

2025-2026 学年八年级数学下学期 3 月学情自测

培优卷 · 全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版八年级下册第 23 章~24.2。

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 若一个多边形的每个内角都是 135° , 则该多边形为 ()

- A. 十边形 B. 八边形 C. 六边形 D. 四边形

【答案】B

【分析】本题主要考查了正多边形内角和问题, 设这个多边形的边数为 n , 根据 n 边形内角和为 $180^\circ \cdot (n-2)$ 列出方程求解即可。

【详解】解: 设这个多边形的边数为 n ,

由题意得, $180 \cdot (n-2) = 135n$,

解得: $n=8$,

$\therefore$ 该多边形的边数为 8, 即该多边形为八边形,

故选: B.

2. 下列四边形经过对折不能与自身重合的是 ()

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

【答案】A

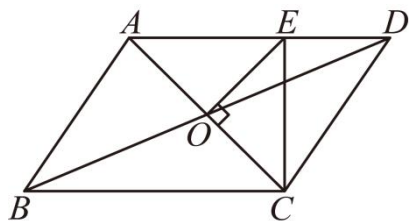
【分析】本题主要考查了轴对称图形的识别. 如果一个平面图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形就叫做轴对称图形, 这条直线就叫做对称轴, 据此求解即可。

【详解】解: B、C、D 选项中的图形都能找到一条直线, 使图形沿直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 所以都是轴对称图形, 经过对称轴对折能与自身重合;

A 选项中的图形不能找到一条直线，使图形沿直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形，经过对折不能与自身重合。

故选：A.

3. 如图， $\square ABCD$ 的周长为 16cm，且 $AB \neq AD$ ， AC 、 BD 相交于点 O ， $OE \perp AC$ 交 AD 于 E ，则 $\triangle DCE$ 的周长为（ ）



A. 4cm

B. 6cm

C. 8cm

D. 10cm

【答案】C

【分析】本题考查了平行四边形的性质和线段垂直平分线的性质，属于常考题型，熟练掌握平行四边形和线段垂直平分线的性质是解题的关键．根据平行四边形的性质和已知条件可得 OE 垂直平分 AC ，然后根据线段垂直平分线的性质可知 $AE = CE$ ，再结合平行四边形的性质即可求出答案．

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OA = OC, AB = CD, AD = BC,$$

$$\because EO \perp AC,$$

$\therefore EO$ 为 AC 的垂直平分线，

$$\therefore AE = CE,$$

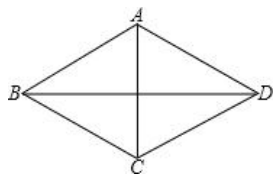
$$\because \square ABCD \text{ 的周长为 } 16\text{cm},$$

$$\therefore AD + CD = \frac{1}{2} \times 16 = 8\text{cm}.$$

$$\therefore \triangle DCE \text{ 的周长} = DE + CE + CD = DE + AE + CD = CD + AD = 8\text{cm}.$$

故选：C.

4. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，不一定成立的是（ ）



A. 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

B. $AC \perp BD$

C. $\triangle ABD$ 是等边三角形

D. $\angle CAB = \angle CAD$

【答案】C

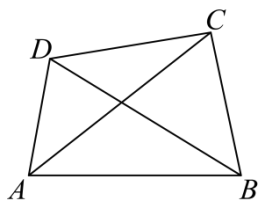
【分析】菱形是特殊的平行四边形，故 A 正确，根据菱形的性质：对角线互相平分且平分对角得 B、D 正确。

【详解】因为菱形是特殊的平行四边形，对角线互相垂直平分，且每一条对角线平分一组对角。

故选:C.

【点睛】考查菱形的性质，熟练掌握菱形的性质定理是解题的关键。

5. 下列说法中，不正确的是（ ）



- A. 四个角都相等的四边形是矩形
- B. 对角线互相平分且平分每一组对角的四边形是菱形
- C. 正方形的对角线所在的直线是它的对称轴
- D. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AC = BD$ ，顺次连接四边形各边中点得到的图形是矩形

【答案】D

【分析】本题主要考查特殊平行四边形的判定与性质，中点四边形，中位线的性质，根据矩形的判定，正方形的性质，菱形和平行四边形的判定对各选项分析判断即可求解。

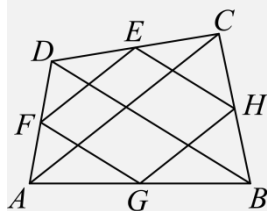
【详解】解：A、四个角都相等的四边形是矩形，说法正确；

B、对角线互相平分且平分每一组对角的四边形是菱形，说法正确；

C、正方形的对角线所在的直线是它的对称轴，说法正确；

D、如图，四边形 $ABCD$ 中，

设四边形各边中点分别为 G, H, E, F ，



$$\therefore EF = GH = \frac{1}{2}AC, FG = EH = \frac{1}{2}BD$$

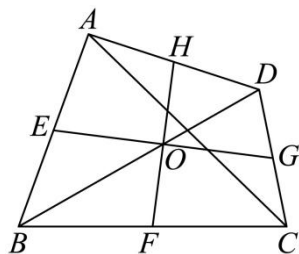
又 $\because AC = BD$,

$$\therefore EF = FG = GH = HE$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形，即顺次连接四边形各边中点得到的图形是菱形，原说法错误；

故选：D.

6. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AC = BD = 5$ ，点 E ， F ， G ， H 分别为边 AB ， BC ， CD ， DA 的中点，连接 EG ， HF ，相交于点 O ，则 $EG^2 + FH^2$ 的值为 ()



A. 25

B. 30

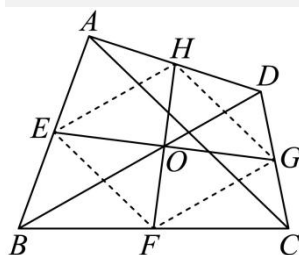
C. 35

D. 40

【答案】A

【分析】本题考查中位线的性质、菱形的判定与性质、勾股定理等知识，连接 EH ， HG ， FG ， EF ，根据中位线的性质，解得 $EH = \frac{1}{2}BD$ ， $HG = \frac{1}{2}AC$ ， $GF = \frac{1}{2}BD$ ， $EF = \frac{1}{2}AC$ ，结合题意，可知 $EH = HG = GF = EF = 2.5$ ，进而可证明四边形 $EFGH$ 是菱形，再由菱形对角线互相垂直且平分的性质，及勾股定理计算 $OE^2 + OH^2 = EH^2 = 2.5^2 = 6.25$ ，据此解题即可.

【详解】解：连接 EH ， HG ， FG ， EF ，



$\because E, F, G, H$ 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点，

$\therefore EH, HG, GF, EF$ 分别为 $\triangle ABD, \triangle ADC, \triangle BDC, \triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD, HG = \frac{1}{2}AC, GF = \frac{1}{2}BD, EF = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because AC = BD = 5,$$

$$\therefore EH = HG = GF = EF = 2.5,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形，

$$\therefore EG \perp HF, OE = OG = \frac{1}{2}EG, OH = OF = \frac{1}{2}FH,$$

在 $Rt\triangle EOH$ 中

$$OE^2 + OH^2 = EH^2 = 2.5^2 = 6.25,$$

$$\text{即} \left(\frac{1}{2} EG \right)^2 + \left(\frac{1}{2} FH \right)^2 = 6.25,$$

$$\therefore \frac{1}{4} EG^2 + \frac{1}{4} FH^2 = 6.25,$$

$$\therefore EG^2 + FH^2 = 25$$

故选：A .

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

7. 平面直角坐标系中, 有点 $P(2x-1, 2x)$ 与点 $Q(5, 8)$, 且 $PQ \parallel y$ 轴, 则点 P 的坐标为_____.

【答案】 (5,6)

【分析】 本题考查了平行于 y 轴的直线上点的坐标特点, 根据平行于 y 轴的直线上点的横坐标相同建立方程求解, 即可解题.

【详解】 解: $\because PQ \parallel y$ 轴, 点 $P(2x-1, 2x)$, 点 $Q(5, 8)$,

$$\therefore 2x-1=5,$$

解得 $x=3$,

$$\text{则 } 2x=2 \times 3=6,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(5, 6)$;

故答案为: $(5, 6)$.

8. 平行四边形的一组对角度数之和为 200° , 则平行四边形中较大的角为_____.

【答案】 100°

【详解】 根据平行四边形的性质: 对角相等, 邻角互补来解答. 一组对角的度数之和为 200° , 则该组对角均为 100° . 又因为平行四边形邻角互补, 所以, 另一组对角均为 $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$. 所以, 较大的角为 100° .
故答案: 100° .

9. 点 $P(2a+1, 2a+3)$ 在第二象限, 且它到 x 轴、 y 轴的距离相等, 则 a^{2026} 的平方根为_____.

【答案】 ± 1

【分析】 此题考查了点所在的象限, 解一元一次不等式组, 求平方根, 根据题意列出不等式组是解题的关键. 根据点所在的象限的特征列出不等式组, 解一元一次不等式组得到 $-\frac{3}{2} < a < -\frac{1}{2}$, 根据点 P 到 x 轴、 y 轴的距离相等得到方程, 解方程得到 $a=-1$, 根据乘方和平方根的定义求解即可.

【详解】解：∵点 $P(2a+1, 2a+3)$ 在第二象限，

$$\therefore \begin{cases} 2a+1 < 0 \\ 2a+3 > 0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{3}{2} < a < -\frac{1}{2},$$

又点 P 到 x 轴、 y 轴的距离相等，

$$\therefore 2a+1 = -(2a+3),$$

解得： $a = -1$ ，符合题意，

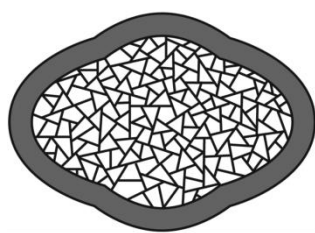
把 $a = -1$ 代入 a^{2026} ，

$$\text{得 } a^{2026} = (-1)^{2026} = 1.$$

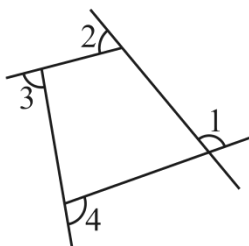
∴ a^{2026} 的平方根为 ± 1 ，

故答案为： ± 1

10. “花影遮墙，峰峦叠窗”，苏州园林空透的窗棂中蕴含着许多的数学元素. 图①中的窗棂是冰裂纹窗棂，图②是这种窗棂中的部分图案. 若 $\angle 1 = 110^\circ$ ， $\angle 2 = 65^\circ$ ， $\angle 3 = 85^\circ$ ，则 $\angle 4 =$ _____°.



图①



图②

【答案】 100

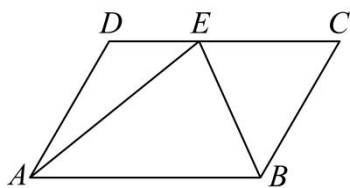
【分析】 本题考查了多边形的外角，熟练掌握多边形的外角和是 360° 是解题的关键. 根据多边形的外角和是 360° 和已知条件即可求出 $\angle 4$ 的度数.

【详解】解：根据多边形的外角和是 360° 得：

$$\angle 4 = 360^\circ - \angle 1 - \angle 2 - \angle 3 = 360^\circ - 110^\circ - 65^\circ - 85^\circ = 100^\circ,$$

故答案为： 100° .

11. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle DAB$ 的平分线 AE 交 DC 于点 E ，连接 BE ，若 $\angle D = 120^\circ$ ， $\angle AEB = 75^\circ$ ， $AE = 3$ ，则 CD 的长为_____.



【答案】3

【分析】根据平行四边形的性质得到 $\angle BAE = \angle AED$ ，由角平分线的性质得到 $\angle DAE = \angle BAE$ ，推出 $\angle DAE = \angle AED$ ，利用三角形的内角和求出 $\angle DAE = \angle AED = \angle BAE = 30^\circ$ ，从而求出 $\angle ABE = 75^\circ$ ，可得 $\angle AEB = \angle ABE$ ，由等边对等角推出 $AB = AE$ ，即可求解。

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle AED$ ，

$\because \angle DAB$ 的平分线 AE 交 DC 于点 E ，

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle AED$ ，

$\because$ 在 $\triangle ADE$ 中， $\angle D = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle AED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle DAE = 30^\circ$ ，

在 $\triangle ABE$ 中， $\angle AEB = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = 180^\circ - \angle BAE - \angle AEB = 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ = 75^\circ$ ，

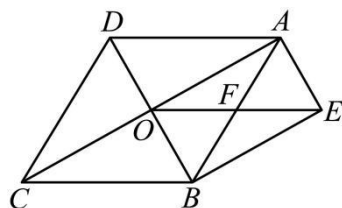
$\therefore \angle AEB = \angle ABE$ ，

$\therefore AB = AE$ ，

又 $\because AB = CD$ ，

$\therefore CD = AE = 3$ 。

12. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $BE \parallel AC$ ， $AE \parallel BD$ ， OE 与 AB 交于点 F 。若 $OE = 5$ ， $AC = 8$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积为_____。



【答案】24

【分析】根据菱形的对角线性质可得 $OA = \frac{1}{2}AC$ 、 $AC \perp BD$ ，易证得四边形 $AOBE$ 是矩形，进而得到 $AB = OE$ ，再利用勾股定理求出 OB 的长，进而得到 BD 的长，从而计算菱形 $ABCD$ 的面积。

【详解】解：∵ 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4, \quad AC \perp BD,$$

$$\because BE \parallel AC, \quad AE \parallel BD,$$

∴ 四边形 $AOBE$ 是平行四边形，

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

∴ 四边形 $AOBE$ 是矩形，

$$\therefore AB = OE = 5,$$

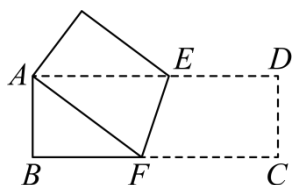
$$\text{在 Rt}\triangle OAB \text{ 中, } OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore BD = 2OB = 2 \times 3 = 6,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

故答案为：24.

13. 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中 $AB = 3\text{cm}$ ， $BC = 9\text{cm}$ ，将矩形纸片沿 EF 折叠，使点 C 与点 A 重合，求折痕 $EF =$ _____ cm.



【答案】 $\sqrt{10}$

【分析】先过点 F 作 $FM \perp BC$ 于 M 。利用勾股定理可求出 AE ，再利用翻折变换的知识，可得到 $AF = CF$ ， $\angle AFE = \angle CFE$ ，再利用平行线可得 $\angle AEF = \angle AFE$ ，故有 $AE = AF$ 。求出 FM ，再次使用勾股定理可求出 EF 的长。

【详解】解：由折叠可知： $\angle AFE = \angle CFE$ ，

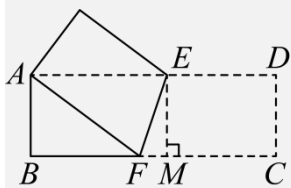
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle EFC,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE,$$

$$\therefore AE = AF, \quad \triangle AEF \text{ 为等腰三角形;}$$

过点 F 作 $FM \perp BC$ 于 M ，



由折叠可知: $AF = CF$,

设 $BF = x\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AB = 3\text{cm}$, $AF = CF = (9-x)\text{cm}$,

$$\therefore x^2 + 3^2 = (9-x)^2,$$

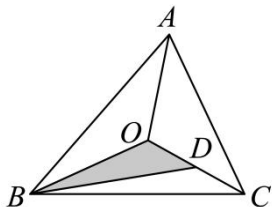
$$\therefore x = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle FEM$ 中, $FM = BM - BF = AE - BF = AF - BF = 5 - 4 = 1(\text{cm})$, $EM = 3\text{cm}$,

$$\therefore EF = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}(\text{cm}),$$

故答案为: $\sqrt{10}$.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 为三角形的重心, D 为 OC 中点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 24, 则 $\triangle BOD$ 的面积是 _____.



【答案】 4

【分析】 本题主要考查了重心, 三角形中线的性质,

延长 AO , 交 BC 于点 E , 根据重心的性质得出 $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ACO}$, 进而得出 $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ACO} = S_{\triangle BCO}$, 即可求出 $S_{\triangle BCO} = 8$, 再根据中点的定义得出答案.

【详解】 解: 如图所示, 延长 AO , 交 BC 于点 E ,

$\because$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore AE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}, S_{\triangle OBE} = S_{\triangle OCE},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} - S_{\triangle OBE} = S_{\triangle ACE} - S_{\triangle OCE},$$

即 $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ACO}$,

同理, $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ACO} = S_{\triangle BCO}$.

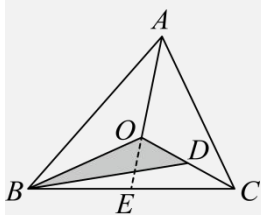
$\therefore S_{\triangle ABC} = 24$,

$\therefore S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ACO} = S_{\triangle BCO} = 8$.

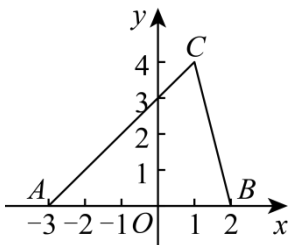
$\because D$ 是 OC 的中点,

$\therefore S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCO} = 4$.

故答案为: 4.



15. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-3,0)$, $B(2,0)$, $C(1,4)$, 点 P 是 y 轴上一动点, 当 $\triangle ABP$ 面积为 $\triangle ABC$ 面积的两倍时, 点 P 的坐标为_____.



【答案】 $(0,8)$ 或 $(0,-8)$

【分析】 本题考查的知识点是求点到坐标轴的距离、三角形的面积, 解题关键是灵活运用数形结合思想.

先求出 $AB=5$, 再根据点 C 的坐标得到点 C 到 AB 的距离求出 $\triangle ABC$ 面积, 设点 P 坐标为 $(0,m)$, 根据三角形面积公式得 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \times |y_P| = 2S_{\triangle ABC} = 20$, 解得 m 的值即可确定点 P 的坐标.

【详解】 解: 依题得: $AB = 2 - (-3) = 5$,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times |y_C| = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10,$$

设点 P 坐标为 $(0,m)$,

$$\text{则 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \times |y_P| = 2S_{\triangle ABC} = 20,$$

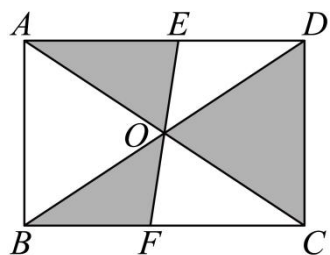
$$\therefore |m| = \frac{20 \times 2}{5} = 8,$$

解得 $m = \pm 8$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 8)$ 或 $(0, -8)$.

故答案为: $(0, 8)$ 或 $(0, -8)$.

16. 如图所示, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 过点 O 的直线分别交 AD 和 BC 于点 E 、 F , $AB = 2$, $BC = 3$, 则图中阴影部分的面积为_____.



【答案】3

【分析】先证明 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 得到 $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COF}$, 从而得到阴影部分的面积为 $S_{\triangle BCD}$, 解答即可.

本题考查了矩形的性质, 三角形全等的判定和性质, 熟练掌握三角形全等的判定和性质是解题的关键.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore OA = OC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEO = \angle CFO.$$

$$\because \angle AOE = \angle COF,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COF},$$

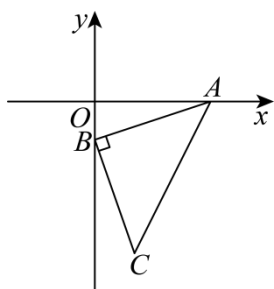
$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } S_{\triangle BCD},$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 3,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } 3,$$

故答案为: 3.

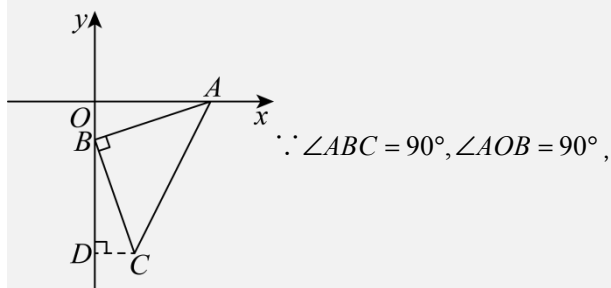
17. 如图, 在平面直角坐标系中, $A(3, 0)$, $B(0, -1)$, 以 AB 为直角边在 x 轴下方作等腰直角三角形 ABC , $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 则点 C 的坐标是_____.



【答案】(1,-4)

【分析】过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D ，通过角的计算可找出 $\angle OAB = \angle DBC$ ，结合 $\angle AOB = \angle BDC$, $AB = BC$ ，即可证出 $\triangle OAB \cong \triangle DBC$ (AAS)，根据全等三角形的性质即可得出 $BD = AO$, $DC = OB$ ，再结合点 A, B 的坐标即可得出 DC, OD 的长度，进而可得出点 C 的坐标.

【详解】解：过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D ，如图所示.



$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ, \angle OBA + \angle DBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle DBC,$$

在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle DBC$ 中,

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle BDC = 90^\circ \\ \angle OAB = \angle DBC \\ AB = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle OAB \cong \triangle DBC \text{ (AAS)},$$

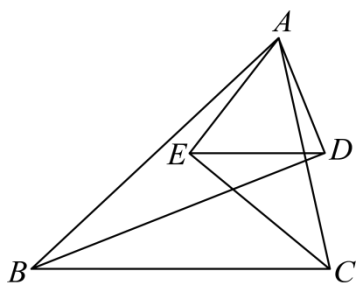
$$\therefore BD = AO, DC = OB,$$

$$\because A(3,0), B(0,-1),$$

$$\therefore BD = AO = 3, DC = OB = 1, OD = OB + BD = 4,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (1, -4).$$

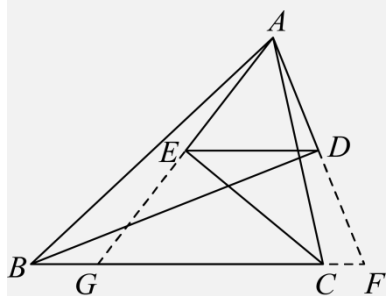
18. 如图，过 $\triangle ABC$ 的顶点 A 分别作 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线的垂线 AD 、 AE ，垂足分别为 D 、 E ，连接 DE 。若 $AB = 10$ ， $AC = 7$ ， $BC = 9$ ，则 $ED =$ _____.



【答案】 4

【分析】分别延长 AD 、 AE 与直线 BC 交于点 F 、 G ，证明 $\triangle ABD \cong \triangle FBD$ (ASA)，所以 $AB = FB$ ， $AD = FD$ ，同理可得 $AC = CG$ ， $AE = EG$ ，故有 ED 是 $\triangle AFG$ 的中位线，然后通过中位线性质定理可得 $ED = \frac{1}{2}FG$ ，再求出 FG 的长即可求解。

【详解】解：如图，分别延长 AD 、 AE 与直线 BC 交于点 F 、 G ，



$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle FBD$ ，

$\because AD \perp BD$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle FDB = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle FBD$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle FBD \\ BD = BD \\ \angle ADB = \angle FDB \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle FBD$ (ASA)，

$\therefore AB = FB$ ， $AD = FD$ ，

同理可得： $AC = CG$ ， $AE = EG$ ，

$\therefore ED$ 是 $\triangle AFG$ 的中位线，

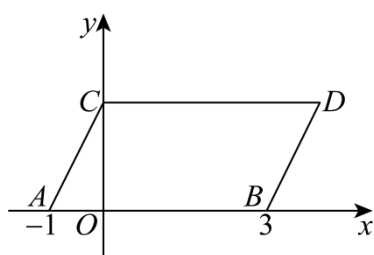
$\therefore ED = \frac{1}{2}FG$ ，

$\because FG = GC + CF = AC + BF - BC = AC + AB - BC = 7 + 10 - 9 = 8$ ，

$$\therefore ED = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 52 分)

19. (本题共 6 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A, B 的坐标分别为 $(-1, 0), (3, 0)$. 现将线段 AB 向上平移 2 个单位长度, 再向右平移 1 个单位长度, 得到的图像是线段 CD , 连接 AC, BD .



(1) 点 D 的坐标为_____;

(2) 在 y 轴上存在一点 P , 连接 PA, PB , 且 $S_{\triangle PAB} = 2$, 求点 P 的坐标.

【答案】 (1) $(4, 2)$

(2) 点 P 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, -1)$

【分析】 (1) 根据平移方式结合平移的性质可得点 D 的坐标;

(2) 利用三角形的面积公式列式求解即可.

【详解】 (1) 解: 将点 $B(3, 0)$ 向上平移 2 个单位长度, 再向右平移 1 个单位长度, 得到的点 D 的横坐标为 $3+1=4$, 纵坐标为 $0+2=2$, 即 $D(4, 2)$;

(2) 设点 P 的坐标为 $(0, y)$, 则 $PO = |y|$,

$$\because AB = 3 - (-1) = 4, \quad S_{\triangle PAB} = 2,$$

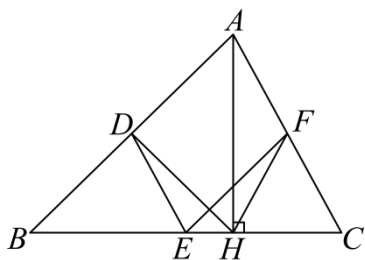
$$\therefore S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times 4 \times |y| = 2,$$

$$\therefore |y| = 1,$$

解得 $y = \pm 1$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, -1)$.

20. (本题共 6 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别是 AB, BC, CA 的中点, AH 是边 BC 上的高.



(1) 求证：四边形 ADEF 是平行四边形；

(2) 求证： $\angle DHF = \angle DEF$.

【答案】(1) 证明见解析；(2) 证明见解析.

【详解】试题分析：(1) 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $EF \parallel AB$, $DE \parallel AC$, 再根据平行四边形的定义证明即可.

(2) 根据平行四边形的对角线相等可得 $\angle DEF = \angle BAC$, 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $DH = AD$, $FH = AF$, 再根据等边对等角可得 $\angle DAH = \angle DHA$, $\angle FAH = \angle FHA$, 然后求出 $\angle DHF = \angle BAC$, 等量代换即可得到 $\angle DHF = \angle DEF$.

试题解析：证明：(1) $\because$ 点 D, E, F 分别是 AB, BC, CA 的中点, $\therefore$ DE、EF 都是 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore EF \parallel AB$, $DE \parallel AC$, $\therefore$ 四边形 ADEF 是平行四边形.

(2) $\because$ 四边形 ADEF 是平行四边形, $\therefore \angle DEF = \angle BAC$.

$\because$ D, F 分别是 AB, CA 的中点, AH 是边 BC 上的高, $\therefore DH = AD$, $FH = AF$.

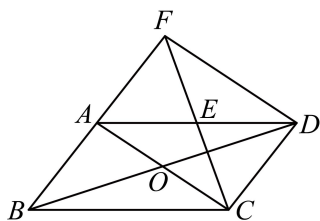
$\therefore \angle DAH = \angle DHA$, $\angle FAH = \angle FHA$.

$\therefore \angle DAH + \angle FAH = \angle BAC$, $\angle DHA + \angle FHA = \angle DHF$,

$\therefore \angle DHF = \angle BAC$. $\therefore \angle DHF = \angle DEF$.

考点：1. 三角形中位线定理；2. 直角三角形斜边上的中线性质的判定；3. 平行四边形的判定.

21. (本题共 6 分) 在平行四边形 ABCD 中, 连接 AC、BD 交于点 O, 点 E 为 AD 的中点, 连接 CE 并延长交 BA 的延长线于点 F.



(1) 求证：A 为 BF 的中点；

(2) 若 $\triangle ABD$ 添加一个条件_____， $\angle ABC = 60^\circ$ ，连接 DF，试判断四边形 ACDF 是矩形，请填空，并

说明理由.

【答案】(1)详见解析

(2) $AD = 2AB$, 详见解析

【分析】(1) 证明 $\triangle AEF \cong \triangle DEC$, 得出 $AF = DC$, 从而证明 $AB = AF$, 即可得出结论;

(2) 先证明四边形 $ACDF$ 是平行四边形, 再证明 BCF 是等边三角形, 根据等边三角形的性质得出 $AC \perp AF$, 即可证明结论.

【详解】(1) 证明: $\because$ 点 E 为 AD 的中点,

$$\therefore AE = DE,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = DC, \quad AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle DCE,$$

$$\text{又} \because \angle AEF = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEC,$$

$$\therefore AF = DC,$$

$$\therefore AB = AF,$$

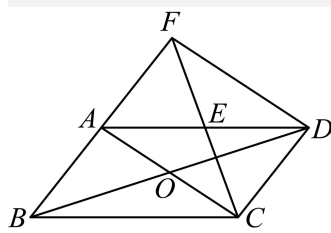
即 A 为 BF 的中点.

(2) 解: $AD = 2AB$;

理由如下: 由 (1) 得 $AF \parallel DC$, 且 $AF = DC$,

$\therefore$ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,



$$\therefore AD = BC,$$

$$\because AD = 2AB,$$

$$\therefore BC = 2AB,$$

$$\because BF = 2AB,$$

$$\therefore BC = BF,$$

又 $\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore BCF$ 是等边三角形,

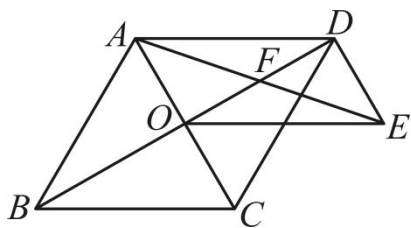
$\because AB = AF$,

$\therefore AC \perp AF$,

$\therefore \angle CAF = 90^\circ$,

$\therefore$ 平行四边形 $ACDF$ 是矩形.

22. (本题共 8 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 且 $DE = \frac{1}{2} AC$, 连接 CE 、 OE , 连接 AE 交 OD 于点 F .



(1) 求证: 四边形 $ODEC$ 为矩形;

(2) 若菱形 $ABCD$ 的边长为 8, $\angle ABC = 60^\circ$, 求 AE 的值.

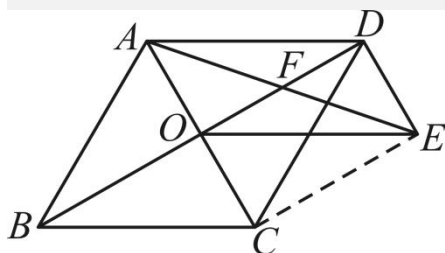
【答案】(1) 见解析

(2) $AE = 4\sqrt{7}$

【分析】(1) 先求出四边形 $ODEC$ 是平行四边形, 再根据菱形的对角线互相垂直求出 $\angle COD = 90^\circ$, 即可证明 $ODEC$ 是矩形;

(2) 根据菱形的性质得出 $AC = AB$, 再根据勾股定理得出 AE 的长度即可.

【详解】(1) 证明: 如图, 连接 CE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore OC = \frac{1}{2} AC$, $AC \perp BD$,

$\therefore \angle COD = 90^\circ$,

$\because DE = \frac{1}{2} AC$,

$\therefore DE = OC$

$\therefore DE \parallel AC$,

$\therefore$ 四边形 $ODEC$ 是平行四边形.

$\therefore \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore$ 平行四边形 $ODEC$ 是矩形;

(2) 解: 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = BC = 8$, $\angle ABC = 60^\circ$, $AO = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC = AB = 8$,

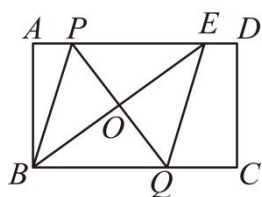
$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = 4$,

$\therefore$ 在矩形 $ODEC$ 中, $CE = OD = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$,

$\therefore$ 矩形 $ODEC$ 中 $\angle OCE = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{7}$.

23. (本题共 8 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 上一点, PQ 垂直平分 BE , 分别交 AD 、 BE 、 BC 于点 P 、 O 、 Q , 连接 BP 、 EQ .



(1) 求证: 四边形 $BPEQ$ 是菱形;

(2) 若 $AB = 6$, $BE = 10$, 求 PQ 的长.

【答案】(1) 见详解

(2) $\frac{15}{2}$

【分析】 本题主要考查矩形的性质, 菱形的判定和性质, 勾股定理的运用, 掌握以上知识的综合运用是关键.

(1) 根据矩形的性质得到 $\angle PEB = \angle EBQ$, 由线段垂直平分线, 全等三角形的判定和性质得到 $PB = BQ = QE = PE$, 结合菱形的判定即可求解;

(2) 运用勾股定理得到 $AE = 8$, 由菱形的性质, 勾股定理得到 $BP = \frac{25}{4}$, $PO = \frac{15}{4}$, 由此即可求解.

【详解】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$, 即 $PE \parallel BQ$,

$$\therefore \angle PEB = \angle EBQ,$$

$\because PQ$ 垂直平分 BE ,

$$\therefore PB = PE, \quad QB = QE,$$

$$\therefore \angle PBE = \angle PEB,$$

$$\therefore \angle PBE = \angle EBQ, \text{ 且 } BE \perp PQ,$$

$$\therefore \angle PBO = \angle QBO, BO = BO, \angle BOP = \angle BOQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PBO \cong \triangle QBO (ASA),$$

$$\therefore BP = BQ,$$

$$\therefore PB = BQ = QE = PE,$$

$\therefore$ 四边形 $BPEQ$ 是菱形;

$$(2) \text{ 解: } \because \angle A = 90^\circ, AB = 6, BE = 10,$$

$$\therefore AE = \sqrt{BE^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$\because$ 四边形 $BPEQ$ 是菱形,

$$\therefore OP = OQ, OB = OE = \frac{1}{2} BE = 5, BP = PE, \angle BOP = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{设 } BP = PE = x, \text{ 则 } AP = AE - PE = 8 - x,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABP \text{ 中, } AP^2 + AB^2 = BP^2,$$

$$\therefore (8 - x)^2 + 6^2 = x^2,$$

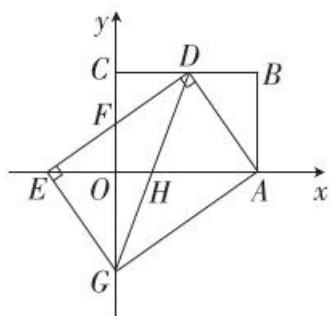
$$\text{解得, } x = \frac{25}{4},$$

$$\therefore BP = \frac{25}{4},$$

$$\text{在 } Rt\triangle BOP \text{ 中, } PO = \sqrt{BP^2 - BO^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2} = \frac{15}{4},$$

$$\therefore PQ = 2PO = 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{2}.$$

24. (本题共 8 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的顶点 A, C 分别在 x 轴、 y 轴上. 点 D 在 BC 上, 过点 D 作 $DE \perp AD$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 E, F , 过点 E 作 $EG \perp DE$ 交 y 轴于点 G , 连接 AG , $DA = EG$.



(1)求证：四边形 $ADEG$ 是矩形.

(2)连接 DG 交 x 轴于点 H ，已知点 B 的坐标为 $(6,4)$.

①求 OG 的长；

②请直接写出点 H 的坐标.

【答案】(1)见解析

(2)① $OG = 4$ ② $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$

【分析】本题考查了矩形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，掌握先判定平行四边形再结合直角判定矩形，利用全等和勾股定理计算边长与坐标是解题的关键.

(1) 先证明四边形 $ADEG$ 是平行四边形，再结合一个直角判定为矩形；

(2) ①通过证明三角形全等，得到 OG 与 AB 相等，从而求 OG 的长；

②由 (2) ①的全等三角形结论得到 $OE = BD$ ，结合 OA 的长度求出 AE 的长度；再利用矩形对角线互相平分的性质得到 $EH = \frac{1}{2}AE$ ；最后通过线段的和差计算出 OH 的长度，从而确定 H 点坐标.

【详解】(1) 证明： $\because DE \perp AD$ ， $EG \perp DE$ ，

$\therefore AD \parallel EG$.

$\because DA = EG$ ，

$\therefore$ 四边形 $ADEG$ 是平行四边形.

$\because DE \perp AD$

$\therefore$ 四边形 $ADEG$ 是矩形

(2) 解： ① $\because$ 四边形 $OABC$ 为矩形，点 B 的坐标为 $(6,4)$ ，

$\therefore OA = BC = 6$ ， $OC = AB = 4$ ， $OA \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BDA = \angle OAD$ ， $\angle B = \angle EOG = 90^\circ$.

由 (1) 知，四边形 $ADEG$ 是矩形，

$$\therefore AD = GE, \quad AD \parallel GE,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle OEG,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle OEG.$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle GOE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle EOG \\ \angle BDA = \angle OEG \\ AD = GE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle GOE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OG = AB = 4.$$

$$\text{②由 (2) ①知, } OE = BD = \frac{8}{3},$$

$$\therefore AE = OE + OA = \frac{8}{3} + 6 = \frac{26}{3}.$$

$\therefore$ 四边形 $ADEG$ 为矩形, 对角线 AE , DG 交于点 H ,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AE = \frac{13}{3},$$

$$\therefore OH = EH - OE = \frac{13}{3} - \frac{8}{3} = \frac{5}{3},$$

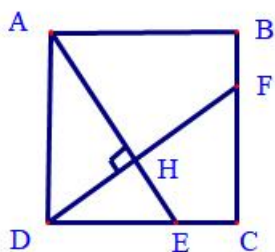
$$\therefore \text{点 } H \text{ 的坐标为 } \left(\frac{5}{3}, 0\right).$$

25. (本题共 6 分)

(1) 基本模型——十字架模型

如图所示, 在正方形 $ABCD$ 内, 点 E 在边 DC 上, 点 F 在边 BC 上, AE 、 DF 交于点 H , ①若 $AE \perp DF$ 则有结论 $AE = DF$; ②反之若有 $AE = DF$, 则有结论 $AE \perp DF$.

对于上述两个命题请选择其中一个加以证明.



(2) 模型运用

如图1, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, 点 E 在边 CD 上 (不与 C 、 D 重合), 连接 AE , 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折, 得到 $\triangle AD'E$, 连接 DD' 并延长交 BC 于点 F .

①若 $DE = 3$ ，求 DF 的值.

②如图 2，若 AE 与 DF 交于点 G ，连接 BG ，若 $BG \parallel D'E$ ，求证： $\triangle ADD' \cong \triangle BAG$.

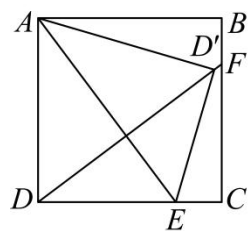


图1

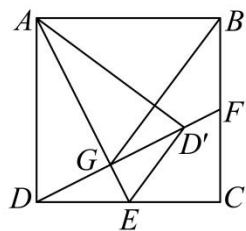


图2

【答案】(1) 见解析；(2) ①5②见解析

【分析】(1) 证明全等即可；

(2) ①由翻折先证明 $DF \perp AE$ ，再由十字架模型即可得到 $DF=AE$ 长；

②利用翻折及平行线的性质找出角及边的等量关系，即可证明全等；

【详解】(1) 由 $AE \perp DF$ 证明 $AE=DF$

$\because AE \perp DF$

$\therefore \angle EAD + \angle ADH = 90^\circ$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形

$\therefore AD=CD, \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$

$\therefore \angle CDF + \angle ADH = 90^\circ$

$\therefore \angle CDF = \angle DAE$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle DAE$

$\therefore AE=DF$

①解：由翻折可得： $\triangle ADE \cong \triangle AD'E$ ，

$\therefore AD = AD', DE = D'E$ ，

$\therefore AE \perp DD'$ ，

即 $AE \perp DF$

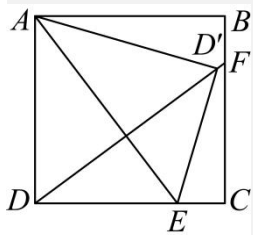
$\therefore \angle ADF + \angle DAE = 90^\circ$ ，

$\because AB = 4, DE = 3$ ，

$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ，

$\because$ 由问题 (1) 可知 $AE=DF$ ，

$\therefore DF = AE = 5$ ；



②证明： $\because BG \parallel D'E$ ，

$$\therefore \angle AED' = \angle AGB,$$

$\because$ 正方形 $ABCD$ 中 $AB \parallel CD$, $AD = AB$,

$$\therefore \angle BAE = \angle AED,$$

$\because$ 由翻折可知: $\angle AED = \angle AED'$, $\angle ADD' = \angle AD'D$,

$$\therefore \angle BAE = \angle AGB,$$

$$\therefore BA = BG,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle BGA,$$

$$\therefore \angle FDC = \angle DAE,$$

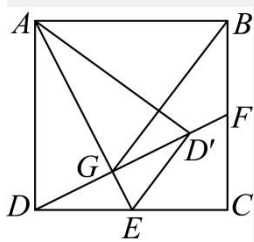
$$\therefore 90^\circ - \angle DAE = 90^\circ - \angle CDF,$$

$$\therefore \angle ADD' = \angle DEA,$$

$$\therefore \angle ADD' = \angle BAG,$$

$$\therefore \angle ADD' = \angle BAG = \angle AD'D = \angle BGA,$$

$$\therefore \triangle ADD' \cong \triangle BAG \quad (AAS);$$



【点睛】 本题考查了全等三角形的性质和判定、正方形的性质、翻折的性质、等腰三角形的判定及性质、勾股定理，关键是灵活应用知识点解题.