

初二年级数学学科限时作业 1

(考试时间: 90 分钟满分: 100 分)

考生注意: 请将所有答案写在答题纸上, 写在试卷上不计分

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列点中属于第二象限的点是 ()

- A. $(1, 3)$ B. $(-1, 3)$ C. $(1, -3)$ D. $(-1, -3)$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查平面直角坐标系中各象限内点的坐标特征.

【详解】 解: 平面直角坐标系中, 第二象限内的点横坐标为负, 纵坐标为正;

故选: B.

【点睛】 各象限点的坐标符号: 第一象限 $(+, +)$, 第二象限 $(-, +)$, 第三象限 $(-, -)$, 第四象限 $(+, -)$.

2. 下列条件中能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

- A. $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$ B. $AB = AD$, $CB = CD$
C. $AB = CD$, $AD = BC$ D. $AB \parallel CD$, $AD = BC$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的判定, 解题关键是熟练掌握平行四边形的判定定理.

根据平行四边形的判定定理对选项进行逐一判断即可.

【详解】 解: A、无法得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 不符合题意;

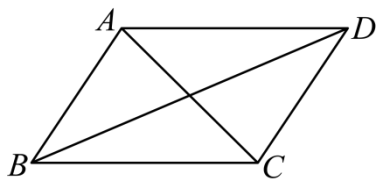
B、无法得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 不符合题意;

C、 $AB = CD$, $AD = BC$, 两组对边分别相等的四边形为平行四边形, 可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 符合题意;

D、无法得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 不符合题意.

故选: C.

3. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 下列结论中不正确的是 ()



A. 当 $AB = BC$ 时, 它是菱形

B. 当 $AC \perp BD$ 时, 它是菱形

C. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时, 它是矩形

D. 当 $AC = BD$ 时, 它是正方形

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查学生对正方形的判定、平行四边形的性质、菱形的判定和矩形的判定的理解和掌握, 此题涉及到的知识点较多, 学生答题时容易出错.

根据邻边相等的平行四边形是菱形; 根据所给条件可以证出邻边相等; 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形; 根据对角线相等的平行四边形是矩形.

【详解】解: A、根据邻边相等的平行四边形是菱形可知: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 当 $AB = BC$ 时, 它是菱形, 故 A 选项正确, 不符合题意;

B、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC \perp BD$,

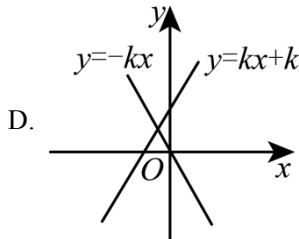
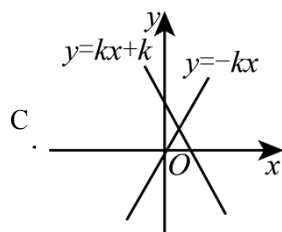
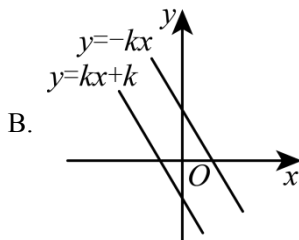
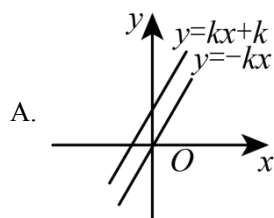
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 B 选项正确, 不符合题意;

C、有一个角是直角的平行四边形是矩形, 故 C 选项正确, 不符合题意;

D、根据对角线相等的平行四边形是矩形可知当 $AC = BD$ 时, 它是矩形, 不是正方形, 故 D 选项错误, 符合题意.

故选: D.

4. 一次函数 $y = kx + k$ 与正比例函数 $y = -kx$ 的大致图象是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一次函数、正比例函数的图象. 此类题可用数形结合的思想进行解答. 根据正比例函数图象所在的象限判定 k 的符号, 根据 k 的符号来判定一次函数图象所经过的象限即可.

【详解】解: A、正比例函数 $y = -kx$ 与一次函数 $y = kx + k$ 的自变量系数 k 互为相反数. 故该选项不符合

题意;

B、正比例函数 $y = -kx$ 与一次函数 $y = kx + k$ 的自变量系数互为相反数. 故该选项不符合题意;

C、正比例函数图象经过第一、三象限, 则 $k < 0$, 那么一次函数 $y = kx + k$ 应经过二、三、四象限, 故该选项不符合题意;

D、正比例函数图象经过第二、三象限, 则 $k > 0$, 那么一次函数 $y = kx + k$ 经过一、二、三象限, 故该选项符合题意.

故选: D.

5. 在平面直角坐标系中, 对于点 $P(x, y)$, 我们把点 $P(-y+1, x+1)$ 叫做点 P 的伴随点, 已知点 A_1 的伴随点为 A_2 , 点 A_2 的伴随点为 A_3 , 点 A_3 的伴随点为 $A_4 \cdots$ 这样依次得到点 $A_1, A_2, A_3, \cdots A_n$. 若点 A_1 的坐标为 (a, b) , 则点 A_{2026} 的坐标为 ()

A. (a, b)

B. $(-b+1, a+1)$

C. $(-a, -b+2)$

D. $(b-1, -a+1)$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查平面直角坐标系中点的变换规律, 解题关键是先根据“伴随点”的定义计算前几个点的坐标, 找到变换的周期性, 再通过求余数确定所求点在周期中的位置, 得到对应坐标.

【详解】 $\because$ 点 $P(x, y)$ 的伴随点为 $P'(-y+1, x+1)$, 且 $A_1(a, b)$

$\therefore$ 依次计算得:

A_2 的坐标为 $(-b+1, a+1)$

A_3 的坐标为 $(-(a+1)+1, (-b+1)+1) = (-a, -b+2)$

A_4 的坐标为 $(-(-b+2)+1, -a+1) = (b-1, -a+1)$

A_5 的坐标为 (a, b) , 与 A_1 坐标相同

$\therefore$ 伴随点的坐标每 4 次变换为一个周期循环

$\because 2026 \div 4 = 506 \cdots 2$

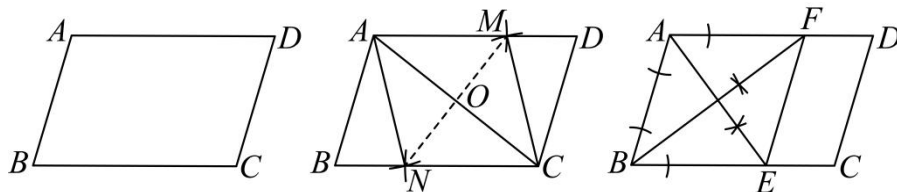
$\therefore A_{2026}$ 的坐标与周期中第 2 个点 A_2 的坐标相同, 为 $(-b+1, a+1)$

6. 如图, 在给定的一张平行四边形纸片上作一个菱形. 甲、乙两人的作法如下:

甲：连接 AC ，作 AC 的垂直平分线 MN 分别交 AD ， AC ， BC 于 M ， O ， N ，连接 AN ， CM ，则四边形 $ANCM$ 是菱形。

乙：分别作 $\angle A$ ， $\angle B$ 的平分线 AE ， BF ，分别交 BC ， AD 于 E ， F ，连接 EF ，则四边形 $ABEF$ 是菱形。

根据两人的作法可判断 ()



- A. 甲正确，乙错误 B. 乙正确，甲错误 C. 甲、乙均正确 D. 甲、乙均错误

【答案】C

【解析】

【详解】甲和乙的作法都正确：

理由是：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ 。

$\therefore \angle DAC = \angle ACN$ 。

$\because MN$ 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore AO = CO$ 。

在 $\triangle AOM$ 和 $\triangle CON$ 中，

$\because \angle MAO = \angle NCO$ ， $AO = CO$ ， $\angle AOM = \angle CON$ ，

$\therefore \triangle AOM \cong \triangle CON$ (ASA)，

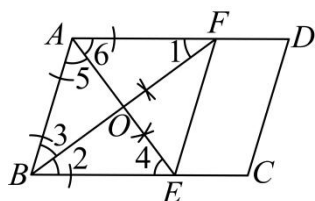
$\therefore MO = NO$ 。

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 是平行四边形。

$\because AC \perp MN$ ，

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 是菱形。

如图，



$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 6 = \angle 4$ 。

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$, AE 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$, $\angle 5 = \angle 6$.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$, $\angle 5 = \angle 4$.

$\therefore AB = AF$, $AB = BE$.

$\therefore AF = BE$.

$\because AF \parallel BE$, 且 $AF = BE$,

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形.

$\because AB = AF$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABEF$ 是菱形.

故选 C.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 若一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍, 则这个多边形的边数是_____.

【答案】 8

【解析】

【分析】 根据多边形的内角和定理, 多边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 外角和等于 360° , 然后列方程求解即可.

【详解】 解: 设边数为 n , 由题意得,

$$180(n-2) = 360 \times 3,$$

解得 $n=8$.

所以这个多边形的边数是 8.

故答案为: 8.

【点睛】 本题主要考查了多边形的内角和公式与外角和定理, 根据题意列出方程是解题的关键.

8. 已知一次函数的图象 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 由直线 $y = -3x$ 平移得到且过点 $(2, -4)$. 则 $b =$ _____

【答案】 2

【解析】

【分析】 先根据直线平移时 k 的值不变得出 $k = -3$, 再将点 $(2, -4)$ 代入 $y = kx + b$, 即可求出 b 的值.

【详解】 解: $\because$ 一次函数的图象 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 由直线 $y = -3x$ 平移得到,

$$\therefore k = -3,$$

$$\therefore y = -3x + b,$$

代入点 $(2, -4)$ ，得 $-4 = -3 \times 2 + b$ ，

解得 $b = 2$ 。

9. 已知点 A 坐标为 $(2a, -3a - 4)$ ，点 B 的坐标为 $(5, -3)$ ，若 $AB \parallel x$ 轴，则 $a =$ _____。

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了平面直角坐标系中平行于 x 轴的直线上点的坐标特征，解题的关键是牢记平行于 x 轴的直线上所有点的纵坐标相等这一性质。

根据 $AB \parallel x$ 轴，得出点 A 和点 B 的纵坐标相等，据此列方程求解 a 的值，同时验证横坐标不相等以保证两点不重合。

【详解】解： $\because AB \parallel x$ 轴，

$\therefore$ 点 A 与点 B 的纵坐标相等，

$\therefore -3a - 4 = -3$ ，

解得 $a = -\frac{1}{3}$ ，

此时点 A 的横坐标为 $2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3} \neq 5$ ，符合题意。

故答案为： $-\frac{1}{3}$ 。

10. 在平面直角坐标系中，将点 $A(2, -5)$ 向左平移4个单位长度得到点 B ，则点 B 关于 x 轴的对称点 C 的坐标是_____。

【答案】 $(-2, 5)$

【解析】

【分析】先根据“左减右加，上加下减”的平移规律求出点 B 的坐标，再根据关于 x 轴对称的点横坐标相同、纵坐标互为相反数的特征求出点 C 的坐标。

【详解】解： $\because$ 点 $A(2, -5)$ 向左平移4个单位长度得到点 B ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2 - 4, -5)$ ，即 $(-2, -5)$ ，

$\therefore$ 点 B 关于 x 轴的对称点为 C ，

$\therefore$ 点 C 的坐标是 $(-2, 5)$ 。

11. 已知方程组 $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = (k+1)x - 2 \end{cases}$ 无解, 那么直线 $y = (-2k+1)x - 3$ 不经过第_____象限.

【答案】一

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与二元一次方程组的关系、一次函数的图象与性质, 解题的关键是掌握方程组无解等价于两条直线平行且不重合, 再根据一次函数的斜率和截距判断其经过的象限.

根据方程组无解, 得出两条直线平行, 由此列方程求出 k 的值; 再将 k 代入目标直线的解析式, 根据一次函数解析式判断其不经过的象限.

【详解】 解: $\because$ 方程组 $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = (k+1)x - 2 \end{cases}$ 无解,

$\therefore$ 直线 $y = 3x + 1$ 与 $y = (k+1)x - 2$ 平行且不重合,

$\therefore k+1=3$,

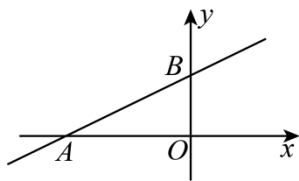
解得 $k=2$,

将 $k=2$ 代入 $y = (-2k+1)x - 3$, 得 $y = -3x - 3$,

$\therefore$ 直线经过第二、三、四象限, 不经过第一象限.

故答案为: 一.

12. 如图, 已知一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象分别与 x 、 y 轴交于 A 、 B 两点, 若 $OA = 2$, $OB = 1$, 则关于 x 的方程 $kx + b = 0$ 的解为_____.



【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数与一元一次方程之间的关系, 难度不大, 认真分析题意即可.

根据一次函数与 x 轴交点坐标可得出答案.

【详解】 解: $\because OA = 2$,

$\therefore A(-2, 0)$,

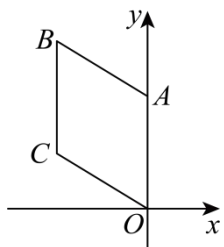
$\therefore$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$,

$\therefore$ 当 $y = 0$ 时, $x = -2$, 即 $kx + b = 0$ 时, $x = -2$,

∴关于 x 的方程 $kx + b = 0$ 的解是 $x = -2$.

故答案为: $x = -2$.

13. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 菱形 $OABC$ 的边 OA 在 y 轴上. 若点 C 的坐标为 $(-3, 4)$. 则点 B 的坐标为_____



【答案】

$(-3, 9)$

【解析】

【分析】利用勾股定理求得 OC 的长, 再利用菱形的性质求得 $BC = OC = 5$, 再根据菱形对边平行可得点 B 与点 C 的横坐标相同, 据此求解即可.

【详解】解: ∵点 C 的坐标为 $(-3, 4)$,

$$\therefore OC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

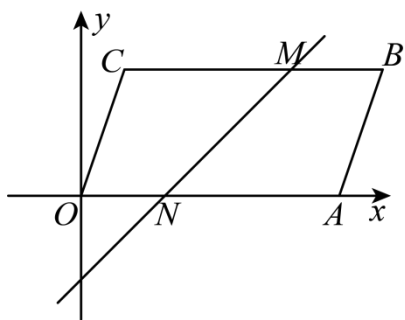
∵四边形 $OABC$ 是菱形,

$$\therefore BC = OC = 5,$$

$$\therefore BC \parallel OA,$$

$$\therefore B \text{ 点的坐标为 } (-3, 4+5), \text{ 即 } (-3, 9).$$

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知平行四边形 $OABC$, $A(6, 0)$, $C(1, 3)$, 直线 $y = kx - 1$ 与 BC , OA 分别交于 M , N , 且将 $\square ABCO$ 的面积分成相等的两部分, 则 k 的值是_____



【答案】 $\frac{5}{7}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数解析式、平行四边形对称中心的性质，熟知“过平行四边形对称中心的直线平分平行四边形的面积”是解题的关键.

根据将 $\square ABCO$ 的面积分成相等的两部分，知直线 $y = kx - 1$ 经过平行四边形的对称中心，根据线段的中点坐标公式，得到平行四边形对称中心坐标为 $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，然后把 $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 代入 $y = kx - 1$ 求解得出 k 的值即可.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $OABC$ 为平行四边形，直线 $y = kx - 1$ 将 $\square ABCO$ 的面积分成相等的两部分，

$\therefore$ 直线 $y = kx - 1$ 经过平行四边形的对称中心，即 AC 的中点，

$\therefore A(6, 0), C(1, 3)$,

$\therefore$ 平行四边形的对称中心坐标为 $\left(\frac{6+1}{2}, \frac{0+3}{2}\right)$ ，即 $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，

$\therefore$ 把 $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 代入 $y = kx - 1$ 得： $\frac{3}{2} = \frac{7}{2}k - 1$ ，

解得： $k = \frac{5}{7}$.

故答案为： $\frac{5}{7}$.

15. 已知一次函数 $y = 4x + b$ ，当 $m \leq x \leq n$ 时，函数值 y 的范围是 $c \leq y \leq d$ 那么代数式 $\frac{n-m}{c-d}$ 的值为 _____.

【答案】

$-\frac{1}{4}$ 或 -0.25

【解析】

【分析】 本题考查一次函数的图象与性质，代数式求值，根据一次函数的增减性得到 x 与 y 的对应关系，通过作差得到 $c - d$ 与 $n - m$ 的数量关系，再整体代入求解即可.

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = 4x + b$ 中， $k = 4 > 0$ ，

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = m$ 时， $y = c$ ，可得 $4m + b = c$ ①，

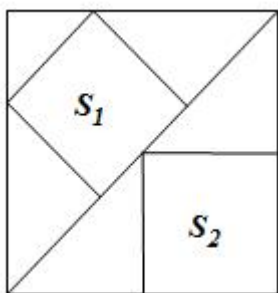
当 $x=n$ 时, $y=d$, 可得 $4n+b=d$ ②,

$$\text{①}-\text{②} \text{ 得: } 4(m-n)=c-d,$$

$$\text{整理得: } c-d=-4(n-m),$$

$$\therefore \frac{n-m}{c-d} = \frac{n-m}{-4(n-m)} = -\frac{1}{4}.$$

16. 如图, 边长为 6 的大正方形中有两个小正方形, 若两个小正方形的面积分别为 S_1 、 S_2 , 则 $S_1 + S_2 =$ _____

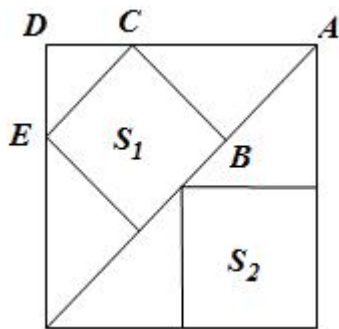


【答案】 17

【解析】

【分析】 设正方形 S_1 的边长为 x , 可得 $AC = \sqrt{2}x$, $x = \sqrt{2}CD$, 可得 $AC = 2CD$, $CD=2$, $EC = 2\sqrt{2}$, 由图可得, S_2 的边长为 3, 分别算出 S_1 、 S_2 的面积, 据此即可解答.

【详解】 解: 如图,



设正方形 S_1 的边长为 x ,

根据等腰直角三角形的性质知, $AC = \sqrt{2}x$, $x = \sqrt{2}CD$,

$$\therefore AC = 2CD,$$

$$\therefore AC+CD=6,$$

$$\therefore 2CD+CD=6, \quad CD=2,$$

$$\therefore EC^2 = 2^2 + 2^2, \text{ 即 } EC = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_1 \text{ 的面积为 } EC^2 = 8,$$

$$\because \text{由图可知, } S_2 \text{ 的边长为 } 3, S_2 \text{ 的面积为 } 3 \times 3 = 9,$$

$$\therefore S_1 + S_2 = 8 + 9 = 17,$$

故答案为: 17.

【点睛】本题考查了正方形的性质、等腰直角三角形的性质以及勾股定理的运用, 根据等腰三角形的性质及勾股定理求得 EC 的长是解决本题的关键.

17. 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , $AE \perp BD$ 于 E , 若 $OE:ED = 1:3$, $AE = \sqrt{3}$, 则 $BD =$ _____.

【答案】4 或 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

【解析】

【详解】如图 (一) 所示,

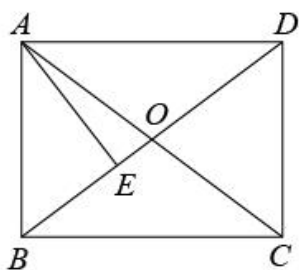


图 (一)

AB 是矩形较短边时,

$\because$ 矩形 $ABCD$,

$$\therefore OA = OD = \frac{1}{2} BD;$$

$$\because OE:ED = 1:3,$$

$$\therefore \text{可设 } OE = x, ED = 3x, \text{ 则 } OD = 2x$$

$$\because AE \perp BD, AE = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle OEA \text{ 中, } x^2 + (\sqrt{3})^2 = (2x)^2,$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore BD = 4.$$

当 AB 是矩形较长边时, 如图 (二) 所示,

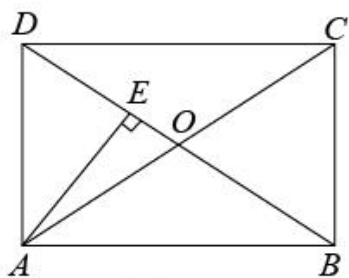


图 (二)

$$\because OE:ED=1:3,$$

$$\therefore \text{设 } OE=x, \text{ 则 } ED=3x,$$

$$\because OA=OD,$$

$$\therefore OA=4x,$$

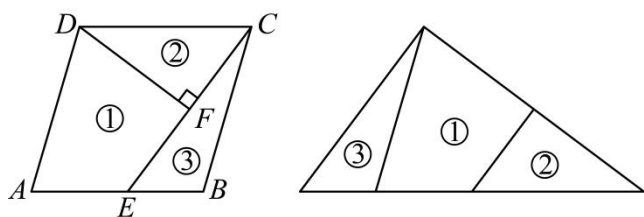
$$\text{在 } Rt\triangle AOE \text{ 中, } x^2 + (\sqrt{3})^2 = (4x)^2,$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore BD = 8x = 8 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{故答案为: } 4 \text{ 或 } \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

18. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 5, 点 E 在边 AB 上, 连结 CE , 过点 D 作 $DF \perp CE$ 于点 F , CE , DF 将菱形分割成三部分后, 恰好可以拼成一个直角三角形, 若 $EC = DF + 2$, 则线段 AE 的长度为_____.



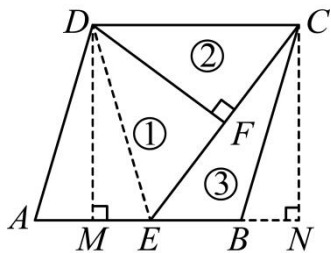
【答案】 $\frac{14}{5}$

【解析】

【分析】由题意可得 $CF = EF$, 连接 DE , 过点 D, C 分别作 $DM \perp AB$, $CN \perp AB$, 垂足为点 M, N , 设 $DF = 2x$, $AM = a$, 由 $DF \perp CE$, 得到 $DC = DE = DA = 5$, 那么有三线合一可得 $AM = ME = a$, 则 $CF = EF = x + 1$, 在 $Rt\triangle DFC$ 中, 由勾股定理建立方程求出 $x = 2$, 则 $CE = 6$, 可得四边形 $DMNC$ 为矩形, 则由双勾股定理可得 $DE^2 - ME^2 = AM^2 = CN^2 = CE^2 - EN^2$, 继而建立方程求出 a , 即可求解

AE .

【详解】解：由题意得可得 $CF = EF$ ，连接 DE ，过点 D, C 分别作 $DM \perp AB$ ， $CN \perp AB$ ，垂足为点 M, N ，



设 $DF = 2x$ ， $AM = a$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD = CD = BC = AB = 5$ ， $AD \parallel BC$ ， $CD \parallel AB$ ，

$\because CF = EF$ ， $DF \perp CE$ ，

$\therefore DC = DE = DA = 5$ ，

$\because DM \perp AB$ ，

$\therefore AM = ME = a$

$\because EC = DF + 2 = 2x + 2$ ，

$\therefore CF = EF = x + 1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中，由勾股定理得 $DF^2 + FC^2 = DC^2$ ，

$\therefore (2x)^2 + (x+1)^2 = 5^2$ ，

解得： $x = 2$ 或 $x = -\frac{12}{5}$ （舍）

$\therefore CE = 6$ ，

$\because CD \parallel AB$ ， $DM \perp AB$ ， $CN \perp AB$ ，

$\therefore \angle DMN = \angle N = \angle NCD = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $DMNC$ 为矩形，

$\therefore CD = MN = 5$ ，

$\therefore EN = 5 - a$ ，

$\because DE^2 - ME^2 = AM^2 = CN^2 = CE^2 - EN^2$

$\therefore 5^2 - a^2 = 6^2 - (5 - a)^2$ ，

解得： $a = \frac{7}{5}$ ，

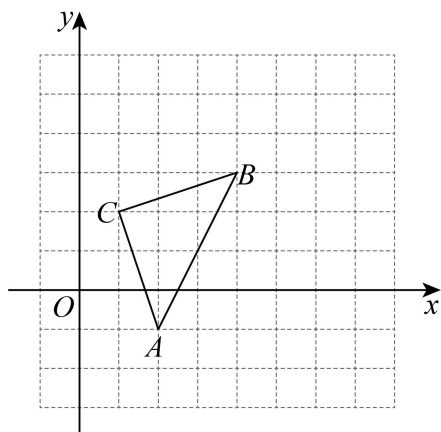
$$\therefore AE = 2a = \frac{14}{5},$$

故答案为: $\frac{14}{5}$.

【点睛】本题考查了矩形的判定与性质，菱形的性质，勾股定理，解一元二次方程，等腰三角形的性质等知识点，难度较大，正确构造辅助线是解题的关键.

三、解答题: (19 题 5 分, 20-21 题 6 分, 22-25 题 8 分, 26 题 9 分, 共 58 分)

19. 如图, 直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点都在网格点上, 其中 C 点坐标为 $(1, 2)$.



- (1) 写出点 A 、 B 的坐标: A (____)、 B (____);
- (2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状____, 计算 $\triangle ABC$ 的面积是____;
- (3) 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 若 $\triangle ABC$ 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是_____.

【答案】(1) 2, -1, 4, 3.

(2) 等腰直角三角形, 5.

(3) 图见解析, $(a-2, b+1)$

【解析】

【分析】本题考查作图 - 平移变换, 勾股定理以及勾股定理的逆定理等知识, 解题的关键是掌握勾股定理以及逆定理, 学会利用平移变换的性质解决问题.

- (1) 根据点在坐标系中的位置写出答案;
- (2) 根据勾股定理求出三边长, 再根据两边长相等及勾股定理的逆定理即可判断三角形是等腰直角三角形, 进一步求出三角形的面积即可;
- (3) 根据 $\triangle ABC$ 的平移规律即可求出答案.

【小问 1 详解】

解：由题意可得， $A(2, -1), B(4, 3)$ 。

故答案为：2，-1，4，3。

【小问 2 详解】

$$\because AC = BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, \quad AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AC = BC, \quad AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

即 $\triangle ABC$ 的形状是等腰直角三角形，

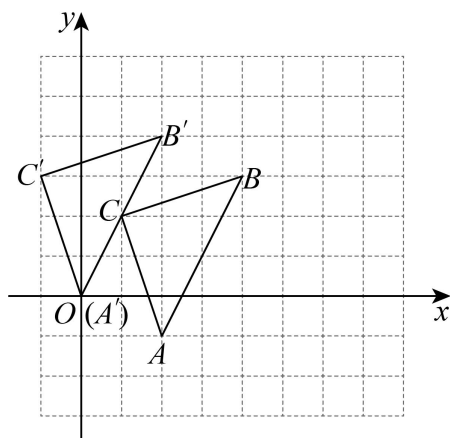
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 5,$$

故 $\triangle ABC$ 的面积为 5。

故答案为：等腰直角三角形，5。

【小问 3 详解】

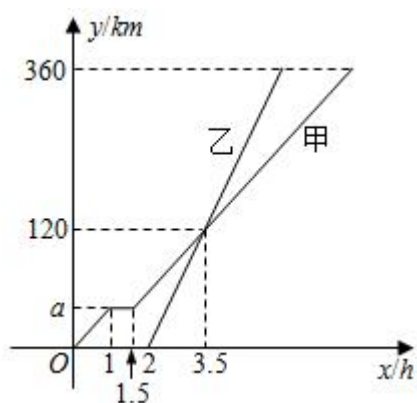
解：如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求，



$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到 $\triangle A'B'C'$ ，若 $\triangle ABC$ 内一点 P 的坐标是 (a, b) ，则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是 $(a-2, b+1)$ 。

故答案为： $(a-2, b+1)$ 。

20. 甲、乙两车从 A 地开往 B 地，甲车比乙车早出发 2 小时，并且在途中休息了 0.5 小时，休息前后速度相同，如图是甲、乙两车行驶的距离 y (km) 与时间 x (h) 的函数图象。解答下列问题：



(1) 图中 a 的值为;

(2) 当 $x > 1.5$ (h) 时, 求甲车行驶路程 y (km) 与时间 x (h) 的函数关系式;

(3) 当甲车行驶多长时间后, 两车恰好相距 40km?

【答案】 (1) 40; (2) $y = 40x - 20$; (3) 甲车行驶 1 小时 (或 1 ~ 1.5 小时) 或 $\frac{5}{2}$ 小时或 $\frac{9}{2}$ 小时, 两车恰好

相距 40 km

【解析】

【分析】 (1) 从图上看, 甲用 $3.5 - 0.5$ 小时走了 120km, 则 1 小时走 40km, 即可求解;

(2) 当 $x > 1.5$ (h) 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 其中 $k = 40$, 将 $(\frac{3}{2}, 40)$ 代入上式得:
 $\frac{3}{2} \times 40 + b = 40$, 即可求解;

(3) 乙车 1.5 小时走了 120 米, 故其速度为 80, 则设乙车行驶的过程 y 与时间 x 之间的解析式为 $y = 80x + b$,

当 $40x - 20 - (80x - 160) = 40$ 时, 解得 $x = \frac{5}{2}$. 当 $80x - 160 - (40x - 20) = 40$ 时, 解得 $x = \frac{9}{2}$. 即可求

解.

【详解】 (1) 从图上看, 甲用 $3.5 - 0.5$ 小时走了 120km, 则 1 小时走 40km, 故答案为 40;

(2) 当 $x > 1.5$ (h) 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 其中 $k = 40$,
 将 $(\frac{3}{2}, 40)$ 代入上式得: $\frac{3}{2} \times 40 + b = 40$, 解得 $b = -20$,

$\therefore y = 40x - 20$.

(3) 乙车 1.5 小时走 120 米, 故其速度为 80,
 则设乙车行驶的过程 y 与时间 x 之间的解析式为 $y = 80x + b$,

将 $(3.5, 120)$ 代入上式并解得: $b = -160$,

$\therefore y = 80x - 160$.

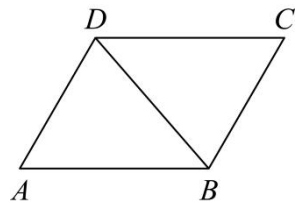
当 $40x - 20 - (80x - 160) = 40$ 时, 解得 $x = \frac{5}{2}$.

当 $80x - 160 - (40x - 20) = 40$ 时, 解得 $x = \frac{9}{2}$.

$\therefore$ 甲车行驶 1 小时 (或 1 ~ 1.5 小时) 或 $\frac{5}{2}$ 小时或 $\frac{9}{2}$ 小时, 两车恰好相距 40 km.

【点睛】考查了一次函数的运用, 解题关键是运用了数形结合思想.

21. 【阅读材料】

老师提出的问题：	同学们的方案：
如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD < AB$, $\angle A$ 为锐角. 在对角线 BD 上如何确定点 E 、	方案 1：分别作 AE 平分 $\angle BAD$, CF 平分 $\angle BCD$, 交 BD 于点 E 、 F .
F 的位置, 使四边形 $AECF$ 为平行四边形?	方案 2：取 BD 的两个三等分点 E 、 F .
	方案 3：在 BD 上任意取一点 E , 连接 AE , 再以 C 为圆心, AE 长为半径画弧, 交 BD 于点 F .

【解决问题】

- 写出以上三种方案中正确方案, 并选择一种正确的方案, 在图 1 中画出图形, 并说明理由;
- 除了这些同学们已经研究的方案之外, 你还有其他方案吗? 请写出方案, 画出图形, 并说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题主要考查平行四边形的判定和性质, 角平分线的性质, 三角形全等的判定和性质;

(1) 根据平行四边形的性质和角平分线的性质证出 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ (ASA), 得到 $AE = CF$, $\angle AED = \angle CFB$, 求出 $AE \parallel CF$, 即可得到结论;

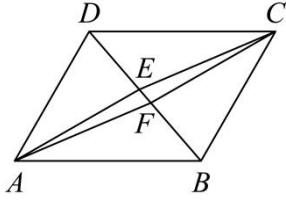
(2) 在 BD 上取点 E 、 F 使得 $DE = BF$, 证出 $\triangle AED \cong \triangle CFB$, 得到 $AE = CF$, $\angle AED = \angle CFB$, 求出 $AE \parallel CF$, 即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: 方案 1 和 2 正确;

选择方案 1 证明:

如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB, DC = AB, AD \parallel BC, AD = BC, \angle DAB = \angle BCD, \angle ADC = \angle ABC$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD, CF$ 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAB = \angle BCF = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DCB$

$\because AD \parallel BC$

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle BCF \\ AD = BC \\ \angle ADE = \angle CBF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (ASA)

$\therefore AE = CF, \angle AED = \angle CFB$,

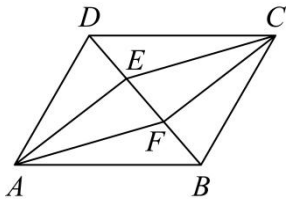
$\therefore \angle AEF = \angle CFE$

$\therefore AE \parallel CF$

所以四边形 $AECF$ 为平行四边形.

方案 2 证明:

如图:



根据题意得: $DE = EF = BF$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD = BC, AD \parallel BC$

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle ADE = \angle CBF \\ DE = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore AE = CF, \angle AED = \angle CFB,$$

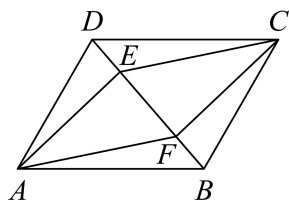
$$\therefore \angle AEF = \angle CFE$$

$$\therefore AE \parallel CF$$

所以四边形 $AECF$ 为平行四边形.

方案 3 证明:

如图:



根据题意得: $AE = CF$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF,$$

根据已知得: $AE = CF$, $AD = BC$, $\angle ADE = \angle CBF$,

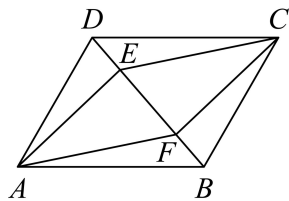
无法根据边边角证出 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 全等,

$\therefore$ 无法得到四边形 $AECF$ 为平行四边形.

【小问 2 详解】

解: 方案: 在 BD 上取点 E 、 F 使得 $DE = BF$,

如图所示: 在 BD 上取点 E 、 F 使得 $DE = BF$,



在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CFB$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle ADE = \angle CBF \\ DE = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB (\text{SAS}),$$

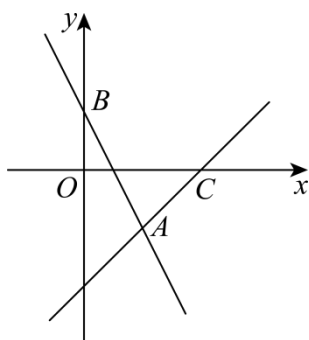
$$\therefore AE = CE, \angle AED = \angle CFB$$

$$\therefore \angle AEF = \angle CFE$$

$$\therefore AE \parallel CF$$

所以四边形 $AECF$ 为平行四边形.

22. 一次函数 $y_1 = -2x + 1$ 与 $y_2 = x - 2$ 的图象相交于点 A .



(1) 求点 A 的坐标

(2) 结合图象, 当 $y_1 > y_2$ 时, 直接写出 x 的取值范围_____

(3) 若一次函数 $y_1 = -2x + 1$ 的图象与 y 轴交于点 B , 一次函数 $y_2 = x - 2$ 的图象与 x 轴交于点 C , 连接 BC , y 轴上有一点 P , 求当 $\triangle PBC$ 是等腰三角形时, 点 P 的坐标.

【答案】 (1) $(1, -1)$

(2) $x < 1$

(3) $(0, 1 + \sqrt{5})$ 或 $(0, 1 - \sqrt{5})$ 或 $(0, -1)$ 或 $(0, -\frac{3}{2})$.

【解析】

【分析】 (1) 联立两个函数解析式, 解方程组可求出点 A 的坐标;

(2) 根据函数图象可得答案;

(3) 先求出点 B 和点 C 的坐标, 然后分三种情况求解.

【小问 1 详解】

解：联立函数解析式，得 $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = x - 2 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1, -1)$ ；

【小问 2 详解】

解：根据函数图象，可知当 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围是 $x < 1$ ；

【小问 3 详解】

解：对于 $y_1 = -2x + 1$ ，当 $x = 0$ 时， $y = 1$ ，

$\therefore B(0, 1)$ ，

$\therefore OB = 1$ ．

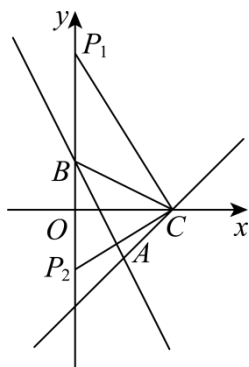
对于 $y_2 = x - 2$ ，当 $y = 0$ 时， $x = 2$ ，

$\therefore C(2, 0)$ ，

$\therefore OC = 2$ ，

$\therefore BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ．

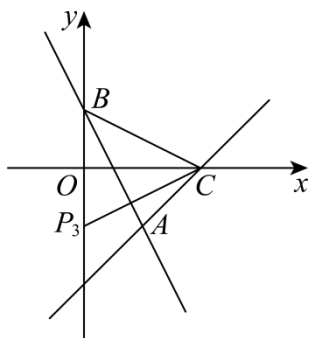
当 $BP = BC$ 时，如图，



$\therefore OP_1 = 1 + \sqrt{5}, OP_2 = \sqrt{5} - 1$ ，

$\therefore P_1(0, 1 + \sqrt{5}), P_2(0, 1 - \sqrt{5})$ ．

当 $CP = BC$ 时，如图，

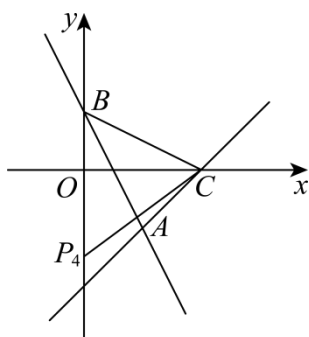


$\therefore CO \perp OB$,

$\therefore OP_3 = OB = 1$,

$\therefore P_3(0, -1)$.

当 $CP = BP$ 时, 如图,



设 $P(0, m)$,

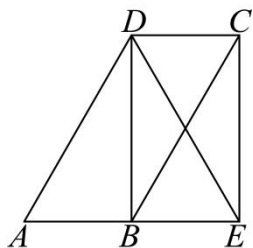
则 $(1-m)^2 = (2-0)^2 + (0-m)^2$

解得 $m = -\frac{3}{2}$

$\therefore P_4\left(0, -\frac{3}{2}\right)$.

综上所述, 当 $\triangle PBC$ 是等腰三角形时, 点 P 的坐标为 $(0, 1+\sqrt{5})$ 或 $(0, 1-\sqrt{5})$ 或 $(0, -1)$ 或 $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$.

23. 如图, 已知 $\square ABCD$, 延长 AB 到 E , 使 $BE = AB$, 连接 BD , ED , EC , 若 $ED = AD$.



(1) 求证: 四边形 $BECD$ 是矩形;

(2) 连接 AC ，若 $AD=6$ ， $CD=3$ ，求 AC 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $3\sqrt{7}$

【解析】

【分析】(1) 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则 $AB \parallel CD$ ， $AB=CD$ ，又 $BE=CD$ 得四边形 $BECD$ 是平行四边形及 $AD=BC$ ，结合 $ED=AD$ 可得 $BC=ED$ ，由此可得平行四边形 $BECD$ 是矩形；

(2) 连接 AC ，由 (1) 得， $BE=CD$ ， $BE=AB$ ，所以 $AB=BE=3$ ，则 $AE=6$ ，又四边形 $BECD$ 是矩形，故有 $\angle ABD=\angle BEC=90^\circ$ ， $BD=CE$ ，然后通过勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AB=CD$ ， $AD=BC$ ，

$\because BE=AB$ ，

$\therefore BE=CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形，

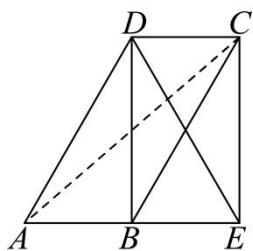
$\because AD=BC$ ， $AD=DE$ ，

$\therefore BC=DE$ ，

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是矩形；

【小问 2 详解】

解：如图，连接 AC ，



由 (1) 得， $BE=CD$ ， $BE=AB$ ，

$\therefore CD=3$ ，

$\therefore AB=BE=3$ ，

$\therefore AE=6$ ，

$\because$ 四边形 $BECD$ 是矩形，

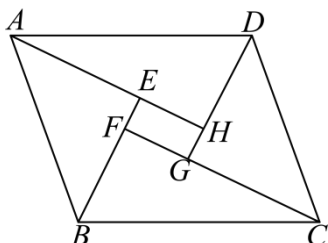
$\therefore \angle ABD=\angle BEC=90^\circ$ ， $BD=CE$ ，

$\therefore BD=\sqrt{AD^2-AB^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ ，

$$\therefore CE = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{7}.$$

24. 同学用两副三角板拼出了如下的平行四边形，且内部留白部分也是平行四边形（直角三角板互不重叠）。直角三角形斜边上的高都为 h 。



(1) 直接写出：

①两个直角三角形的直角边（结果用 h 表示）：

$$AE = \underline{\hspace{2cm}}, \quad AH = \underline{\hspace{2cm}}, \quad DH = \underline{\hspace{2cm}}.$$

②小平行四边形的底、高和面积（结果用 h 表示）：

$$EF = \underline{\hspace{2cm}}, \quad FG = \underline{\hspace{2cm}}, \quad S = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 请画出同学拼出的另一种符合题意的图，要求：

①不与给定的图形状相同；

②画出三角形的边。

【答案】 (1) ① $\sqrt{2}h; 2h; \frac{2\sqrt{3}h}{3}$;

② $\sqrt{2}h - \frac{2\sqrt{3}h}{3}; 2h - \sqrt{2}h; \left(2\sqrt{2} - 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)h^2$.

(2) 画图见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行四边形的性质以及等腰直角三角形和 30° 角的直角三角形的三边关系，根据平行四边形的性质来构造图形是本题解题的关键。

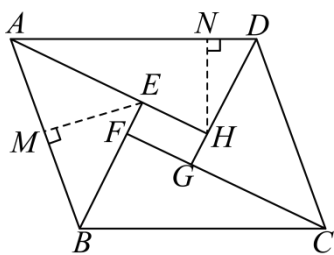
(1) ①根据等腰直角三角形和 30° 角的直角三角形的三边关系求解即可；

②根据长方形的面积公式求解即可；

(2) 根据平行四边形对边相等，邻角互补进行拼接即可。

【小问 1 详解】

解：①作 AB 和 AD 的高，两个直角三角形斜边上的高都为 h ，如图，



则: $EM = HN = h$,

$\because \angle EAM = 45^\circ$,

$\therefore \triangle AEM$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AE = \sqrt{2}EM = \sqrt{2}h$,

$\because \angle DAH = 30^\circ$,

$\therefore AH = 2NH = 2h$,

$\because AD = 2HD$, $AD^2 = AH^2 + HD^2$,

$\therefore (2HD)^2 = (2h)^2 + HD^2$, 则 $3HD^2 = 4h^2$,

$\therefore DH = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$,

故答案为: $\sqrt{2}h$; $2h$; $\frac{2\sqrt{3}h}{3}$;

② $\because \angle AEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle FEH = 90^\circ$,

$\therefore$ 平行四边形 $EFGH$ 为矩形,

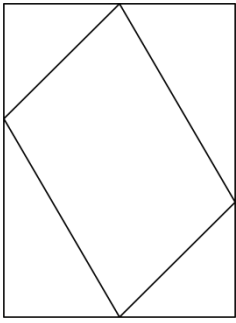
$\because EF = BE - BF = \sqrt{2}h - \frac{2\sqrt{3}h}{3}$, $FG = EH = AH - AE = 2h - \sqrt{2}h$,

$\therefore S = EF \cdot EH = \left(2\sqrt{2} - 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)h^2$;

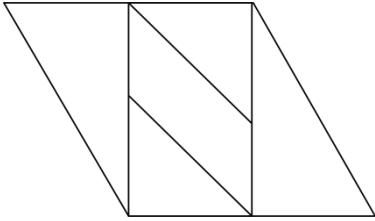
故答案为: $\sqrt{2}h - \frac{2\sqrt{3}h}{3}$; $2h - \sqrt{2}h$; $\left(2\sqrt{2} - 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)h^2$.

【小问 2 详解】

解: ①顶角为 90° 时, 如下图:



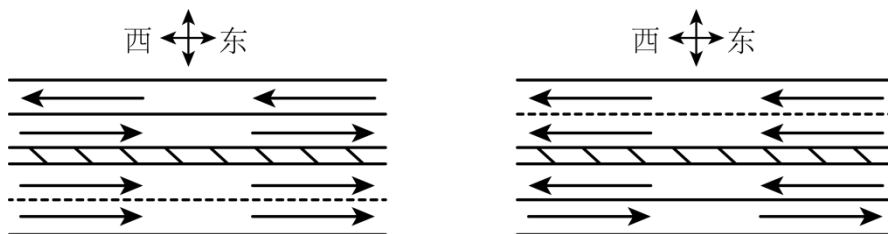
②顶角为 60° 时，如下图：



【点睛】

25. 某跨海大桥东西走向，双向四条车道，在旅游旺季经常拥堵，交警部门为了缓解交通压力，他们对该路段的汽车流量（辆/分钟）和时间进行了统计和分析，得到以下表格，发现时间和汽车流量的变化规律符合一次函数的特征.

时间 x	8 时	11 时	14 时	17 时	20 时
y_1 自东向西交通量（辆/分钟）	200	320	440	560	680
y_2 自西向东交通量（辆/分钟）	500	440	380	320	260



(1) 请用一次函数分别表示 y_1 与 x 、 y_2 与 x 之间的函数关系.

(2) 如图，交警希望启用“潮汐式”通行方式来缓解交通压力，根据汽车流量情况改变车道的行车方向：大流量方向的汽车可在该路段借用相邻的对向机动车道通行，对向机动车道实行双向通行. 单位时间内交

通总量为 $y_{\text{总}} = y_1 + y_2$ ，车流量大的方向交通量为 y_m ，经查阅资料得：当 $y_m \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$ ，需要使用“潮汐式”

通行方式以改善交通情况。该路段从 8 时至 20 时，如何设置“潮汐式”通行方式以缓解交通拥堵（在何时间段借用何方向机动车道通行），并说明理由。

【答案】(1) $y_1 = 40x - 120$, $y_2 = -20x + 660$

(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查一次函数的实际应用：

(1) 待定系数法求出函数解析式即可；

(2) 求出 $y_1 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$, $y_2 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$ 时 x 的范围，进行分析即可。

【小问 1 详解】

解： 设 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$, $y_2 = mx + n (m \neq 0)$,

把 $(8, 200)$, $(11, 320)$ 代入 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$, 得：

$$\begin{cases} 8k + b = 200 \\ 11k + b = 320 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 40 \\ b = -120 \end{cases}$$

$$\therefore y_1 = 40x - 120,$$

把 $(8, 500)$, $(11, 440)$ 代入 $y_2 = mx + n (m \neq 0)$, 得：

$$\begin{cases} 8m + n = 500 \\ 11m + n = 440 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m = -20 \\ n = 660 \end{cases},$$

$$\therefore y_2 = -20x + 660.$$

【小问 2 详解】

解： $y_{\text{总}} = y_1 + y_2 = 20x + 540$.

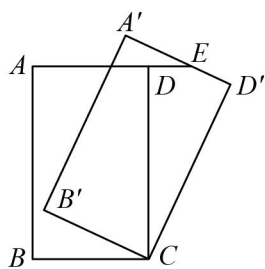
当 $y_1 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$ 时，即 $40x - 120 \geq \frac{2}{3}(20x + 540)$ ，解得 $x \geq 18$ ；

当 $y_2 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$ 时，即 $-20x + 660 \geq \frac{2}{3}(20x + 540)$ ，解得 $x \leq 9$.

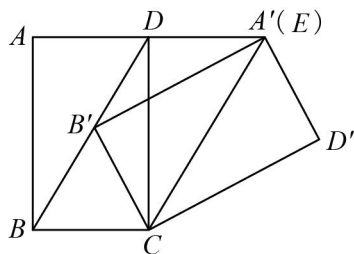
$\therefore$ 8 时到 9 时，自西向东的车可借用自东向西的车道通行；

18 时到 20 时，自东向西的车可借用自西向东的车道通行.

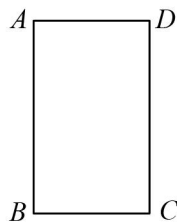
26. 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转，当旋转到如图①所示的位置时，得到矩形 $A'B'CD'$ ，点 A, B, D 的对应点分别为点 A', B', D' ，设直线 AD 与直线 $A'D'$ 交于点 E .



图①



图②



备用图

- (1) 猜想 DE 与 $D'E$ 的数量关系，并证明；
- (2) 如图②，在旋转的过程中，当点 B' 恰好落在矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 上时，点 A' 恰好落在 AD 的延长线上（即点 A' 与点 E 重合），连接 $A'C$ ，求证：四边形 $A'DBC$ 是平行四边形；
- (3) 在矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转的过程中，若 $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，当 A', B', D 三点在同一条直线上时，请求出 $A'D$ 的值.

【答案】 (1) $DE = D'E$ ，见解析

(2) 见解析 (3) 1 或 9

【解析】

【分析】 (1) 连接 CE ，根据矩形的性质得出 $\angle ADC = \angle CD'E = 90^\circ$ ，推得 $\angle CDE = \angle CD'E$ ，根据旋转的性质得出 $CD = CD'$ ，根据全等三角形的判定与性质即可证明；

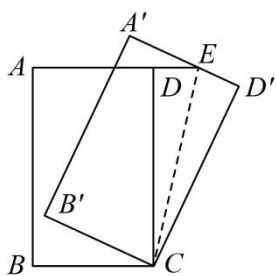
(2) 连接 AC ，根据旋转的性质得出 $AC = A'C$ ，根据矩形的性质得出 $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ，根据等腰三角形三线合一的性质得出 $AD = A'D$ ，推得 $A'D = BC$ ，根据平行四边形的判定定理即可证明；

(3) 分为：点 A', B' 在 CD 的同一侧时和点 A', B' 在 CD 的异侧时，两种情况分别求解，根据勾股定理求出 $B'D = 4$ ，结合图形求出 $A'D$ 的值即可.

【小问 1 详解】

解： $DE = D'E$ ，理由如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'CD'$ 都是矩形，如图①，连接 CE ，



图①

$$\angle ADC = \angle CD'E = 90^\circ,$$

$$\angle CDE = 180^\circ - \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle CDE = \angle CD'E,$$

$\therefore$ 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转, 当旋转到如图①所示的位置时, 得到矩形 $A'B'CD'$,

$$\therefore CD = CD',$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 和 $\text{Rt}\triangle CD'E$ 中,

$$\begin{cases} CD = CD' \\ CE = CE \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle CDE \cong \text{Rt}\triangle CD'E (\text{HL}),$$

$$\therefore DE = D'E;$$

【小问 2 详解】

证明: 如图 2: 连接 AC ,

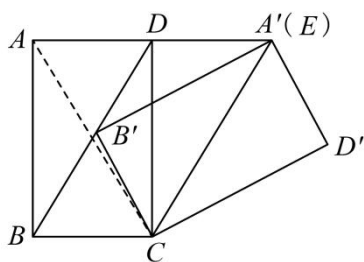


图2

根据旋转的性质可得: $AC = A'C$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AD \parallel BC, \quad AD = BC, \quad \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\text{即 } CD \perp AA',$$

$$\text{又 } \because AC = A'C,$$

$$\therefore AD = A'D,$$

$$\therefore A'D = BC,$$

$\because A'D \parallel BC, A'D = BC,$

$\therefore$ 四边形 $A'DBC$ 是平行四边形;

【小问3详解】

解: 如图3, 当点 A', B' 在 CD 的同一侧时,

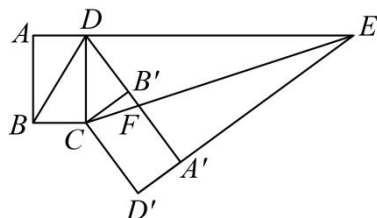


图3

根据旋转的性质可得: $BC = B'C = 3, AB = A'B' = 5, \angle A'B'C = \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore \angle DB'C = 90^\circ,$

在 $\text{Rt}\triangle CDB'$ 中, 由勾股定理得: $B'D = \sqrt{CD^2 - B'C^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$

$\therefore A'D = AB + B'D = 5 + 4 = 9,$

如图4: 当点 A', B' 在 CD 的异侧时,

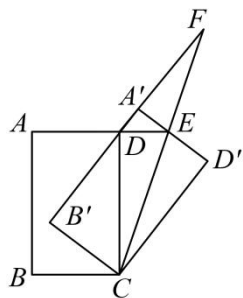


图4

根据旋转的性质可得: $BC = B'C = 3, AB = A'B' = 5, \angle A'B'C = \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore \angle DB'C = 90^\circ,$

在 $\text{Rt}\triangle CDB'$ 中, 由勾股定理得: $B'D = \sqrt{CD^2 - B'C^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$

$\therefore A'D = AB - B'D = 5 - 4 = 1,$

综上所述, $A'D$ 的值为1或9.

【点睛】 本题考查了矩形的性质, 旋转的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质, 平行四边形的判定定理, 勾股定理等知识点, 熟练掌握相关知识是解题的关键.