

存志学校 2025-2026 学年第二学期期中质量调研卷八年级数学

时间：100 分钟 分值：150 分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 如果一个 n 边形的内角和为 1260° ，那么 n 的值是（ ）

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了 n 边形的内角和公式，依题意，列式 $(n-2) \times 180^\circ = 1260^\circ$ 进行计算，即可作答.

【详解】解： $\because$ 一个 n 边形的内角和是 1260° ,

$$\therefore (n-2) \times 180^\circ = 1260^\circ,$$

解得 $n=9$,

故选：C.

2. 在四边形 $ABCD$ 中， O 是对角线的交点，不能判定这个四边形是平行四边形的是（ ）

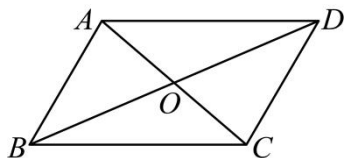
- A. $AB \parallel CD, AB = CD$ B. $AD \parallel BC, \angle BAD = \angle BCD$
C. $AB \parallel CD, AO = CO$ D. $AD \parallel BC, AB = CD$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的判定，三角形全等的判定与性质，根据三角形全等的判定与性质以及平行四边形的判定方法逐一判断即可.

【详解】解：如图，



A 选项： $\because AB \parallel CD, AB = CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，本选项不合题意；

B 选项： $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\because \angle BAD = \angle BCD$$

$$\therefore \angle BCD + \angle ABC = 180^\circ$$

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 本选项不合题意;

C 选项: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAO = \angle DCO$, $\angle ABO = \angle CDO$,

$\therefore AO = CO$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD (\text{AAS})$,

$\therefore DO = BO$,

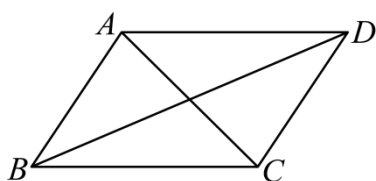
$\therefore AO = CO$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 本选项不合题意;

D 选项: 由 $AD \parallel BC$, $AB = CD$ 无法证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 本选项符合题意.

故选: D.

3. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 下列结论中不正确的是 ()



A. 当 $AB = BC$ 时, 它是菱形

B. 当 $AC \perp BD$ 时, 它是菱形

C. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时, 它是矩形

D. 当 $AC = BD$ 时, 它是正方形

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查学生对正方形的判定、平行四边形的性质、菱形的判定和矩形的判定的理解和掌握, 此题涉及到的知识点较多, 学生答题时容易出错.

根据邻边相等的平行四边形是菱形; 根据所给条件可以证出邻边相等; 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形; 根据对角线相等的平行四边形是矩形.

【详解】解: A、根据邻边相等的平行四边形是菱形可知: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 当 $AB = BC$ 时, 它是菱形, 故 A 选项正确, 不符合题意;

B、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC \perp BD$,

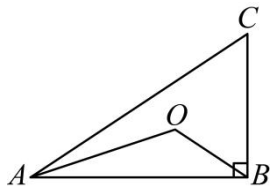
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 B 选项正确, 不符合题意;

C、有一个角是直角的平行四边形是矩形, 故 C 选项正确, 不符合题意;

D、根据对角线相等的平行四边形是矩形可知当 $AC = BD$ 时, 它是矩形, 不是正方形, 故 D 选项错误, 符合题意.

故选: D.

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 2$, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 ()



- A. 2 B. 1.5 C. 1 D. 0.5

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了三角形的重心性质及直角三角形面积公式, 首先根据直角三角形面积公式求出 $\triangle ABC$ 的面积, 再利用三角形重心的性质: 重心与三个顶点连线将三角形分成面积相等的三个三角形, 即可求解.

【详解】解: $\because \angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 2$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3,$$

$\because$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAC},$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 3 = 1.$$

5. 如果正比例函数的图象经过点 $A(2, -2)$, $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 和 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 不能比较

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了正比例函数图象上点的坐标特点, 熟知正比例函数的性质是解题的关键.

通过点 A 坐标求出正比例函数解析式, 再计算和比较 y_1 和 y_2 的大小即可.

【详解】解: $\because$ 正比例函数图象经过点 $A(2, -2)$,

$$\therefore \text{设函数为 } y = kx, \text{ 代入得 } -2 = k \times 2,$$

$$\therefore k = -1,$$

$$\therefore \text{函数解析式为 } y = -x,$$

$\because$ 点 $B(x_1, y_1)$ 和点 $C(x_2, y_2)$ 在图象上,

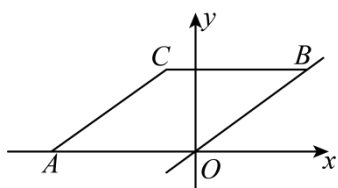
$$\therefore y_1 = -x_1, \quad y_2 = -x_2,$$

$$\because x_1 < x_2,$$

$$\therefore -x_1 > -x_2, \quad \text{即 } y_1 > y_2.$$

故选: B.

6. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 菱形 $AOBC$ 的顶点 A 在 x 轴负半轴上, 顶点 B 在直线 $y = \frac{3}{4}x$ 上, 若点 B 的横坐标是 8, 则点 C 的坐标为 ()



A. $(-1, 6)$

B. $(-2, 6)$

C. $(-3, 6)$

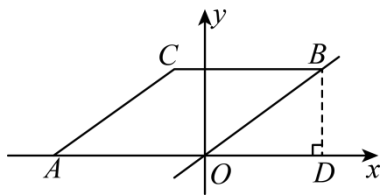
D. $(-4, 6)$

【答案】 B

【解析】

【分析】 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为点 D , 先求出 $B(8, 6)$, 由勾股定理求得 $BO = 10$, 再由菱形的性质得到 $BC = BO = 10, BC \parallel x$ 轴, 最后由平移即可求解.

【详解】 解: 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为点 D ,



$\because$ 顶点 B 在直线 $y = \frac{3}{4}x$ 上, 点 B 的横坐标是 8,

$$\therefore y_B = 8 \times \frac{3}{4} = 6, \quad \text{即 } BD = 6,$$

$$\therefore B(8, 6),$$

$\because BD \perp x$ 轴,

$$\therefore \text{由勾股定理得: } BO = \sqrt{BD^2 + DO^2} = 10,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore BC = BO = 10, BC \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 将点 B 向左平移 10 个单位得到点 C ,

$\therefore$ 点 $C(-2, 6)$,

故选: B.

【点睛】 本题考查了一次函数的图像, 勾股定理, 菱形的性质, 点的坐标平移, 熟练掌握知识点, 正确添加辅助线是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 19 的算术平方根是_____.

【答案】 $\sqrt{19}$

【解析】

【分析】 一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根, 据此即可解答.

【详解】 解: $\because (\sqrt{19})^2 = 19$, 且 $\sqrt{19} > 0$,

$\therefore$ 19 的算术平方根是 $\sqrt{19}$.

8. 函数 $y = \sqrt{3x+6}$ 的自变量取值范围是_____.

【答案】 $x \geq -2$

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的性质, 根据二次根式的性质, 被开方数大于等于 0, 列不等式求解即可得到自变量的取值范围.

【详解】 根据二次根式的性质, 被开方数大于等于 0, 得: $3x+6 \geq 0$

$\therefore 3x \geq -6$

$\therefore x \geq -2$.

9. 在实数范围内分解因式 $x^2 - x - 3 =$ _____.

【答案】 $\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$

【解析】

【分析】 令 $x^2 - x - 3 = 0$, 然后用公式法解出方程的根, 即可写出因式分解的结果.

【详解】 解: 令 $x^2 - x - 3 = 0$,

$$\text{解得 } x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{所以 } x^2 - x - 3 = \left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$$

$$\text{故答案为 } \left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$$

【点睛】 本题考查实数范围内分解因式，根据 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 先解方程是关键.

10. 若多边形每一个外角都等于 36° ，那么它是_____边形.

【答案】 十

【解析】

【分析】 根据题意可知该多边形每个外角都相等，利用多边形外角和为 360° 除以单个外角的度数即可求出多边形的边数.

【详解】 解：设这个多边形的边数为 n ，

$\because$ 任意多边形的外角和为 360° ，该多边形每一个外角都等于 36° ，

$$\therefore n = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10.$$

$\therefore$ 它是十边形.

11. 在平面直角坐标系中，将点 $A(2, -5)$ 向左平移 4 个单位长度得到点 B ，则点 B 关于 x 轴的对称点 C 的坐标是_____.

【答案】 $(-2, 5)$

【解析】

【分析】 先根据“左减右加，上加下减”的平移规律求出点 B 的坐标，再根据关于 x 轴对称的点横坐标相同、纵坐标互为相反数的特征求出点 C 的坐标.

【详解】 解： $\because$ 点 $A(2, -5)$ 向左平移 4 个单位长度得到点 B ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2-4, -5)$ ，即 $(-2, -5)$ ，

$\because$ 点 B 关于 x 轴的对称点为 C ，

$\therefore$ 点 C 的坐标是 $(-2, 5)$.

12. 已知点 A 坐标为 $(2a, -3a-4)$ ，点 B 的坐标为 $(5, -3)$ ，若 $AB \parallel x$ 轴，则 $a =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了平面直角坐标系中平行于 x 轴的直线上点的坐标特征，解题的关键是牢记平行于 x 轴的直线上所有点的纵坐标相等这一性质.

根据 $AB \parallel x$ 轴，得出点 A 和点 B 的纵坐标相等，据此列方程求解 a 的值，同时验证横坐标不相等以保证两点不重合.

【详解】 解： $\because AB \parallel x$ 轴，

$\therefore$ 点 A 与点 B 的纵坐标相等，

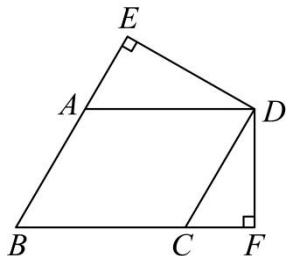
$$\therefore -3a - 4 = -3,$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{3},$$

此时点 A 的横坐标为 $2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3} \neq 5$ ，符合题意.

故答案为： $-\frac{1}{3}$.

13. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中， $DE \perp AB$ 交 BA 的延长线于点 E ， $DF \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 F ， $\angle EDF = 120^\circ$ ，则 $\angle ADC =$ _____.



【答案】 60° ##60 度

【解析】

【分析】 由四边形内角和定理求出 $\angle B$ 的度数，再由平行四边形的对角相等即可得出结果；本题考查了平行四边形的性质、四边形内角和定理；熟练掌握平行四边形的性质，由四边形内角和定理求出 $\angle B$ 是解决问题的关键.

【详解】 解： $\because DE \perp AB$ ， $DF \perp BC$ ，

$$\therefore \angle AED = 90^\circ, \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle EDF = 120^\circ,$$

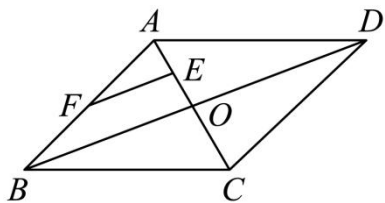
$$\therefore \angle B = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle ADC = \angle B = 60^\circ$$

故答案为: 60° .

14. 如图, 菱形 $ABCD$ 的周长为 16, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 、 F 分别为 AO 、 AB 的中点, 则 EF 的长度为 _____.



【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】先根据菱形的性质得出 $\angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$, 由 30° 的直角三角形的性质得出 $OA = \frac{1}{2} AB = 2$, 再根据勾股定理求出 OB , 然后证明 EF 为 AOB 的中位线, 根据三角形中位线定理即可得出结果.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 周长为 16, $\angle ABC = 60^\circ$,

$$\therefore AC \perp BD, \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ, AB = 4$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2} AB = 2,$$

$$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - AO^2} = 2\sqrt{3},$$

$\because$ 点 E 、 F 分别为 AO 、 AB 的中点,

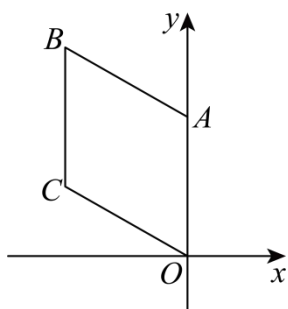
$\therefore EF$ 为 AOB 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2} OB = \sqrt{3}.$$

故答案是: $\sqrt{3}$.

【点睛】考查了菱形的性质、勾股定理、含 30° 角的直角三角形的性质以及三角形中位线定理; 根据勾股定理求出 OB 和证明三角形中位线是解决问题的关键.

15. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 y 轴正半轴上. 若点 C 的坐标为 $(-5, 2)$, 则点 A 的坐标为 _____.



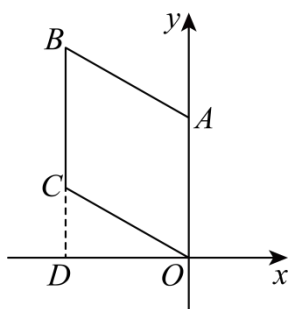
【答案】

$$(0, \sqrt{29})$$

【解析】

【分析】延长 BC 至点 D ，勾股定理求出 OC 的长，根据菱形的性质，进行求解即可.

【详解】解：延长 BC 至点 D ，



$\because$ 菱形 $OABC$,

$\therefore OA = OC, OA \parallel BC$,

$\therefore CD \perp x$ 轴,

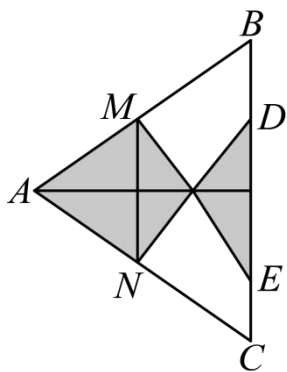
$\because$ 点 C 的坐标为 $(-5, 2)$,

$\therefore CD = 2, OD = 5$,

$\therefore OA = OC = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$,

$\therefore A(0, \sqrt{29})$.

16. 如图， $\triangle ABC$ 为等腰三角形， $AB = AC = 5, BC = 6$ ，点 M, N 分别为 AB, AC 中点，点 D, E 在边 BC 上，且 $DE = 3$ ，连接 ME, DN ，则图中阴影部分的面积为_____.

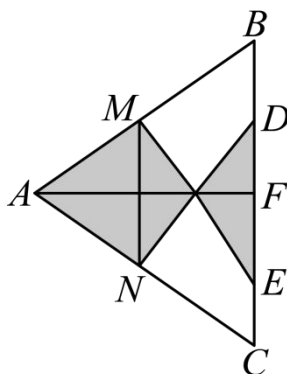


【答案】 6

【解析】

【分析】 过点 A 作 $AF \perp BC$ ，勾股定理求出 AF 的长，根据三角形的中位线定理，求出 MN 的长，再利用三角形的面积公式进行计算即可.

【详解】 解：过点 A 作 $AF \perp BC$ ，



$$\therefore AB = AC = 5, BC = 6,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore AF = \sqrt{AC^2 - CF^2} = 4,$$

$\therefore$ 点 M, N 分别为 AB, AC 中点,

$$\therefore MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore AF \perp MN,$$

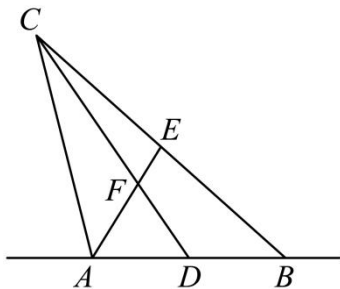
$$\therefore DE = 3,$$

$$\therefore MN = DE,$$

观察可知，阴影部分的面积等同于底边为 $MN = 3$ ，高为 $AF = 4$ 的三角形的面积，

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2}MN \cdot AF = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6.$$

17. 如图, 点 C 为直线 AB 外一动点, $AB=6$, 连接 CA 、 CB , 点 D 、 E 分别是 AB 、 BC 的中点, 连接 AE 、 CD 交于点 F , 当四边形 $BEFD$ 的面积为 5 时, 线段 AC 长度的最小值为_____.

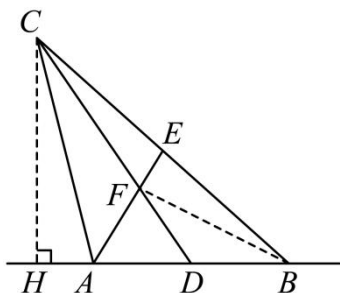


【答案】 5

【解析】

【分析】如图: 连接 BF , 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 根据三角形中线的性质求得 $S_{\triangle ABC} = 15$, 从而求得 $CH = 5$, 利用垂线段最短求解即可.

【详解】解: 如图: 连接 BF , 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ,



$\because$ 点 D 、 E 分别是 AB 、 BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC}, \quad S_{\triangle AFD} = S_{\triangle BFD}, \quad S_{\triangle CEF} = S_{\triangle BEF},$$

$$\therefore S_{\triangle CEF} + S_{\text{四边形}BDFE} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle ACF}, \quad S_{\triangle AFD} + S_{\triangle CEF} = S_{\triangle BEF} + S_{\triangle BFD} = S_{\text{四边形}BDFE} = 5,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}BDFE} = S_{\triangle ACF} = 5,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACF} + S_{\text{四边形}BDFE} + S_{\triangle AFD} + S_{\triangle CEF} = 15,$$

$$\therefore \frac{1}{2} CH \cdot AB = 15,$$

$$\therefore CH = 5,$$

又 $\because$ 点到直线的距离垂线段最短,

$$\therefore AC \geq CH = 5,$$

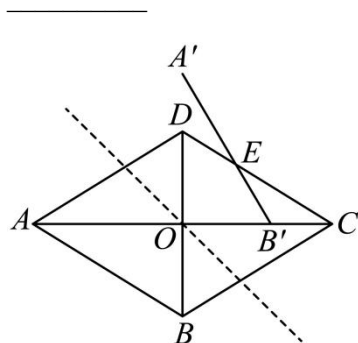
$\therefore AC$ 的最小值为 5.

故答案为: 5.

【点睛】本题考查了三角形中线的性质、垂线段最短等知识点, 正确作出辅助线、利用中线分析三角形的

面积关系是解题的关键.

18. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $\frac{AC}{BD} = \frac{5}{3}$. 线段 AB 与 $A'B'$ 关于过点 O 的直线 l 对称, 点 B 的对应点 B' 在线段 OC 上, $A'B'$ 交 CD 于点 E , 则 $\triangle B'CE$ 与四边形 $OB'ED$ 的面积比为



【答案】 $1:3$ $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 此题考查了菱形的性质, 轴对称性质, 全等三角形的性质和判定等知识, 解题的关键是掌握以上知识点.

设 $AC = 10a$, $BD = 6a$, 首先根据菱形的性质得到 $OA = OC = \frac{1}{2}AC = 5a$, $OB = OD = \frac{1}{2}BD = 3a$, 连接 $A'D$, OE , 直线 l 交 BC 于点 F , 交 AD 于点 G , 得到点 A' , D , O 三点共线, $A'D = A'O - OD = 2a$, $B'C = OC - OB' = 2a$, $\frac{S_{\triangle CEB'}}{S_{\triangle OEB'}} = \frac{B'C}{OB'} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$, 然后证明出 $\triangle A'ED \cong \triangle CEB'$ (AAS), 得到 $A'E = CE$,

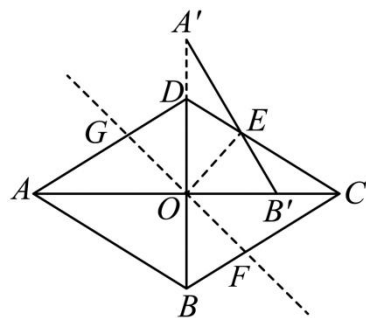
然后证明出 $\triangle ODE \cong \triangle OB'E$ (SSS), 得到 $S_{\triangle ODE} = S_{\triangle OB'E}$, 进而求解即可.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\frac{AC}{BD} = \frac{5}{3}$

$\therefore$ 设 $AC = 10a$, $BD = 6a$

$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC = 5a$, $OB = OD = \frac{1}{2}BD = 3a$

如图所示, 连接 $A'D$, OE , 直线 l 交 BC 于点 F , 交 AD 于点 G ,



$\because$ 线段 AB 与 $A'B'$ 关于过点 O 的直线 l 对称, 点 B 的对应点 B' 在线段 OC 上,

$$\therefore \angle BOF = \angle COF = \frac{1}{2} \angle BOB' = 45^\circ, \quad AO = A'O = 5a, \quad OB' = OB = 3a$$

$$\therefore \angle AOG = \angle DOG = 45^\circ$$

$\therefore$ 点 A' , D , O 三点共线

$$\therefore A'D = A'O - OD = 2a, \quad B'C = OC - OB' = 2a$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEB'}}{S_{\triangle OEB'}} = \frac{B'C}{OB'} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore A'D = B'C$$

$$\because CD \parallel AB$$

$$\therefore \angle CDO = \angle ABO$$

由对称可得, $\angle A'B'O = \angle ABO$

$$\therefore \angle A'B'O = \angle CDO$$

$$\therefore \angle A'DE = \angle CB'E$$

$$\text{又} \because \angle A'ED = \angle CEB'$$

$$\therefore \triangle A'ED \cong \triangle CEB' \text{ (AAS)}$$

$$\therefore A'E = CE$$

$$\because A'B' = AB = CD$$

$$\therefore DE = B'E$$

$$\text{又} \because OD = OB', \quad OE = OB'$$

$$\therefore \triangle ODE \cong \triangle OB'E \text{ (SSS)}$$

$$\therefore S_{\triangle ODE} = S_{\triangle OB'E}$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEB'}}{S_{\text{四边形}OB'ED}} = \frac{S_{\triangle CEB'}}{S_{\triangle OEB'} + S_{\triangle ODE}} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

故答案为: $\frac{1}{3}$.

三、计算题 (5+5+5+5=20 分)

$$19. \text{ 计算: } \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} + \sqrt{8}$$

【答案】

$$2\sqrt{2}-1$$

【解析】

【详解】解：原式 $= \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} - (\sqrt{5}-1) + 2\sqrt{2} = \sqrt{5}-2 - \sqrt{5}+1 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}-1$.

20. 计算: $\frac{1}{4}\sqrt{30} \times 40\sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{4}{5}\sqrt{2\frac{2}{3}}$

【答案】 $16\sqrt{10}$

【解析】

【详解】解: $\frac{1}{4}\sqrt{30} \times 40\sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{4}{5}\sqrt{2\frac{2}{3}}$

$$= \left(\frac{1}{4} \times 40 \times \frac{4}{5}\right) \sqrt{30 \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{3}}$$
$$= 8\sqrt{40}$$
$$= 16\sqrt{10}.$$

21. 解方程: $2x(x-2) = x^2 - 3$

【答案】 $x_1 = 1, x_2 = 3$

【解析】

【详解】解: $\because 2x(x-2) = x^2 - 3,$

$$\therefore 2x^2 - 4x = x^2 - 3,$$

$$\therefore x^2 - 4x + 3 = 0,$$

$$\therefore (x-1)(x-3) = 0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } x-3=0,$$

解得 $x_1 = 1, x_2 = 3$.

22. (用配方法解方程) $2x^2 - 3x - 3 = 0$

【答案】

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{33}}{4}, \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{33}}{4}$$

【解析】

【详解】解： $2x^2 - 3x - 3 = 0$,

$$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0,$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{3}{2},$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2,$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{33}{16},$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4},$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{3 + \sqrt{33}}{4}, \quad x_2 = \frac{3 - \sqrt{33}}{4}.$$

四、解答题 (6+5+10+10+15=46 分)

23. 小李同学在计算一个 n 边形的内角和时不小心多加了一个内角，得到的内角之和是 1380 度，则这个多边形的边数 n 的值是多少？多加的这个内角度数是多少？

【答案】这个多边形的边数 n 的值是 9，多加的这个内角度数是 120° .

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 可知，多边形的内角和是 180° 的倍数，然后求出多边形的边数以及多加的外角的度数即可得解.

【详解】解：设多边形的边数为 n ，多加的外角度数为 α ，则

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 1380^\circ - \alpha,$$

$\therefore 1380^\circ = 7 \times 180^\circ + 120^\circ$ ，内角和应是 180° 的倍数，

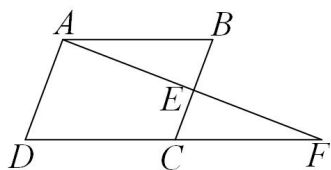
$\therefore$ 同学多加的一个外角为 120° ，

$\therefore$ 这是 $7+2=9$ 边形的内角和，

答：这个多边形的边数 n 的值是 9，多加的这个内角度数是 120° .

【点睛】多边形内角和、边角的关系一定要熟悉.会应用即可.

24. 如图， $\square ABCD$ 中， E 为 BC 边的中点，连 AE 并与 DC 的延长线交于点 F ，求证： $DC = CF$.



【答案】见详解

【解析】

【分析】由已知条件易得 $AB \parallel CD$, $AB=DC$, 得出 $\angle BAE=\angle CFE$, 根据点 E 是 BC 的中点, 得出 $BE=CE$, 再证 $\triangle ABE \cong \triangle FCE$ (AAS) 即可.

【详解】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel DC, AB=DC,$$

$$\therefore \angle BAE=\angle CFE,$$

$\because$ 点 E 是 BC 的中点,

$$\therefore BE=CE,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FEC$,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CFE \\ \angle BEA = \angle CEF, \\ BE = CE \end{cases}$$

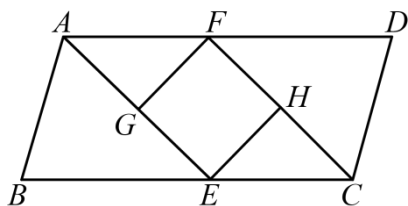
$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB=FC,$$

$$\therefore DC=CF.$$

【点睛】熟悉平行四边形的性质, 平行线性质的, 线段中点, 和全等三角形的判定与性质掌握是平行四边形的性质, 平行线性质的, 线段中点, 和全等三角形的判定与性质解题的关键.

25. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E , $\angle DCB$ 的平分线交 AD 于点 F , 点 G, H 分别是 AE 和 CF 的中点.



(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 连接 EF . 若 $EF=AF$, 请判断四边形 $GEHF$ 的形状, 并证明你的结论.

【答案】(1) 见解析 (2) 矩形, 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 由平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$, $AB=CD$, $\angle BAD=\angle DCB$, $\angle B=\angle D$, 证出 $\angle DAE=\angle AEB$, $\angle DFC=\angle BCF$, 由 ASA 证明 $\triangle BAE \cong \triangle DCF$, 即可得出结论;

(2) 由全等三角形的性质得出 $AE = CF$, $\angle AEB = \angle DFC$, 证出 $AE \parallel CF$, 由已知得出 $GE \parallel FH$, $GE = FH$, 即可证出四边形 $FGEH$ 是平行四边形.

【小问 1 详解】

解: 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB = CD, \angle BAD = \angle DCB, \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB, \angle DFC = \angle BCF,$$

$\because \angle BAD$ 和 $\angle DCB$ 的平分线 AE 、 CF 分别交 BC 、 AD 于点 E 、 F ,

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle BAD, \angle BCF = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DCB,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DCF,$$

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = CD \\ \angle BAE = \angle DCF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DCF (\text{ASA}).$$

【小问 2 详解】

证明: $\because \triangle BAE \cong \triangle DCF$,

$$\therefore AE = CF, \angle AEB = \angle DFC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BCF,$$

$$\therefore AE \parallel CF,$$

$\because$ 点 G 、 H 分别为 AE 、 CF 的中点,

$$\therefore GE \parallel FH, GE = FH,$$

$\therefore$ 四边形 $FGEH$ 是平行四边形

$\because EF = AF$, G 为 AE 的中点,

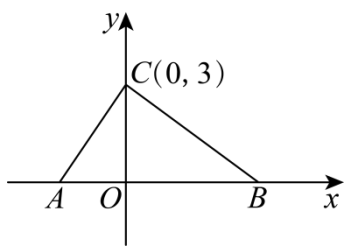
$$\therefore GF \perp AE,$$

$\therefore$ 四边形 $FGEH$ 是矩形.

【点睛】 本题考查了平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、平行线的判定与性质; 熟练掌握平行四边形的性质与判定, 证明三角形全等是解决问题的关键.

26. 如图所示, 在平面直角坐标系中, 点 A , B 的坐标分别为 $A(-2, 0)$, $B(a, 0)$, 其中 A 在 B 的左侧且

$AB = 6$, 点 C 的坐标为 $(0, 3)$.



(1) 求 a 的值及 $S_{\triangle ABC}$;

(2) 若点 M 在 x 轴的负半轴上, 且 $S_{\triangle ACM} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$, 试求点 M 的坐标.

【答案】 (1) $a = 4$, $S_{\triangle ABC} = 9$

(2) M 的坐标 $(-4, 0)$

【解析】

【分析】 本题考查平面直角坐标系中坐标与三角形面积计算, 掌握点的坐标与各线段长的关系是解决此题的关键.

(1) 已知 A 、 B 在 x 轴上且 A 在 B 左侧, $AB = 6$, 利用 x 轴上两点间距离公式 (两点横坐标之差的绝对值), 由 $A(-2, 0)$, $B(a, 0)$ 可得 $a - (-2) = 6$, 解此方程求出 a 的值; 再根据三角形面积公式, 以 AB 为底, 点 C 到 x 轴距离为高, 计算 $\triangle ABC$ 面积.

(2) 设 $M(x, 0)$, 先表示出 AM 的长度, 根据 $S_{\triangle ACM} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$ 求出 $S_{\triangle ACM}$ 的值, 再利用三角形面积公式列出关于 x 的方程 $\frac{1}{2} \times |x + 2| \times 3 = 3$, 求解方程得到 x 的值, 进而确定 M 的坐标.

【小问 1 详解】

$\because A(-2, 0)$, $B(a, 0)$ 且 A 在 B 左侧, $AB = 6$,

$\therefore a - (-2) = 6$, 即 $a + 2 = 6$,

解得 $a = 4$.

$\because$ 点 $C(0, 3)$

$\therefore OC = 3$

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times OC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$;

【小问 2 详解】

解: 设 M 的坐标为 $(x, 0)$, 则 $AM = |x - (-2)| = |x + 2|$.

$$\because S_{\triangle ACM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}, \quad S_{\triangle ABC} = 9,$$

$$\therefore S_{\triangle ACM} = 3.$$

$\triangle ACM$ 以 AM 为底，高为点 C 到 x 轴的距离 3，

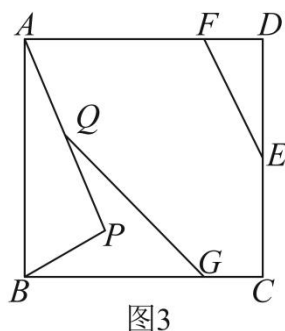
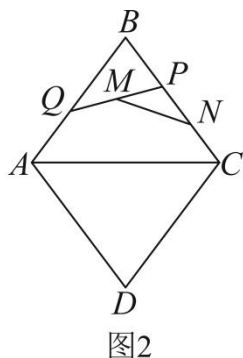
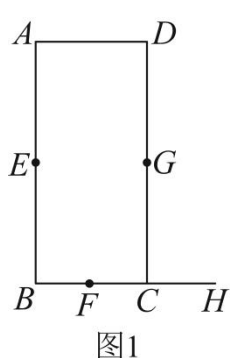
$$S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} \times AM \times 3 = 3.$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times |x+2| \times 3 = 3,$$

解得 $x=0$ (舍去); $x=-4$.

$\therefore M$ 的坐标为 $(-4, 0)$.

27. 【问题探究】



(1) 如图1，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 分别在 AB 、 BC 、 CD 边上， $BE = CG$ ，连接 EF ，过点 G 作 $GH \parallel EF$ ，交 BC 的延长线于点 H ，若 $EF = \sqrt{6}$ ，求 GH 的长；

(2) 如图2，在菱形 $ABCD$ 中，连接 AC ，点 P 、 Q 分别是 BC 、 AB 边上的动点，连接 PQ ，点 M 、 N 分别是 PQ 、 CP 的中点，若 $AB = 5$ ， $AC = 6$ ，求 MN 的最小值；

(3) 【问题解决】如图3，叔叔家有一个正方形菜地 $ABCD$ ，他计划对其进行改造， P 为菜地内一动点，且 $\angle ABP = 60^\circ$ ， E 为 CD 的中点，点 F 、 G 分别为 AD 、 BC 边上的动点，在改造的过程中始终要满足 $CG = DF$ ， Q 为 AP 的中点，他计划在三角形 ABP 区域内种植茄子，在三角形 DEF 区域内种植西红柿，其余区域内种植辣椒，并分别沿 EF 、 GQ 修建灌溉水渠，经测量， $AB = 400$ 米，为了控制成本，要求灌溉水渠 $(EF + GQ)$ 的总长度尽可能的短，若不考虑其他因素，求灌溉水渠 $(EF + GQ)$ 总长度的最小值.

【答案】(1) GH 的长为 $\sqrt{6}$ ；

(2) MN 的最小值为 $\frac{12}{5}$ ；

(3) 灌溉水渠 $(EF + GQ)$ 总长度的最小值为 $(200\sqrt{3} + 200)$ 米.

【解析】

【分析】(1) 由矩形性质可得 $\angle B = \angle BCD = \angle DCH = 90^\circ$, 又 $GH \parallel EF$, 则 $\angle EFB = \angle GHC$, 再证明 $\triangle EBF \cong \triangle GCH$ (AAS), 然后通过性质即可求解;

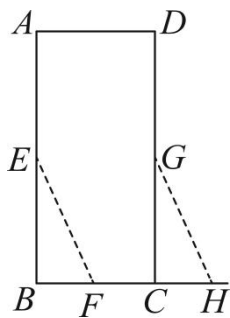
(2) 连接 CQ , 连接 BD , 与 AC 交于点 O , 根据题意可得 $MN = \frac{1}{2}CQ$, 所以当 $CQ \perp AB$ 时, CQ 最小, 从而 MN 最小, 又四边形 $ABCD$ 是菱形, 则 $AC \perp BD$, $OA = OC = \frac{1}{2}AC = 3$, $OB = OD = \frac{1}{2}BD$, 通过勾股定理求得 $OB = 4$, 则 $BD = 8$, 然后通过 $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = AB \times CQ$ 求出 CQ 的值即可;

(3) 取 AB 的中点 T , 作射线 TQ , 交 CD 延长线于 H , 在 DC 的延长线上截取 $CW = DE$, 连接 GW , TE , 由四边形 $ABCD$ 是正方形, 则 $\angle BAD = \angle ADC = \angle ACD = \angle BCW = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, $AB = CD = 400$ 米, 再证明四边形 $ATED$ 是矩形, 所以 $\angle DET = \angle ATE = 90^\circ$, $AD = TE = 400$ 米, 通过勾股定理求出 $EH = \frac{400\sqrt{3}}{3}$ 米, 证明 $\triangle DEF \cong \triangle CWG$ (SAS), 则 $EF = GW$, 故有

$EF + GQ = GW + GQ$, 所以 Q, G, W 三点共线, 且 $WQ \perp TH$ 时, $GW + GQ$ 最小, 即 WQ 长, 然后通过勾股定理和直角三角形性质即可求解.

【小问 1 详解】

解: 如图,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle B = \angle BCD = \angle DCH = 90^\circ$,

$\because GH \parallel EF$,

$\therefore \angle EFB = \angle GHC$,

$\because BE = CG$,

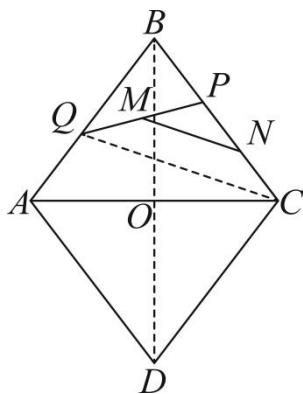
$\therefore \triangle EBF \cong \triangle GCH$ (AAS),

$$\therefore GH = EF = \sqrt{6},$$

$$\therefore GH \text{ 的长为 } \sqrt{6};$$

【小问 2 详解】

解：如图，连接 CQ ，连接 BD ，与 AC 交于点 O ，

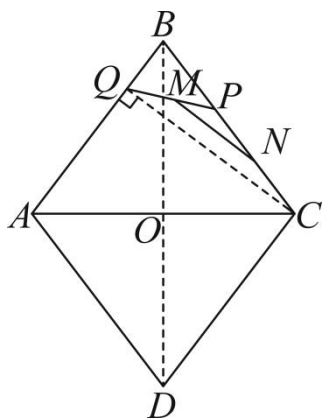


$\because$ 点 M 、 N 分别是 PQ 、 CP 的中点，

$\therefore MN$ 是 $\triangle PQC$ 中位线，

$$\therefore MN = \frac{1}{2}CQ,$$

$\therefore$ 当 $CQ \perp AB$ 时， CQ 最小，从而 MN 最小，如图，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD, \quad OA = OC = \frac{1}{2}AC = 3, \quad OB = OD = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore BD = 8,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = AB \times CQ,$$

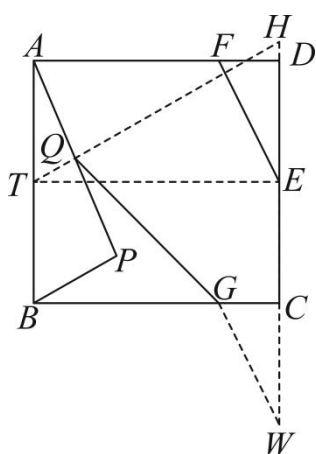
$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 5 \times CQ,$$

$$\therefore CQ = \frac{24}{5}, \text{ 即 } CQ \text{ 最小值为 } \frac{24}{5},$$

$$\therefore MN \text{ 的最小值为 } \frac{12}{5};$$

【小问3详解】

解: 如图, 取 AB 的中点 T , 作射线 TQ , 交 CD 延长线于 H , 在 DC 的延长线上截取 $CW = DE$, 连接 GW , TE ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle BAD = \angle ADC = \angle ACD = \angle BCW = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, $AB = CD = 400$ 米,

$$\therefore AT = \frac{1}{2} AB, \quad DE = \frac{1}{2} CD,$$

$$\therefore AT = DE, \quad TH \parallel BP,$$

$\therefore \angle ATH = \angle ABP = 60^\circ$, 四边形 $ATED$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ATED$ 是矩形,

$$\therefore \angle DET = \angle ATE = 90^\circ, \quad AD = TE = 400 \text{ 米},$$

$$\therefore \angle ETH = 30^\circ, \quad \angle H = \angle ATH = 60^\circ,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2} TH, \text{ 即 } TH = 2EH,$$

$$\therefore TE^2 + EH^2 = TH^2,$$

$$\therefore 400^2 + EH^2 = (2EH)^2,$$

$$\therefore EH = \frac{400\sqrt{3}}{3} \text{ (米)},$$

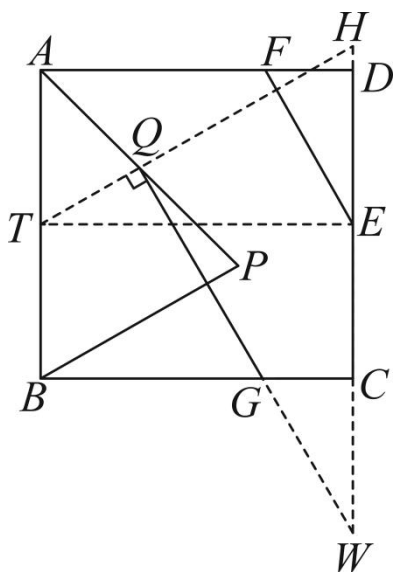
$$\because DF = CG, \angle FDE = \angle GCW = 90^\circ, DE = CW,$$

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle CWG (\text{SAS}),$$

$$\therefore EF = GW,$$

$$\therefore EF + GQ = GW + GQ,$$

$\therefore Q, G, W$ 三点共线, 且 $WQ \perp TH$ 时, $GW + GQ$ 最小, 即 WQ 长, 如图,



$$\therefore \angle WQH = 90^\circ,$$

$$\because \angle H = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle W = 30^\circ,$$

$$\therefore QH = \frac{1}{2} HW,$$

$$\text{由勾股定理得: } QH^2 + WQ^2 = HW^2,$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2} HW\right)^2 + WQ^2 = HW^2,$$

$$\therefore WQ = \frac{\sqrt{3}}{2} HW,$$

$$\because E \text{ 为 } CD \text{ 的中点, } CD = 400 \text{ 米,}$$

$$\therefore CE = DE = 200 \text{ 米,}$$

$$\therefore CW = 200 \text{ 米,}$$

$$\therefore EW = 400 \text{ 米},$$

$$\therefore HW = EW + EH = 400 + \frac{400\sqrt{3}}{3} \text{ (米)},$$

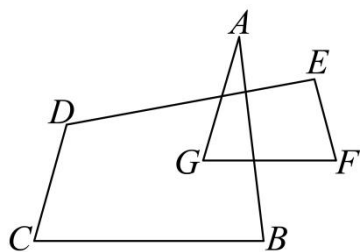
$$\therefore WQ = \frac{\sqrt{3}}{2} HW = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(400 + \frac{400\sqrt{3}}{3} \right) = 200\sqrt{3} + 200 \text{ (米)},$$

$\therefore$ 灌溉水渠 $(EF + GQ)$ 总长度的最小值为 $(200\sqrt{3} + 200)$ 米.

【点睛】 本题考查了正方形的性质，菱形的性质，矩形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，三角形中位线的性质，直角三角形的性质等知识，掌握知识点的应用是解题的关键.

五、综合题 (5+5+6+6+8=30 分)

28. 如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$ _____

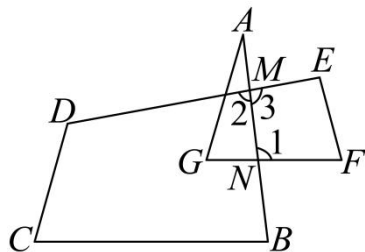


【答案】 540° .

【解析】

【分析】 根据四边形的内角和是 360° , 可求 $\angle C + \angle B + \angle D + \angle 2 = 360^\circ$, $\angle 1 + \angle 3 + \angle E + \angle F = 360^\circ$. 又由三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和, 得 $\angle 1 = \angle A + \angle G$, 而 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 从而求出所求的角的和.

【详解】 解: 在四边形 BCDM 中,



$$\angle C + \angle B + \angle D + \angle 2 = 360^\circ,$$

在四边形 MEFN 中: $\angle 1 + \angle 3 + \angle E + \angle F = 360^\circ$.

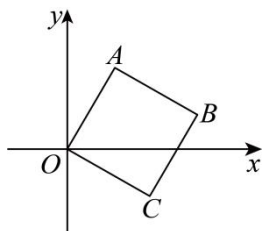
$$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle G, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 360^\circ + 360^\circ - 180^\circ = 540^\circ.$$

故答案为 540° .

【点睛】本题考查三角形外角的性质及四边形的内角和定理，解答的关键是利用外角和内角的关系.

29. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的边长是 3，点 A 的横坐标为 1，则点 B 的坐标为_____.

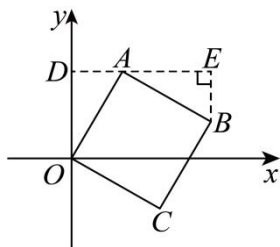


【答案】 $(2\sqrt{2} + 1, 2\sqrt{2} - 1)$

【解析】

【分析】作 $AD \perp y$ 轴，作 $BE \perp AD$ 交 DA 的延长线于点 E ，证明 $\triangle ODA \cong \triangle AEB$ ，即可得出结果.

【详解】解：作 $AD \perp y$ 轴，作 $BE \perp AD$ 交 DA 的延长线于点 E ，则 $\angle ADO = \angle AEB = 90^\circ$,



$\therefore$ 边长为 3 的正方形 $OABC$,

$$\therefore OA = AB = 3, \quad \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ABE = 90^\circ - \angle BAE,$$

$$\therefore \triangle ODA \cong \triangle AEB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BE = AD, \quad AE = OD,$$

$\therefore$ 点 A 的横坐标为 1,

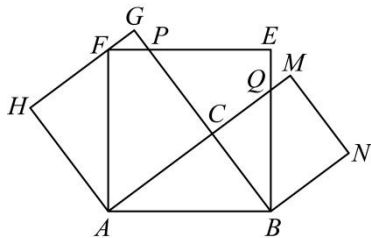
$$\therefore BE = AD = 1,$$

$$\therefore AE = OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore B(2\sqrt{2}+1, 2\sqrt{2}-1).$$

30. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 以其三边为边在 AB 的同侧作三个正方形, 点 F 在 GH 上, CG

与 EF 交于点 P , CM 与 BE 交于点 Q , 若 $HF = FG$, 则 $\frac{S_{\text{四边形}PCQE}}{S_{\text{四边形}ABEF}}$ 的值是 _____.



【答案】 $\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了正方形的性质, 相似三角形的判定和性质, 三角函数的定义, 解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题. 设 $HF = FG = a$, 正方形 $ACGH$ 的边长为 $2a$, 证明 $\tan \angle HAF = \tan \angle GFP$,

先后求得 $GP = \frac{1}{2}a$, $PC = \frac{3}{2}a$, $BC = a$, 利用三角形面积公式求得 $S_{\triangle BCQ} = \frac{1}{4}a^2$, 证明

$\text{Rt}\triangle BQC \sim \text{Rt}\triangle BPE$, 求得 $S_{\triangle BEP} = \frac{5}{4}a^2$, $S_{\text{四边形}CQEP} = a^2$, 据此求解即可.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ACGH$ 是正方形, 且 $HF = FG$,

设 $HF = FG = a$, 则 $AC = CG = GH = AH = 2a$,

$\because$ 四边形 $ABEF$ 是正方形,

$\therefore \angle AFP = 90^\circ$,

$\therefore \angle HAF = 90^\circ - \angle HFA = \angle GFP$,

$\therefore \tan \angle HAF = \tan \angle GFP$, 即 $\frac{HF}{HA} = \frac{GP}{FG} = \frac{1}{2}$,

$\therefore GP = \frac{1}{2}a$,

$\therefore PC = 2a - \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a$,

同理 $\tan \angle HAF = \tan \angle CAB$, 即 $\frac{HF}{HA} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$,

$\therefore BC = a$,

同理 $CQ = \frac{1}{2}a$,

$\therefore PB = \frac{5}{2}a$,

$$BQ^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{5}{4}a^2, \quad S_{\triangle BCQ} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a^2,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BQC \sim \text{Rt}\triangle BPE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BCQ}}{S_{\triangle BEP}} = \left(\frac{BQ}{BP}\right)^2 = \frac{\frac{5}{4}a^2}{\frac{25}{4}a^2} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle BEP} = 5S_{\triangle BCQ} = \frac{5}{4}a^2,$$

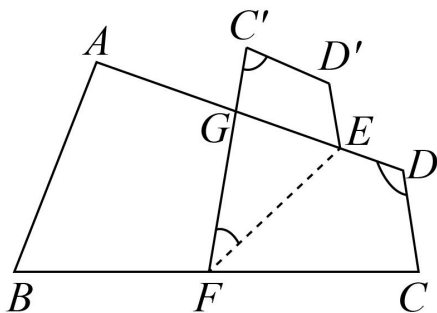
$$\therefore S_{\text{四边形}CQEP} = S_{\triangle BEP} - S_{\triangle BCQ} = a^2,$$

$$\therefore S_{\text{正方形}ABEF} = AB^2 = AC^2 + BC^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\text{四边形}PCQE}}{S_{\text{正方形}ABEF}} = \frac{a^2}{5a^2} = \frac{1}{5},$$

故答案为: $\frac{1}{5}$.

31. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle C + \angle D = 210^\circ$, E 、 F 分别是 AD 、 BC 上的点, 将四边形 $CDEF$ 沿直线 EF 翻折, 得到四边形 $C'D'EF$, $C'F$ 交 AD 于点 G , 若 $\triangle EFG$ 有两个相等的角, 则 $\angle EFG =$ _____.



【答案】 40° 或 50°

【解析】

【分析】 根据题意 $\triangle EFG$ 有两个角相等, 于是有三种情况, 分别令不同的两个角相等, 利用折叠的性质和四边形的内角和列方程, 最后综合得出答案.

【详解】 解: 分三种情况:

(1) 当 $\angle FGE = \angle FEG$ 时,

$$\text{设 } \angle EFG = x, \text{ 则 } \angle EFC = x, \quad \angle FGE = \angle FEG = \frac{1}{2}(180^\circ - x),$$

在四边形 $GFCD$ 中, 由内角和为 360° 得:

$$\frac{1}{2}(180^\circ - x) + 2x + \angle C + \angle D = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle D = 210^\circ,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(180^\circ - x) + 2x = 360^\circ - 210^\circ,$$

解得: $x = 40^\circ$;

(2) 当 $\angle GFE = \angle FEG$ 时, $\angle FGE = 180^\circ - 2x$

在四边形 $GFCD$ 中, 由内角和为 360° 得: $180^\circ - 2x + 2x + \angle C + \angle D = 360^\circ$,

得 $180^\circ + 210^\circ = 360^\circ$, 显然不成立,

即此种情况不存在;

(3) 当 $\angle FGE = \angle GFE$ 时,

同理有: $x + 2x + \angle C + \angle D = 360^\circ$,

$$\therefore \angle C + \angle D = 210^\circ,$$

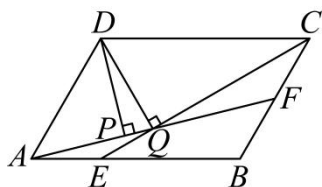
$$\therefore x + 2x + 210^\circ = 360^\circ,$$

解得: $x = 50^\circ$,

故答案为: 40° 或 50° .

【点睛】本题考查了图形的翻折, 三角形和四边形的内角和, 有一定难度, 熟悉三角形和四边形的内角和定理以及正确的分情况讨论是解题关键.

32. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB:BC = 3:2$, $\angle DAB = 60^\circ$, 点 E 在 AB 上, 如果 $AE:EB = 1:2$, F 是 BC 中点, 过点 D 分别作 $DP \perp AF$ 于点 P , $DQ \perp CE$ 于点 Q , 那么 $DP:DQ$ 等于_____.



【答案】 $2\sqrt{3}:\sqrt{13}$

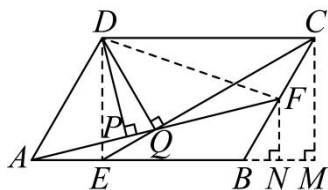
【解析】

【分析】本题考查了勾股定理、含 30° 角的直角三角形的性质、平行四边形的性质, 灵活运用知识点、作辅助线推理是解题的关键. 连接 DE , DF , 过点 F 作 $FN \perp AB$, 交 AB 的延长线于点 N , 过点 C 作

$CM \perp AB$, 交 AB 的延长线于点 M , 根据题意可得 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2}S_{\square ABCD}$, 从而可得 $\frac{DP}{DQ} = \frac{CE}{AF}$. 再

根据题意得出可求出 BE 、 BF 的长, 由含 30° 角的直角三角形的性质结合勾股定理可间接求出 AN , FN , EM , CM 的长, 最后再次利用勾股定理求出 AF , CE 的长进行计算即可.

【详解】解：如图，连接 DE ， DF ，过点 F 作 $FN \perp AB$ ，交 AB 的延长线于点 N ，过点 C 作 $CM \perp AB$ ，交 AB 的延长线于点 M ，



$$\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

$$\therefore AF \cdot DP = CE \cdot DQ, \text{ 即 } \frac{DP}{DQ} = \frac{CE}{AF},$$

$$\therefore AB : BC = 3 : 2,$$

$$\therefore \text{设 } AB = 3a, BC = 2a,$$

$\therefore F$ 是 BC 的中点,

$$\therefore BF = \frac{1}{2} BC = a,$$

$$\therefore AB = 3a, \quad AE : EB = 1 : 2,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{1+2} \times AB = a, \quad EB = \frac{2}{1+2} \times AB = 2a.$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBM = \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BFN = \angle BCM = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BFN \text{ 和 Rt}\triangle BCM \text{ 中, } BN = \frac{1}{2} BF = \frac{1}{2} a, \quad BM = \frac{1}{2} BC = a,$$

$$\therefore FN = \sqrt{3} BN = \frac{\sqrt{3} a}{2}, \quad CM = \sqrt{3} BM = \sqrt{3} a,$$

$$\therefore AN = AB + BN = 3a + \frac{1}{2} a = \frac{7}{2} a, \quad EM = EB + BM = 2a + a = 3a,$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ANF$ 和 $\text{Rt}\triangle ECM$ 中,

$$AF = \sqrt{AN^2 + FN^2} = \sqrt{13} a,$$

$$CE = \sqrt{EM^2 + CM^2} = 2\sqrt{3} a,$$

$$\therefore DP : DQ = CE : AF = 2\sqrt{3} a : \sqrt{13} a = 2\sqrt{3} : \sqrt{13}.$$

故答案为: $2\sqrt{3}:\sqrt{13}$.