = \angle ABD$ ，得到 $DE = EB$ ，从而证得四边形 $EBFD$ 是菱形。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ， $\angle A = \angle C$ ，

$\therefore \angle A = \angle C$ ，

又 $\because AD = CB$ ， $\angle ADE = \angle CBF$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ ，

$\therefore AE = CF$ ，

$$\because AB = CD, \quad AE = CF,$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\text{又} \because AB \parallel CD,$$

$$\therefore BE \parallel DF,$$

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形,

$$\therefore BO = DO.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \angle A = \angle ADE,$$

$$\therefore AE = DE,$$

$$\because \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ADE = \angle A,$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ - \angle A,$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ - \angle A,$$

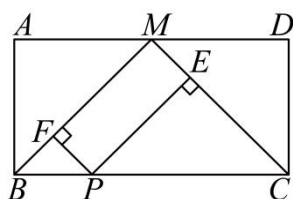
$$\therefore \angle BDE = \angle ABD,$$

$$\therefore DE = EB,$$

$\because$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是菱形.

23. 如图所示, 点 M 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 的中点, 点 P 是 BC 边上一动点, $PE \perp MC$, $PF \perp BM$, 垂足分别为点 E , F .



(1) 当矩形 $ABCD$ 的长与宽满足什么条件时, 四边形 $PEMF$ 为矩形? 猜想并说明理由.

(2) 在 (1) 中, 当 P 点运动到什么位置时, 矩形 $PEMF$ 为正方形, 为什么?

【答案】 (1) 矩形 $ABCD$ 的长与宽满足 $AD = 2AB$ 时, 四边形 $PEMF$ 为矩形. 理由见详解

(2) 当 P 点运动到 BC 的中点时, 矩形 $PEMF$ 变为正方形. 理由见详解

【解析】

【分析】 (1) 若 $AD = 2AB$, 加上 M 点为 AD 的中点, 则 $AB = AM = DM = CD$, 于是可判断 $\triangle ABM$ 和

$\triangle CDM$ 为全等的等腰直角三角形，易得 $\angle BAC = 90^\circ$ ，然后利用 $\angle PEM = \angle PFM = 90^\circ$ 可判断四边形 $PEMF$ 为矩形；

(2) 若 P 点为 BC 的中点，则 MP 为等腰三角形 MBC 的顶角的平分线，根据角平分线的性质得 $PE = PF$ ，然后根据正方形的判定方法可判断矩形 $PEMF$ 变为正方形。

本题考查了正方形的判定：先判定四边形是矩形，再判定这个矩形有一组邻边相等；先判定四边形是菱形，再判定这个菱形有一个角为直角。也考查了矩形的判定于性质。

【小问 1 详解】

解：矩形 $ABCD$ 的长与宽满足 $AD = 2AB$ 时，四边形 $PEMF$ 为矩形。理由如下：

$\because AD = 2AB$ ， M 点为 AD 的中点，

$\therefore AB = AM = DM = CD$ ，

$\therefore \triangle ABM$ 和 $\triangle CDM$ 为全等的等腰直角三角形，

$\therefore \angle AMB = 45^\circ$ ， $\angle DMC = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle BMC = 90^\circ$ ，

$\because PE \perp MC$ ， $PF \perp BM$ ，

$\therefore \angle PEM = \angle PFM = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $PEMF$ 为矩形；

【小问 2 详解】

解：当 P 点运动到 BC 的中点时，矩形 $PEMF$ 变为正方形。理由如下：

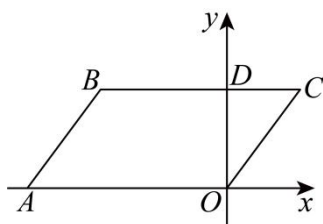
$\because P$ 点为 BC 的中点，

$\therefore MP$ 为等腰三角形 MBC 的顶角的平分线，

$\therefore PE = PF$ ，

$\therefore$ 矩形 $PEMF$ 变为正方形。

24. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是平行四边形，点 O 是原点，点 A 的坐标是 $(-16, 0)$ ，线段 BC 交 y 轴于点 $D(0, 8)$ ， $CD = 6$ 。动点 P 从点 O 出发，沿射线 OA 的方向以每秒 2 个单位的速度运动，同时动点 Q 从点 D 出发，以每秒 1 个单位的速度向点 B 运动，当点 Q 运动到点 B 时，点 P 随之停止运动，设运动时间为 t 秒。



(1) 用含 t 的代数式表示: $BQ =$ _____;

(2) 当以 P, Q, A, B 为顶点的四边形是平行四边形时, 则 t 的值是 _____;

(3) 当 $\triangle BQP$ 是等腰三角形时, 求 t 的值.

【答案】 (1) $10 - t$

(2) 6 或 $\frac{26}{3}$

(3) t 的值为 $\frac{10}{3}$ 秒或 $\frac{9}{5}$ 秒

【解析】

【分析】 (1) 根据平行四边形的性质及点 A 坐标得出 $BC = OA = 16$, 即可求出 $BD = 10$, 根据点 Q 速度即可得答案;

(2) 点 P_1 在点 A 右侧和点 P_2 在点 A 左侧两种情况, 分别表示出 AP_1 和 AP_2 , 利用平行四边形的性质列方程求出 t 的值即可;

(3) 分 $PB = PQ$ 、 $BQ = PQ = 10 - t$ 和 $BP = BQ = 10 - t$ 三种情况, 分别利用等腰三角形“三线合一”的性质及勾股定理列方程求出 t 的值即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 点 O 是原点, 点 A 的坐标是 $(-16, 0)$,

$$\therefore BC = OA = 16,$$

$$\therefore CD = 6,$$

$$\therefore BD = 16 - 6 = 10,$$

$\therefore$ 点 Q 以每秒 1 个单位的速度向点 B 运动, 运动时间为 t 秒,

$$\therefore DQ = t,$$

$$\therefore BQ = BD - DQ = 10 - t.$$

【小问 2 详解】

解: $\because BD = 10$, 点 Q 运动到点 B 时, 点 P 随之停止运动,

$$\therefore 0 \leq t \leq 10,$$

$\therefore$ 点 P 从点 O 出发, 沿射线 OA 的方向以每秒 2 个单位的速度运动,

$$\therefore OP = 2t,$$

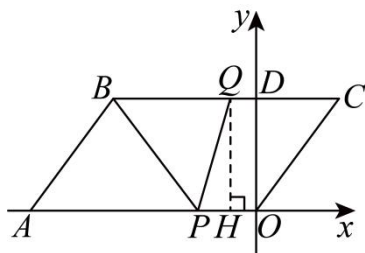
①如图, 当点 P_1 在点 A 右侧时,

$$\therefore QE = \frac{1}{2}BQ = \frac{1}{2}(10-t), \quad DE = DQ + QE = t + \frac{1}{2}(10-t) = \frac{1}{2}t + 5,$$

$$\therefore 2t = \frac{1}{2}t + 5,$$

$$\text{解得: } t = \frac{10}{3};$$

如图, 当 $BQ = PQ = 10 - t$ 时, 过点 Q 作 $QH \perp OP$ 于 H , 则四边形 $QHOD$ 是矩形,



$$\therefore OH = DQ = t, \quad PH = OP - OH = 2t - t = t,$$

$$\therefore D(0, 8),$$

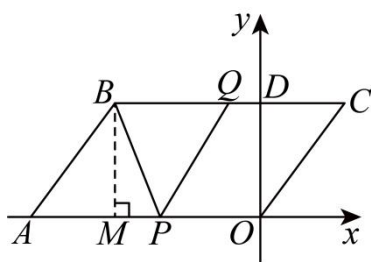
$$\therefore QH = OD = 8,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PQH \text{ 中, } PQ^2 = PH^2 + QH^2,$$

$$\therefore (10-t)^2 = t^2 + 8^2,$$

$$\text{解得: } t = \frac{9}{5};$$

如图, 当 $BP = BQ = 10 - t$ 时, 过点 B 作 $BM \perp OA$ 于 M , 则四边形 $BMOD$ 是矩形,



$$\therefore BM = 8, \quad PM = 10 - 2t,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PBM \text{ 中, } PB^2 = PM^2 + BM^2,$$

$$\therefore (10-t)^2 = (10-2t)^2 + 8^2,$$

$$\text{整理得, } 3t^2 - 20t + 64 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-20)^2 - 4 \times 3 \times 64 = -368 < 0,$$

∴此方程无实数根,

∴此种情况不存在;

综上所述: t 的值为 $\frac{10}{3}$ 秒或 $\frac{9}{5}$ 秒.

25. 已知, A, B, C, D, O 是平面上的五个点, 连接 OA, OB, OC, OD , 有 $OA = OB = OC = OD = 6\sqrt{2}$, 且 $OD \parallel BC$, 过 D 作 $DH \perp AB$ 交 AB 于点 H .

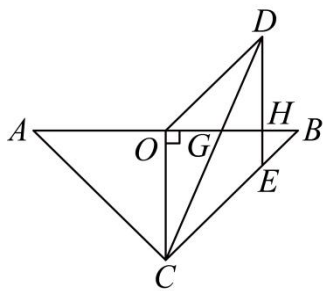


图1

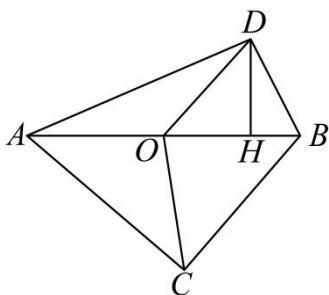


图2

(1) 如图 1, 连接 AC , 连接 DC 交线段 OB 于点 G , 延长 DH 交线段 BC 于点 E , 当 $CA = CB$ 时,

①求证: 四边形 $OCED$ 是菱形.

②求 GH 的长.

(2) 如图 2, 连接 AC, AD, BD , 当 $\triangle ODH$ 的面积等于 S 时, 四边形 $ACBD$ 的面积等于 $7S$, 求 AC 的长.

【答案】 (1) ①见解析; ② $GH = 6\sqrt{2} - 6$

(2) $AC = 4\sqrt{10}$.

【解析】

【分析】 (1) 由 $CA = CB$ 及 $OA = OB = OC$ 证 $\triangle OAC \cong \triangle OBC$, 得 $\angle BOC = 90^\circ$, 从而 $OC \perp AB$. 结合 $DH \perp AB$ 得 $OC \parallel DE$, 又 $OD \parallel BC$, 故四边形 $OCED$ 为平行四边形, 再由 $OC = OD$ 证得菱形. 在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中求得 $\angle OBC = 45^\circ$, 由 $OD \parallel BC$ 得 $\angle DOB = 45^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ODH$ 中用勾股定理即可求 OH .

(2) 先由等腰直角三角形性质及平行线性质求出 $\angle DOB = 45^\circ$, 再在 $\text{Rt}\triangle ODH$ 中求出 $OH = DH = 6$, 最后利用 $\triangle DGH \sim \triangle CGO$ 建立比例式求出 GH .

【小问 1 详解】

① 证明: $\because OA = OB = OC, CA = CB, OC = OC,$

$\therefore \triangle OAC \cong \triangle OBC(\text{SSS}),$

$\therefore \angle AOC = \angle BOC,$

$\because$ 点 A, O, B 在同一直线上,

$$\therefore \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ, \text{ 即 } OC \perp AB,$$

$$\because DH \perp AB,$$

$$\therefore OC \parallel DH,$$

$$\because OD \parallel BC, \text{ 即 } OD \parallel CE,$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形,

$$\text{又 } \because OC = OD = 6\sqrt{2},$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是菱形.

$$\textcircled{2}\text{解: } \because OB = OC = 6\sqrt{2}, \angle BOC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle OBC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle OBC = 45^\circ,$$

$$\because OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DOB = \angle OBC = 45^\circ,$$

$$\because DH \perp AB,$$

$\therefore \triangle ODH$ 是直角三角形,

$$\therefore \angle ODH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle DOH,$$

$$\therefore OH = DH,$$

$$\because OH^2 + DH^2 = OD^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72,$$

$$\therefore 2OH^2 = 72,$$

$$\therefore OH = 6,$$

$$\text{又 } \because OC \perp AB, DH \perp AB,$$

$$\therefore DH \parallel OC,$$

$$\therefore \triangle DGH \sim \triangle CGO,$$

$$\therefore \frac{GH}{GO} = \frac{DH}{OC},$$

$$\because DH = 6, OC = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{GH}{GO} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

设 $GH = x$, 则 $GO = OH - GH = 6 - x$,

$$\therefore \frac{x}{6-x} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\therefore x\sqrt{2} = 6 - x,$$

$$\therefore x(\sqrt{2} + 1) = 6,$$

$$\therefore x = \frac{6}{\sqrt{2} + 1} = 6(\sqrt{2} - 1) = 6\sqrt{2} - 6,$$

$$\therefore GH = 6\sqrt{2} - 6.$$

【小问 2 详解】

解: 设 $OH = x$, $DH = y$,

$$\therefore DH \perp AB,$$

$\therefore \triangle ODH$ 为直角三角形,

$$\therefore x^2 + y^2 = OD^2 = 72,$$

$$\therefore S = S_{\triangle ODH} = \frac{1}{2}xy,$$

过点 O 作 $OE' \perp BC$ 于点 E' ,

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DOH = \angle OBE',$$

$$\therefore \angle OHD = \angle OE'B = 90^\circ, \quad OD = OB = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle ODH \cong \triangle BOE' (\text{AAS}),$$

$$\therefore OE' = DH = y, \quad BE' = OH = x,$$

$$\therefore OB = OC, \quad OE' \perp BC,$$

$\therefore E'$ 为 BC 的中点,

$$\therefore BC = 2BE' = 2x,$$

$$\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OE' = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot y = xy,$$

设 h_C 为点 C 到 AB 的距离,

$$\text{又} \because S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot h_C = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot h_C = 3\sqrt{2} \cdot h_C,$$

$$\therefore 3\sqrt{2} \cdot h_C = xy, \text{ 即 } h_C = \frac{xy}{3\sqrt{2}},$$

$$\therefore AB = OA + OB = 12\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot h_C = \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{2} \cdot \frac{xy}{3\sqrt{2}} = 2xy,$$

$$S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DH = \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{2} \cdot y = 6\sqrt{2}y,$$

$$\therefore \text{四边形 } ACBD \text{ 的面积} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle ADB} = 2xy + 6\sqrt{2}y,$$

$$\therefore \text{四边形 } ACBD \text{ 的面积} = 7S = \frac{7}{2}xy,$$

$$\therefore 2xy + 6\sqrt{2}y = \frac{7}{2}xy,$$

$$\therefore 6\sqrt{2}y = \frac{3}{2}xy,$$

$$\therefore y \neq 0,$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 72,$$

$$\therefore y^2 = 72 - (4\sqrt{2})^2 = 72 - 32 = 40,$$

$$\therefore y = 2\sqrt{10},$$

在等腰 $\triangle OAC$ 中, $OA = OC = 6\sqrt{2}$,

过点 O 作 $OK \perp AC$ 于点 K , 则 K 为 AC 的中点,

$$\therefore \angle DOB = \angle OBC, \angle OBC = \angle OCB, \angle BOC = 180^\circ - 2\angle OBC,$$

又 $\because$ 点 A, O, B 共线,

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 2\angle OBC,$$

$$\therefore \angle AOK = \frac{1}{2}\angle AOC = \angle OBC = \angle DOH,$$

在 $\triangle OAK$ 和 $\triangle ODH$ 中,

$$\angle OKA = \angle OHD = 90^\circ,$$

$$\angle AOK = \angle DOH,$$

$$OA = OD = 6\sqrt{2} ,$$

$$\therefore \triangle OAK \cong \triangle ODH (\text{AAS}) ,$$

$$\therefore AK = DH = y = 2\sqrt{10} ,$$

$$\therefore AC = 2AK = 4\sqrt{10} .$$

