

2025 学年第二学期八年级数学学科期中考试

(时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, -3)$ 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标符号特征, 即可判断点 A 所在象限.

【详解】 解: $\because$ 平面直角坐标系中各象限点的坐标符号特点为: 第一象限 $(+, +)$, 第二象限 $(-, +)$, 第三象限 $(-, -)$, 第四象限 $(+, -)$,

又 $\because$ 点 $A(-2, -3)$ 的横纵坐标都为负数, 符合第三象限点的坐标特征,

$\therefore$ 点 A 在第三象限.

2. 四边形的不稳定性是指当四边形的边长一定时, 不能确定的是 ()

- A. 四边形的内角大小 B. 四边形的内角和
C. 四边形的外角和 D. 四边形的周长

【答案】 A

【解析】

【详解】 解: $\because$ 任意四边形的内角和恒为 360° , 外角和也恒为 360° ,

$\therefore$ B 和 C 选项的量都是确定的;

$\because$ 四边形周长为四条边长的和, 边长一定时, 周长也一定,

$\therefore$ D 选项的量是确定的;

$\because$ 四边形具有不稳定性, 边长确定时, 四边形可改变形状, 内角大小会发生变化,

$\therefore$ 不能确定的是四边形的内角大小.

3. 在平面直角坐标系中, 经过点 $(-1, 3)$ 且平行于 y 轴的直线可记为 ()

- A. 直线 $x = -1$ B. 直线 $y = -1$ C. 直线 $x = 3$ D. 直线 $y = 3$

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据平行于 y 轴的直线的横坐标相同, 即可得出结果.

【详解】解：∵在平面直角坐标系中，平行于 y 轴的直线上所有点的横坐标相等，

又∵直线经过点 $(-1, 3)$ ，该点横坐标为 -1 ，

∴该直线可记为 $x = -1$ ．

4. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是（ ）

- A. $AC = BD$ B. $AB \perp BC$ C. $\angle A = \angle B$ D. $\angle A = \angle C$

【答案】D

【解析】

【分析】根据矩形的判定定理对各选项逐一判断即可得出结论．

【详解】解：A：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC = BD$ ，

∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形（对角线相等的平行四边形是矩形），不符合题意；

B：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AB \perp BC$ 得 $\angle B = 90^\circ$ ，

∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形（有一个内角是直角的平行四边形是矩形），不符合题意；

C：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$ ，

∴ $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，

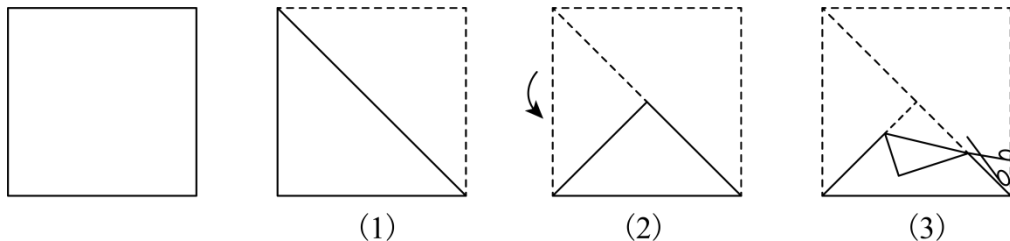
∵ $\angle A = \angle B$ ，

∴ $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ，

∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形），不符合题意；

D：平行四边形 $ABCD$ 本身就满足对角相等，即本来就有 $\angle A = \angle C$ ，这个条件不能判定平行四边形 $ABCD$ 为矩形，符合题意．

5. 如图所示，小华首先将一张正方形的纸片按（1）、（2）、（3）的顺序三次折叠，然后沿第三次折痕剪开，将剪下的这部分展开，平铺在桌面上，这时得到的一定是（ ）



- A. 三角形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

【答案】C

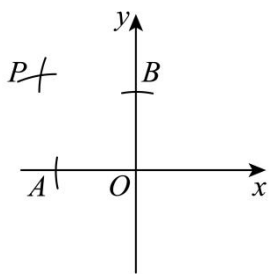
【解析】

【分析】根据正方形的对角线相互垂直，可知第二次折叠后的三角形的顶角是一个直角，进而推出剪下的

这部分是由 4 个直角三角形组成，结合菱形的性质即可得到答案.

【详解】解：由图形可得出：剪下的这部分是由 4 个直角三角形组成的，
故将剪下的这部分展开得到的一定是菱形.

6. 如图，在平面直角坐标系中，以点 O 为圆心、适当的长度为半径画弧，交 x 轴负半轴于点 A ，交 y 轴正半轴于点 B ，再分别以点 A 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧交于第二象限内的点 P . 如果点 P 的坐标为 $(a-8, b)$ ，那么 a 与 b 的数量关系为 ()



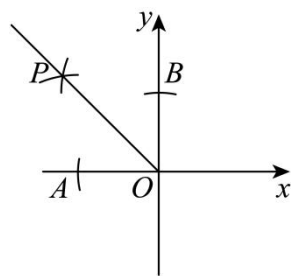
- A. $a-b=8$ B. $a+b=8$ C. $a-b=-8$ D. $a+b=-8$

【答案】B

【解析】

【分析】根据基本作图，得射线 OP 平分 $\angle AOB$ ，又点 P 在第二象限，点 P 的横坐标，纵坐标互为相反数，求解即可；

【详解】解：根据基本作图，得射线 OP 平分 $\angle AOB$ ，
又点 P 在第二象限，



故 $(a-8, b)$ 满足横坐标为负，纵坐标为正，且绝对值相等，即横坐标，纵坐标互为相反数，

故 $a-8+b=0$ 即 $a+b=8$ ；

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分)

7. 如果一个五边形的每一个内角都相等，那么它的一个内角的度数等于_____度.

【答案】108

【解析】

【分析】根据 n 边形的外角和为 360° 得到五边形的每个外角的度数 $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ ，然后利用邻补角的定

义即可得到五边形的每个内角为 $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.

【详解】解：∵五边形的外角和为 360° ,

∴五边形的每个外角的度数为： $360^\circ \div 5 = 72^\circ$,

∴这个五边形的每个内角的度数为： $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.

故答案为：108.

【点睛】本题考查了多边形内角与外角，熟记 n 边形的外角和为 360° 是解题的关键.

8. 在 $\square ABCD$ 中，如果 $\angle B = 3\angle A$ ，那么 $\angle D =$ _____ $^\circ$.

【答案】135

【解析】

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$ ， $\angle D = \angle B$.

∴ $\angle A + \angle B = 180^\circ$,

∵ $\angle B = 3\angle A$ ，

∴ $\angle A + 3\angle A = 180^\circ$,

解得 $\angle A = 45^\circ$,

∴ $\angle B = 3 \times 45^\circ = 135^\circ$,

∴ $\angle D = \angle B = 135^\circ$.

9. 已知平行四边形的周长是 48，相邻两边的长相差 8，那么这两边中较短边的长是_____.

【答案】8

【解析】

【分析】设较短边长为 x ，则较长边长为 $x + 8$ ，根据平行四边形对边相等的性质得到周长的等量关系，列一元一次方程求解即可.

【详解】解：设较短边长为 x ，则较长边长为 $x + 8$ ，

根据平行四边形对边相等，可得 $2(x + x + 8) = 48$ ，

解得 $x = 8$ ，

故较短边长为 8.

10. 如果正方形的一条对角线长为 $\sqrt{6}$ ，那么它的面积是_____.

【答案】3

【解析】

【分析】本题可利用正方形对角线相等的性质，根据正方形面积等于对角线乘积的一半直接求解.

【详解】解：∵ 正方形的对角线相等，已知一条对角线长为 $\sqrt{6}$ ，

∴ 另一条对角线长也为 $\sqrt{6}$ ，

$$\text{正方形面积 } S = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

11. 在平面直角坐标系中，已知 $A(1,2)$ ， $B(-4,0)$ ，将线段 AB 平移得到线段 $A'B'$ ，点 A 和点 B 的对应点分别是点 A' 和点 B' ，如果点 A' 的坐标是 $(2,1)$ ，那么点 B' 的坐标是_____.

【答案】 $(-3,-1)$

【解析】

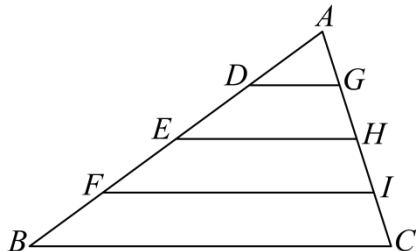
【分析】根据点平移的性质进行求解.

【详解】解：∵ 点 $A(1,2)$ 的对应点为点 $A'(2,1)$ ，

∴ 可以看作点 A 先向右平移1个单位长度，再向下平移1个单位长度，

∴ 点 B' 的坐标为 $(-4+1,0-1)$ ，即 $(-3,-1)$.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 在边 AB 上，点 G 、 H 、 I 在边 AC 上，且 $AD = DE = EF = FB$ ， $AG = GH = HI = IC$ ，如果 $BC = 10$ ，那么 $DG =$ _____.



【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】设 $DG = x$ ， DG 是 $\triangle AEH$ 的中位线，同理可证， EH 是 $\triangle ABC$ 的中位线，求解即可.

【详解】解：设 $DG = x$ ，

∵ $AD = DE = EF = FB$ ， $AG = GH = HI = IC$ ，

∴ DG 是 $\triangle AEH$ 的中位线，

∴ $EH = 2DG = 2x$ ；

同理可证， EH 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴ $BC = 2EH = 4x$ ；

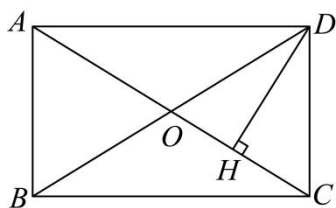
$$\because BC = 10,$$

$$\therefore 4x = 10,$$

$$\text{解得 } x = \frac{5}{2},$$

$$\text{故 } DG = \frac{5}{2}.$$

13. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $DH \perp AC$, 垂足为 H , 如果 $\angle CDH = 35^\circ$, 那么 $\angle ADO = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 35

【解析】

【分析】根据题意, 得 $\angle OAD + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle OAD = \angle ADO$, 根据 $DH \perp AC$, 得到 $\angle CDH = \angle OAD$, 求解即可;

【详解】解: 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \quad OA = OD,$$

$$\therefore \angle OAD + \angle ACD = 90^\circ, \quad \angle OAD = \angle ADO,$$

$$\because DH \perp AC,$$

$$\therefore \angle CDH + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle OAD,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle ADO,$$

$$\because \angle CDH = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = 35^\circ;$$

14. 在同一平面内有两个边长相等的等边三角形, 当它们的一组边重合时, 两个三角形重心之间的距离为 5, 那么当它们的一组内角组成对顶角时, 这两个三角形重心之间的距离为_____.

【答案】 10

【解析】

【分析】设等边三角形的一条中线长为 a , 则其重心到对边的距离为 $\frac{1}{3}a$, 重心到顶点的距离为 $\frac{2}{3}a$, 根据题意画出图形, 进行求解即可.

【详解】解：设等边三角形的一条中线长为 a ，则其重心到对边的距离为 $\frac{1}{3}a$ ，重心到顶点的距离为 $\frac{2}{3}a$ ，

$\therefore$ 它们的一组边重合时，两个三角形重心之间的距离为 5，如图 1

$$\therefore 2 \times \frac{1}{3}a = 5, \text{ 即 } \frac{2}{3}a = 5,$$

$\therefore$ 当它们的一组内角组成对顶角时，如图 2，这两个三角形重心之间的距离为 $2 \times \frac{2}{3}a = 2 \times 5 = 10$.



图1

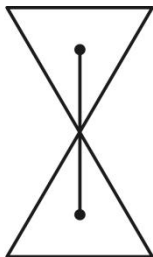
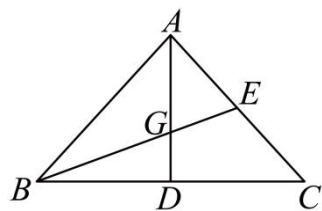


图2

15. 如图， $\triangle ABC$ 的中线 AD 、 BE 交于点 G ，如果 $AB = AC = 6$ ， $BC = 8$ ，那么四边形 $CDGE$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{8\sqrt{5}}{3}$ $\frac{8}{3}\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据等腰三角形的判定和性质、勾股定理求出 AD ，得到 $S_{\triangle ABC}$ ，连接 CG ，再根据三角形重心的性质得到 $S_{\triangle CGE}$ 、 $S_{\triangle CDG}$ ，即可求出答案.

【详解】解： $\because AB = AC = 6$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，

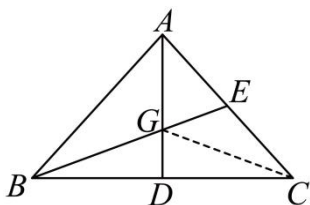
$\therefore \triangle ABC$ 的中线 AD 、 BE 交于点 G ， $BC = 8$ ，

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = 4, \quad AD \perp BC,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot BC = 8\sqrt{5}.$$

连接 CG ，



$\therefore ABC$ 的中线 AD 、 BE 交于点 G ,

$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{5}$, 点 G 是 ABC 的重心,

$\therefore DG = \frac{1}{3}AD, GE = \frac{1}{3}BE$,

$\therefore S_{\triangle CGE} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCE} = \frac{4\sqrt{5}}{3}, S_{\triangle CDG} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$,

$\therefore S_{\text{四边形}CDGE} = S_{\triangle CDG} + S_{\triangle CGE} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$.

16. 在平面直角坐标系中, 线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 P , 已知点 A 的坐标是 $(-1, 1)$ 、点 B 的坐标是 $(2, 5)$, 那么点 P 的坐标是_____.

【答案】 $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$

【解析】

【分析】根据垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等, 设出点 P 坐标, 结合两点间距离公式列方程求解.

【详解】解: $\because$ 点 P 在 x 轴上,

$\therefore$ 设 $P(x, 0)$,

$\because$ 线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 P ,

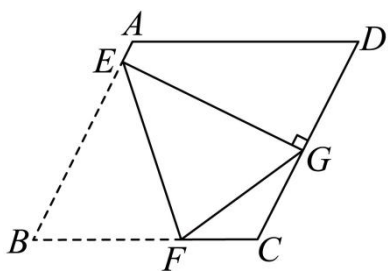
$\therefore PA = PB$,

$\therefore (x+1)^2 + (0-1)^2 = (x-2)^2 + (0-5)^2$,

解得 $x = \frac{9}{2}$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$.

17. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上, 将 $\triangle BEF$ 沿 EF 翻折后, 点 B 的对应点 G 恰好落在边 CD 上, 如果 $EG \perp CD$, $BE = 10$, $DG = 6$, 那么 AE 的长为_____.

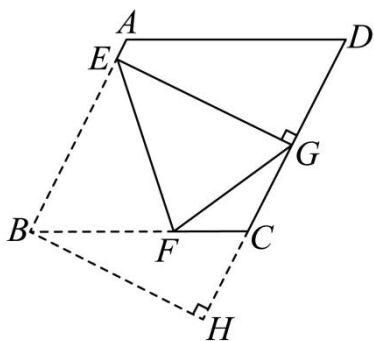


【答案】 $\frac{9}{8}$

【解析】

【分析】作 $BH \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 H ，由 $EG \perp CD$ 得 $BH \parallel EG$ ，由四边形 $ABCD$ 是菱形，得 $AB \parallel CD$ ， $AB = BC = CD$ ，则四边形 $BEGH$ 是平行四边形，所以 $GH = BE = 10$ ，由折叠得 $GE = BE = 10$ ，则 $BH = GE = 10$ ，所以 $DH = DG + GH = 16$ ，由勾股定理得 $10^2 + (16 - AB)^2 = AB^2$ ，求得 $AB = \frac{89}{8}$ ，所以 $AE = AB - BE = \frac{9}{8}$ ，于是得到问题的答案.

【详解】解：作 $BH \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 H ，则 $\angle H = 90^\circ$ ，



$\therefore EG \perp CD$,

$\therefore BH \parallel EG$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB = BC = CD$,

$\therefore BE \parallel GH$,

$\therefore$ 四边形 $BEGH$ 是平行四边形,

$\therefore GH = BE = 10$,

由折叠得 $GE = BE = 10$,

$\therefore BH = GE = 10$,

$\therefore DG = 6$,

$\therefore DH = DG + GH = 16$,

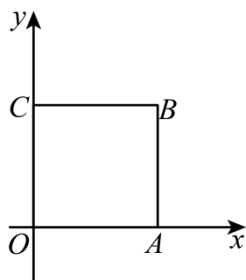
$$\because BH^2 + CH^2 = BC^2, \quad CH = 16 - CD = 16 - AB,$$

$$\therefore 10^2 + (16 - AB)^2 = AB^2,$$

$$\text{解得 } AB = \frac{89}{8},$$

$$\therefore AE = AB - BE = \frac{89}{8} - 10 = \frac{9}{8}.$$

18. 如图, 在平面直角坐标系中, 边长为 3 的正方形 $OABC$ 的顶点 O 与原点重合, 点 A 、点 C 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 将正方形 $OABC$ 绕点 A 旋转 30° 后得到新的正方形, 如果新的正方形与原正方形 $OABC$ 的一边交于点 H , 那么点 H 的坐标为_____.

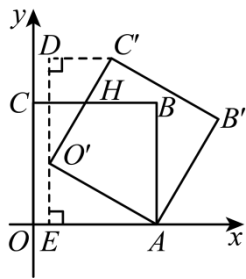


【答案】 $(3 - \sqrt{3}, 3)$ 或 $(0, \sqrt{3})$

【解析】

【分析】 分正方形 $OABC$ 绕点 A 顺时针旋转 30° 和正方形 $OABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 两种情况, 画出图形, 利用旋转的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理、一次函数图象和性质等知识分别进行解答即可.

【详解】 解: 如图, 当边长为 3 的正方形 $OABC$ 绕点 A 顺时针旋转 30° 后得到新的正方形 $O'AB'C'$, 则 $O'A = O'C'$, $\angle AO'C' = 90^\circ$, 则 $\angle O'AE = 30^\circ$, $OC = BC = AO = AB = 3$, 则 $C(0, 3)$, 作 $O'E \perp x$ 轴于点 E , 作 $C'D \perp O'E$ 交 $O'E$ 于点 D , 则 $\angle O'DC' = \angle AEO' = 90^\circ$,



$$\therefore \angle AO'E + \angle O'AE = \angle AO'E + \angle C'OD = 90^\circ, \quad O'E = \frac{1}{2}AO' = \frac{3}{2}, \quad AE = \sqrt{AO'^2 - O'E^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle O'AE = \angle C'OD,$$

$$\therefore \triangle O'C'D \cong \triangle AO'E \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = O'D = \frac{3\sqrt{3}}{2}, O'E = C'D = \frac{3}{2}$$

$$\therefore DE = O'E + O'D = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}, OE = AO - AE = 3 - \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore O' \left(3 - \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \right), C' \left(3 - \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}, \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} \right), \text{ 即 } C' \left(\frac{9}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} \right),$$

$$\text{设直线 } O'C' \text{ 的解析式为 } y = kx + b, \text{ 则 } \begin{cases} \left(\frac{9}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)k + b = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ \left(3 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)k + b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

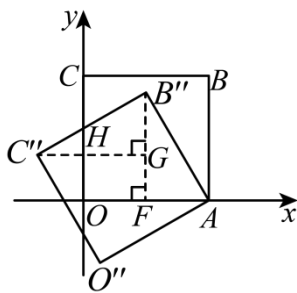
$$\text{解得 } \begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = 6 - 3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } O'C' \text{ 的解析式为 } y = \sqrt{3}x + 6 - 3\sqrt{3},$$

$$\text{当 } y = 3 \text{ 时, } 3 = \sqrt{3}x + 6 - 3\sqrt{3}, \text{ 解得 } x = 3 - \sqrt{3},$$

$$\therefore H(3 - \sqrt{3}, 3),$$

如图, 当边长为 3 的正方形 $OABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 后得到新的正方形 $O''AB''C''$,



则 $B''A = B''C''$, $\angle AB''C'' = \angle BAO = 90^\circ$, 则 $\angle BAB'' = 30^\circ$, 作 $B''F \perp x$ 轴于点 F , 作 $C''G \perp B''F$ 于点 G , 则 $\angle B''GC'' = \angle B''FA = 90^\circ$,

$$\therefore B''F \parallel AB,$$

$$\therefore \angle AB''F = \angle BAB'' = 30^\circ$$

$$\therefore AF = \frac{1}{2}AB'' = \frac{3}{2}, BF = \sqrt{AB''^2 - AF^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore OF = AO - AF = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \angle C''B''G + \angle AB''F = \angle B''AF + \angle AB''F = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C''B''G = \angle B''AF,$$

$$\therefore \triangle AB''F \cong \triangle B''C''G (\text{AAS}),$$

$$\therefore C''G = B''F = \frac{3\sqrt{3}}{2}, AF = B''G = \frac{3}{2}$$

$$\therefore FG = B''F - B''G = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2},$$

$$\therefore C''\left(\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\right), B''\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right),$$

设直线 $B''C''$ 的解析式为 $y = k_1x + b_1$, 则

$$\begin{cases} \left(\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)k_1 + b_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2}k_1 + b_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b_1 = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } B''C'' \text{ 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3},$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = \sqrt{3},$$

$$\therefore H(0, \sqrt{3}),$$

综上所述, 点 H 的坐标为 $(3 - \sqrt{3}, 3)$ 或 $(0, \sqrt{3})$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 第 19 ~ 22 题每题 6 分, 第 23、24 题每题 8 分, 第 25 题 12 分, 满分 52 分.)

19. 一个多边形的内角和与外角和的和恰好是十二边形的内角和, 求这个多边形的边数.

【答案】 这个多边形的边数为 10.

【解析】

【分析】设这个多边形的边数为 n ，根据题意得出方程 $(n-2) \times 180^\circ + 360^\circ = (12-2) \times 180^\circ$ ，求出方程的解即可。

【详解】设这个多边形的边数为 n ，根据题意得：

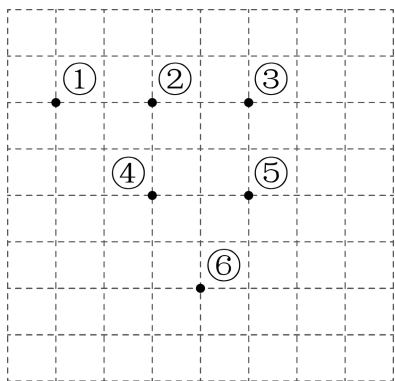
$$(n-2) \times 180^\circ + 360^\circ = (12-2) \times 180^\circ$$

解得： $n=10$ 。

答：这个多边形的边数为 10。

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角，能熟记多边形的内角和公式是解答此题的关键，注意：边数为 n ($n \geq 3$) 的多边形的内角和 $= (n-2) \times 180^\circ$ ，多边形的外角和 $= 360^\circ$ 。

20. 近年来，依托红色革命、古代传统文化、绿色生态和蓝色水域等资源，某地发展成为红色旅游风景区。其中 6 个展馆最有特色，分别是：①抗日战争纪念馆；②支前纪念馆；③治水陈列馆；④村史档案馆；⑤民俗馆；⑥进士府，各展馆的大致位置如图所示，请建立合适的平面直角坐标系，使①号展馆位于点 $(-3, 1)$ ，⑤号展馆位于点 $(1, -1)$ 。



(1) 在图中画出建立的平面直角坐标系；

(2) 在建立的平面直角坐标系中，

②号展馆的坐标是_____；③号展馆的坐标是_____；

④号展馆的坐标是_____；⑥号展馆的坐标是_____。

【答案】(1) 见解析 (2) $(-1, 1)$ ， $(1, 1)$ ， $(-1, -1)$ ， $(0, -3)$

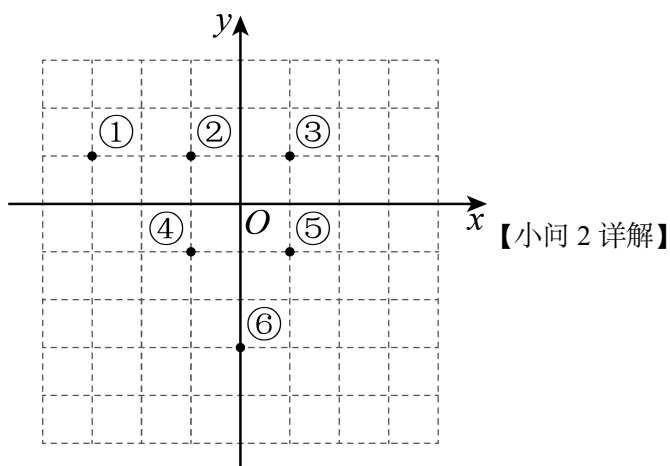
【解析】

【分析】(1) 根据题意建立平面直角坐标系即可；

(2) 根据所建的平面直角坐标系写出各点的坐标即可。

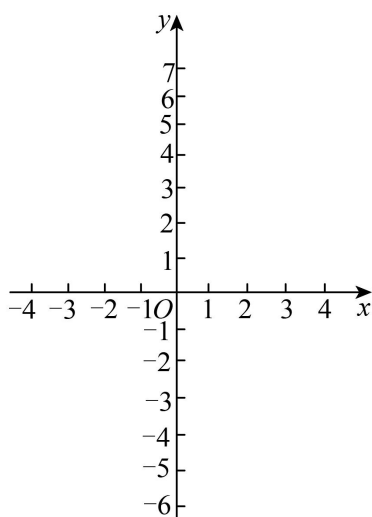
【小问 1 详解】

解：所作平面直角坐标系如图所示：



解：由图可知，②号展馆的坐标是 $(-1,1)$ ，③号展馆的坐标是 $(1,1)$ ，④号展馆的坐标是 $(-1,-1)$ ，⑥号展馆的坐标是 $(0,-3)$ 。

21. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-2,1)$ ，点 B 的坐标为 $(-2,4)$ ，点 C 与点 A 关于 y 轴对称。



- (1) 点 C 的坐标是_____；
- (2) 点 D 在第四象限内，且 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 全等，在图中画出点 D 并直接写出点 D 的坐标是_____；
- (3) 在 y 轴上存在一点 E ，使得 $S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle ABC}$ ，那么点 E 的坐标是_____。

【答案】(1) $(2,1)$

(2) 图见解析， $(2,-2)$

(3) $(0,7)$ 或 $(0,-5)$

【解析】

【分析】(1) 根据关于 y 轴对称的点的坐标纵坐标相等，横坐标互为相反数，即可求解；

(2) 按要求画出点 D ，再由图写出点 D 的坐标；

(3) 根据题意，可知点 E 到 AC 的距离等于 $2AB$ ，在 y 轴上到 AC 的距离等于 $2AB$ 的点有两个，先画出点 E ，再由图写出点 E 的坐标.

【小问 1 详解】

解：∵ 点 C 与点 A 关于 y 轴对称，点 A 的坐标为 $(-2,1)$ ，

∴ 点 C 的坐标是 $(2,1)$ ；

【小问 2 详解】

解：点 D 如图所示，

∵ $AB = CD$ ， $\angle BAC = \angle DCA = 90^\circ$ ， $AC = CA$ ，

∴ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SAS)；

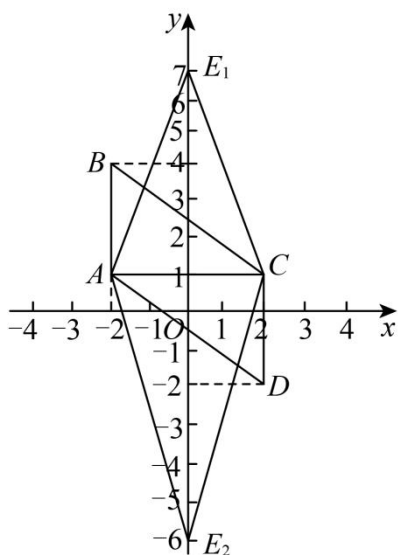
由图可得，点 D 的坐标是 $(2,-2)$ ；

【小问 3 详解】

解：∵ 在 y 轴上存在一点 E ，使得 $S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle ABC}$ ，

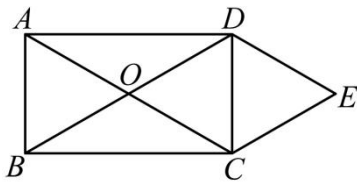
∴ 点 E 到 AC 的距离等于 $2AB = 6$ ，

如图，在 y 轴上到 AC 的距离等于 $2AB$ 的点有两个，点 E 的坐标是 $(0,1+6)$ 或 $(0,1-6)$ ，即 $(0,7)$ 或 $(0,-5)$ 。



22. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，

求证：四边形 $OCED$ 是菱形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】首先根据两对边互相平行的四边形是平行四边形证明四边形 $OCED$ 是平行四边形，再根据矩形的性质可得 $OC=OD$ ，即可利用一组邻边相等的平行四边形是菱形判定出结论。

【详解】证明： $\because DE \parallel AC, CE \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

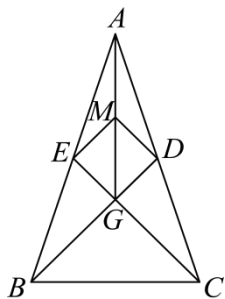
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore OC=OD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}BD$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是菱形.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定及性质，菱形的判定及性质，熟练掌握性质定理是解题的关键

23. 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中， BD 、 CE 分别是边 AC 、 AB 上的中线，并交于点 G ，连接 AG ，点 M 是 AG 的中点，分别连接 EM 、 DM 。



(1) 求证：四边形 $EGDM$ 是平行四边形；

(2) 若 $AB=AC$ ， $\angle GBC=45^\circ$ ，求证：四边形 $EGDM$ 是正方形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据三角形中位线，利用平行四边形的定义证明即可；

(2) 先证明四边形 $EGDM$ 是一个菱形，再证明四边形 $EGDM$ 是一个矩形，即可得到四边形 $EGDM$ 是一个正方形.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 点 E, M 是线段 AB, AG 的中点，即 $AE=BE$ ， $AM=MG$ ，

$$\therefore EM \parallel BG,$$

同理, 可得 $DM \parallel CG$,

$\therefore$ 四边形 $EGDM$ 是一个平行四边形.

【小问 2 详解】

证明: $\because BD$ 、 CE 分别是边 AC 、 AB 上的中线, 并交于点 G ,

$\therefore$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心.

$$\therefore EG = \frac{1}{3}EC, \quad DG = \frac{1}{3}BD,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\because AB = AC, \quad AE = BE, \quad AD = CD,$$

$$\therefore BE = CD,$$

$$\because BC = CB,$$

$$\therefore \triangle BEC \cong \triangle CDB,$$

$$\therefore BD = CE,$$

$$\therefore EG = DG,$$

$\therefore$ 四边形 $EGDM$ 是一个平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $EGDM$ 是一个菱形,

$$\because BD = CE, \quad EG = DG,$$

$$\therefore BG = GC.$$

$$\therefore \angle GBC = \angle GCB,$$

$$\because \angle GBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GCB = 45^\circ,$$

$$\because \angle GBC + \angle GCB + \angle BGC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BGC = 90^\circ,$$

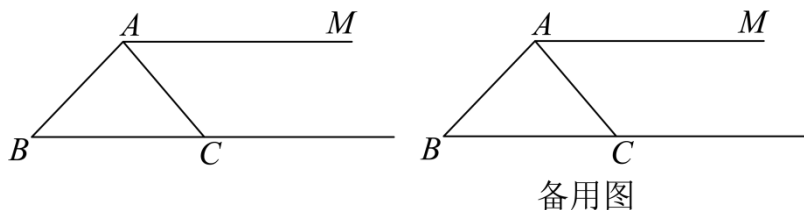
$$\therefore \angle EGD = \angle BGC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EGDM$ 是一个矩形,

$\therefore$ 四边形 $EGDM$ 是一个正方形.

24. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 12\text{cm}$, 过点 A 作射线 AM 与 BC 平行 (如图所示), 点 P 从点 A 出发沿着射线 AM 方向作匀速运动, 同一时刻, 点 Q 从点 B 出发沿着射线 BC 方向作匀速运动, 设点 P 、 Q 运动的

时间为 t 秒.



备用图

(1) 如果点 P 的速度为 $1\text{cm}/\text{秒}$, 点 Q 的速度为 $3\text{cm}/\text{秒}$, 当四边形 $AQCP$ 是平行四边形时, 求 t 的值;

(2) 设点 P 的速度为 $v_1\text{cm}/\text{秒}$, 点 Q 的速度为 $v_2\text{cm}/\text{秒}$, $AC = 10\text{cm}$, 当 AQ 垂直平分 CP 时, 求 $\frac{v_1}{v_2}$ 的

值.

【答案】 (1) 3 秒 (2) $\frac{5}{11}$

【解析】

【分析】 (1) 根据题意, 得 $AP = t\text{cm}$, $BQ = 3t\text{cm}$, $CQ = BC - BQ = (12 - 3t)\text{cm}$, 当点 Q 在 BC 上时, 此时 $0 \leq t \leq 4$, 根据 $AP \parallel CQ, AP = CQ$, 列出方程求解即可;

(2) 根据题意, 得点 P 的速度为 $v_1\text{cm}/\text{秒}$, 点 Q 的速度为 $v_2\text{cm}/\text{秒}$, 设运动时间为 t 秒, 故 $AP = v_1t\text{cm}$, $BQ = v_2t\text{cm}$, 设 AQ 垂直平分 CP 时, 交点为 G , 连接 PQ , 根据题意, 得 $AP = AC = 10\text{cm}$, $QC = PQ$, 证明四边形 $ACQP$ 是菱形, 求解即可.

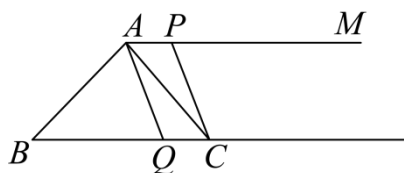
【小问 1 详解】

解: 根据题意, 得 $AP = t\text{cm}$, $BQ = 3t\text{cm}$, $CQ = BC - BQ = (12 - 3t)\text{cm}$,

当点 Q 在 BC 上时, 此时 $0 \leq t \leq 4$, 四边形 $AQCP$ 是平行四边形,

故 $AP \parallel CQ, AP = CQ$,

$$t = 12 - 3t,$$



解得 $t = 3$ (秒);

【小问 2 详解】

解: 根据题意, 得点 P 的速度为 $v_1\text{cm}/\text{秒}$, 点 Q 的速度为 $v_2\text{cm}/\text{秒}$, 设运动时间为 t 秒, 故 $AP = v_1t\text{cm}$,

$BQ = v_2t\text{cm}$, 设 AQ 垂直平分 CP 时, 交点为 G , 如图所示, 连接 PQ , 根据题意, 得 $AP = AC = 10\text{cm}$,

$$QC = PQ,$$

$$\text{故 } \angle APC = \angle ACP, \quad \angle QPC = \angle QCP,$$

$$\because AM \parallel BC,$$

$$\therefore \angle APC = \angle QCP,$$

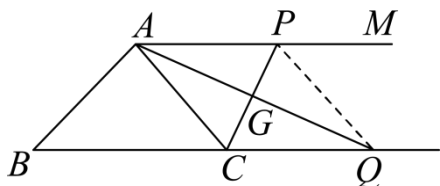
$$\therefore \angle ACP = \angle QPC,$$

$$\therefore AC \parallel PQ,$$

$\therefore$ 四边形 $ACQP$ 是平行四边形,

$$\because AP = AC = 10\text{cm},$$

$\therefore$ 四边形 $ACQP$ 是菱形,



$$\therefore CQ = AP = AC = 10\text{cm},$$

$$\therefore BQ = BC + CQ = 22\text{cm},$$

$$\therefore v_1 t = 10, v_2 t = 22,$$

$$\text{故 } \frac{v_1}{v_2} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}.$$

25. 定义: 有一组对边平行, 有一个内角是它对角的一半的凸四边形叫作半角四边形. 如图 1, 直线 $l_1 \parallel l_2$,

点 A, D 在直线 l_1 上, 点 B, C 在直线 l_2 上, 若 $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle BAD$, 则四边形 $ABCD$ 是半角四边形.

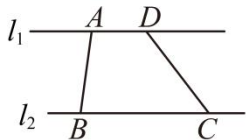


图1

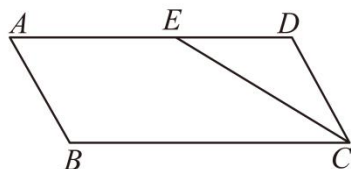


图2

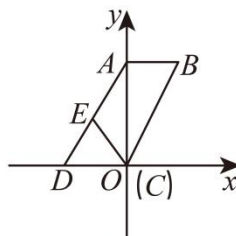


图3

(1) 如图 2, 点 E 是 $\square ABCD$ 的边 AD 上一点, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 4$, $AE = 6$, 如果四边形 $ABCE$ 是半角四边形, 那么 BC 的长是_____;

(2) 如图 3, 以 $\square ABCD$ 的顶点 C 为坐标原点, 边 CD 所在直线为 x 轴, 对角线 AC 所在直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 点 E 是边 AD 上一点, 满足 $BC = AE + CE$.

①求证: 四边形 $ABCE$ 是半角四边形;

②当 $AB = AE = 4$, $\angle B = 60^\circ$ 时, 如果在第一象限内存在点 P , 使得以点 A 、 B 、 E 、 P 为顶点的四边形是半角四边形, 请直接写出所有符合要求的点 P 的坐标.

【答案】 (1) 10

(2) ①见解析; ② $(6, 2\sqrt{3})$ 或 $(6 + 2\sqrt{3}, 6 + 6\sqrt{3})$ 或 $(6 + 2\sqrt{3}, 2 + 6\sqrt{3})$ 或 $(6 - 2\sqrt{3}, 6\sqrt{3} - 2)$ 或 $(4, \frac{16\sqrt{3}}{3})$.

【解析】

【分析】 (1) 根据半角四边形的定义可得出 $\angle BCE = 30^\circ$, 进而可得出 $\angle DEC = \angle DCE = 30^\circ$, 由等角对等边可得出 $CD = DE = 4$, 结合 $BC = AD = AE + DE$ 即可求出 BC 的长;

(2) ①由平行四边形的性质可得出 $BC \parallel AD$, $BC = AD = AE + ED = AE + CE$, 进而可得出 $CE = ED$, 根据等腰三角形的性质及三角形外角的性质可得出 $\angle AEC = 2\angle EDC = 2\angle B$, 再结合半角四边形的定义即可证出四边形 $ABCE$ 是半角四边形; ②先求出点 A 的坐标为 $(0, 4\sqrt{3})$, 点 B 的坐标为 $(4, 4\sqrt{3})$, 点 E 的坐标为 $(-2, 2\sqrt{3})$. 当以点 A 、 B 、 E 、 P 为顶点的四边形为平行四边形时, 画出图形, 根据半角四边形的性质即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCE$ 为半角四边形, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 4$, $AE = 6$,

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2} \angle A = 30^\circ, \quad AD \parallel BC, \quad \angle BCD = \angle A = 60^\circ, \quad CD = AB = 4,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BCE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DEC = 30^\circ,$$

$$\therefore DE = CD = 4,$$

$$\therefore BC = AD = AE + DE = 10;$$

【小问 2 详解】

①证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore BC \parallel AD, \quad BC = AD = AE + ED = AE + CE,$$

$$\therefore CE = ED,$$

$$\therefore \angle AEC = 2\angle EDC = 2\angle B, \text{ 即 } \angle B = \frac{1}{2}\angle AEC,$$

又 $\because AE \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是半角四边形;

②解: $\because AB = AE = 4, \angle B = 60^\circ$, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore OB = 2AB = 8, OD = AB = 4, AE \parallel BC,$$

$$\therefore OA = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}, DE = 8 - 4 = 4, \angle BAD = 120^\circ,$$

$\therefore E$ 为 AD 的中点,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 4\sqrt{3})$, 点 B 的坐标为 $(4, 4\sqrt{3})$, 点 D 的坐标为 $(-4, 0)$, 点 E 的坐标为 $(-2, 2\sqrt{3})$,

当 $AB \parallel PE$ 时, 则 $\angle AEP = 180^\circ - \angle DAB = 60^\circ$,

$\because AB$ 平行 x 轴,

$\therefore EP \parallel x$ 轴,

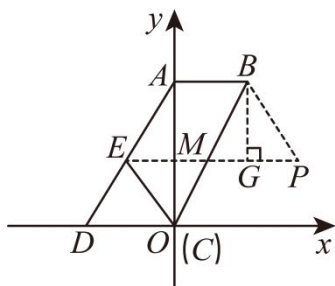
$$\therefore \text{点 } P \text{ 纵坐标为 } 2\sqrt{3}, \angle EMA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAM = 30^\circ,$$

$$\therefore EM = \frac{1}{2}AE = 2,$$

$$\therefore AM = \sqrt{AE^2 - EM^2} = 2\sqrt{3},$$

若 $\angle BPE = \frac{1}{2}\angle BAE = 60^\circ$, 如图, 过点 B 作 $BG \perp EP$, 设 EP 交 y 轴于点 M ,



则 $\angle BGP = 90^\circ$,

$\because AM \perp EP, BG \perp EP, AB \parallel EP$,

$$\therefore \angle AMG = \angle MGB = \angle GBA = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AMGB$ 是矩形,

$$\therefore BG = AM = 2\sqrt{3}, MG = AB = 4,$$

$$\therefore \angle GBP = 90^\circ - \angle BPE = 30^\circ,$$

$$\therefore PG = \frac{1}{2}BP,$$

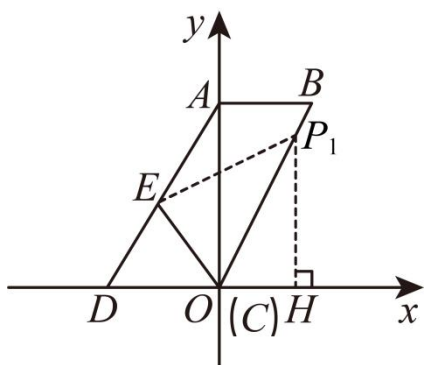
$$\because BG = \sqrt{BP^2 - PG^2},$$

$$\therefore PG = 2,$$

$$\therefore MP = MG + PG = 6,$$

$$\therefore P(6, 2\sqrt{3});$$

当 $AE \parallel P_1B$ ，且 $\angle AEP_1 = \frac{1}{2}\angle B = 30^\circ$ 时，如图，过点 P_1 作 $P_1H \perp x$ 轴于点 H ，



$$\text{则 } \angle P_1EC = \angle AEC - \angle AEP_1 = 90^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形， $\angle B = 60^\circ$ ，

$$\therefore AD \parallel BC, \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\because CE = ED = 4,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EP_1C = 30^\circ,$$

$$\therefore CP_1 = 8,$$

$$\because AD \parallel BC, \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle P_1CH = 60^\circ,$$

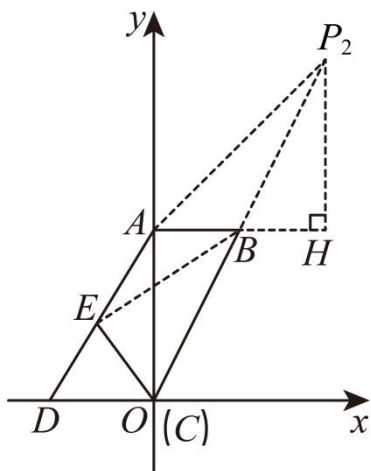
$$\because \angle P_1HC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CP_1H = 30^\circ,$$

$$\therefore CH = \frac{1}{2}CP_1 = 4,$$

$$\therefore P_1H = \sqrt{CP_1^2 - CH^2} = 4\sqrt{3},$$

当 $AE \parallel P_2B$ ，且 $\angle AP_2B = \frac{1}{2} \angle AEB$ 时，如图，过点 P_2 作 $P_2H \perp AB$ 交 AB 延长线于点 H ，


$$\therefore \angle EAB = 120^\circ,$$
$$\therefore \angle AEB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle EAB) = 30^\circ,$$
$$\therefore \angle AP_2B = \frac{1}{2} \angle AEB = 15^\circ,$$
$$\therefore AE \parallel P_2B,$$
$$\therefore \angle EAP_2 = 165^\circ,$$
$$\therefore \angle BAP_2 = \angle EAP_2 - \angle EAB = 45^\circ,$$
$$\therefore \angle P_2BH = \angle AP_2B + \angle BAP_2 = 60^\circ,$$
$$\therefore \angle P_2HB = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle BP_2H = 30^\circ, \quad \angle AP_2H = 45^\circ,$$
$$\therefore AH = P_2H, \quad BP_2 = 2BH,$$

设 $BH = x$, 则 $AH = AB + BH = 4 + x$, $BP_2 = 2BH = 2x$,

$$\therefore P_2H = AH = 4 + x,$$

在 $\text{Rt}\triangle P_2BH$ 中, $P_2B^2 = BH^2 + P_2H^2$,

$$\therefore 4x^2 = x^2 + (4+x)^2, \text{ 即 } x^2 - 4x - 8 = 0,$$

$$\therefore x^2 - 4x + 4 = 8 + 4, \text{ 即 } (x-2)^2 = 12,$$

$$\therefore x-2 = \pm 2\sqrt{3},$$

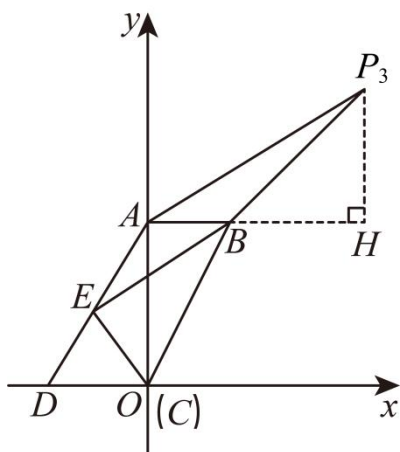
$$\text{解得 } x = 2 + 2\sqrt{3} \text{ 或 } x = 2 - 2\sqrt{3} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore P_2H = AH = 4 + 2 + 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (0, 4\sqrt{3}),$$

$$\therefore P_2(6 + 2\sqrt{3}, 6 + 6\sqrt{3});$$

当 $BE \parallel AP_3$, 且 $\angle AP_3B = \frac{1}{2}\angle AEB$ 时, 如图, 过点 P_3 作 $P_3H \perp AB$ 交 AB 延长线于点 H ,



同理, 得 $\angle AEB = 30^\circ$,

则 $\angle EAP_3 = 150^\circ$, $\angle AP_3B = 15^\circ$

$$\therefore \angle P_3AH = 30^\circ,$$

$$\therefore P_3H = \frac{1}{2}P_3A,$$

$$\therefore \angle P_3BH = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle P_3HB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BP_3H = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BP_3H = \angle P_3BH = 45^\circ,$$

$$\therefore P_3H = BH,$$

设 $P_3H = BH = y$ ，则 $P_3A = 2y$ ， $AH = 4 + x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle P_3AH$ 中， $P_3A^2 = AH^2 + P_3H^2$ ，

$$\therefore 4y^2 = y^2 + (4 + y)^2, \text{ 即 } y^2 - 4y - 8 = 0,$$

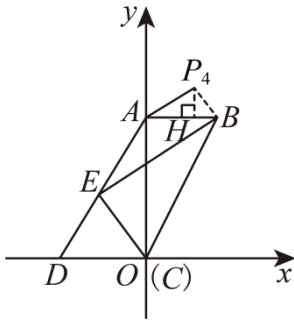
解得 $y = 2 + 2\sqrt{3}$ 或 $y = 2 - 2\sqrt{3}$ (舍去)，

$$\therefore P_3H = 2 + 2\sqrt{3}, \quad AH = 6 + 2\sqrt{3},$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 4\sqrt{3})$ ，

$$\therefore P_3(6 + 2\sqrt{3}, 2 + 6\sqrt{3});$$

当 $BE \parallel AP_4$ ，且 $\angle EBP_4 = \frac{1}{2}\angle EAP_4$ 时，如图，过点 P_4 作 $P_4H \perp AB$ 交 AB 于点 H ，



同理，得 $\angle EAP_4 = 150^\circ$ ， $\angle ABE = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle EBP_4 = 75^\circ, \quad \angle P_4AB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle P_4BA = 45^\circ,$$

$$\therefore P_4H = \frac{1}{2}AP_4, \quad P_4H = BH,$$

设 $P_4H = BH = z$ ，则 $AH = 4 - z$ ， $AP_4 = 2z$ ，

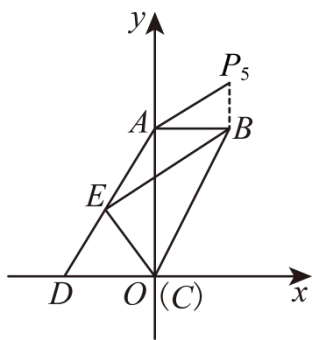
$$\therefore AP_4^2 = AH^2 + P_4H^2, \text{ 即 } 4z^2 = z^2 + (4 - z)^2,$$

$$\therefore z = 2\sqrt{3} - 2 \text{ (负值舍去)},$$

$$\therefore P_4H = 2\sqrt{3} - 2, \quad AH = 6 - 2\sqrt{3},$$

$$\therefore P_4 \text{ 的坐标为 } (6 - 2\sqrt{3}, 6\sqrt{3} - 2);$$

当 $BE \parallel AP_5$ ，且 $\angle AEB = \frac{1}{2}\angle P_5$ 时，如图，



同理，得 $\angle AEB = 30^\circ$, $\angle P_5AE = 150^\circ$,

$$\therefore \angle P_5AB = 30^\circ, \angle P_5 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP_5 = 90^\circ,$$

$$\therefore P_5B = \frac{1}{2} AP_5,$$

$$\therefore AP_5^2 = AB^2 + P_5B^2,$$

$$\therefore P_5B = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (\text{负值舍去}),$$

$$\therefore P_5 \text{ 的坐标为 } \left(4, \frac{16\sqrt{3}}{3}\right);$$

综上，符合要求的点 P 的坐标为 $(6, 2\sqrt{3})$ 或 $(6+2\sqrt{3}, 6+6\sqrt{3})$ 或 $(6+2\sqrt{3}, 2+6\sqrt{3})$ 或

$$(6-2\sqrt{3}, 6\sqrt{3}-2) \text{ 或 } \left(4, \frac{16\sqrt{3}}{3}\right).$$