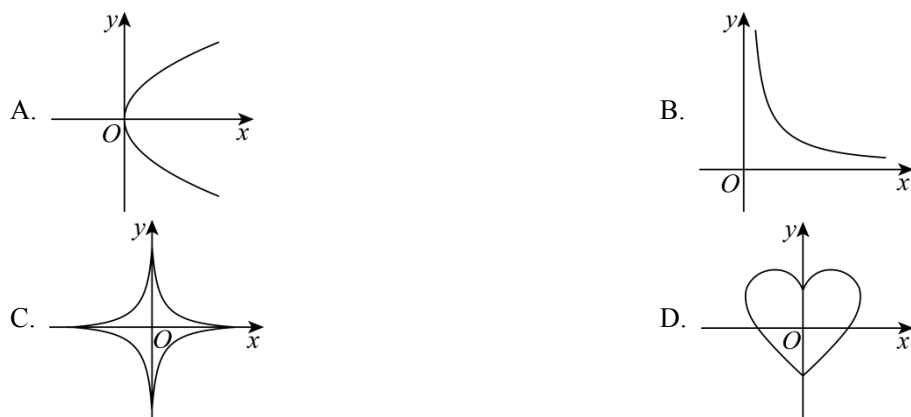


2025 学年第二学期八年级数学期中模拟 2

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列四个图象中, 能表示 y 是 x 的函数关系的是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】在一个变化过程中有两个变量 x 与 y , 对于 x 的每一个确定的值, y 都有唯一的值与其对应, 那么就称 y 是 x 的函数, 据此进行判断即可.

【详解】解: A, C, D 中的图象, 对于 x 的每一个确定的值, y 不一定有唯一的值与其对应, 那么 y 不是 x 的函数, 不符合题意,

B 中的图象, 对于 x 的每一个确定的值, y 都有唯一的值与其对应, 那么 y 是 x 的函数, 符合题意.

2. 已知点 $A(3, a)$ 与 $B(b, 4)$ 关于 x 轴成轴对称, 则 $a + b$ 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. -7 D. 7

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用关于 x 轴对称的点的坐标特点得出 a, b 的值, 即可得出答案.

【详解】解: $\because$ 点 $A(3, a)$ 与 $B(b, 4)$ 关于 x 轴成轴对称,

$$\therefore a = -4, b = 3,$$

$$\therefore a + b = 3 + (-4) = -1.$$

3. 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel CD$, 添加以下条件不能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

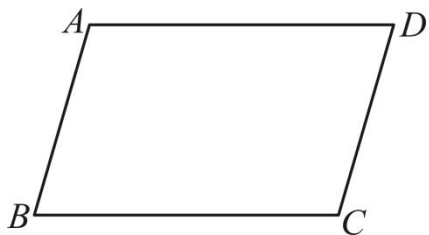
- A. $AB = CD$ B. $BC \parallel AD$ C. $\angle A = \angle C$ D. $\angle A + \angle D = 180^\circ$

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定定理，逐项验证各条件能否推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形即可.

【详解】解：已知在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$,



A 若 $AB = CD$ ，由一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

B 若 $BC \parallel AD$ ，由两组对边分别平行的四边形是平行四边形，可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

C $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle C,$$

$$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ,$$

$\therefore AD \parallel BC$ ，因此四边形 $ABCD$ 两组对边分别平行，可判定是平行四边形，不符合题意；

D $\because AB \parallel CD$ ，本身即可推出 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ，

无法推出另一组对边平行或 $AB = CD$ ，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，符合题意.

4. 已知菱形的边长为 8，一个内角是 60° ，那么这个菱形的面积为 ()

A. 64

B. 32

C. $64\sqrt{3}$

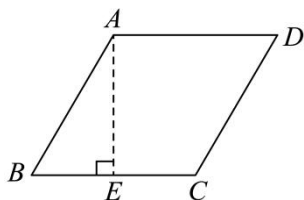
D. $32\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】过点 A 作 $AE \perp BC$ ，交 BC 于点 E ，利用直角三角形性质和勾股定理求出菱形的高，再结合菱形面积公式计算结果.

【详解】解：过点 A 作 $AE \perp BC$ ，交 BC 于点 E .



$\because$ 菱形边长为 8，一个内角为 60° ，

$$\therefore AB = BC = 8, \angle B = 60^\circ.$$

在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle AEB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = 30^\circ$, 可得 $BE = \frac{1}{2} AB = 4$.

由勾股定理得 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$.

$\therefore$ 菱形的面积为 $BC \times AE = 8 \times 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$.

故选: D.

5. 下列命题中, 不正确的是 ()

- A. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- B. 对角线相等的平行四边形是矩形
- C. 对角线相等的矩形是正方形
- D. 对角线相等的菱形是正方形

【答案】 C

【解析】

【详解】 A、根据菱形判定定理, 对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 故 A 选项命题正确;

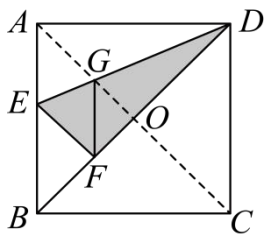
B、根据矩形判定定理, 对角线相等的平行四边形是矩形, 故 B 选项命题正确;

C、矩形的对角线本来就相等, 仅对角线相等无法判定它是正方形, 故 C 选项命题不正确;

D、菱形的对角线互相垂直平分, 若对角线再相等, 则满足正方形的判定条件, 所以对角线相等的菱形是正方形, 故 D 选项命题正确.

综上, 不正确的是 C.

6. 如图, 在正方形纸片 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 折叠正方形纸片 $ABCD$, 使 AD 落在 BD 上, 点 A 恰好与 BD 上的点 F 重合, 展开后, 折痕 DE 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 G , 连接 GF , 下列结论: ① $\angle AGD = 112.5^\circ$; ② $\frac{AD}{AE} = 2$; ③ $S_{\triangle AGD} = S_{\triangle OGD}$; ④ 四边形 $AEFG$ 是菱形; ⑤ $BE = 2OG$, 其中结论正确的是 ()



A. ①④

B. ②③④

C. ①④⑤

D. ①②④⑤

【答案】 C

【解析】

【分析】 ①由四边形 $ABCD$ 是正方形, 可得 $\angle GAD = \angle ADO = 45^\circ$, 又由折叠的性质, 可求得 $\angle ADG$ 的度

数；②由 $AE = EF < BE$ ，可得 $AD > 2AE$ ；③由 $AG = GF > OG$ ，可得 $\triangle AGD$ 的面积 $>$ $\triangle OGD$ 的面积；
 ④由折叠的性质与平行线的性质，易得 $\triangle EFG$ 是等腰三角形，即可证得 $AE = GF$ ，易证得四边形 $AEFG$ 是菱形；
 ⑤由菱形性质，等腰直角三角形的性质，勾股定理，即可得 $BE = 2OG$ 。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\angle GAD = \angle ADO = 45^\circ,$$

$$\text{由折叠的性质可得：} \angle ADG = \frac{1}{2} \angle ADO = 22.5^\circ$$

$$\text{故 } \angle AGD = 180^\circ - 45^\circ - 22.5^\circ = 112.5^\circ, \text{ 故①正确.}$$

$$\therefore \text{由折叠的性质可得：} AE = EF, \angle EFD = \angle EAD = 90^\circ,$$

$$\angle AE = EF < BE,$$

$$\angle AE < \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} > 2,$$

$$\therefore AD > 2AE, \text{ 故②错误.}$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\angle AG = FG > OG, \triangle AGD \text{ 与 } \triangle OGD \text{ 同高,}$$

$$\therefore S_{\triangle AGD} > S_{\triangle OGD}, \text{ 故③错误.}$$

$$\therefore \angle EFD = \angle AOF = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel AC,$$

$$\angle FEG = \angle AGE,$$

$$\therefore \angle AGE = \angle FGE,$$

$$\angle FEG = \angle FGE,$$

$$\therefore EF = GF,$$

$$\therefore AE = EF,$$

$$\therefore AE = GF,$$

$$\therefore AE = EF = GF, AG = GF,$$

$$\angle AE = EF = GF = AG,$$

$$\therefore \text{四边形 } AEFG \text{ 是菱形,}$$

$$\text{故四边形 } AEFG \text{ 是菱形, 故④正确.}$$

$$\therefore \text{四边形 } AEFG \text{ 是菱形,}$$

$$\angle DOGF = \angle DOAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OGF = \angle OFG = 45^\circ,$$

$$\therefore OF = OG,$$

$$\therefore EF = GF = \sqrt{OF^2 + OG^2} = \sqrt{2}OG,$$

同理可得 $BE = \sqrt{2}EF = \sqrt{2} \times \sqrt{2}OG = 2OG$. 故⑤正确.

综上, 正确的结论有①④⑤.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果一个多边形的内角和是 1800° , 那么这个多边形是_____边形.

【答案】十二

【解析】

【分析】本题考查了多边形的内角和公式, 熟记多边形的内角和公式为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 是解答本题的关键. 根据多边形内角和公式求解即可.

【详解】设这个多边形是 n 边形, 由题意得 $(n-2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$,

解得 $n = 12$,

$\therefore$ 这个多边形是十二边形.

故答案为: 十二.

8. 若点 $A(a, 3)$ 在 y 轴上, 则点 $B(a-1, a+2)$ 在第_____象限.

【答案】二

【解析】

【分析】先根据 y 轴上点的坐标特征求出 a 的值, 再代入得到点 B 的坐标, 最后根据各象限点的坐标特征判断点 B 所在象限.

【详解】解: $\because y$ 轴上所有点的横坐标为 0, 点 $A(a, 3)$ 在 y 轴上,

$$\therefore a = 0,$$

将 $a = 0$ 代入点 B 的坐标得 $a-1 = -1$, $a+2 = 2$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-1, 2)$,

$\therefore$ 第二象限内点的横坐标小于 0, 纵坐标大于 0,

$\therefore$ 点 B 在第二象限.

9. 若函数 $y = (m-2)x^{(|m|-1)}$ 是正比例函数, 则 m 的值是_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】本题考查了正比例函数的定义, 解题关键是掌握正比例函数的定义条件: $y = kx$, k 为常数且 $k \neq 0$, 自变量的次数为 1, 即 $|m| - 1 = 1$; $m - 2 \neq 0$.

【详解】解: 由题意得: $|m| - 1 = 1$, $m - 2 \neq 0$

$|m| = 2$, $m = \pm 2$, 而 $m \neq 2$,

$\therefore m = -2$,

故答案为: -2.

10. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 连接 AG , 那么 $AG =$ _____.

【答案】 $\frac{13}{3}$

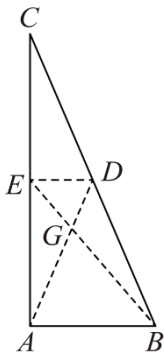
【解析】

【分析】利用勾股定理求出斜边 BC 的长度, 根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半得到 BC 边中线的长度, 再根据重心的性质求出 AG 的长度.

【详解】解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$,

由勾股定理得: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$,

设 BC 的中点为 D , 连接 AD ,



根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半, 得: $AD = \frac{1}{2}BC = \frac{13}{2}$,

作 AC 的中点 E , 连接 DE 、 BE , 设 BE 与 AD 交于点 G ,

根据中位线性质的: $DE \parallel AB$, $DE = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore \angle DEB = \angle ABE$, $\angle EDA = \angle BAD$,

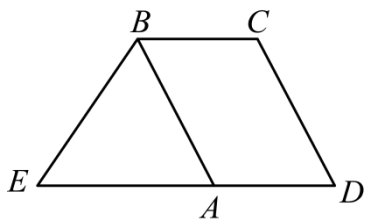
$\therefore \triangle DEG \sim \triangle ABG$,

$$\therefore \frac{DG}{AG} = \frac{DE}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AG = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \times \frac{13}{2} = \frac{13}{3}.$$

故答案为: $\frac{13}{3}$.

11. 如图, $\square ABCD$ 中, $BC = 2$, 点 E 在 DA 的延长线上, $BE = 3$, 若 BA 平分 $\angle EBC$, 则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】5

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质, 等腰三角形的判定和性质, 掌握平行四边形的性质是解题关键. 由平行四边形的性质可知, $AD = BC = 2$, $BC \parallel AD$, 进而得出 $\angle BAE = \angle EBA$, 再由等角对等边的性质, 得到 $BE = AE = 3$, 即可求出 DE 的长.

【详解】解: 在 $\square ABCD$ 中, $BC = 2$,

$$\therefore AD = BC = 2, \quad BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle BAE,$$

$$\because BA \text{ 平分 } \angle EBC,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle EBA,$$

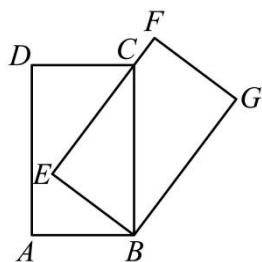
$$\therefore \angle BAE = \angle EBA,$$

$$\therefore BE = AE = 3,$$

$$\therefore DE = AD + AE = 2 + 3 = 5,$$

故答案为: 5.

12. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 5$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 B 旋转得到矩形 $EBGF$, 若 EF 恰好经过点 C , 则 CF 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】1

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的性质，矩形的判定的性质以，勾股定理，掌握知识点的应用是解题的关键. 由矩形性质可知 $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = BC = 5$ ，又旋转可知 $AB = BE = 3$ ， $\angle A = \angle E = 90^\circ$ ， $AD = EF = 5$ ，然后通过勾股定理和线段和差即可求解.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle A = 90^\circ, \quad AD = BC = 5,$$

由旋转性质可知， $AB = BE = 3$ ， $\angle A = \angle E = 90^\circ$ ， $AD = EF = 5$ ，

$$\therefore EC = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore CF = EF - CE = 5 - 4 = 1,$$

故答案为：1.

13. 将点 $P(m-1, n+1)$ 先向下平移 4 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度，得到点 $P'(2, -1)$ ，那么 $m+n$ 的值为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】平面直角坐标系中，点的平移遵循规律：横坐标右加左减，纵坐标上加下减. 据此列方程组解答.

【详解】解： $P(m-1, n+1)$ ，先向下平移 4 个单位（纵坐标减 4），再向右平移 3 个单位（横坐标加 3），

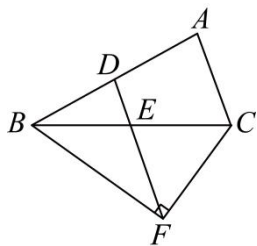
得到 $P'(2, -1)$ ，因此可得方程组：

$$\text{横坐标：} (m-1) + 3 = 2, \text{ 解得 } m = 0;$$

$$\text{纵坐标：} (n+1) - 4 = -1, \text{ 解得 } n = 2;$$

$$\text{因此 } m+n = 0+2 = 2.$$

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E 分别是边 AB ， BC 的中点，点 F 在线段 DE 的延长线上，且 $\angle BFC = 90^\circ$ ，若 $AC = 4$ ， $BC = 8$ ，则 DF 的长是_____.



【答案】6

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的中位线定理、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，熟练掌握三角形的中位线定理是解题关键. 先根据三角形的中位线定理可得 $DE = \frac{1}{2}AC = 2$ ，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $EF = \frac{1}{2}BC = 4$ ，然后根据 $DF = DE + EF$ 求解即可得.

【详解】 解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E 分别是边 AB ， BC 的中点， $AC = 4$ ，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC = 2,$$

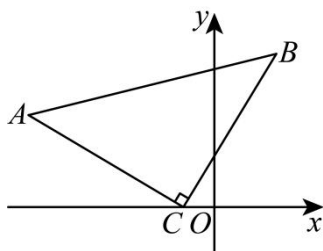
$$\because \angle BFC = 90^\circ, BC = 8,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$$\therefore DF = DE + EF = 6,$$

故答案为：6.

15. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 C 的坐标为 $(-1, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(2, 5)$ ，则 A 点的坐标是 ____.

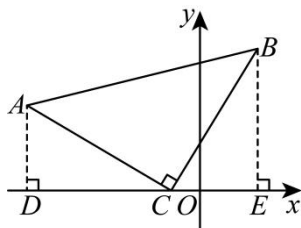


【答案】 $(-6, 3)$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质与判定以及坐标与图形，过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E ，构造 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ，利用全等三角形的性质得到线段之间的关系，进而求出点 A 的坐标.

【详解】 解：过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E ，



$\because$ 点 C 的坐标为 $(-1, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(2, 5)$ ，

$$\therefore CE = 2 - (-1) = 3, BE = 5,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp x \text{ 轴}, BE \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\because \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BCE,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ \\ \angle CAD = \angle BCE \\ AC = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CE = 3, CD = BE = 5,$$

$$\therefore OD = CD + OC = 5 + 1 = 6,$$

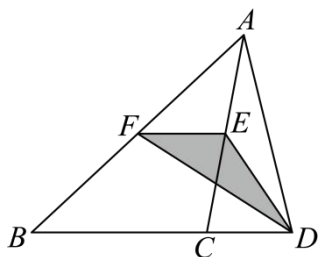
$$\therefore D \text{ 的坐标为 } (-6, 0),$$

$$\because AD = 3, AD \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore A(-6, 3).$$

故答案为 $(-6, 3)$.

16. 如图, 在 $\triangle ABD$ 中, C 是 BD 上一点, 且 $BC = 2CD$, 若 E 、 F 分别是 AC 、 AB 的中点, $\triangle ABD$ 的面积为 24, 则 $\triangle DEF$ 的面积为_____.

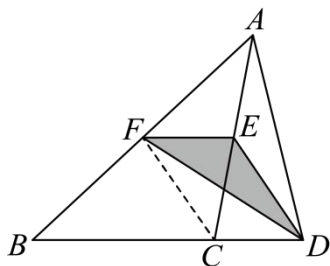


【答案】4

【解析】

【分析】由 $BC = 2CD$, 可得 $S_{\triangle ABC} = 16$, $S_{\triangle ACD} = 8$, 结合 E 、 F 分别是 AC 、 AB 的中点, 可得 $EF \parallel BC$, 进一步可得答案.

【详解】解：连接 CF .



$\because \triangle ABD$ 的面积为 24, $BC = 2CD$,

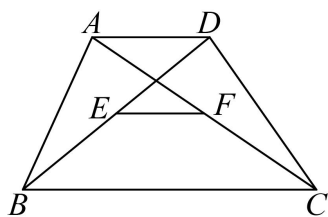
$\therefore S_{\triangle ABC} = 16, S_{\triangle ACD} = 8$,

$\because E, F$ 分别是 AC, AB 的中点,

$\therefore EF \parallel BC, S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BCF} = 8, S_{\triangle AEF} = S_{\triangle CEF} = 4$,

$\therefore S_{\triangle EFD} = S_{\triangle EFC} = 4$.

17. 如图, 已知 $AD \parallel BC$, 点 E, F 分别为 BD, AC 的中点, 连接 EF , 设 $AD = a, BC = b$, 且 $a < b$, 那么 $EF =$ _____ (用含有 a, b 的式子表示)



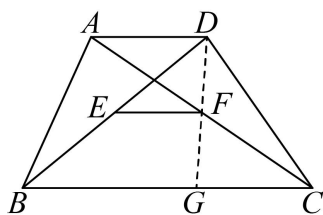
【答案】

$$\frac{b-a}{2}$$

【解析】

【分析】连接 DF 并延长交 BC 于点 G , 证明 $\triangle ADF \cong \triangle CGF$, 从而得到 $AD = CG$ 且 F 为 DG 的中点, 再根据三角形中位线定理即可求解.

【详解】解：连接 DF 并延长交 BC 于点 G ,



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAF = \angle GCF$,

$\because F$ 为 AC 的中点,

$\therefore AF = CF$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CGF$ 中

$$\begin{cases} \angle DAF = \angle GCF \\ AF = CF \\ \angle AFD = \angle CFG \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CGF$ (ASA),

$\therefore AD = CG = a, DF = FG$,

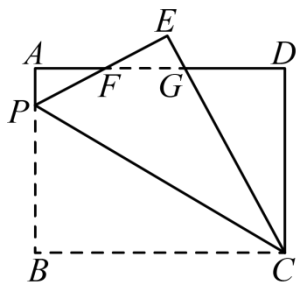
$\therefore BG = BC - CG = b - a$,

$\because E$ 为 BD 的中点,

$\therefore EF$ 为 $\triangle DBG$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BG = \frac{b-a}{2}.$$

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3, BC = 4$, 点 P 是边 AB 上一动点, 连接 CP , 将 $\triangle BCP$ 沿着 CP 翻折后得到 $\triangle ECP$, 若 EP, EC 与边 AD 分别交于点 F, G , 且 $AF = EF$, 则 AP 的长为_____.



【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了矩形与折叠问题, 勾股定理, 全等三角形的性质与判定, 由矩形的性质可得

$\angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ, CD = AB = 3, AD = BC = 4$, 由折叠的性质可得

$CE = BC = 4, PB = PE, \angle E = \angle B = 90^\circ$, 证明 $\triangle AFP \cong \triangle EFG$ (ASA) 得到 $EG = AP, PF = GF$, 则可

证明 $AG = PE$, 设 $AP = EG = x$, 则 $AG = PE = PB = 3 - x$,

$CG = CE - EG = 4 - x, DG = AD - AG = x + 1$, 由勾股定理得 $(4 - x)^2 = 3^2 + (x + 1)^2$, 解方程即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ, CD = AB = 3, AD = BC = 4$,

由折叠的性质可得 $CE = BC = 4, PB = PE, \angle E = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle E = \angle A$$

又 $\because \angle AFP = \angle EFG, AF = EF$,

$$\therefore \triangle AFP \cong \triangle EFG (ASA),$$

$$\therefore EG = AP, PF = GF,$$

$$\therefore AF + GF = PF + EF, \text{ 即 } AG = PE,$$

设 $AP = EG = x$, 则 $AG = PE = PB = 3 - x$,

$$\therefore CG = CE - EG = 4 - x, \quad DG = AD - AG = x + 1,$$

在 $Rt\triangle CDG$ 中,

由勾股定理得 $CG^2 = CD^2 + DG^2$,

$$\therefore (4 - x)^2 = 3^2 + (x + 1)^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AP = \frac{3}{5}.$$

故答案为: $\frac{3}{5}$.

三、解答题 (19-20 题每题 10 分, 21-22 题每题 6 分, 23-24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 共 58 分)

19. 已知 y 是 x 的正比例函数, 当 $x = 4$ 时, $y = -6$.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 当 $y = -4$, 求 x 的值.

【答案】 (1) $y = -\frac{3}{2}x$

(2) $x = \frac{8}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求解析式, 正比例函数的定义, 掌握正比例函数的定义是解题的关键.

(1) 根据正比例函数的定义, 设 $y = kx$, 待定系数法求解析式即可求解;

(2) 将 $y = -4$ 代入 $y = -\frac{3}{2}x$ 中, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because y$ 与 x 成正比例,

$\therefore$ 设 $y = kx$,

将 $x = 4$, $y = -6$ 代入 $y = kx$ 中, 得 $-6 = 4k$

解得 $k = -\frac{3}{2}$,

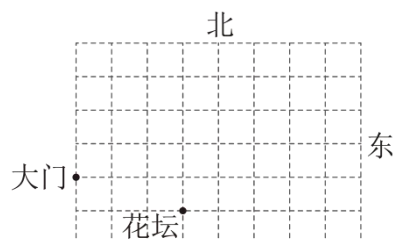
$\therefore y$ 关于 x 的函数表达式为 $y = -\frac{3}{2}x$;

【小问 2 详解】

将 $y = -4$ 代入 $y = -\frac{3}{2}x$ 中, 得: $-4 = -\frac{3}{2}x$,

解得 $x = \frac{8}{3}$.

20. 如图是学校的平面示意图, 已知大门的坐标为 $(-3, 0)$, 花坛的坐标为 $(0, -1)$.



(1) 根据上述条件建立平面直角坐标系;

(2) 建筑物 A 的坐标为 $(3, 1)$, 请在图中标出点 A 的位置;

(3) 建筑物 B 在大门北偏东 45° 的方向, 并且 B 在花坛的正北方向, 请在图中标出点 B 的位置并写出点 B 的坐标;

(4) 求 AB 的距离.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) 图见解析, $B(0, 3)$

(4) $\sqrt{13}$

【解析】

【分析】(1) 以花坛向上 1 个单位为坐标原点, 建立平面直角坐标系即可;

(2) 根据平面直角坐标系标出点 A 的位置即可;

(3) 根据方向角确定点 B 的位置即可;

(4) 利用网格, 根据勾股定理求 AB 即可.

【小问 1 详解】

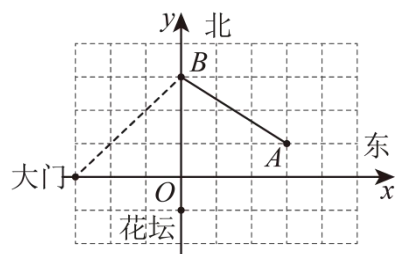
解：建立平面直角坐标系如图所示；

【小问 2 详解】

解：点 A 如图所示；

【小问 3 详解】

解：点 B 如图所示；



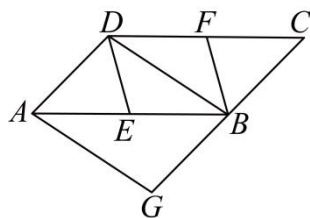
根据图形可得点 B 的坐标为 $(0, 3)$ ；

【小问 4 详解】

解： $AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ，

即 AB 的距离为 $\sqrt{13}$ 。

21. 已知如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E, F 分别为 AB, CD 的中点， BD 是对角线， $AG \parallel DB$ 交 CB 的延长线于 G 。



(1) 求证： $DE = FB$ ；

(2) 若四边形 $DEBF$ 是菱形，求证：四边形 $AGBD$ 是矩形。

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 根据边角边证三角形全等即可；

(2) 先证明 $ADBG$ 是平行四边形，再证明有一个角是直角的平行四边形是矩形即可证明。

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB = CD, AD = BC, \angle BAD = \angle C, AD \parallel BC,$

又 $\because E$ 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB, \quad CF = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore ADE \cong CBF (\text{SAS});$$

$$\therefore DE = BF;$$

【小问2详解】

$$\because AD \parallel BC, \quad AG \parallel DB,$$

$\therefore$ 四边形 $AGBD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是菱形,

$$\therefore BE = DE,$$

$\because E$ 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点,

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore BE = DE = AE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle EAD, \quad \angle EDB = \angle EBD,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle EDA + \angle EDB + \angle EBD = 180^\circ,$$

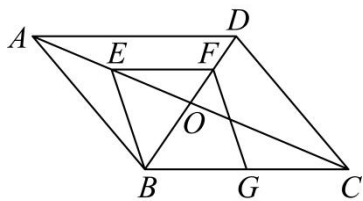
$$\therefore \angle EDA + \angle EDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ADBG$ 是矩形,

【点睛】 本题考查平行四边形的性质, 菱形的性质, 矩形的判定和性质, 勾股定理等知识, 解题的关键是熟练掌握相关的定理内容.

22. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 、 F 、 G 分别为线段 AO 、 DO 、 BC 的中点, 连接 BE 、 EF 、 FG .



(1) 求证: 四边形 $BEFG$ 为平行四边形;

(2) 若 $AC = 2CD$, 请判断并证明四边形 $BEFG$ 的形状.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 四边形 $BEFG$ 为菱形, 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 证明 $AD = BC$, $AD \parallel BC$, 可得 EF 是 $\triangle AOD$ 的中位线, $EF \parallel AD$, $EF = \frac{1}{2}AD$,

$BG = \frac{1}{2}BC$, 证明 $EF \parallel BG$, $EF = BG$ 即可.

(2) 如图, 连接 CF , 证明 $OC = CD$, 可得 $CF \perp BD$, $GF = GB$, 再进一步证明即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$,

$\because$ 点 E 、 F 、 G 分别为线段 AO 、 DO 、 BC 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle AOD$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel AD$, $EF = \frac{1}{2}AD$, $BG = \frac{1}{2}BC$,

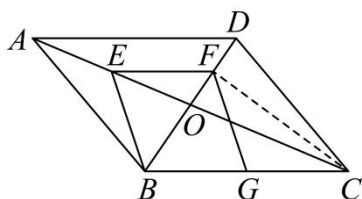
$\therefore EF \parallel BG$, $EF = BG$,

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 为平行四边形.

【小问 2 详解】

解: 四边形 $BEFG$ 为菱形, 理由如下:

如图, 连接 CF ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC$,

$\because AC = 2CD$,

$\therefore OC = CD$,

$\because F$ 为 OD 的中点,

$\therefore CF \perp BD$,

$\because G$ 为 BC 的中点,

$$\therefore GF = GB,$$

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 为平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 为菱形.

【点睛】 本题考查的是平行四边形的判定与性质, 菱形的判定, 直角三角形斜边上的中线的性质, 等腰三角形的性质, 作出合适的辅助线是解本题的关键.

23. 如图 1, 将矩形 $OABC$ 放在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 C 在 x 轴上, 点 A 在 y 轴上, $OA = 4$, $OC = 8$. 把矩形 $OABC$ 沿对角线 OB 所在直线翻折, 点 C 落到点 D 处, OD 交 AB 于点 E .

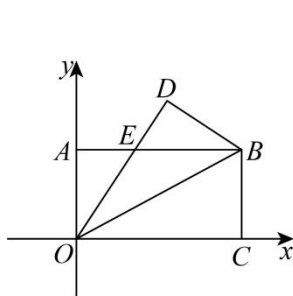


图 1

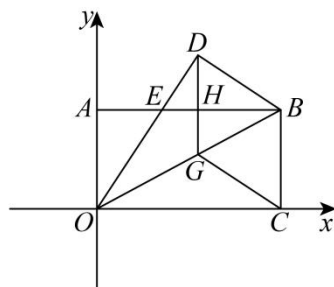
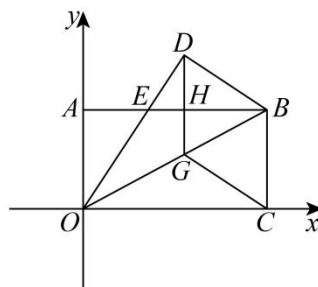


图 2



备用图

(1) 点 E 坐标为 _____; 点 D 坐标为 _____.

(2) 如图 2, 过点 D 作 $DG \parallel BC$, 交 OB 于点 G , 交 AB 于点 H , 连接 CG , 试判断四边形 $BCGD$ 的形状, 并说明理由.

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M 是平面直角坐标系内一点, 且以 O 、 D 、 G 、 M 为顶点的四边形是平行四边形, 请直接写出点 M 坐标.

【答案】 (1) $(3, 4)$; $(\frac{24}{5}, \frac{32}{5})$ (2) 菱形, 见解析

(3) 满足条件的点 M 的坐标为 $(0, 4)$, $(0, -4)$, $(\frac{48}{5}, \frac{44}{5})$.

【解析】

【分析】 (1) 根据矩形的性质结合折叠的性质证明 $EO = EB$, 证明 $\text{Rt} \triangle AOE \cong \text{Rt} \triangle DBE$ (HL), 得到 $AE = DE$, 设 $AE = x$, 则 $OE = BE = 8 - x$, 在 $\text{Rt} \triangle AEO$ 中, 利用勾股定理构建方程求解即可得到点 E 的坐标; 过点 D 作 $DL \perp OC$ 于点 L , 交 AB 于点 K , 利用等面积法列式计算即可求得点 D 的坐标;

(2) 根据邻边相等的平行四边形是菱形证明即可;

(3) 根据平行四边形的性质分三种情况分析: 当 OD 为对角线时, 当 OG 为对角线时, 当 OM 为对角线时, 分别求解即可.

【小问 1 详解】

解：四边形 $OABC$ 是矩形， $OA = 4$ ， $OC = 8$ ，

$\therefore AB = OC = 8$ ， $BC = AO = 4$ ， $AB \parallel OC$ ， $\angle ABC = \angle OAB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABO = \angle BOC$ ，

$\therefore$ 把矩形 $OABC$ 沿对角线 OB 所在直线翻折，点 C 落到点 D 处， OD 交 AB 于点 E ，

$\therefore \angle BOC = \angle BOD$ ， $BD = BC = 4$ ， $\angle BDE = \angle OCB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EOB = \angle EBO$ ， $AO = BD$ ，

$\therefore EO = EB$ ，

在 $Rt\triangle AOE$ 和 $Rt\triangle DBE$ 中，

$$\begin{cases} AO = BD \\ EO = EB \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AOE \cong Rt\triangle DBE$ (HL)，

$\therefore AE = DE$ ，

设 $AE = x$ ，则 $OE = BE = 8 - x$ ，

在 $Rt\triangle AEO$ 中， $OA^2 + AE^2 = OE^2$ ，

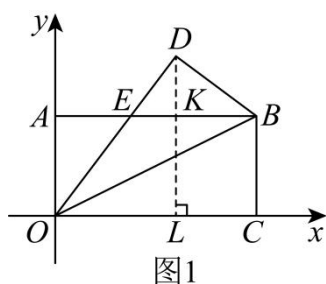
$$\therefore 4^2 + x^2 = (8 - x)^2,$$

解得 $x = 3$ ，

即 $DE = AE = 3$ ，

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3, 4)$ ， $BE = AB - AE = 8 - 3 = 5$ ，

如图，过点 D 作 $DL \perp OC$ 于点 L ，交 AB 于点 K ，则 $KL = OA = 4$ ，



$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} DE \times BD = \frac{1}{2} DK \times BE,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} DK \times 5,$$

解得 $DK = \frac{12}{5}$ ，

$$\therefore DL = \frac{32}{5}, \quad EK = \sqrt{DE^2 - DK^2} = \frac{9}{5},$$

$$\therefore AK = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } \left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right);$$

【小问 2 详解】

解：四边形 $BCGD$ 是菱形，理由如下：

$$\because DG \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BGD = \angle CBG,$$

$\because$ 把矩形 $OABC$ 沿对角线 OB 所在直线翻折，点 C 落到点 D 处， OD 交 AB 于点 E ，

$$\therefore \angle DBG = \angle CBG, \quad BD = BC = 4, \quad \angle BDE = \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBG = \angle DGB,$$

$$\therefore DG = DB = CB,$$

$\therefore$ 四边形 $BCGD$ 是平行四边形，

$$\because BD = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $BCGD$ 是菱形；

【小问 3 详解】

解：由 (1) (2) 得点 D 的坐标为 $\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right)$ ， $DG = DB = CB = 4$ ，

$$\therefore \text{点 } G \text{ 到 } x \text{ 轴的距离为 } \frac{32}{5} - 4 = \frac{12}{5},$$

$$\therefore G\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right),$$

$$\because O(0,0), \quad D\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right),$$

设 $M(m, n)$ ，

当 OD 为对角线时，由中点坐标公式得：

$$\begin{cases} \frac{24}{5} + m = \frac{24}{5} \\ \frac{12}{5} + n = \frac{32}{5} \end{cases}, \quad \text{解得} \begin{cases} m = 0 \\ n = 4 \end{cases},$$

$$\therefore M_1(0, 4);$$

当 OG 为对角线时， $O(0,0)$ ， $D\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right)$ ， $G\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right)$ ，

由中点坐标公式得:

$$\begin{cases} \frac{24}{5} = \frac{24}{5} + m \\ \frac{12}{5} = \frac{32}{5} + n \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = 0 \\ n = -4 \end{cases},$$

$$\therefore M_2(0, -4);$$

$$\text{当 } OM \text{ 为对角线时, } O(0,0), D\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right), G\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right),$$

由中点坐标公式得:

$$\begin{cases} \frac{24}{5} + \frac{24}{5} = m \\ \frac{32}{5} + \frac{12}{5} = n \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = \frac{48}{5} \\ n = \frac{44}{5} \end{cases},$$

$$\therefore M_3\left(\frac{48}{5}, \frac{44}{5}\right).$$

$$\text{综上所述, 满足条件的点 } M \text{ 的坐标为 } (0,4), (0,-4), \left(\frac{48}{5}, \frac{44}{5}\right).$$