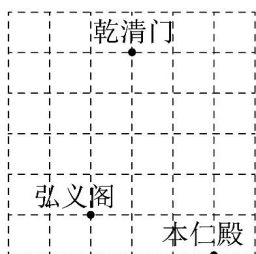


八年级数学期中考试

一、单选题

1. 如图是故宫内部分建筑的分布图，建立平面直角坐标系，若表示弘义阁的点的坐标为 $(-2,1)$ ，表示本仁殿的点的坐标为 $(1,0)$ ，则表示乾清门的点的坐标是（ ）



- A. $(-2,1)$ B. $(-1,5)$ C. $(-1,3)$ D. $(4,-1)$

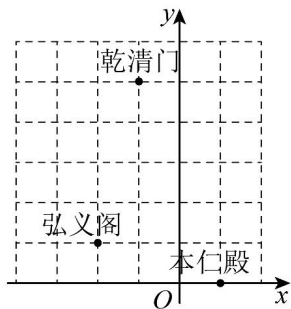
【答案】B

【解析】

【分析】结合表示弘义阁的点的坐标和表示本仁殿的点的坐标，画出正确的平面直角坐标系，再读取表示乾清门的点的坐标，即可作答.

【详解】解：如图所示：

表示乾清门的点的坐标是 $(-1,5)$ ，



故选：B.

2. 如果一个 n 边形的内角和比外角和多 900° ，那么 n 的值是（ ）

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

【答案】C

【解析】

【分析】根据 n 边形的内角和为 $(n-2)\cdot 180^\circ$ 得到 $(n-2)\cdot 180^\circ = 360^\circ + 900^\circ$ ，然后解方程即可求解.

【详解】解： n 边形的内角和为 $(n-2)\cdot 180^\circ$ ，

$$\therefore (n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ + 900^\circ,$$

解得, $n=9$.

3. 下列变化过程中, 一个变量是另一个变量的正比例函数关系的是 ()

A. 圆的周长 C 随半径 r 的变化而变化

B. 用 15m 长的绳子围成一个矩形, 其中一边长 y 随它邻边 x 的变化而变化

C. 正方形的面积 S 随边长 a 的变化而变化

D. 汽车油箱中有汽油 50L, 汽车每行驶 1 千米耗油 0.2L, 那么行驶过程中油箱的剩余油量 Q 与行驶路程 s 之间的关系

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了正比例函数关系的判断.

判断每个选项中的关系是否符合正比例函数定义 $y=kx$ (k 为常数, $k \neq 0$) 即可.

【详解】解: A: $C=2\pi r$, 其中 $k=2\pi$ 为常数, C 与 r 成正比例关系;

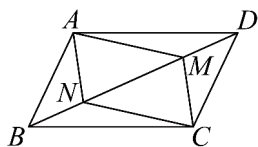
B: 由矩形周长固定为 15m, 得 $2(x+y)=15$, 即 $y=7.5-x$, 不是 $y=kx$ 形式;

C: $S=a^2$, 不是 $y=kx$ 形式;

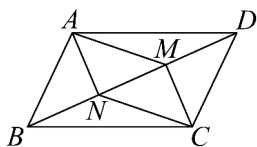
D: $Q=50-0.2s$, 不是 $y=kx$ 形式.

故选: A.

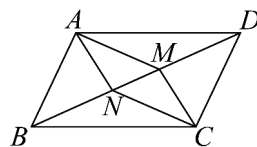
4. 在 $\square ABCD$ 中, $AD > AB$, $\angle ABC$ 为锐角. 要在对角线 BD 上找点 N , M , 使四边形 $ANCM$ 是平行四边形. 如图, 有甲、乙、丙三种方案, 其中正确的方案有 ()



甲方案: 在 BD 上取 $BN=MD$



乙方案: 作 $AN \perp BD$ 于点 N , $CM \perp BD$ 于点 M



丙方案: 作 AN, CM 分别平分 $\angle BAD, \angle BCD$

A. 甲、乙、丙

B. 甲、乙

C. 甲、丙

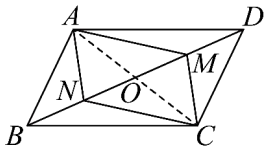
D. 乙、丙

【答案】A

【解析】

【分析】甲方案: 连接 AC 交 BD 于点 O , 证明 $OA=OC$, $ON=OM$ 即可, 乙方案: 证明 $CM \parallel AN$, 且 $CM=AN$ 即可, 丙方案的思路与乙方案相似求解.

【详解】解: 甲方案: 连接 AC 交 BD 于点 O ,



$\because \square ABCD$,

$\therefore OB = OD, OA = OC$

$\because BN = MD$,

$\therefore OB - BN = OD - MD$,

$\therefore ON = OM$,

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 是平行四边形.

乙方案: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

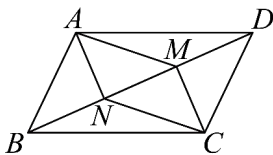
$\therefore AB \parallel DC, AB = DC$,

$\therefore \angle ABN = \angle CDM$,

$\because CM \perp BD, AN \perp BD$,

$\therefore CM \parallel AN, \angle BNA = \angle DMC = 90^\circ$,

$$\therefore \begin{cases} \angle ABN = \angle CDM \\ \angle BNA = \angle DMC = 90^\circ \\ AB = CD \end{cases}$$



$\therefore \triangle ABN \cong \triangle CDM \text{ (AAS)}$

$\therefore CM = AN$,

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 是平行四边形.

丙方案: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

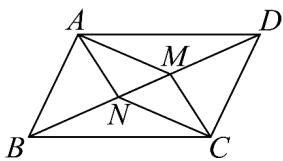
$\therefore AB \parallel DC, AB = DC, \angle BAD = \angle BCD$,

$\therefore \angle ABN = \angle CDM$,

$\because CM$ 平分 $\angle BCD, AN$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAN = \angle DCM$,

$$\therefore \begin{cases} \angle ABN = \angle CDM \\ AB = CD \\ \angle BAN = \angle DCM \end{cases},$$



$$\therefore \triangle ABN \cong \triangle CDM (\text{ASA})$$

$$\therefore CM = AN, \angle ANB = \angle DMC,$$

$$\therefore \angle ANM = \angle CMN,$$

$$\therefore AN \parallel CM,$$

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 是平行四边形.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质与判定，三角形全等的性质和判定，角平分线的概念等知识，能正确的利用全等三角形的证明得到线段相等，结合平行四边形的判定是解题关键.

5. 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得四边形是矩形，则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

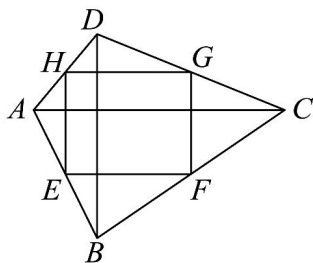
- A. 对角线互相垂直的四边形
- B. 菱形
- C. 对角线相等的四边形
- D. 矩形

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的中位线定理、矩形的性质等知识，熟练掌握三角形的中位线定理是解题关键. 四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, AD 的中点分别为点 E, F, G, H ，先根据三角形的中位线定理可得 $HE \parallel BD \parallel GF$ ， $EF \parallel AC \parallel HG$ ，再根据矩形的性质可得 $HE \perp EF$ ，则 $AC \perp BD$ ，由此即可得.

【详解】 解：如图，四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, AD 的中点分别为点 E, F, G, H ，



由三角形的中位线定理得： $HE \parallel BD \parallel GF$ ， $EF \parallel AC \parallel HG$ ，

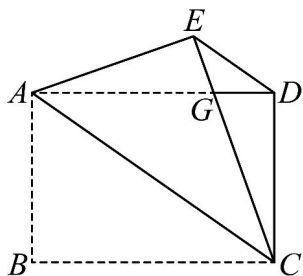
$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，

$$\therefore HE \perp EF,$$

$\therefore AC \perp BD$,

$\therefore$ 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得四边形是矩形, 则四边形 $ABCD$ 一定是对角线互相垂直的四边形, 故选: A.

6. 把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 B 的对应点为点 E , 边 EC 交边 AD 于点 G . 连接 ED (如图所示). 当 $BC = \sqrt{2}AB$ 时, 下列结论中, 不正确的是 ()



A. $\triangle AEG \cong \triangle CDG$

B. $ED \parallel AC$

C. $AG = 3GD$

D. $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle AEG}$

【答案】D

【解析】

【分析】先由折叠的性质及矩形的性质可得 $\triangle AEG \cong \triangle CDG$ (AAS), 从而判断出选项 A; 由全等的性质可得 $AG = CG, EG = DG$, 由等腰三角形的性质可得 $\angle GAC = \angle GCA, \angle GED = \angle GDE$, 再由平行线的判定即可判断选项 B; 设 $AB = CD = t, GD = x$, 则 $AD = \sqrt{2}t, AG = CG = \sqrt{2}t - x$, $\text{Rt}\triangle CDG$ 中, 由 $CD^2 + DG^2 = CG^2$ 列出方程求解, 即可判断出选项 C; 由折叠性质可得 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC}$, 再由 $AG = 3GD$ 可得 $CE = 4GE$, 再判断选项 D.

【详解】解: $\because$ 矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 B 的对应点为 E ,

$\therefore AB = CD = AE, \angle B = \angle AEC = \angle CDG = 90^\circ$,

在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle CDG$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEG = \angle CDG \\ \angle AGE = \angle CGD, \\ AE = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEG \cong \triangle CDG$ (AAS), 故 A 正确, 不符合题意;

$\therefore AG = CG, EG = DG$,

$\therefore \angle GAC = \angle GCA, \angle GED = \angle GDE$,

$\therefore \angle AGC = \angle EGD$,

$\therefore \angle GAC = \angle GCA = \angle GED = \angle GDE$,

$\therefore ED \parallel AC$ ，故 B 正确，不符合题意；

设 $AB = CD = t$ ， $GD = x$ ，则 $AD = \sqrt{2}t$ ， $AG = CG = \sqrt{2}t - x$ ，

$\because Rt\triangle CDG$ 中， $CD^2 + DG^2 = CG^2$ ，

$$\therefore t^2 + x^2 = (\sqrt{2}t - x)^2,$$

解得： $x = \frac{\sqrt{2}}{4}t$ ，

$$\therefore GD = \frac{\sqrt{2}}{4}t,$$

$$\therefore AG = \sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{4}t = \frac{3\sqrt{2}}{4}t,$$

$\therefore AG = 3GD$ ，故 C 正确，不符合题意；

$\because$ 矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，点 B 的对应点为 E ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC},$$

$\because AG = 3GD$ ，

$$\therefore CG = 3GE, \text{ 则 } CE = 4GE,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC} = 4S_{\triangle AEG}, \text{ 故 D 不正确，符合题意.}$$

二、填空题

7. 若正多边形的一个内角比它的一个外角大 36° ，则这个多边形的边数为_____.

【答案】

5

【解析】

【分析】根据多边形内角与相邻外角互补列方程求出外角度数，再利用任意多边形外角和为 360° 即可求出边数.

【详解】解：设这个正多边形的一个内角为 x° ，则相邻外角为 $(x - 36)^\circ$.

由多边形内角与相邻外角和为 180° ，得：

$$x + (x - 36) = 180$$

解得： $x = 108$

则外角为 $108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$.

∵ 任意多边形的外角和为 360° ，正多边形各外角相等，

∴ 该多边形边数为 $360^\circ \div 72^\circ = 5$.

8. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{4}$ 中，自变量 x 的取值范围_____；

【答案】 $x \geq -3$

【解析】

【分析】 本题考查了函数自变量的取值范围，二次根式的概念，理解二次根式有意义的条件是解题的关键. 根据二次根式被开方数非负列一元一次不等式求解即可.

【详解】 解： ∵ $x+3 \geq 0$ ，

∴ $x \geq -3$ ，

故答案为： $x \geq -3$.

9. 在正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 中，当 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， $y = \sqrt{2}$ 那么 $k =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了求正比例函数解析式，二次根式的除法计算，根据当 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， $y = \sqrt{2}$ 得到

$\frac{\sqrt{2}}{2}k = \sqrt{2}$ ，由此可得 $k = 2$.

【详解】 解： ∵ 在正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 中，当 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， $y = \sqrt{2}$ ，

∴ $\frac{\sqrt{2}}{2}k = \sqrt{2}$ ，

∴ $k = 2$ ，

故答案为： 2.

10. 如果点 $P(m-2, m+3)$ 在 y 轴上，那么点 P 的坐标为_____.

【答案】 $(0, 5)$

【解析】

【分析】 根据 y 轴上点的坐标特征：横坐标为 0，即可求出 m ，从而求出结论.

【详解】 解： ∵ 点 $P(m-2, m+3)$ 在 y 轴上，

$$\therefore m-2=0$$

$$\therefore m=2$$

$$\therefore m+3=5$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0,5)$

故答案为: $(0,5)$.

【点睛】此题考查的是根据点在 y 轴上, 求点的坐标, 掌握 y 轴上点的坐标特征是解决此题的关键.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(3,2)$, $B(0,4)$, 则 AB 的长为_____.

【答案】 $\sqrt{13}$

【解析】

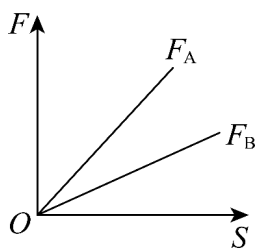
【分析】本题考查了平面直角坐标系两点间的距离, 根据平面直角坐标系两点间的距离公式即可求解, 掌握平面直角坐标系两点间的距离公式是解题的关键.

【详解】解: $\because A(3,2)$, $B(0,4)$,

$$\therefore AB = \sqrt{(3-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{13},$$

故答案为: $\sqrt{13}$.

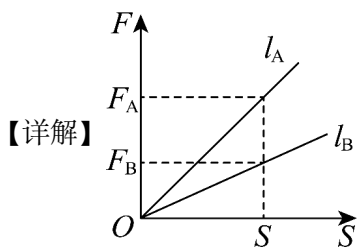
12. 如图, 射线 l_A 、 l_B 分别表示两个物体 A 和 B 所受压力 F 与受力面积 S 的函数关系, 当受力面积相同时, 它们所受的压力分别为 F_A 、 F_B , 则 F_A _____ F_B . (填 “ $>$ ”、“ $<$ ” 或 “ $=$ ”)



【答案】 $>$

【解析】

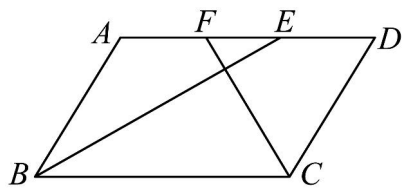
【分析】利用数形结合法解题即可. 本题考查了一次函数的应用, 利用数形结合法解题是解题的关键.



由图像知受力面积相同时，压力 $F_A > F_B$ ，

故答案为：>.

13. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， BE 、 CF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 交 AD 于点 E 、点 F ，已知 $AB = 6$ ， $BC = 10$ ，则 EF 的长为_____.



【答案】2

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质，解答本题的关键是根据平行线的性质和角平分线的定义得出 $\angle ABE = \angle AEB$. 根据四边形 $ABCD$ 平行四边形可得 $AE \parallel BC$ ，根据平行线的性质和角平分线的定义可得出 $\angle ABE = \angle AEB$ ，继而可得 $AB = AE = 6$ ，同理得： $DF = CD = 6$ ，然后根据已知可求得 EF 的长度.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AE \parallel BC$ ， $AD = BC = 10$ ， $AB = CD = 6$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle EBC$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle EBC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$ ，

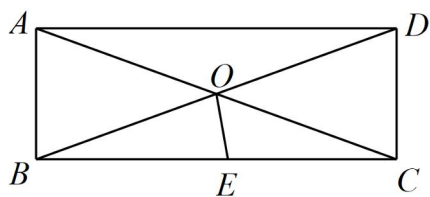
$\therefore AB = AE = 6$ ，

同理得： $DF = CD = 6$ ，

$\therefore EF = AE + DF - AD = 6 + 6 - 10 = 2$.

故答案为：2.

14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ，点 E 在边 BC 上，连接 OE ，如果 $OB = BE$ ， $\angle BAO = 70^\circ$ ，那么 $\angle EOC$ 的度数为_____.



【答案】 60° ##60 度

【解析】

【分析】根据矩形的性质可得 $BO = CO$ ，可得 $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$ ，求出 $\angle BOC = 140^\circ$ ，然后根据等腰三角形的性质和三角形的内角和定理求出 $\angle BOE$ ，然后根据角的和差求解即可。

【详解】解： $\because$ 矩形 $ABCD$ ，

$$\therefore AC = BD, BO = DO, AO = CO, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore BO = CO,$$

$$\therefore \angle BAO = 70^\circ$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ,$$

$$\therefore OB = BE,$$

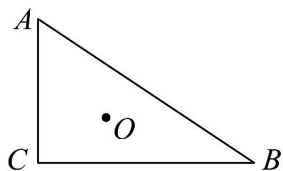
$$\therefore \angle BOE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle OBE) = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle BOC - \angle BOE = 140^\circ - 80^\circ = 60^\circ;$$

故答案为： 60° .

【点睛】本题考查了矩形的性质、等腰三角形的性质以及三角形的内角和定理等知识，熟练掌握相关图形的性质是解题的关键。

15. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $AB = 10$ ，那么点 C 与点 O 的距离为_____ .



【答案】 $\frac{10}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了三角形重心的性质和直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，连接 CO ，延长 CO 交 AB

于 D ，根据直角三角形斜边的中线等于斜边的一半求出 CD ，再利用重心的性质求 OC 。

【详解】解：连接 CO ，延长 CO 交 AB 于 D ，

$\because$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心，

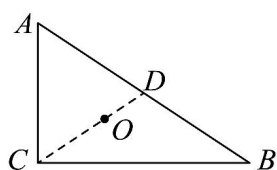
$$\therefore D \text{ 是 } AB \text{ 的中点，} OC = \frac{2}{3} CD,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AB = 10,$$

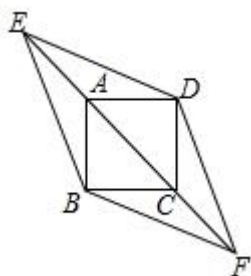
$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = 5,$$

$$\therefore OC = \frac{2}{3} CD = \frac{10}{3},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 与点 } O \text{ 的距离为 } \frac{10}{3}.$$



16. 已知，如图，边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 CA 、 AC 的延长线上，且 $\angle BED = \angle BFD = 45^\circ$ ，那么四边形 $EBFD$ 的面积是_____。

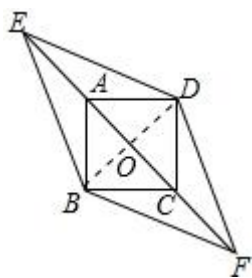


【答案】 $16 + 16\sqrt{2}$

【解析】

【分析】连接 BD 交 AC 于 O ，首先证明四边形 $EBFD$ 是菱形，根据菱形的面积等于对角线乘积的一半即可解决问题。

【详解】解：如图，连接 BD 交 AC 于 O 。



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB=BC=CD=AD=4$, $\angle CAD=\angle CAB=45^\circ$,

∴ $\angle EAD=\angle EAB=135^\circ$,

在 $\triangle EAB$ 和 $\triangle EAD$ 中,

$$\begin{cases} EA=EA \\ \angle EAB=\angle EAD, \\ AB=AD \end{cases}$$

∴ $\triangle EAB \cong \triangle EAD$,

∴ $\angle AEB=\angle AED=22.5^\circ$, $EB=ED$,

∴ $\angle ADE=180^\circ-\angle EAD-\angle AED=22.5^\circ$,

∴ $\angle AED=\angle ADE=22.5^\circ$,

∴ $AE=AD=4$,

同理证明 $\angle DFC=22.5^\circ$, $FD=FB$,

∴ $\angle DEF=\angle DFE$,

∴ $DE=DF$,

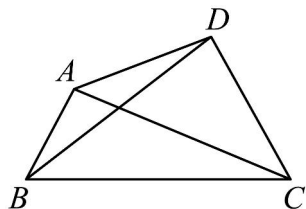
∴ $ED=EB=FB=FD$,

∴ 四边形 $EBFD$ 的面积 $=\frac{1}{2} \cdot BD \cdot EF = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} (4\sqrt{2} + 8) = 16 + 16\sqrt{2}$,

故答案为: $16 + 16\sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查菱形的判定和性质、正方形的性质、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是发现四边形 $EBFD$ 是菱形, 记住菱形的面积等于对角线乘积的一半. 属于中考常考题型.

17. 将连接四边形对边中点的线段称为“中对线”. 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC=BD=6$, 且两条对角线的夹角为 60° , 则该四边形较短的“中对线”的长为_____.

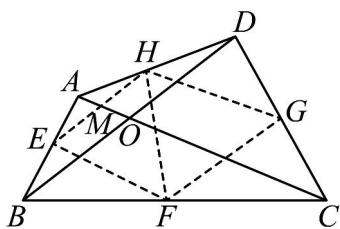


【答案】 3

【解析】

【分析】 此题考查的是三角形的中位线定理, 根据三角形中位线定理可得菱形 $EFGH$, 然后根据菱形的性质及等边三角形的性质可得答案.

【详解】 解: 如图, 取四边的中点, 依次连接起来, 设 AC 与 EH 交点 M ,



$\therefore EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD = 3, \quad EH \parallel BD,$$

同理 $FG = \frac{1}{2}BD = 3, FG \parallel BD, EF = \frac{1}{2}AC = 3, \quad EF \parallel AC, \quad HG = \frac{1}{2}AC = 3, \quad HG \parallel AC,$

$$\therefore EF \parallel HG \parallel AC, \quad EF = FG = HG = HE,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD = 3, \quad EH \parallel BD,$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ = \angle AME,$$

$$\therefore EF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle FEH = \angle AME = 60^\circ,$$

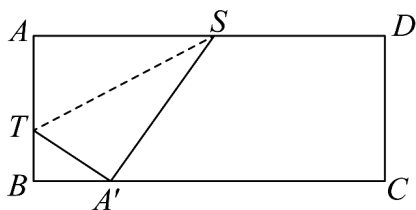
$\therefore \triangle HEF$ 为等边三角形,

$$\therefore HF = EH = 3,$$

$\therefore$ 较短的“中对线”长度为 3.

故答案为: 3.

18. 如图, 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 10$, $AD = 26$, 折叠纸片, 使点 A 落在 BC 边上的点 A' 处, 并且折痕交 AB 边于点 T , 交 AD 边于点 S , 把纸片展平, 则线段 AT 长度的取值范围为_____.



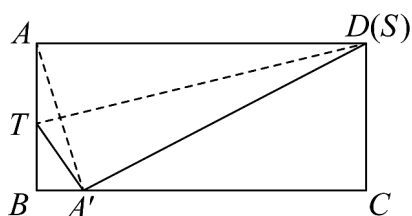
【答案】 $5.2 \leq AT \leq 10$

【解析】

【分析】 设 $AT = x$, 则 $BT = 10 - x$, 当 S 与 D 重合时, 证 $\triangle BTA' \sim \triangle CA'D$ 得 $\frac{TA'}{DA'} = \frac{BA'}{DC}$ 即 $\frac{x}{26} = \frac{BA'}{10}$, 进而利用勾股定理得 $AT = x = 5.2$, 当 T 与 B 重合时, $AT = AB = 10$, 即可得解.

【详解】 解: 设 $AT = x$, 则 $BT = 10 - x$,

当 S 与 D 重合时, 如下图,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$, $AB = CD = 10$, $BC = AD = 26$,

由折叠的性质可得 $A'T = AT = x$, $A'D = AD = 26$,

$\angle TAD = \angle TA'D = 90^\circ$,

$\therefore \angle BTA' + \angle TA'B = \angle CA'D + \angle TA'B = 90^\circ$,

$\therefore \angle BTA' = \angle CA'D$,

$\therefore \triangle BTA' \sim \triangle CA'D$,

$\therefore \frac{TA'}{DA'} = \frac{BA'}{DC}$ 即 $\frac{x}{26} = \frac{BA'}{10}$,

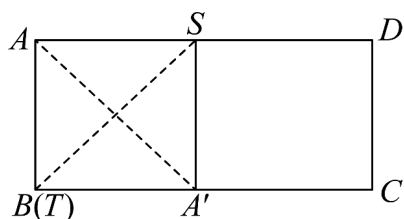
解得 $BA' = \frac{5x}{13}$,

$\because \angle B = 90^\circ$,

$\therefore BT^2 + (BA')^2 = (AT')^2$ 即 $(10-x)^2 + \left(\frac{5x}{13}\right)^2 = x^2$,

解得 $AT = x = 5.2$ 或 $AT = x = 130$ (舍去),

当 T 与 B 重合时, 如下图,



此时 $AT = AB = 10$,

$\therefore 5.2 \leq AT \leq 10$,

故答案为: $5.2 \leq AT \leq 10$.

【点睛】 本题主要考查了勾股定理, 相似三角形的判定及性质, 折叠的性质, 矩形的性质, 熟练掌握矩形的性质及相似三角形的判定及性质是解题的关键.

三、解答题

19. 已知 y 与 $x-2$ 成正比例, 且当 $x=3$ 时, $y=-2$.

(1) y 关于 x 的函数表达式;

(2) 当 $y = -3$ 时, 求 x 的值.

【答案】(1) $y = -2x + 4$;

(2) x 的值为 3.5.

【解析】

【分析】本题主要考查了用待定系数法求解析式, 求自变量的值, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 根据题意设出函数关系式 $y = k(x-2)$ ($k \neq 0$), 然后代入即可求解;

(2) 把 $y = -3$ 代入 (1) 中函数解析式即可求出 x 的值.

【小问 1 详解】

解: 由题意, 设 y 关于 x 的函数表达式为 $y = k(x-2)$ ($k \neq 0$),

$\because$ 当 $x = 3$ 时, $y = -2$,

$\therefore -2 = k(3-2)$,

解得: $k = -2$;

$\therefore y$ 关于 x 的函数表达式为 $y = -2x + 4$;

【小问 2 详解】

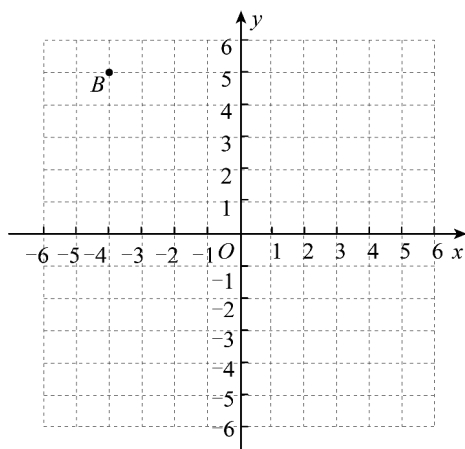
解: $\because y$ 关于 x 的函数表达式为 $y = -2x + 4$,

$\therefore$ 当 $y = -3$ 时, $-3 = -2x + 4$,

解得: $x = 3.5$,

$\therefore x$ 的值为 3.5.

20. 如图, 在直角坐标平面内, 已知点 A 的坐标 $(-3, 0)$,



(1) 图中 B 点的坐标是_____;

(2) 点 B 关于原点对称的点 C 的坐标是_____; 点 B 关于 y 轴对称的点 D 的坐标是_____;

(3) $\triangle ABC$ 的面积是_____;

(4) 在 x 轴上找一点 F , 使 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC}$, 那么点 F 的所有可能位置是_____. (用坐标表示)

【答案】(1) $(-4, 5)$

(2) $(4, -5)$; $(4, 5)$

(3) 15 (4) $(-9, 0)$ 或 $(3, 0)$

【解析】

【分析】 本题考查了坐标与图形, 熟练掌握轴对称, 中心对称是解题的关键.

(1) 直接在坐标系中写出坐标即可;

(2) 关于原点对称点特征: 横坐标和纵坐标都互为相反数; 关于 y 轴对称点特征: 横坐标互为相反数, 纵坐标不变; 依此作答即可;

(3) 用割补法即可求出 $\triangle ABC$ 的面积;

(4) 根据 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC}$ 求出 AF 的长即可求解.

【小问 1 详解】

根据图示知, 点 B 的坐标为 $(-4, 5)$,

故答案为: $(-4, 5)$;

【小问 2 详解】

由 (1) 知, $B(-4, 5)$,

$\therefore$ 点 B 关于原点对称的点 C 的坐标是 $(4, -5)$;

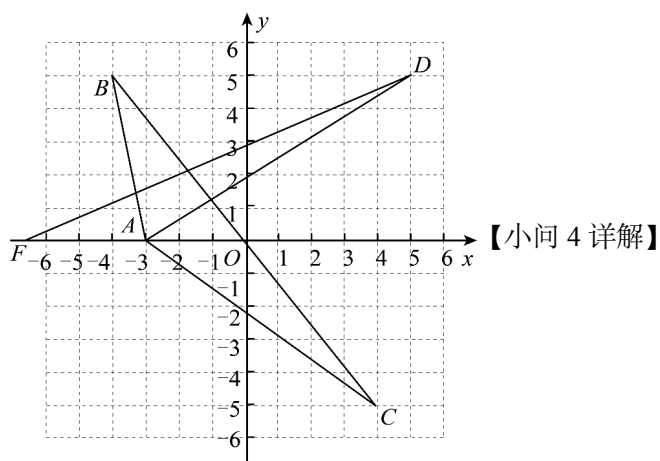
点 B 关于 y 轴对称的点 D 的坐标是 $(4, 5)$;

故答案为: $(4, -5)$; $(4, 5)$;

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} OA \cdot y_B + \frac{1}{2} OA \cdot |y_C| \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 15. \end{aligned}$$

故答案为: 15;



$$\because S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AF \cdot y_D = 15,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AF \times 5 = 15,$$

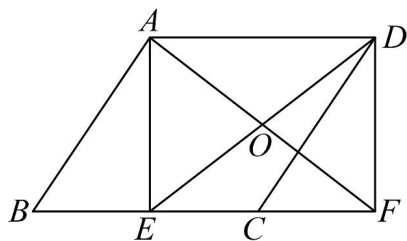
$$\therefore AF = 6,$$

$$\therefore -3-6=-9, -3+6=3,$$

$$\therefore F(-9,0) \text{ 或 } F(3,0).$$

故答案为: $(-9,0)$ 或 $(3,0)$.

21. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , 延长 BC 至点 F , 使 $CF = BE$, 连接 DF , AF 与 DE 交于点 O .



(1) 求证: 四边形 $AEFD$ 为矩形;

(2) 若 $AB = 3$, $OE = 2$, $BF = 5$, 求证: $AB \perp AF$.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的性质, 矩形的判定和性质, 勾股定理的逆定理,

(1) 由平行四边形的性质推出 $AD \parallel BC$, $AD = BC$, 得到 $EF = BC$, 判定四边形 $AEFD$ 是平行四边形, 而 $\angle AEF = 90^\circ$, 即可证明四边形 $AEFD$ 是矩形.

(2) 由勾股定理的逆定理判定 $\triangle ABF$ 是直角三角形即可证明.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore CF = BE,$$

$$\therefore CF + CE = BE + CE,$$

$$\therefore EF = BC = AD,$$

$$\therefore AD \parallel EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

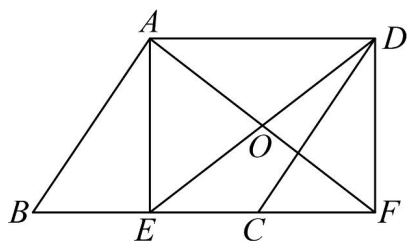
$$\therefore AE \perp EF,$$

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是矩形.

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 知: 四边形 $AEFD$ 是矩形,



$$\therefore AF = DE = 2OE = 2 \times 2 = 4,$$

$$\therefore AB = 3, BF = 5,$$

$$\therefore AB^2 + AF^2 = BF^2,$$

$$\therefore \triangle ABF \text{ 是直角三角形, } \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp AF.$$

22. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 的中点, 请仅用无刻度直尺作图 (保留作图痕迹, 不写画法).

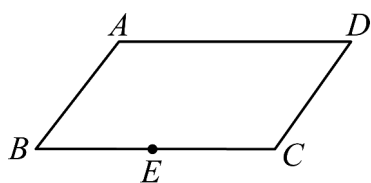


图1

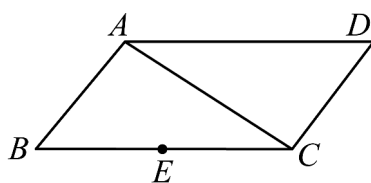


图2

①在图 1 中, 请过点 E 作 AB 的平行线交 AD 于点 F .

②在图 2 中, 请过点 E 作 AC 的平行线交 AB 于点 F .

【答案】

①如图 1, 为所求;

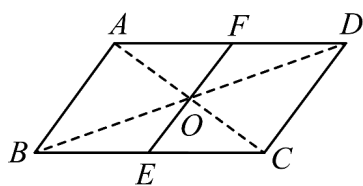


图1

②如图 2, 为所求.

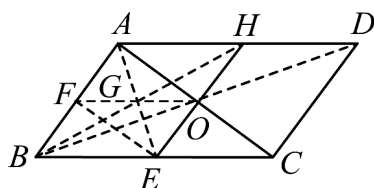


图2

【解析】

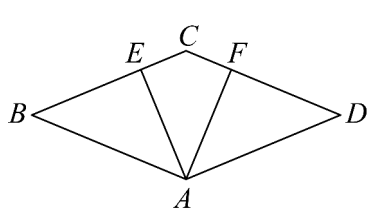
【分析】 本题考查了限定工具作图, 平行四边形的判定与性质:

①连接 AC 和 BD , 设交点为 O , 延长 EO 并延长交 AD 于 F , 则 F 点为所作;

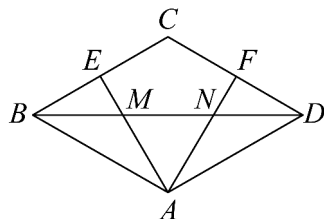
②连接 BD , 交 AC 于点 O , 延长 EO 交 AD 于 H , 连接 BH 、 AE 交于点 G , 作射线 OG 交 AB 于 F , 则 F 点为所作.

【详解】 略

23. 已知: 在菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$, $AF \perp CD$, 垂足为 E 、 F .



图①



图②

(1) 如图①, 如果 $\angle BAE = \angle EAF$, 求证: $AE = BE$;

(2) 如图②, 如果对角线 BD 与 AE 、 AF 交于点 M 、 N , 且 $BM = MN$, 求证: $\angle EAF = 2\angle BAE$.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了菱形的性质, 直角三角形斜边中线的性质, 等边三角形的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的判定等知识点, 熟练掌握各知识点并灵活运用是解题的关键.

(1) 根据菱形得到 $DC \parallel BA$, 继而得到 $\angle BAF = 90^\circ = \angle BAE + \angle EAF$, 由 $\angle BAE = \angle EAF$ 得到

$\angle BAE = \angle EAF = 45^\circ$ ，则 $\angle B = 90^\circ - \angle BAE = 45^\circ = \angle BAE$ ，那么 $AE = BE$ ；

(2) 由直角三角形斜边中线得到 $BM = MN = AM$ ，证明 $\triangle ABM \cong \triangle ADN$ (ASA)，则 $AM = AN$ ，那么 $\triangle AMN$ 为等边三角形，则 $\angle MAN = 60^\circ$ ，那么 $\angle BAE = 90^\circ - \angle MAN = 30^\circ$ ，故 $\angle EAF = 2\angle BAE$ 。

【小问 1 详解】

证明： $\because AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$

$$\therefore \angle BEA = \angle AFD = 90^\circ,$$

$\because$ 菱形 $ABCD$,

$$\therefore DC \parallel BA,$$

$$\therefore \angle BAF = 90^\circ = \angle BAE + \angle EAF,$$

$$\because \angle BAE = \angle EAF,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle BAE = 45^\circ = \angle BAE,$$

$$\therefore AE = BE;$$

【小问 2 详解】

证明：由 (1) 得 $\angle BAF = 90^\circ$,

$$\because BM = MN,$$

$$\therefore BM = MN = AM,$$

$\because$ 菱形 $ABCD$,

$$\therefore \angle ABE = \angle ADF, \quad AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABM = \angle ADN,$$

$$\because AE \perp BC, \quad AF \perp CD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle DAN = 90^\circ - \angle ABE = 90^\circ - \angle ADF$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADN \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AM = AN,$$

$$\therefore AM = AN = MN,$$

$\therefore \triangle AMN$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle MAN = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle MAN = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = 2\angle BAE.$$

24. 按要求解题:

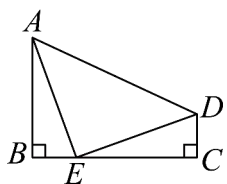


图1

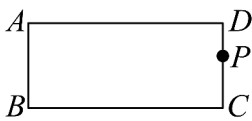


图2

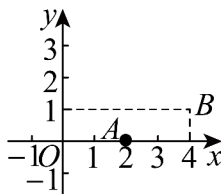


图3

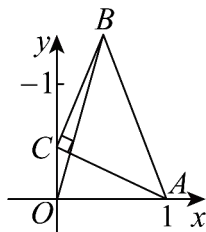


图4

(1) 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, 点 E 是边 BC 上一点, $AB = EC$, $BE = CD$, 连接 AE 、 DE , 则 $\triangle AED$ 的形状为_____;

【解决问题】

(2) 如图②, 在长方形 $ABCD$ 中, 点 P 是边 CD 上一点, 在边 BC 、 AD 上分别作出点 E 、 F , 使得点 F 、 E 、 P 是一个等腰直角三角形的三个顶点, 且 $FP = EP$, $\angle FPE = 90^\circ$.

要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法;

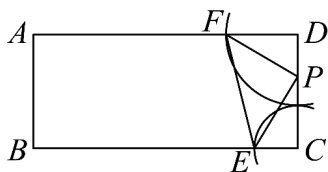
【拓展应用】

(3) 如图③, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(2, 0)$, 点 $B(4, 1)$, 点 C 在第一象限内, 若 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 则点 C 的坐标是_____;

(4) 如图④, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1, 0)$, 点 C 是 y 轴上的动点, 线段 CA 绕着点 C 按逆时针方向旋转 90° 至线段 CB , $CA = CB$, 连接 BO 、 BA , 则 $BO + BA$ 的最小值为_____.

【答案】(1) 等腰直角三角形

(2) 如图, 点 E 、 F 即为所求:



(3) $(1, 2)$ 或 $(3, 3)$ 或 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$

(4) $\sqrt{5}$

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle ABE \cong \triangle ECD$ (SAS) 得到 $AE = ED$, $\angle BAE = \angle CED$, 进而利用三角形的内角和定理得到 $\angle AED = 90^\circ$ 可得结论;

(2) 以点 D 为圆心以 PC 的长为半径画弧交 AD 于 F , 以点 C 为圆心以 PD 的长为半径画弧交 BC 于 E , 则点 E 、 F 即为所求;

(3) 分三种情况: ①当 $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = AB$ 时, ②当 $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = AB$ 时, ③当 $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = AC$ 时, 分别作辅助线构造全等三角形, 根据全等三角形的性质求解即可;

(4) 作 $BH \perp OH$ 于 H , 设点 C 的坐标为 $(0, m)$, 可得 $B(m, 1+m)$, 求出 $BO + BA$ 的最小值, 相当于求点 $P(m, m)$ 到点 $M(0, -1)$ 和点 $N(1, -1)$ 距离之和的最小值, 然后作 M 关于直线 OP 的对称点 M' , 易得 $M'(-1, 0)$, 连接 $M'N$, 则 $M'N$ 为 PM' 和 PN 距离之和的最小值, 即 $BO + BA$ 的最小值, 根据勾股定理求出 $M'N$ 即可.

【小问 1 详解】

解: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ECD$ 中,

$$\begin{cases} AB = EC \\ \angle B = \angle C = 90^\circ, \\ BE = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ECD (SAS),$$

$$\therefore AE = ED, \quad \angle BAE = \angle CED,$$

$$\therefore \angle CED + \angle AEB = \angle BAE + \angle AEB = 180^\circ - \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - (\angle CED + \angle AEB) = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AED$ 是等腰直角三角形;

【小问 2 详解】

解: 由作图可知: $CP = DF$, $CE = DP$,

$\therefore$ 在长方形 $ABCD$ 中, $\angle C = \angle D = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle CPE \cong \triangle DFP (S, A, S),$$

$$\therefore PE = PF, \quad \angle CPE = \angle DFP,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DPF + \angle DFP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DPF + \angle CPE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPE = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle FPE$ 是等腰直角三角形;

【小问 3 详解】

解: 分三种情况:

①当 $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = AB$ 时,

如图3, 过 C 作 $CD \perp x$ 轴于 D , 过 B 作 $BE \perp x$ 轴于 E ,

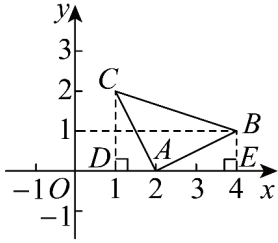


图3

$$\therefore A(2,0), B(4,1),$$

$$\therefore OA=2, OE=4, BE=1,$$

$$\therefore AE=OE-OA=2,$$

$$\therefore \angle BAC=90^\circ, \angle CDA=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC+\angle BAE=90^\circ, \angle DAC+\angle ACD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE=\angle ACD,$$

$$\text{又} \because \angle AEB=\angle CDA=90^\circ, AB=AC,$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle ACD (A, A, S),$$

$$\therefore AD=BE=1, CD=AE=2,$$

$$\therefore OD=OA-AD=1,$$

$$\therefore C(1,2);$$

②当 $\angle ABC=90^\circ$, $BC=AB$ 时,

如图4, 过 B 作 $BE \perp x$ 轴于 E , 过 C 作 $CG \perp x$ 轴于 G , 作 $CF \perp EB$ 延长线于 F , 则 $GE=CF$, $CG=FE$,

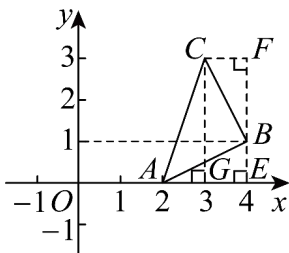


图4

同①得: $\triangle ABE \cong \triangle BCF$,

$$\therefore AE=BF=2, BE=CF=1,$$

$$\therefore GE=1, CG=FE=BF+BE=3,$$

$$\therefore OG=OE-GE=3,$$

$$\therefore C(3,3);$$

由 (2) ①知: $OC = HB = m$, $OA = HC = 1$,

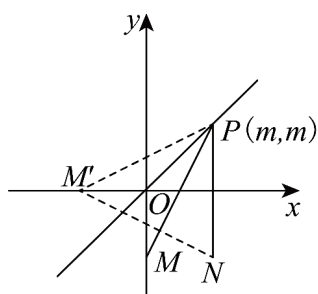
则点 $B(m, 1+m)$,

$$\text{则 } BO + BA = \sqrt{m^2 + (m+1)^2} + \sqrt{(m-1)^2 + (m+1)^2},$$

求 $BO + BA$ 的最小值, 相当于求点 $P(m, m)$ 到点 $M(0, -1)$ 和点 $N(1, -1)$ 距离之和的最小值,

$\therefore$ 点 P 在一、三象限的角平分线上,

如图, 作 M 关于直线 OP 的对称点 M' , 则 $M'(-1, 0)$, 连接 $M'N$,



则 $M'N$ 为 PM' 和 PN 距离之和的最小值, 即 $BO + BA$ 的最小值,

$$\therefore M'N = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5},$$

$\therefore BO + BA$ 的最小值为 $\sqrt{5}$.