

2025-2026 学年八年级下学期期中模拟卷

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(五四制)八年级下册 四边形、平面直角坐标系。

第一部分 (选择题 共 12 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

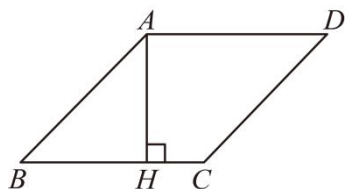
1. 若菱形的周长为 8, 高为 $\sqrt{2}$, 则菱形两邻角的度数比为 ()

- A. 3:1 B. 4:1 C. 5:1 D. 6:1

【答案】A

【分析】本题考查菱形的性质、勾股定理、等腰三角形的性质, 根据题意画出图形, 根据菱形的性质和勾股定理求得

【详解】解: 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AH \perp BC$ 于 H ,



由题意, $AB = 8 \div 4 = 2$, $AH = \sqrt{2}$, $\angle A + \angle B = 180^\circ$,

$$\therefore BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2},$$

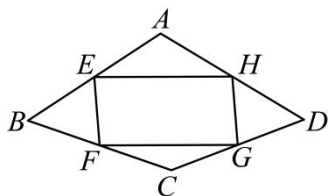
$$\therefore BH = AH,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ, \text{ 则 } \angle A = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle A : \angle B = 135^\circ : 45^\circ = 3 : 1,$$

故选：A.

2. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点，则下列结论一定正确的是（ ）



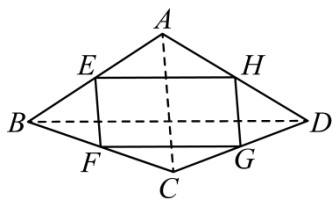
- A. 四边形 $EFGH$ 是矩形
- B. 四边形 $EFGH$ 的内角和小于四边形 $ABCD$ 的内角和
- C. 四边形 $EFGH$ 的周长等于四边形 $ABCD$ 的对角线长度之和
- D. 四边形 $EFGH$ 的面积等于四边形 $ABCD$ 的面积的 $\frac{1}{4}$

【答案】C

【分析】根据三角形中位线定理可得四边形 $EFGH$ 是平行四边形，进而逐一判断即可.

本题考查了中点四边形，矩形的判定，解决本题的关键是掌握三角形中位线定理.

【详解】解：A. 如图，连接 AC, BD ,



在四边形 $ABCD$ 中，

$\because$ 点 E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 边上的中点，

$$\therefore EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2}BD, FG \parallel BD, FG = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore EH \parallel FG, EH = FG,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，但无法证明它是矩形，故 A 选项错误；

B. $\because$ 四边形 $EFGH$ 的内角和等于 360° ，四边形 $ABCD$ 的内角和等于 360° ，故 B 选项错误；

C. $\because$ 点 E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 边上的中点，

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD, FG = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore EH + FG = BD,$$

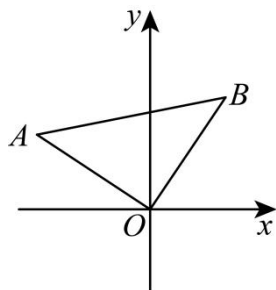
同理： $EF + HG = AC$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 的周长等于四边形 $ABCD$ 的对角线长度之和，故 C 选项正确；

D. 四边形 $EFGH$ 的面积不等于四边形 $ABCD$ 的面积的 $\frac{1}{4}$, 故 D 选项错误.

故选: C.

3. 如图, 已知 $AO = BO$, $\angle AOB = 90^\circ$, 点 B 的坐标是 $(2, 3)$, 则点 A 的坐标为 ()

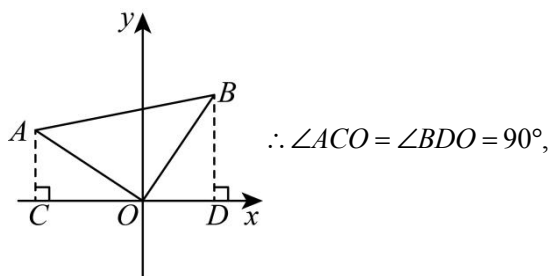


- A. $(-2, 3)$ B. $(2, -3)$ C. $(-3, 2)$ D. $(3, -2)$

【答案】C

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质, 坐标与图形性质, 解题关键是通过添加辅助线, 利用一线三等角证全等三角形求解. 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , $BD \perp x$ 轴于点 D , 通过证明 $\triangle AOC \cong \triangle OBD$ 求解.

【详解】解: 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , $BD \perp x$ 轴于点 D , 如图



$$\therefore \angle AOC + \angle CAO = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAO = \angle BOD,$$

在 $\triangle AOC$ 与 $\triangle OBD$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACO = \angle ODB \\ \angle CAO = \angle BOD, \\ AO = BO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle OBD (\text{AAS}).$$

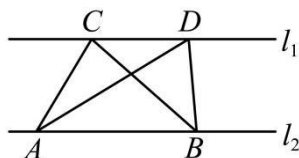
又 $\because B$ 的坐标是 $(2, 3)$,

$$\therefore AC = OD = 2, OC = BD = 3,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-3, 2)$.

故选 C.

4. 如图, $l_1 \parallel l_2$, $AB = 4$, $S_{\triangle DAB} = 4$, 则点 C 到 AB 的距离为 ()



A. 2

B. 8

C. 10

D. 12

【答案】A

【分析】本题主要考查平行线的性质, 运用平行线之间三角形面积相等是解题的关键.

首先利用平行线之间三角形面积相等, 得到 $\triangle ACB$ 的面积, 再根据面积公式求解点 C 到 AB 的距离即可.

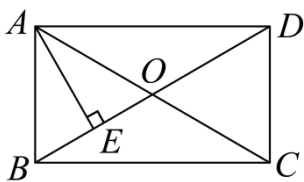
【详解】解: $\because l_1 \parallel l_2$, $S_{\triangle DAB} = 4$,

$$\therefore S_{\triangle DAB} = S_{\triangle CAB} = 4,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 到 } AB \text{ 的距离为 } \frac{2 \times 4}{4},$$

故选: A.

5. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , AE 垂直平分 OB , E 是垂足, 若 $AB = \sqrt{3}$, 则 AD 的长是 ()



A. 2

B. 3

C. $2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{5}$

【答案】B

【分析】此题考查了矩形的性质、线段垂直平分线的性质、勾股定理.

由矩形的性质和线段垂直平分线的性质证出 $OA = AB = OB = \sqrt{3}$, 得出 $BD = 2OB = 2\sqrt{3}$, 由勾股定理求出 AD 即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore OB = OD, OA = OC, AC = BD,$$

$$\begin{aligned} \therefore OA &= OB, \\ \therefore AE &\text{垂直平分 } OB, \\ \therefore AB &= AO, \\ \therefore OA &= AB = OB = \sqrt{3}, \\ \therefore BD &= 2OB = 2\sqrt{3}, \\ \therefore AD &= \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3. \end{aligned}$$

故选：B.

6. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列结论中不正确的是 ()

- A. 当 $AB = BC$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形；
- B. 当 $AC \perp BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形；
- C. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形；
- D. 当 $AC = BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是正方形.

【答案】D

【分析】本题考查特殊平行四边形的判定，熟练掌握矩形、菱形、正方形的判定定理是解题关键，根据判定定理对各选项逐一判断即可.

【详解】解：四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

选项 A、一组邻边相等的平行四边形是菱形，因此当 $AB = BC$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形，故 A 结论正确，不符合题意；

选项 B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，因此当 $AC \perp BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形，故 B 结论正确，不符合题意；

选项 C、有一个内角是直角的平行四边形是矩形，因此当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形，故 C 结论正确，不符合题意；

选项 D、对角线相等的平行四边形是矩形，不一定是正方形，因此当 $AC = BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形，不一定是正方形，故 D 结论错误，符合题意.

第二部分 (非选择题 共 88 分)

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分)

7. 在平面直角坐标系中，若点 $A(a+b, 4)$ 与点 $B(a, b)$ 关于 y 轴对称，则 a 的值为_____.

【答案】

-2

【分析】根据关于 y 轴对称的点横坐标互为相反数，纵坐标相等，列出方程组求解即可得到 a 的值.

【详解】解：∵点 $A(a+b, 4)$ 与点 $B(a, b)$ 关于 y 轴对称，

$$\therefore \begin{cases} a+b=-a \\ b=4 \end{cases},$$

将 $b=4$ 代入 $a+b=-a$ ，得

$$a+4=-a,$$

移项合并同类项得 $2a=-4$ ，

系数化为1得 $a=-2$.

8. 小明同学在计算一个凸多边形的内角和时，由于粗心少算一个内角，得到的结果是 2026° ，则少算的这个内角的度数为_____.

【答案】 $134^\circ/134$ 度

【分析】本题考查的是多边形的内角和问题，设多边形的边数为 n ，根据多边形内角和公式及少算一个内角的条件，列出不等式求解 n ，再计算内角和与给定结果的差，即得少算的内角度数.

【详解】解：设凸多边形的边数为 $n(n \geq 3$ ，且 n 为整数)，则内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$.

由于少算一个内角，得 $(n-2) \times 180^\circ - x = 2026^\circ$ ，其任一内角 x 满足 $0^\circ < x < 180^\circ$.

解不等式 $0 < (n-2) \times 180^\circ - 2026^\circ < 180^\circ$ ，

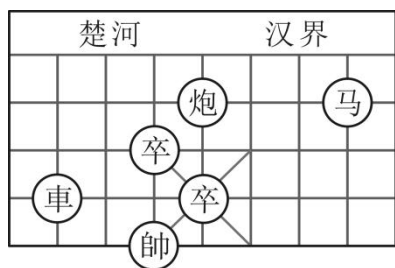
得 $n=14$.

内角和为 $(14-2) \times 180^\circ = 2160^\circ$ ，

故 $x = 2160^\circ - 2026^\circ = 134^\circ$.

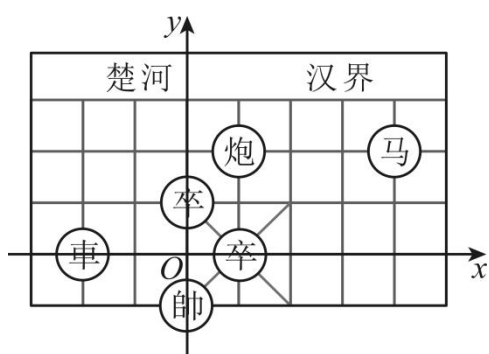
故答案为： 134° .

9. 象棋在中国有着三千多年的历史，由于用具简单，趣味性强，成为流行极为广泛的益智游戏，如图，是一局象棋残局，若表示棋子“炮”和“車”的点的坐标分别为 $(1, 2)$ ， $(-2, 0)$ ，则表示棋子“马”的点的坐标为_____.



【答案】 (4,2)

【详解】解：如图所示，根据“車”的点坐标为 $(-2,0)$ ，可知 x 轴在“車”所在的横线上，
又根据“炮”的点坐标 $(1,2)$ ，可推出原点坐标如图所示，



可知“马”的点的坐标为 $(4,2)$ 。

10. 在平面直角坐标系中，点 $(-1, m^2 + 1)$ 一定在第_____象限.

【答案】

二

【分析】本题考查平面直角坐标系内点所在象限的判断，先判断点的横纵坐标的符号，再根据各象限内点的坐标符号特征即可求解.

【详解】解： $\because -1 < 0$ ， $m^2 \geq 0$ ，

$\therefore m^2 + 1 > 0$ ，

$\therefore$ 点 $(-1, m^2 + 1)$ 的横坐标为负，纵坐标为正，即点 $(-1, m^2 + 1)$ 一定在第二象限.

11. 已知 ABC 三个顶点的坐标为 $A(1,2)$ ， $B(4,3)$ ， $C(3,-4)$ ，则三角形的形状为_____.

【答案】 直角三角形

【分析】先计算出三角形三边的平方，再利用勾股定理逆定理判断三角形形状即可.

【详解】解： $\because A(1,2)$ ， $B(4,3)$ ， $C(3,-4)$ ，

$$\therefore AB^2 = (1-4)^2 + (2-3)^2 = 9+1=10,$$

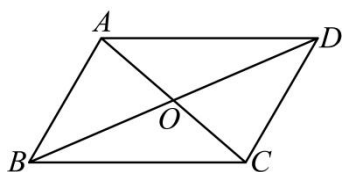
$$AC^2 = (1-3)^2 + (2+4)^2 = 4+36=40,$$

$$BC^2 = (4-3)^2 + (3+4)^2 = 1+49=50,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 10+40=50=BC^2,$$

$\therefore ABC$ 是直角三角形.

12. 如图, $\square ABCD$ 的对角线交于点 O , 且 $CD=4$, 若它的对角线的和是 32, 则 $\triangle AOB$ 的周长为_____.



【答案】 20

【分析】 根据平行四边形的性质, 可得对边相等, 对角线互相平分, 故此可求出 $\triangle AOB$ 的周长.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC, \quad OB = \frac{1}{2}BD, \quad AB = CD = 4,$$

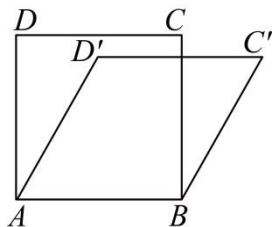
$$\therefore AC + BD = 32,$$

$$\therefore OA + OB = \frac{1}{2}(AC + BD) = 16,$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的周长} = OA + OB + AB = 16 + 4 = 20.$$

故答案为: 20.

13. 四边形不具有稳定性. 如图, 改变正方形 $ABCD$ 的内角, 使正方形 $ABCD$ 变为菱形 $ABC'D'$. 如果 $\angle DAD' = 30^\circ$, 那么菱形 $ABC'D'$ 与正方形 $ABCD$ 的面积之比是_____.



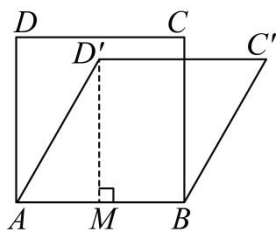
【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】 本题考查正方形与菱形面积, 涉及含 30° 角的直角三角形的三边关系, 熟记正方形与菱形面积公式是解决问题的关键.

过点 D' 作 $D'M \perp AB$ 于点 M , 利用含 30° 角的直角三角形的三边关系, 在直角三角形中得到 $AM = \frac{1}{2}AD'$,

从而 $D'M = \frac{\sqrt{3}}{2} AD'$ ，菱形 $ABC'D'$ 的面积 $= AB \cdot D'M = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2$ ，两个面积作比即可得到答案.

【详解】解：过点 D' 作 $D'M \perp AB$ 于点 M ，如图所示，



则 $\angle D'MA = 90^\circ$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = AD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$.

$\because \angle DAD' = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle D'AM = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AD'M = 30^\circ$ ，

$\therefore AM = \frac{1}{2} AD'$ ，

$\therefore D'M = \sqrt{AD'^2 - AM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} AD'$.

$\because$ 四边形 $ABC'D'$ 是菱形，

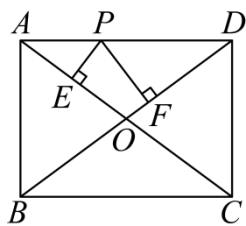
$\therefore AB = AD'$ ，

$\therefore$ 菱形 $ABC'D'$ 的面积 $= AB \cdot D'M = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2$ ，

$\therefore$ 菱形 $ABC'D'$ 与正方形 $ABCD$ 的面积之比 $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} AB^2}{AB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ， P 是 AD 上的动点， $PE \perp AC$ 于 E ， $PF \perp BD$ 于 F ，则 $PE + PF$ 的值是_____.



【答案】 $\frac{24}{5}$

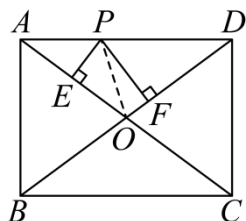
【分析】连接 OP ，根据矩形的性质求出 $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{4} AB \cdot BC = 12$ ，根据勾股定理得到

$AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$ ，然后根据 $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle EOD}$ 解答即可。

本题考查了矩形的性质，勾股定理，熟练掌握勾股定理，矩形的性质是解题的关键。

【详解】解：连接 OP ，

$\because$ 矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，



$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ， $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{4} AB \cdot BC = \frac{1}{4} \times 6 \times 8 = 12$ ，

$\therefore AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$ ，

$\therefore OA = OD = 5$ ，

$\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOP} + S_{\triangle POD}$ ，

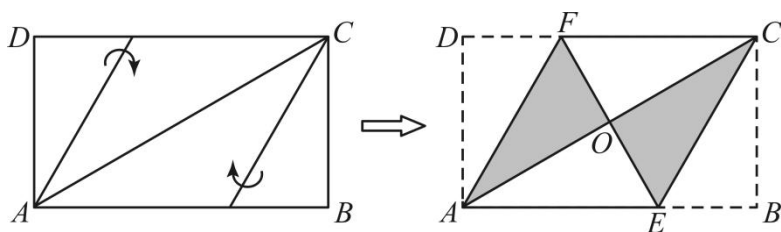
$\therefore \frac{1}{2} OA \cdot PE + \frac{1}{2} OD \cdot PF = 12$ ，

$\therefore 5PE + 5PF = 24$ ，

$\therefore PE + PF = \frac{24}{5}$ ，

故答案为： $\frac{24}{5}$ 。

15. 将矩形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠，点 B 和点 D 都与点 O 重合，得到菱形 $AECF$ 。若 $AB = \sqrt{3}$ ，则菱形 $AECF$ 的边长为_____。



【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ / $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

【分析】根据折叠的性质，推出 $\triangle AOE$ 为含 30° 度角的直角三角形，设 $OE = BE = x$ ，得到 $AE = 2x$ ，进而得到 $AB = 3x$ ，进行求解即可。

【详解】解：∵矩形 $ABCD$ ，菱形 $AECF$ ，

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ, EF \perp AC, \angle OAF = \angle OAE,$$

∵折叠，

$$\therefore OE = BE, \angle DAF = \angle OAF,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle OAF = \angle OAE = \frac{1}{3} \angle DAB = 30^\circ,$$

设 $OE = BE = x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中， $\angle OAE = 30^\circ$ ，

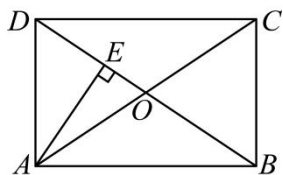
$$\therefore AE = 2OE = 2x,$$

$$\therefore AB = AE + BE = 3x = \sqrt{3},$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{即菱形 } AECF \text{ 的边长为 } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

16. 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中， $AE \perp BD$ 于点 E ， $\angle BAE : \angle EAD = 3 : 2$ ，则 $\angle CAE$ 的度数是_____.



【答案】 18°

【分析】本题考查矩形的知识，解题的关键是掌握矩形的性质，对角线相等，可得 $BO = AO$ ，推出

$\angle OAB = \angle OBA$ ，根据题意，求出 $\angle BAE = 90^\circ \times \frac{3}{5} = 54^\circ$ ， $\angle EAD = 90^\circ \times \frac{2}{5} = 36^\circ$ ，根据三角形的内角和，求出 $\angle OBA$ ，再根据 $\angle CAE = \angle BAE - \angle OAB$ ，即可.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形， BD ， AC 是对角线，

$$\therefore BD = AC, \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore BO = AO,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle BAE : \angle EAD = 3 : 2,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ \times \frac{3}{5} = 54^\circ, \angle EAD = 90^\circ \times \frac{2}{5} = 36^\circ,$$

$$\therefore AE \perp BD,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OBA = 180^\circ - \angle EAB - \angle AEB = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BAE - \angle OAB = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ.$$

17. 直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $DC < AB$, $AB = AD = 12$, E 是边 AD 上的一点, 恰好使 $CE = 10$, 并且 $\angle CBE = 45^\circ$, 则 AE 的长是_____.

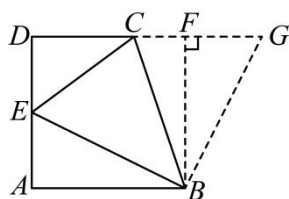
【答案】4 或 6

【分析】本题考查正方形的判定与性质, 旋转, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理, 一元二次方程, 正确作出辅助线是解题的关键.

过点 B 作 $BF \perp CD$ 交 DC 的延长线于 F , 证明四边形 $ABFD$ 是正方形, 则把 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle BFG$, 再 $\triangle CBE \cong \triangle CBG$, 得到 $CE = CG = 10$, 设 $AE = x$, 则 $DE = 12 - x$, $CF = 10 - x$,

$CD = 12 - (10 - x) = x + 2$, 根据勾股定理, 得到 $CD^2 + DE^2 = CE^2$, 求解即可.

【详解】解: 如图, 过点 B 作 $BF \perp CD$ 交 DC 的延长线于 F ,



$$\therefore \angle A = \angle D = \angle BFD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是矩形,

$$\because AB = AD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是正方形,

$$\therefore AB = BF = DF = AD = 12, \angle ABF = 90^\circ,$$

把 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle BFG$,

则 $AE = FG$, $BE = BG$, $\angle ABE = \angle FBG$.

$$\because \angle CBE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle CBF + \angle FBG = \angle CBF + \angle ABE = 90^\circ - \angle CBE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CBG,$$

$$\because BC = BC$$

$$\therefore \triangle CBE \cong \triangle CBG$$

$$\therefore CE = CG = 10,$$

$$\therefore AE + CF = FG + CF = CG = 10.$$

设 $AE = x$ ，则 $DE = 12 - x$, $CF = 10 - x$,

$$\therefore CD = 12 - (10 - x) = x + 2.$$

在 $Rt\triangle CDE$ 中, $CD^2 + DE^2 = CE^2$,

$$\text{即 } (x + 2)^2 + (12 - x)^2 = 10^2,$$

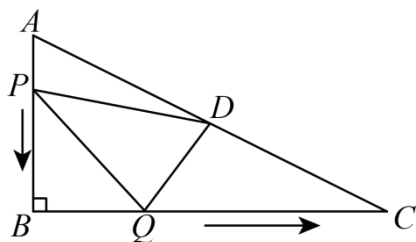
$$\text{整理得 } x^2 - 10x + 24 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 4, x_2 = 6,$$

$\therefore AE$ 的长是 4 或 6.

故答案为: 4 或 6.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 12\text{cm}$, $BC = 24\text{cm}$, D 是 AC 中点, 动点 P 从点 A 出发沿边 AB 向点 B 以 2cm/s 的速度移动, 同时动点 Q 从点 B 出发沿边 BC 向点 C 以 4cm/s 的速度移动, 当 P 运动到 B 点时 P 、 Q 两点同时停止运动, 连接 PD 、 QD , t 为_____时 $\triangle PDQ$ 的面积为 40cm^2 .



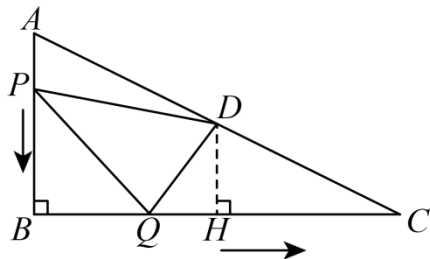
【答案】 2 或 4

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用, 三角形面积, 三角形中位线定理, 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H , 利用三角形中位线定理求得 DH 的长度; 然后根据题意得 $S_{\triangle PQD} = S_{\triangle APD} - S_{\triangle PBQ} - S_{\triangle QDC}$, 然后列出方程, 求出方程的解即可, 掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 根据题意得: $AP = 2t\text{cm}$, $BQ = 4t\text{cm}$,

$$\therefore BP = (12 - 2t)\text{cm}, \quad CQ = (24 - 4t)\text{cm},$$

过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ,



$\because \angle B = 90^\circ$, 即 $AB \perp BC$,

$$\therefore AB \parallel DH,$$

又 $\because D$ 是 AC 的中点,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BC = 12\text{cm}, \quad DH \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线},$$

$$\therefore DH = \frac{1}{2}AB = 6\text{cm},$$

$$\therefore S_{\triangle PQD} = S_{\triangle APD} - S_{\triangle PBQ} - S_{\triangle QDC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 24 \times 12 - \frac{1}{2} 2t \times 12 - \frac{1}{2} (12 - 2t) \times 4t - \frac{1}{2} (24 - 4t) \times 6 = 40,$$

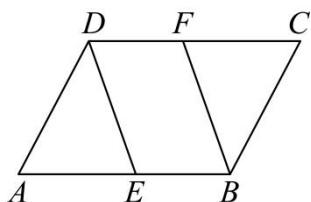
整理, 得 $t^2 - 6t + 8 = 0$,

解得: $t_1 = 2, t_2 = 4$, 即当 $t = 2$ 或 4 时, $\triangle PBQ$ 的面积是 $40(\text{cm}^2)$,

故答案为: 2 或 4.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 52 分)

19. (本题 6 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, CD 边上的点, 且 $AE = CF$, 求证: 四边形 $EBFD$ 是平行四边形.



【答案】见解析

【分析】只要证明 $BE = DF$, $DF \parallel BE$ 即可.

【详解】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

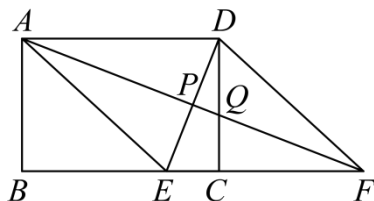
$$\therefore AB = CD, \quad CD \parallel AB, \quad \text{即 } DF \parallel BE,$$

$$\text{又} \because AE = CF,$$

$$\therefore AB - AE = CD - CF, \quad \text{即 } BE = DF,$$

$$\therefore \text{四边形 } EBFD \text{ 是平行四边形.} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

20. (本题 6 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在边 BC 的延长线上, 四边形 $AEFD$ 的对角线 AF 分别交 DE, DC 于点 P, Q , 且 $PD = PE, DE$ 平分 $\angle ADF$.



(1) 求证: 四边形 $AEFD$ 是菱形;

(2)如果 $BC = EF$, $\angle EDC = \angle EFP$, 试判断四边形 $ABCD$ 的形状, 并说明理由.

【答案】(1)详见解析

(2)矩形; 详见解析

【分析】本题考查了平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、菱形的判定与性质以及矩形的判定:

(1) 利用平行线的性质和角平分线的定义证明 $\triangle DEF$ 是等腰三角形, 得到 $DF = EF$, 通过 $\triangle ADP \cong \triangle FEP$ 得到 $AD = EF$, 结合 $AD \parallel EF$ 判定四边形 $AEFD$ 为平行四边形, 利用邻边相等即可判定;

(2) 先证明 $AD = BC$, 再证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 利用菱形对角线互相垂直和三角形内角和定理证明 $\angle BCD = 90^\circ$, 从而判定为矩形.

【详解】(1) 证明: $\because AD \parallel BC$, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在边 BC 的延长线上,

$$\therefore AD \parallel EF$$

$$\therefore \angle ADP = \angle FED,$$

$$\because DE \text{ 平分 } \angle ADF,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle FDE,$$

$$\therefore \angle FDE = \angle FED,$$

$$\therefore DF = EF,$$

在 $\triangle ADP$ 与 $\triangle FEP$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle ADP = \angle FEP \\ PD = PE \\ \angle APD = \angle FPE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle FEP (\text{ASA}),$$

$$\therefore AD = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$$\because DF = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是菱形.3 分

(2) 矩形.

解: $\because AD = EF$, $AD \parallel EF$,

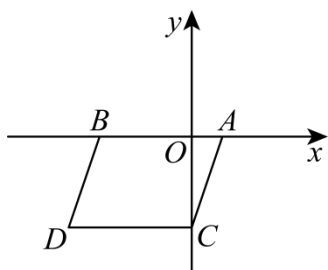
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore EF = AD,$$

$$\because BC = EF,$$

$\therefore AD = BC$,
 $\because DF = EF, PD = PE$,
 $\therefore FP \perp DE$,
 $\because \angle EDC = \angle EFP, \angle CQF = \angle DQP$,
 $\therefore \angle DPQ = \angle FCQ = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.6 分

21. (本题 6 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A, C 的坐标分别为 $(1, 0), (0, -3)$, 现将线段 AC 向左平移 4 个单位长度, 得到 BD . 点 A, C 的对应点分别为 B, D , 连接 CD .



- (1) 直接写出点 B, D 的坐标, 求出四边形 $ABDC$ 的面积;
- (2) 在 x 轴上是否存在一点 F , 使得三角形 DFC 的面积是三角形 DFB 面积的 2 倍, 若存在, 请求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $B(-3, 0), D(-4, -3)$, 四边形 $ABDC$ 的面积为 12

(2) $(-1, 0)$ 或 $(-5, 0)$

【分析】 本题考查了平面直角坐标系、平移的性质、三角形的面积公式, 熟练掌握相关知识点是解题的关键.

(1) 根据平移的性质即可求解;

(2) 设点 F 的坐标为 $(m, 0)$, 表示出 $\triangle DFB$ 和 $\triangle DFC$ 的面积, 根据题意列出方程, 解出 m 的值即可求解.

【详解】 (1) 解: $\because$ 点 $A(1, 0), C(0, -3)$ 向左平移 4 个单位长度分别得到点 B, D ,

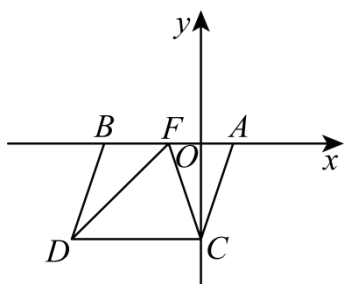
$\therefore B(-3, 0), D(-4, -3), AB = CD = 4$,

由平移的性质得, 四边形 $ABDC$ 是平行四边形,

又 $\because OC \perp AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 的面积 $= AB \cdot OC = 4 \times 3 = 12$3 分

(2) 解: 如图,



设点 F 的坐标为 $(m, 0)$,

$$\therefore BF = |m - (-3)| = |m + 3|,$$

$$\therefore S_{\triangle DFB} = \frac{1}{2} BF \cdot OC = \frac{3}{2} |m + 3|,$$

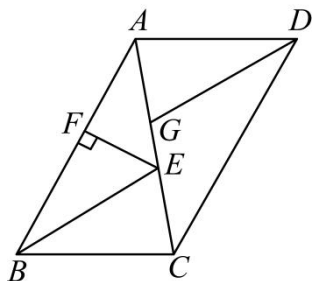
$$\because S_{\triangle DFC} = 2S_{\triangle DFB},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 2 \times \frac{3}{2} |m + 3|,$$

解得: $m = -1$ 或 $m = -5$,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(-1, 0)$ 或 $(-5, 0)$6 分

22. (本题 8 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BE 、 DG 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$, 交 AC 于点 E 、 G .



(1) 求证: $\triangle AGD \cong \triangle CEB$;

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$, 垂足为 F . 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48, $EF = 8$, 求 $\square ABCD$ 的面积.

【答案】 (1) 见解析

(2) 192

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 全等三角形的判定及性质, 角平分线的性质, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

(1) 利用平行四边形的性质和角平分线的性质证明即可;

(2) 过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H , 利用角平分线的性质得到 $EH = EF = 8$, 利用三角形面积公式列式运算即可.

【详解】(1) 证明: $\because BE, DG$ 分别平分 $\angle ABC, \angle ADC$, 交 AC 于点 E, G ,

$$\therefore \angle ADG = \frac{1}{2} \angle ADC, \quad \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC, \quad AD \parallel CB, \quad AD = CB,$$

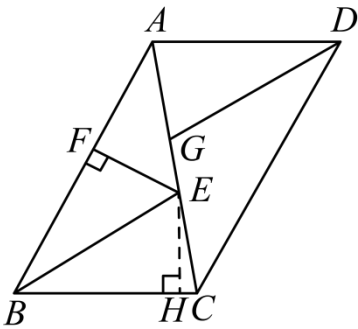
$$\therefore \angle ADG = \angle CBE, \quad \angle DAG = \angle BCE,$$

在 $\triangle AGD$ 和 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADG = \angle CBE \\ AD = CB \\ \angle DAG = \angle BCE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AGD \cong \triangle CEB (\text{ASA}); \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: 过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H , 如图所示:



$\because BE$ 分别平分 $\angle ABC$, $EF \perp AB$ 于点 F ,

$$\therefore EH = EF = 8,$$

$\because AB = CD, BC = DA$, 且平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48,

$$\therefore 2AB + 2BC = 48,$$

$$\therefore AB + BC = 24,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} AB \times EF + \frac{1}{2} BC \times EH = \frac{1}{2} \times 8 (AB + BC) = \frac{1}{2} \times 8 \times 24 = 96,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ BC = DA \\ AC = CA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (\text{SSS}),$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CDA} = 96,$$

$$\therefore S_{\square ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle CDA} = 96 + 96 = 192,$$

$\therefore \square ABCD$ 的面积是 192.8 分

23. (本题 8 分) 综合与实践

(1) **操作与发现:** 平行四边形和梯形都可以剪开拼成一个矩形, 拼接示意图如图 1、图 2. 在图 2 中, 四边形 $ABCD$ 为梯形, $AB \parallel CD$, E 、 F 是 AD 、 BC 边上的点. 经过剪拼, 四边形 $GHJK$ 为矩形. 则 $\triangle EDK \cong$ _____.

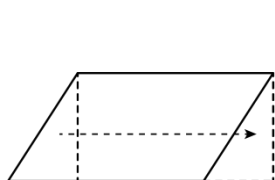


图1

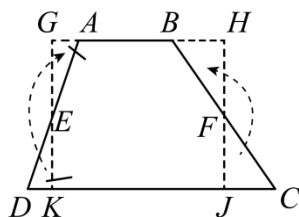


图2

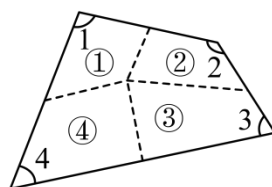


图3

(2) **探究与证明:** 探究将任意一个四边形剪开拼成一个平行四边形, 拼接示意图如图 3、图 4、图 5. 在图 5 中, E 、 F 、 G 、 H 是四边形 $ABCD$ 边上的点. $OJKL$ 是拼接之后形成的四边形.

①通过操作得出: AE 与 EB 的比值为 _____.

②证明: 四边形 $OJKL$ 为平行四边形.

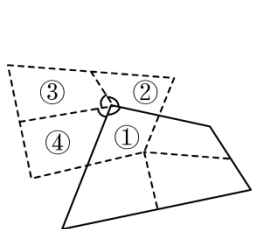


图4

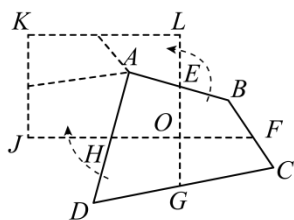


图5

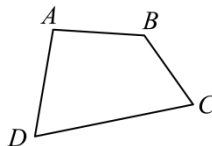


图6

(3) **实践与应用:** 任意一个四边形能不能剪开拼成一个矩形? 若能, 请将四边形 $ABCD$ 剪成 4 块, 按图 5 的方式补全图 6, 并简单说明剪开和拼接过程. 若不能, 请说明理由.

【答案】 (1) $\triangle EAG$

(2) ①1; ②见详解

(3) 见详解

【分析】 (1) 由“角角边”即可证明;

(2) ①由操作知, 将四边形 $EBFO$ 绕点 E 旋转 180° 得到四边形 $EAQL$, 故 $AE = BE$, 因此 $\frac{AE}{BE} = 1$; ②由两组对边分别平行的四边形是平行四边形证明;

(3) 取 AB, BC, CD, DA 为中点为 E, H, G, F , 连接 FH , 过点 E , 点 G 分别作 $EM \perp FH$, $GN \perp FH$, 垂足为点 M, N , 将四边形 $EBHM$ 绕点 E 旋转 180° 至四边形 $EAH'M'$, 将四边形 $FDGN$ 绕点 F 旋转 180° 至四边形 $FAG'N'$, 将四边形 $NGCH$ 放置左上方空出, 使得点 C 与点 A 重合, CG 与 AG' 重合, CH 与 AH' 重合, 点

N 的对应点为点 N'' ，则四边形 $MM'N''N'$ 即为所求矩形.

【详解】(1) 解：如图，

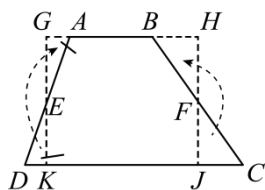


图2

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle GAE = \angle D,$$

由题意得 E 为 AD 中点，‘

$$\therefore EA = ED,$$

$$\therefore \angle AEG = \angle DEK,$$

$$\therefore \triangle EDK \cong \triangle EAG$$

故答案为： $\triangle EAG$ ；2 分

(2) 解：①如图，由操作知，点 E 为 AB 中点，将四边形 $EBFO$ 绕点 E 旋转 180° 得到四边形 $EAQL$ ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = 1,$$

故答案为： 1；3 分

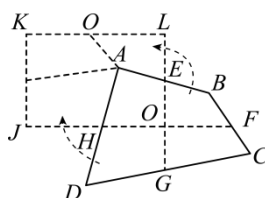


图5

②如图，

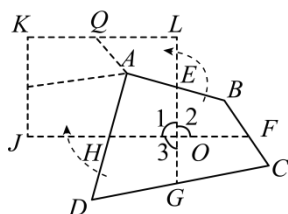


图5

由题意得， E 、 F 、 G 、 H 是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，操作为将四边形 $EBFO$ 绕点 E 旋转 180° 得到四边形 $EAQL$ ，

将四边形 $OHDG$ 绕点 H 旋转 180° 得到四边形 $JHAP$ ，将四边形 $OGCF$ 放在左上方空出，

则 $AQ = BF = CF$ ， $AP = DG = CG$ ， $\angle BFO = \angle AQL$ ，

$\because \angle DAB + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$, $\angle QAE = \angle B, \angle PAH = \angle D$, $\angle DAB + \angle QAE + \angle PAH + \angle PAQ = 360^\circ$,

$\therefore \angle PAQ = \angle C$,

$\because \angle BFO + \angle CFO = 180^\circ$

$\therefore \angle AQL + \angle AQB = 180^\circ$,

$\therefore K, Q, L$ 三点共线, 同理 K, P, J 三点共线,

由操作得, $\angle 2 = \angle L, \angle 3 = \angle J$,

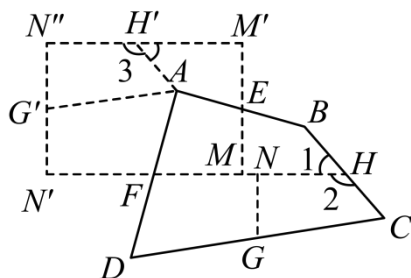
$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle L = 180^\circ, \angle 1 + \angle J = 180^\circ$,

$\therefore OJ \parallel KL, OL \parallel KJ$,

$\therefore$ 四边形 $OJKL$ 为平行四边形;5 分

(3) 解: 如图,



如图, 取 AB, BC, CD, DA 为中点为 E, H, G, F , 连接 FH , 过点 E , 点 G 分别作 $EM \perp FH$, $GN \perp FH$, 垂足为点 M, N , 将四边形 $EBHM$ 绕点 E 旋转 180° 至四边形 $EAH'M'$, 将四边形 $FDGN$ 绕点 F 旋转 180° 至四边形 $FAG'N'$, 将四边形 $NGCH$ 放置左上方空出, 使得点 C 与点 A 重合, CG 与 AG' 重合, CH 与 AH' 重合, 点 N 的对应点为点 N'' , 则四边形 $MM'N''N'$ 即为所求矩形.

由题意得, $\angle EMF = \angle EMH = \angle M' = 90^\circ$, $\angle GNH = \angle GNF = \angle N' = 90^\circ$,

$\therefore \angle N' = \angle M'MH = 90^\circ$, $H'M' \parallel N'M$

$\therefore N'G' \parallel MM'$,

由操作得, $\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$,

$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,

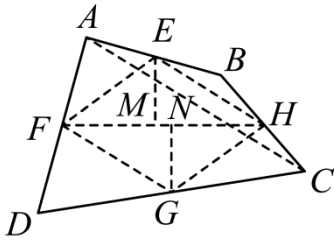
$\therefore N'', H', M'$ 三点共线,

同理 N', G', N'' 三点共线,

$\because \angle N' = \angle EMF = \angle M' = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $MM'N''N'$ 为矩形,

如图, 连接 AC, EF, FG, GH, EH ,



$\because E, H$ 为 BA, BC 中点,

$\therefore EH \parallel AC, EH = \frac{1}{2} AC$,

同理 $FG \parallel AC, FG = \frac{1}{2} AC$,

$\therefore FG \parallel EH, FG = EH$,

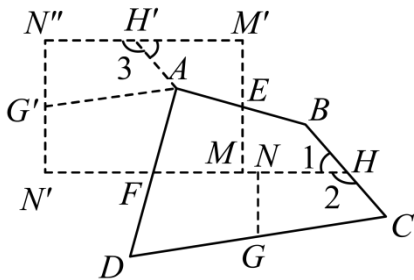
$\therefore \angle EHM = \angle GFN$,

$\because \angle EMF = \angle GNH = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EHM \cong \triangle GFN$,

$\therefore EM = GN, MH = NF$,

$\therefore FM = NH$,



由操作得, $AH' = BH$, 而 $BH = CH$,

$\therefore AH' = CH$,

同理, $AG' = CG$,

$\because \angle BAD + \angle D + \angle C + \angle B = 360^\circ, \angle D = \angle G'AF, \angle B = \angle H'AE, \angle BAD + \angle H'AE + \angle G'AF + \angle H'AG' = 360^\circ$,

$\therefore \angle H'AG' = \angle C$,

$\because$ 四边形 $MM'N'N''$ 为矩形,

$\therefore N'N'' = MM', N''M' = N''M$,

$\therefore N'F + FM = H'M' + H'N''$,

$\therefore MF + NF = MF + MH = M'H' + N''H'$,

$\therefore NH = N''H'$,

同理 $NG = N'G'$,

$\therefore$ 四边形 $NGCH$ 能放置左上方空出,

$\therefore$ 按照以上操作可以拼成一个矩形.8 分

24. (本题 8 分) 综合与实践

如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是边 BC, CD 上的点, 且 $AE \perp BF$.

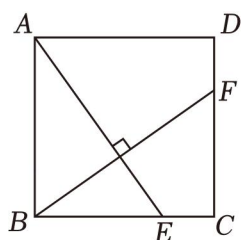


图 1

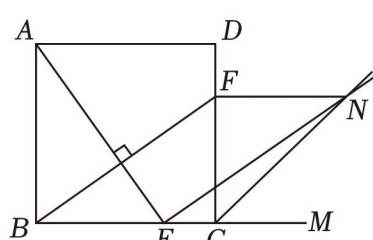


图 2

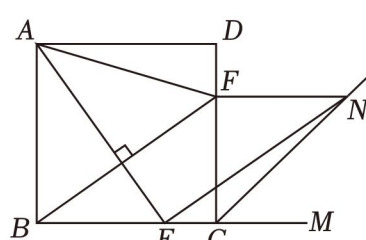


图 3

(1) 求证: $AE = BF$.

(2) 如图 2, 在图 1 的基础上, 过点 E 作 AE 的垂线, 与正方形 $ABCD$ 的外角 $\angle DCM$ 的平分线交于点 N , 连接 FN . 求证: 四边形 $BENF$ 是平行四边形.

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 连接 AF , 若四边形 $BENF$ 的面积是 25, $AB = 7$, 请直接写出 AF 的长度.

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

(3) $\sqrt{53}$

【分析】 本题考查了正方形的性质, 垂直的性质, 全等三角形的判定和性质, 等边对等角, 平行线的判定, 平行四边形的判定和性质, 勾股定理, 熟练掌握以上判定和性质是解题的关键.

(1) 根据正方形的性质可得 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = BC$, 推得 $\angle ABF + \angle CBF = 90^\circ$, 根据垂直的性质可得 $\angle ABF + \angle BAE = 90^\circ$, 推得 $\angle CBF = \angle BAE$, 根据全等三角形的判定和性质即可证明;

(2) 在 AB 上截取 $AG = CE$, 连接 EG , 根据题意推得 $BG = BE$, 根据等边对等角可得 $\angle BGE = \angle BEG = 45^\circ$, 推得 $\angle AGE = \angle ECN = 135^\circ$, 根据垂直的性质可得 $\angle BAE + \angle BEA = 90^\circ$, $\angle BEA + \angle CEN = 90^\circ$, 推得 $\angle BAE = \angle CEN$, 根据全等三角形的判定和性质可得 $AE = EN$, 结合 (1) 中结论推得 $BF = EN$, 根据垂直的性质可得 $\angle AEB + \angle EBF = 90^\circ$, 推得 $\angle EBF = \angle CEN$, 根据平行线的判定可得 $BF \parallel EN$, 根据平行四边形的判定即可证明;

(3) 根据全等三角形的性质可得 $BE = CF$, 根据平行四边形的性质可 $BE \times CF = 25$, 求得 $BE = CF = 5$, $DF = 2$, 根据勾股定理即可求解.

【详解】 (1) 解: (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ, AB = BC,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle CBF = 90^\circ,$$

$$\because AE \perp BF,$$

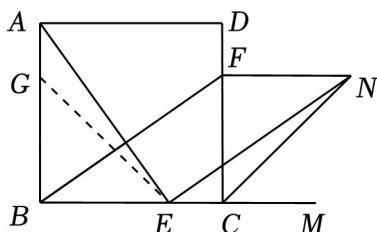
$$\therefore \angle ABF + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle BAE,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF (ASA),$$

$$\therefore AE = BF. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 解: (2) 证明: 在 AB 上截取 $AG = CE$, 连接 EG , 如图:



由 (1) 可知 $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore AB - AG = BC - CE,$$

$$\therefore BG = BE,$$

$$\therefore \angle BGE = \angle BEG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AGE = \angle ECN = 135^\circ.$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\because AE \perp EN,$$

$$\therefore \angle BEA + \angle CEN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CEN,$$

$$\therefore \triangle AEG \cong \triangle ENC (ASA),$$

$$\therefore AE = EN.$$

又由 (1) 可得 $AE = BF$,

$$\therefore BF = EN,$$

$$\because AE \perp BF,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle EBF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle CEN,$$

$$\therefore BF \parallel EN,$$

∴ 四边形 $BENF$ 是平行四边形.5 分

(3) 解: (3) 解: ∵ $\triangle ABE \cong \triangle BCF$,

∴ $BE = CF$,

∴ 四边形 $BENF$ 的面积是 25,

故 $BE \times CF = 25$,

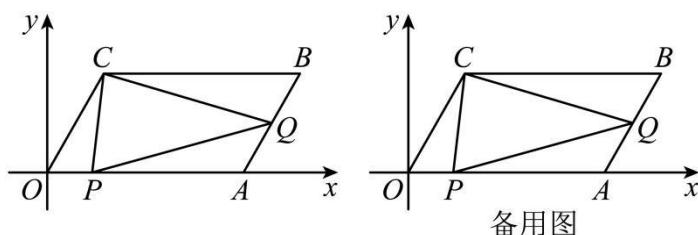
∴ $BE = CF = 5$,

∴ $AB = AD = DC = 7$,

∴ $DF = DC - FC = 7 - 5 = 2$,

在 $Rt\triangle ADF$ 中, $AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53}$8 分

25. (本题 10 分) 如图, 在直角坐标系中, 点 O 是坐标原点, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 点 A 的坐标为 $(14, 0)$, 点 B 的坐标为 $(18, 4\sqrt{3})$, $\angle COP = 60^\circ$.



(1) 求点 C 的坐标和 $\square OABC$ 的对称中心的坐标;

(2) 动点 P 从点 O 出发, 沿 OA 方向以每秒 1 个单位的速度向点 A 匀速运动, 同时动点 Q 从点 A 出发, 沿 AB 方向以每秒 2 个单位的速度向点 B 匀速运动. 当其中一点到达终点时, 另一点也停止运动. 设点 P 运动的时间为 t 秒, 则当 t 为何值时, $\triangle PQC$ 的面积是 $\square OABC$ 面积的一半?

(3) 当 $\triangle PQC$ 的面积是 $\square OABC$ 面积的一半时, 在平面直角坐标系中找到一点 M , 使以 M, P, Q, C 为顶点的四边形是平行四边形, 请直接写出点 M 的坐标.

【答案】 (1) 点 C 的坐标为 $(4, 4\sqrt{3})$, 平行四边形 $OABC$ 的对称中心的点的坐标为 $(9, 2\sqrt{3})$;

(2) 当点 P 运动 4 秒时, $\triangle PQC$ 的面积是平行四边形 $OABC$ 的一半;

(3) 点 M 的坐标为 $(18, 0)$ 或 $(-10, 0)$ 或 $(18, 8\sqrt{3})$

【分析】 (1) 根据平行四边形与直角坐标系中坐标的性质, 可直接写出点 C 的坐标; 平行四边形 $OABC$ 的对称中心即是对角线的中点;

(2) $S_{\triangle PQC} = S_{\square OABC} - S_{\triangle OPC} - S_{\triangle APQ} - S_{\triangle BCQ} = \frac{1}{2} S_{\square OABC}$, 根据三角形的面积公式列出方程, 继而求出此时的 t 值即可,

(3) 根据 (2) 中得出的 t 值, 找出此时点 P 和 Q 的位置, 然后根据平行四边形的性质直接写出点 M 的坐标即可,

本题考查了平行四边形的判定与性质, 三角形的面积及一元二次方程的应用, 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键.

【详解】(1) 解: $\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$$\therefore AO = BC = 14,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (14, 0), \text{ 点 } B \text{ 的坐标为 } (18, 4\sqrt{3}), O(0, 0);$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (4, 4\sqrt{3}), \text{ 平行四边形 } OABC \text{ 的对称中心的点的坐标为 } (9, 2\sqrt{3}), \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 解: 根据题意得: } S_{\triangle PQC} = S_{\square ABCD} - S_{\triangle OPC} - S_{\triangle APQ} - S_{\triangle BCQ} = \frac{1}{2} S_{\square OABC},$$

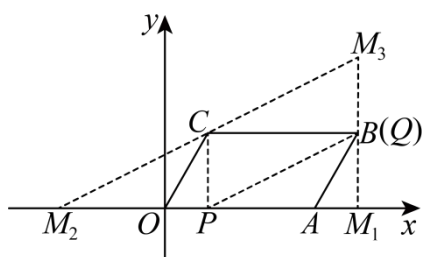
$$\therefore \frac{1}{2} S_{\square OABC} = S_{\triangle OPC} + S_{\triangle APQ} + S_{\triangle BCQ},$$

$$\text{即: } \frac{1}{2} \times AO \times y_B = \frac{1}{2} \times OP \times y_C + \frac{1}{2} \times PA \times y_Q + \frac{1}{2} \times BC \times (y_B - y_Q),$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 14 \times 4\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times t \times 4\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times (14-t) \times \sqrt{3}t + \frac{1}{2} \times 14 \times (4\sqrt{3} - \sqrt{3}t), \text{ 解得: } t = 4,$$

故答案为: 当点 P 运动 4 秒时, $\triangle PQC$ 的面积是平行四边形 $OABC$ 的一半, $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(3) 解 $t = 4$ 时, 由 (2) 知, 此时点 Q 与点 B 重合, 画出图形如下所示,



此时 $CP \perp x$ 轴, $M_3M_1 \perp x$ 轴, $BC = 18 - 4 = 14$, $CP = 4\sqrt{3}$, $BM_1 = 4\sqrt{3}$, $OP = 4$,

根据平行四边形的性质, 可知 $M_1P = M_2P = BC = 14$, $M_3B = CP = 4\sqrt{3}$,

$$\therefore M_1(4+14, 0), \text{ 即 } M_1(18, 0), M_2(4-14, 0), \text{ 即: } M_2(-10, 0), M_3(18, 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3}), \text{ 即: } M_3(18, 8\sqrt{3}),$$

故答案为: 点 M 的坐标为 $(18, 0)$ 或 $(-10, 0)$ 或 $(18, 8\sqrt{3})$. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$