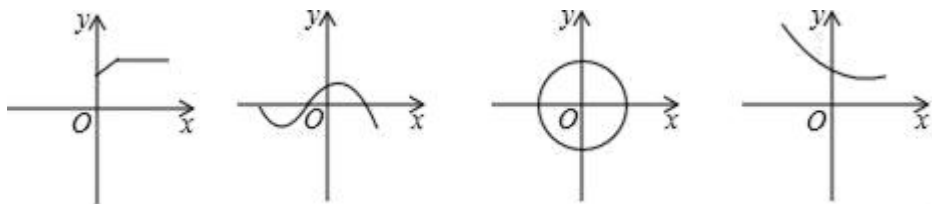


上海浦东新区民办欣竹中学 2025 学年第二学期

数学学科八年级练习一

一、选择题

1. 下列的曲线中，表示 y 是 x 的函数的有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】根据对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一的值与其对应解答即可.

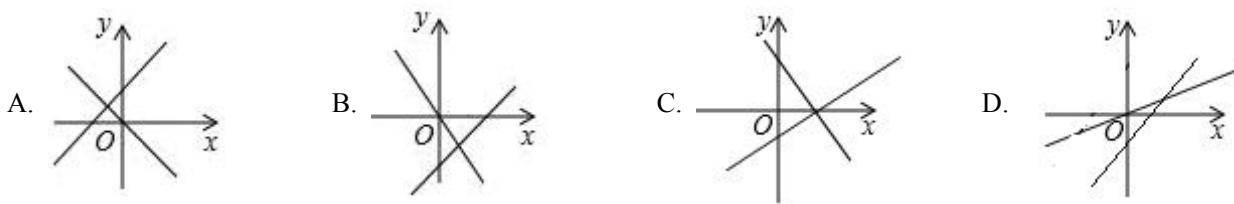
【详解】根据函数的意义可知：对于自变量 x 的任何值， y 都有唯一的值与之相对应，

所以表示 y 是 x 的函数的是第 1、2、4 这 3 个，

故选 C.

【点睛】本题主要考查了函数的概念，在一个变化过程中，有两个变量 x ， y ，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数， x 叫自变量.

2. 函数 $y = x + a$ 和函数 $y = ax$ 在同一坐标系中的图像大致是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】依据正比例函数图象和一次函数的图象的特征判断即可.

【详解】若正比例函数 $y = ax$ 的图象从左往右下降，则 $a < 0$ ，

此时，一次函数 $y = x + a$ 的图象与 y 轴交于负半轴，且从左往右上升，故 A 选项错误，B 选项正确；

若正比例函数 $y = ax$ 的图象从左往右上升，则 $a > 0$ ，

此时，一次函数 $y = x + a$ 的图象与 y 轴交于正半轴，且从左往右上升，故 D 选项错误；而 C 选项不合题意.

故选 B.

【点睛】 本题考查了一次函数的图象：一次函数的图象是与坐标轴不平行的一条直线（正比例函数是过原点的直线），但直线不一定是一次函数的图象.

3. 下列命题中，正确的是（ ）

A. 一次函数 $y = 4(x-1) - 2$ 在 y 轴上的截距是 -2

B. 一次函数 $y = x - 1$ 的图像与 x 轴交于点 $(-1, 0)$

C. 一次函数 $y = (-m^2 - 1)x + 3x + n$ 的图像一定经过第二、四象限

D. 一次函数 $y = -2x + 3 (-1 \leq x \leq 3)$ 的图像是一条线段

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据一次函数的截距、交点、图象性质，逐一判断选项即可.

【详解】 解：对选项 A: $\because y = 4(x-1) - 2 = 4x - 6$,

令 $x = 0$, 得 $y = -6$,

$\therefore$ 该函数在 y 轴上的截距为 -6 , A 错误, 该选项不符合题意;

对选项 B: $\because$ 一次函数 $y = x - 1$ 与 x 轴相交时 $y = 0$, 令 $y = 0$ 得 $x = 1$,

$\therefore$ 交点坐标为 $(1, 0)$, B 错误, 该选项不符合题意;

对选项 C: $\because y = (-m^2 - 1)x + 3x + n = (-m^2 - 1 + 3)x + n = (-m^2 + 2)x + n$, 当 $m^2 < 2$ 时, $-m^2 + 2 > 0$,

此时函数图象经过第一、三象限,

$\therefore$ 该函数图象不一定经过第二、四象限, C 错误, 该选项不符合题意;

对选项 D: $\because$ 一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象是直线,

又 $\because$ 自变量 x 的取值范围是 $-1 \leq x \leq 3$,

$\therefore$ 图象是一条线段, D 正确, 该选项符合题意.

4. 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AB = CD$, 添加下列条件后能判定这个四边形是平行四边形的是（ ）

A. $\angle ADB = \angle CBD$

B. $AO = CO$

C. $\angle ABC = \angle ADC$

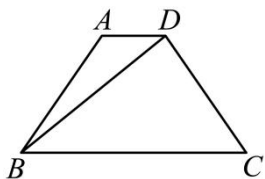
D. $AD = BC$

【答案】 D

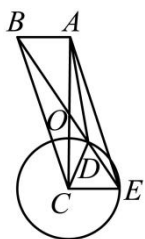
【解析】

【分析】 根据平行四边形的判定, 逐项分析即可.

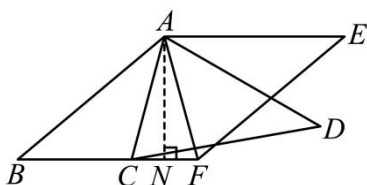
【详解】A、由 $\angle ADB = \angle CBD$ 可得 $AD \parallel BC$ ，此时只能得到这四边形一组对边平行，另一组对边相等，显然无法得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形，如下图的等腰梯形 $ABCD$ 满足 $AB=CD$ ， $\angle ADB = \angle CBD$ ，但它不是平行四边形；



B、由 $AO = CO$ ，无法判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形，如下图所示，作平行四边形 $ABCE$ ， AC 、 BE 交于点 O ，则 $OA=OC$ ， $AB=CE$ ，以点 C 为圆心 CE 长为半径画圆交 OE 于点 D ，则 $AB=CE=CD$ ，且 $AO=CO$ ，但此时四边形 $ABCD$ 不是平行四边形；



C、当 $\angle ABC = \angle ADC$ 时，如下图所示，作平行四边形 $ABFE$ ，过 A 作 $AN \perp BF$ 于 N ，在 BF 上取 $FN=CN$ ，连接 AC ，把 $\triangle AEF$ 绕点 A 逆时针旋转，旋转角度等于 $\angle FAC$ ，此时 AE 旋转到 AD ， $\angle ABC = \angle E = \angle ADC$ ，且 $AB=CD$ ，但四边形 $ABCD$ 不是平行四边形，故不符合题意；



D、当 $AD=BC$ 时，则根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形的判定即可得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故符合题意。

故选：D。

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形的判定是关键。注意说明一个命题是假命题时，只要举出一个反例即可。

5. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列结论中不正确的是 ()

- A. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形
- B. 当 $AB = BC$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形
- C. 当 $AC \perp BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形
- D. 当 $AC = BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是正方形

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了特殊平行四边形的判定，熟练掌握矩形、菱形和正方形的判定是解题的关键．根据矩形、菱形和正方形的判定，对选项逐一分析判断即可．

【详解】解：A. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故该选项正确，但不符合题意；
B. 当 $AB = BC$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是菱形，故该选项正确，但不符合题意；
C. 当 $AC \perp BD$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是菱形，故该选项正确，但不符合题意；
D. 当 $AC = BD$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是矩形，不一定是正方形，故该选项错误，符合题意，
故选：D.

6. 在四边形 $ABCD$ 中， O 是对角线的交点，能判定这个四边形是正方形的是（ ）

- A. $AC = BD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ B. $AD \parallel BC$ ， $\angle A = \angle C$
C. $AO = BO = CO = DO$ ， $AC \perp BD$ D. $AO = CO$ ， $BO = DO$ ， $AB = BC$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形、矩形、菱形与正方形的判定，熟练掌握正方形的判定方法是解题的关键．根据正方形的判定逐项判断即得答案．

【详解】解：A、 $\because AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，
 $\because AC = BD$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，故本选项不符合题意；
B、 $AD \parallel BC$ ， $\angle A = \angle C$ 无法判定四边形 $ABCD$ 是正方形，故本选项不符合题意；
C、 $\because AO = BO = CO = DO$ ，
 $\therefore AC = BD$ ，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，
 $\because AC \perp BD$ ，
 $\therefore$ 矩形 $ABCD$ 是正方形，故本选项符合题意；
D、 $\because AO = CO$ ， $BO = DO$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
 $\because AB = BC$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，不能判定四边形 $ABCD$ 是正方形，故本选项不符合题意．
故选：C.

二、填空题

7. 当 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = k(x-1) + 2$ 是正比例函数.

【答案】 2

【解析】

【分析】 根据正比例函数的定义可得 $-k + 2 = 0$, 即可.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = k(x-1) + 2 = kx - k + 2$ 是正比例函数,

$$\therefore -k + 2 = 0 \text{ 且 } k \neq 0,$$

$$\therefore k = 2.$$

8. 已知函数 $y = (a-1)x^{|a|} - 2$ 是一次函数, 则 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 根据一次函数的定义, 确定自变量次数与一次项系数的限制条件, 求解即可.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = (a-1)x^{|a|} - 2$ 是一次函数,

$$\therefore \begin{cases} |a| = 1 \\ a-1 \neq 0 \end{cases},$$

解得: $a = -1$.

9. 若点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在直线 $y = -3x + 2$ 上, 且满足 $x_1 > x_2$, 则 $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$. (选填 “>” 或 “<”)

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数的性质, 掌握一次函数的性质是解本题的关键. 先根据函数的解析式判断出函数的增减性, 再由 $x_1 > x_2$ 即可得出结论.

【详解】 $\because$ 直线 $y = -3x + 2$ 中, $k = -3 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$$\because x_1 > x_2,$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故答案为: <.

10. 已知 $A(-2, 1)$, 直线 AB 平行于 y 轴, $AB = 5$, 那么点 B 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(-2, 6)$ 或 $(-2, -4)$

【解析】

【分析】 根据 A 点坐标及直线 $AB \parallel y$ 轴可知点 A 和点 B 的横坐标相等，再由 $AB = 5$ ，分类讨论求出 B 的纵坐标即可.

【详解】 $\because A(-2, 1)$ ，直线 AB 平行于 y 轴， $AB = 5$ ，

$\therefore$ 分类：①点 B 在点 A 的上方，则 $B(-2, 1+5)$ ，即 $B(-2, 6)$ ；

②点 B 在点 A 的下方，则 $B(-2, 1-5)$ ，即 $B(-2, -4)$.

综上，点 B 的坐标 $(-2, 6)$ 或 $(-2, -4)$.

11. 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 没有交点，且过点 $(1, 2)$ ，则此函数解析式为_____.

【答案】 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 两个一次函数没有交点，说明两条直线平行，平行一次函数的一次项系数相等，由此得到 k 的值，再利用待定系数法代入已知点坐标求出 b 的值，即可得到所求函数解析式.

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 没有交点，

$\therefore$ 两条直线平行，即 $k = \frac{1}{2}$ ，

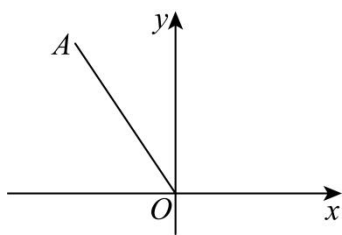
又 $\because$ 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 经过点 $(1, 2)$ ，

$\therefore 2 = \frac{1}{2} \times 1 + b$ ，

解得： $b = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 此一次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

12. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(-4, 6)$ ，将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° ，则点 A 的对应点 A' 的坐标为_____.

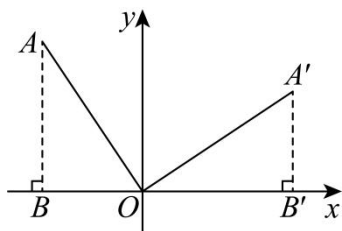


【答案】(6,4)

【解析】

【分析】 本题考查了坐标与图形变化——旋转、全等三角形的性质与判定，结合图形作垂线构造全等三角形是解题的关键. 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，作 $A'B' \perp x$ 轴于点 B' ，由旋转的性质得 $OA' = OA$ ， $\angle AOA' = 90^\circ$ ，通过证明 $\triangle A'OB' \cong \triangle OAB$ 得到 $A'B' = OB$ ， $OB' = AB$ ，再结合点 A 的坐标即可求解.

【详解】 解：如图，作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，作 $A'B' \perp x$ 轴于点 B' ，



由旋转的性质得， $OA' = OA$ ， $\angle AOA' = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOB + \angle A'OB' = 90^\circ,$$

$\because AB \perp x$ 轴， $A'B' \perp x$ 轴，

$$\therefore \angle A'B'O = \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB + \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A'OB' = \angle OAB,$$

$$\therefore \triangle A'OB' \cong \triangle OAB (\text{AAS}),$$

$$\therefore A'B' = OB, OB' = AB,$$

$\because$ 点 A 的坐标为 $(-4, 6)$ ，

$$\therefore OB = 4, AB = 6,$$

$$\therefore A'B' = 4, OB' = 6,$$

$$\therefore \text{点 } A' \text{ 的坐标为 } (6, 4).$$

故答案为：(6,4).

13. 若 ABC 中 $A(3,4)$ ， $B(1,1)$ ， $C(4,2)$ ，且以 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形是平行四边形. 点 D

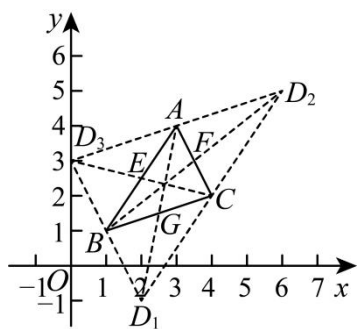
的坐标为_____.

【答案】 $(2, -1)$ 或 $(6, 5)$ 或 $(0, 3)$.

【解析】

【分析】先建立平面直角坐标系，描出 A 、 B 、 C ，连接 AB 、 AC 、 BC ，根据平行四边形对角线互相平分，进行分类讨论：①以 AD_1 、 BC 为对角线，②以 AC 、 BD_2 为对角线，③以 AB 、 CD_3 为对角线，分别求出 AB 、 AC 、 BC 的中点坐标，再根据中点坐标公式求解即可.

【详解】如图，建立平面直角坐标系，描出 A 、 B 、 C ，连接 AB 、 AC 、 BC ，



$\because$ 平行四边形对角线互相平分，

$\therefore$ 分类讨论：

①以 AD_1 、 BC 为对角线，

如图，作 BC 中点 G ，连接 AG 并延长使得 $AG = GD_1$ ，连接 BD_1 、 CD_1 ，

$\therefore B(1, 1)$ ， $C(4, 2)$ ，

$\therefore G\left(\frac{1+4}{2}, \frac{1+2}{2}\right)$ ，即 $G\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，

$\therefore G$ 也是 AD_1 的中点， $A(3, 4)$ ，

$\therefore D_1\left(2 \times \frac{5}{2} - 3, 2 \times \frac{3}{2} - 4\right)$ ，即 $D_1(2, -1)$ ；

②以 AC 、 BD_2 为对角线，

如图，作 AC 中点 F ，连接 BF 并延长使得 $BF = FD_2$ ，连接 AD_2 、 CD_2 ，

$\therefore A(3, 4)$ ， $C(4, 2)$ ，

$$\therefore F\left(\frac{3+4}{2}, \frac{4+2}{2}\right), \text{ 即 } F\left(\frac{7}{2}, 3\right),$$

$\therefore F$ 也是 BD_2 的中点, $B(1,1)$,

$$\therefore D_2\left(2 \times \frac{7}{2} - 1, 2 \times 3 - 1\right), \text{ 即 } D_2(6,5);$$

③以 AB 、 CD_3 为对角线,

如图, 作 AB 中点 E , 连接 CE 并延长使得 $CE = ED_3$, 连接 AD_3 、 BD_3 ,

$$\therefore A(3,4), B(1,1),$$

$$\therefore E\left(\frac{3+1}{2}, \frac{4+1}{2}\right), \text{ 即 } E\left(2, \frac{5}{2}\right),$$

$\therefore E$ 也是 CD_3 的中点, $C(4,2)$,

$$\therefore D_3\left(2 \times 2 - 4, 2 \times \frac{5}{2} - 2\right), \text{ 即 } D_3(0,3);$$

综上, D 的坐标为 $(2, -1)$ 或 $(6, 5)$ 或 $(0, 3)$.

14. 已知一次函数 $y = (2m + 1)x + m - 3$ 的图象不经过第二象限, 则 m 的取值范围为_____.

【答案】 $-\frac{1}{2} < m \leq 3$

【解析】

【分析】 根据一次函数图象经过的象限可得出关于 m 的一元一次不等式组, 解之即可得出 m 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = (2m + 1)x + m - 3$ 的图象不经过第二象限,

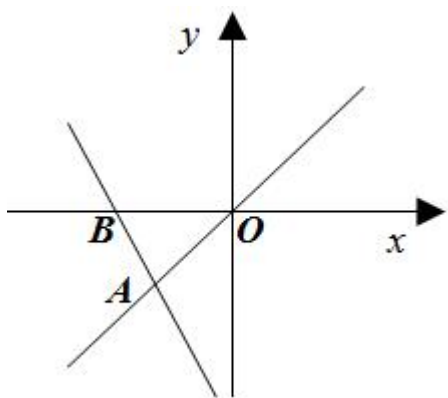
$\therefore$ 该图象经过第一、三象限或第一、三、四象限,

$$\begin{cases} 2m + 1 > 0 \\ m - 3 \leq 0 \end{cases}, \text{ 解得: } -\frac{1}{2} < m \leq 3.$$

故答案为: $-\frac{1}{2} < m \leq 3$.

【点睛】 本题考查了一次函数的性质及解不等式组, 解题的关键是熟知一次函数的性质并正确的应用.

15. 如图, 经过点 $B(-4, 0)$ 的直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = mx$ 相交于点 $A(-2, -4)$, 则关于 x 不等式 $mx < kx + b < 0$ 的解集为_____.



【答案】 $-4 < x < -2$.

【解析】

【分析】 由 $mx < kx + b$ ，可得函数 $y = kx + b$ 图像上的点在函数 $y = mx$ 的图像上的点的上方，由 $kx + b < 0$ ，函数 $y = kx + b$ 图像上的点在 x 轴的下方，再结合 $A(-2, -4), B(-4, 0)$ 与函数图像可得答案.

【详解】 解： $\because mx < kx + b$,

$\therefore$ 函数 $y = kx + b$ 图像上的点在函数 $y = mx$ 的图像上的点的上方，

$\because A(-2, -4)$,

$\therefore$ 结合图像可得： $x < -2$,

$\because kx + b < 0$,

$\therefore$ 函数 $y = kx + b$ 图像上的点在 x 轴的下方，

$\because B(-4, 0)$,

$\therefore$ 结合函数图像可得： $x > -4$,

从而可得关于 x 不等式 $mx < kx + b < 0$ 的解集为 $-4 < x < -2$.

故答案为： $-4 < x < -2$.

【点睛】 本题考查的是一次函数的图像与不等式组的联系，掌握利用图像法求不等式组的解集是解题的关键.

16. 已知一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，当 $1 \leq x \leq 4$ 时， $5 \leq y \leq 11$ ，则 k 的值是_____.

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数解析式，一次函数的增减性问题，当 $k > 0$ 时， y 随 x 增大而增大，则

当 $x=1$ 时, $y=5$, 当 $x=4$ 时, $y=11$, 当 $k < 0$ 时, y 随 x 增大而减小, 则当 $x=1$ 时, $y=11$, 当 $x=4$ 时, $y=5$, 据此利用待定系数法求解即可.

【详解】解: 当 $k > 0$ 时, y 随 x 增大而增大,

$\therefore$ 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $5 \leq y \leq 11$,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, $y=5$, 当 $x=4$ 时, $y=11$,

$$\therefore \begin{cases} k+b=5 \\ 4k+b=11 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=2 \\ b=3 \end{cases};$$

当 $k < 0$ 时, y 随 x 增大而减小,

$\therefore$ 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $5 \leq y \leq 11$,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, $y=11$, 当 $x=4$ 时, $y=5$,

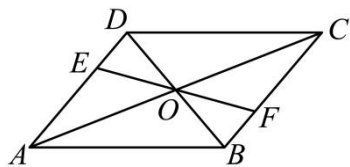
$$\therefore \begin{cases} k+b=11 \\ 4k+b=5 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=13 \end{cases};$$

综上所述, k 的值是 ± 2 ,

故答案为: ± 2 .

17. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O , 过点 O 的线段 EF 与 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F , 如果 $AD=4$, $AB=5$, 四边形 $EFCD$ 的周长为 12. 则 $OE=$ _____.



【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题利用了平行四边形的性质, 全等三角形的判定与性质, 由平行四边形的性质可得 $AB=CD=5$, $AD=BC=4$, $AO=OC$, $AD \parallel BC$ 由 “AAS” 可证 $\triangle OAE \cong \triangle OCF$, 可得 $OF=OE$, $CF=AE$, 即可求解.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 平行四边形，

$$\therefore AB = CD = 5, \quad AD = BC = 4, \quad AO = OC, \quad AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle OCF,$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle OCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle OAD = \angle OCF \\ \angle AOE = \angle COF, \\ AO = CO \end{cases},$$

$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF (\text{AAS}),$$

$$\therefore OF = OE, \quad CF = AE,$$

∴ 四边形 $EFCD$ 的周长

$$= ED + CD + CF + OF + OE$$

$$= ED + AE + CD + OE + OF$$

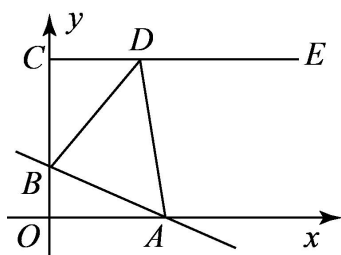
$$= AD + CD + OE + OF = 12,$$

$$\therefore 4 + 5 + 2OE = 12,$$

$$\therefore OE = \frac{3}{2}.$$

故答案为： $\frac{3}{2}$.

18. 如图，在平面直角坐标系中，点 $C(0,4)$ ，射线 $CE \parallel x$ 轴，直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 交线段 OC 于点 B ，交 x 轴于点 A ， D 是射线 CE 上一点. 若存在点 D ，使得 $\triangle ABD$ 恰为等腰直角三角形，则 b 的值为_____.



【答案】 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2

【解析】

【分析】分三种情况讨论：①当 $\angle ABD = 90^\circ$ 时，证得 $\triangle DBC \cong \triangle BAO$ ，得出 $BC = OA$ ，即 $4 - b = 2b$ ，求得 $b = \frac{4}{3}$ ；

②当 $\angle ADB = 90^\circ$ 时，作 $AF \perp CE$ 于 F ，同理证得 $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ ，得出 $BC = DF$ ，即 $2b - 4 = 4 - b$ ，求得 $b = \frac{8}{3}$ ；

③当 $\angle DAB = 90^\circ$ 时，作 $DF \perp OA$ 于 F ，同理证得 $\triangle AOB \cong \triangle DFA$ ，得出 $OA = DF$ ，即 $2b = 4$ ，解得 $b = 2$.

【详解】解：①当 $\angle ABD=90^\circ$ 时，如图1，则 $\angle DBC+\angle ABO=90^\circ$ ，

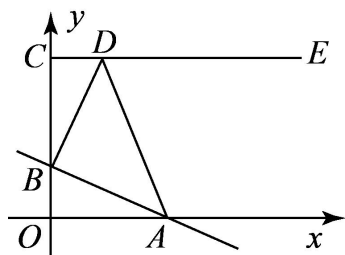


图1

$$\therefore \angle DBC = \angle BAO,$$

由直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 交线段 OC 于点 B ，交 x 轴于点 A 可知 $OB=b$ ， $OA=2b$ ，

$$\therefore \text{点 } C(0, 4),$$

$$\therefore OC=4,$$

$$\therefore BC=4-b,$$

在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle BAO$ 中，

$$\begin{cases} \angle DBC = \angle BAO \\ \angle DCB = \angle AOB, \\ BD = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBC \cong \triangle BAO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BC=OA,$$

$$\text{即 } 4-b=2b,$$

$$\therefore b = \frac{4}{3},$$

②当 $\angle ADB=90^\circ$ 时，如图2，作 $AF \perp CE$ 于 F ，

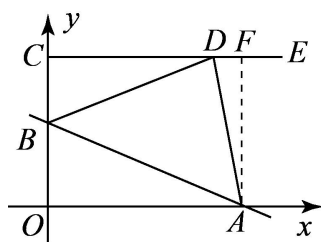


图2

同理证得 $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ ，

$$\therefore CD=AF=4, \quad BC=DF,$$

$$\therefore OB=b, \quad OA=2b,$$

$$\therefore BC=DF=2b-4,$$

$$\therefore BC=4-b,$$

$$\therefore 2b-4=4-b,$$

$$\therefore b=\frac{8}{3};$$

③当 $\angle DAB=90^\circ$ 时, 如图 3, 作 $DF \perp OA$ 于 F ,

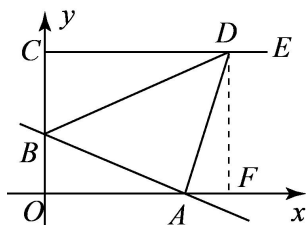


图3

同理证得 $\triangle AOB \cong \triangle DFA$,

$$\therefore OA=DF,$$

$$\therefore 2b=4,$$

$$\therefore b=2;$$

综上, b 的值为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2 ,

故答案为: $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2 .

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 等腰直角三角形的性质, 三角形全等的判定和性质, 作出辅助性构建求得三角形上解题的关键.

三、解答题

19. 一次函数图像经过点 $(4,-1)$, 且与直线 $y=\frac{1}{2}x+2$ 平行, 求一次函数解析式和这个函数图像与两坐标轴围成的三角形的面积.

【答案】 这个函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-3$; 三角形面积为 9 .

【解析】

【分析】 根据平行直线的解析式的 k 值相等求出 k 值, 然后把点的坐标代入函数表达式进行计算即可求一次函数解析式; 求出与两坐标轴的交点坐标, 然后利用三角形的面积公式列式计算即可得到这个函数图像与两坐标轴围成的三角形的面积.

【详解】 (1) 设所求一次函数的解析式为 $y=kx+b$,

$$\therefore \text{直线 } y=kx+b \text{ 与直线 } y=\frac{1}{2}x+2 \text{ 平行,}$$

$$\therefore k=\frac{1}{2},$$

$\therefore$ 直线 $y=kx+b$ 经过点 $(4,-1)$, 又 $k=\frac{1}{2}$,

$$\therefore 4 \times \frac{1}{2} + b = -1,$$

解得, $b=-3$,

所以这个函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-3$;

设直线 $y=\frac{1}{2}x-3$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 点,

令 $x=0$, 则 $y=-3$, $B(0, -3)$,

$$\text{令 } y=0, \quad \frac{1}{2}x-3=0,$$

解得 $x=6$, $A(6, 0)$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9.$$

【点睛】 本题考查了两直线平行的问题, 根据平行直线的解析式的 k 值相等得到 $k=4$ 是解题的关键, 也是本题的难点, 还要注意求函数图象与坐标轴的交点的方法.

20. 已知 $y=2y_1-y_2$, y_1 与 $3x$ 成正比例, y_2 与 $(x+5)$ 成正比例, 且 $x=1$ 时, $y=12$, $x=-1$ 时 $y=-2$, 求 y 与 x 的函数解析式.

【答案】 $y=7x+5$

【解析】

【分析】 根据正比例的定义设出函数表达式, 然后两组 x , y 的对应值代入, 然后解二元一次方程组即可.

【详解】 解: 设 $y_1=k_1 \cdot 3x$, $y_2=k_2(x+5)$, ($k_1 \neq 0$, $k_2 \neq 0$), 则

$$y=2y_1-y_2=6k_1x-k_2(x+5)=(6k_1-k_2)x-5k_2,$$

当 $x=1$ 时, $y=12$, $x=-1$ 时, $y=-2$,

$$\text{即 } \begin{cases} 6k_1-6k_2=12 \\ -6k_1-4k_2=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1=1 \\ k_2=-1 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 的函数解析式是: $y=7x+5$.

【点睛】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式, 解题的关键是设出解析式, 注意正比例函数解析式的一般形式.

21. 已知函数 $y = (2m+1)x + m - 3$

(1) 若函数图象经过原点, 求 m 的值.

(2) 若这个函数是一次函数, 且 y 随着 x 的增大而减小, 求 m 的取值范围.

(3) 若函数图象经过第一, 三, 四象限, 求 m 的取值范围.

【答案】(1) $m = 3$

(2) $m < -\frac{1}{2}$

(3) $-\frac{1}{2} < m < 3$

【解析】

【分析】(1) 根据待定系数法, 只需把原点代入即可求解;

(2) 直线 $y=kx+b$ 中, y 随 x 的增大而减小可得 $2m+1 < 0$, 即可求解;

(3) 根据图象第一, 三, 四象限, 可得到关于 m 的不等式组, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 函数图象经过原点,

$$\therefore m - 3 = 0,$$

解得: $m = 3$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 这个函数是一次函数, 且 y 随着 x 的增大而减小,

$$\therefore 2m + 1 < 0,$$

解得: $m < -\frac{1}{2}$;

【小问 3 详解】

解: $\because$ 函数图象经过第一, 三, 四象限,

$$\therefore \begin{cases} 2m + 1 > 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases},$$

解得: $-\frac{1}{2} < m < 3$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质, 能够熟练运用待定系数法确定待定系数的值, 还要熟悉在直线 $y=kx+b$ 中, 当 $k>0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k<0$ 时, y 随 x 的增大而减小、能够根据 k , b 的符号正确判断直线所经过的象限.

22. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2,4)$, $B(3,0)$. 将线段 OA 平移, 使点 B 与点 A 对应, 点 C 与点 O 对应.

(1) 写出点 C 的坐标: _____;

(2) 连接 AB 、 AC 、 OC , 在坐标轴上是否存在点 P , 使得 $S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $(1,-4)$

(2) 存在, 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 或 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ 或 $(0, 6)$ 或 $(0, -6)$

【解析】

【分析】 (1) 根据平移的规律解答即可;

(2) 根据平移的性质可得四边形 $OABC$ 为平行四边形, 从而得到 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO}$, 可得

$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$, 进而得到 $S_{\triangle OCP} = 3$, 分两种情况求点 P : ①若 P 在 x 轴上: 以 $|OP|$ 为底、 C 的纵坐标为高, 列方程求 P 的横坐标; ②若 P 在 y 轴上: 以 $|OP|$ 为底、 C 的横坐标绝对值为高, 列方程求 P 的纵坐标; 最后综合两种情况, 即可得到所有满足条件的 P 点坐标.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 平移后点 B 与点 A 对应, $A(2,4)$, $B(3,0)$,

$\therefore$ 点 B 先向右平移 1 个单位, 再向下平移 4 个单位到达点 B ,

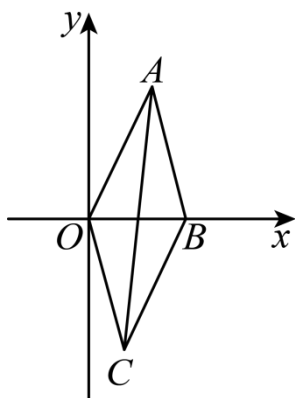
$\therefore O(0,0)$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1,-4)$;

【小问 2 详解】

解: 存在,

如图,



由平移的性质得: $OA = BC, OA \parallel CB$,

$\therefore$ 四边形 $OACB$ 为平行四边形,

$\therefore OC \parallel AB$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO}$,

$\because A(2,4), B(3,0)$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$,

$\therefore S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$,

分两种情况讨论:

①当点 P 在 x 轴上时, 设点 P 的坐标为 $(m,0)$,

$S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2} \times |m| \times 4 = 3$,

解得 $m = \pm \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 或 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$;

②当点 P 在 y 轴上时, 设点 P 的坐标为 $(0,n)$,

$S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2} \times |n| \times 1 = 3$,

解得 $n = \pm 6$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0,6)$ 或 $(0,-6)$;

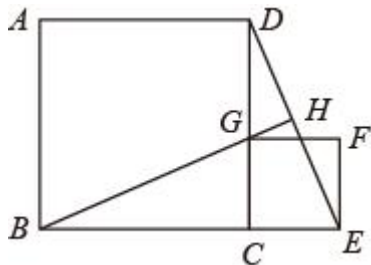
综上, 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 或 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ 或 $(0,6)$ 或 $(0,-6)$.

【点睛】 点 P 在坐标轴上, 坐标轴包含 x 轴和 y 轴, 必须分两种情况讨论.

23. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 G 是 CD 边上的一点 (点 G 不与点 C , 点 D 重合), 以 CG 为一边向正方形 $ABCD$ 外作正方形 $GCEF$, 联结 DE 交 BG 的延长线于点 H .

(1) 求证: $BH \perp DE$;

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 当点 H 为 DE 中点时, 求 CG 的长.



【答案】(1) 见解析; (2) $\sqrt{2}-1$

【解析】

【分析】(1) 根据正方形性质证明 $\triangle BCG$ 和 $\triangle DCE$ 全等即可;

(2) 联结 BD , 首先根据勾股定理求出 BD 的长度, 然后根据垂直平分线的性质求出 BE 的长度, 即可求出 CG 的长度.

【详解】(1) 证明: $\because$ 正方形 $ABCD$, $\therefore \angle BCD = 90^\circ$, $BC = CD$,
同理: $CG = CE$, $\angle GCE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = \angle GCE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 在 $\triangle BCG$ 和 $\triangle DCE$,

$$\begin{cases} BC = CD \\ \angle BCD = \angle GCE = 90^\circ, \\ CG = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCG \cong \triangle DCE (SAS), \therefore \angle GBC = \angle CDE$$

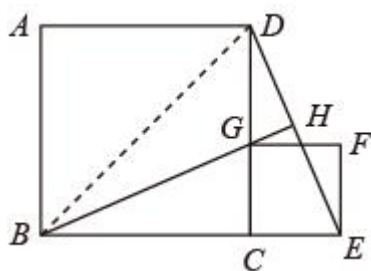
在 $Rt\triangle DCE$ 中, $\angle CDE + \angle CED = 90^\circ$,

$$\therefore \angle GBC + \angle BEH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BHE = 180^\circ - (\angle GBC + \angle BHE) = 90^\circ,$$

$$\therefore BH \perp DE;$$

(2) 如图所示, 联结 BD ,



$\because$ 点 H 为 DE 中点, $BH \perp DE$,

$\therefore BH$ 为 DE 的垂直平分线, $\therefore BE = BD$,

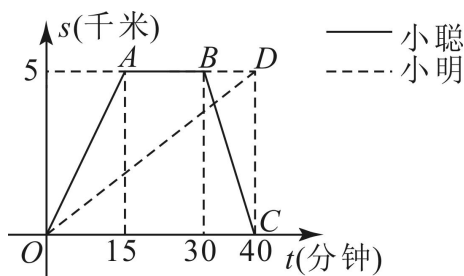
$\because BC = CD = 1$,

$\therefore BD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\therefore BE = BD = \sqrt{2}$.

$\because CE = BE - BC = \sqrt{2} - 1$, $\therefore CG = CE = \sqrt{2} - 1$.

【点睛】此题考查了正方形的性质, 勾股定理, 三角形全等和垂直平分线的性质等, 解题的关键是熟练掌握以上性质并作出辅助线.

24. 小聪和小明沿同一条笔直的马路同时从学校出发到某图书馆查阅资料, 学校与图书馆的路程是 5 千米, 小聪骑共享单车, 小明步行. 当小聪从原路回到学校时, 小明刚好到达图书馆. 图中折线 $O-A-B-C$ 和线段 OD 分别表示两人离学校的路程 s (千米) 与所经过的时间 t (分钟) 之间的函数关系, 请根据图象回答下列问题:



(1) 小聪在图书馆查阅资料的时间为_____分钟, 小聪返回学校的速度为_____千米/分钟.

(2) 求小聪从图书馆返回学校时离学校的路程 s (千米) 与 t (分钟) 之间的函数表达式, 并写出自变量 t 的取值范围.

(3) 若设两人在路上相距不超过 $\frac{5}{4}$ 千米时称为“可控距离”, 则小聪和小明“可控距离”的时间共有_____分钟.

【答案】(1) 15; 0.5

(2) $s = -\frac{1}{2}t + 20 (30 \leq t \leq 40)$

(3) 10

【解析】

【分析】(1) 由函数图象的数据可以求出小聪在图书馆查阅资料的时间为 15 分钟, 由速度=路程÷时间, 就可以得出小聪返回学校的速度;

(2) 利用待定系数法求出 s 与 t 的函数解析式即可;

(3) 分类讨论, 当小聪、小明同时出发后, 在小聪到达图书馆之前, 当小聪、小明在相遇之前及当小聪、小明在相遇之后, 分别求出来即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意, 得:

小聪在图书馆查阅资料的时间为 $30-15=15$ (分钟);

小聪返回学校的速度为 $5 \div (40-30) = 0.5$ (千米/分钟).

故答案为: 15; 0.5.

【小问 2 详解】

解: 设 $s = kx + b$ ($k \neq 0$), 把 $(30, 5)$, $(40, 0)$ 代入得:

$$\begin{cases} 30k + b = 5 \\ 40k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 20 \end{cases};$$

$\therefore$ 小聪从图书馆返回学校时离学校的路程 s (千米) 与 t (分钟) 之间的函数表达式为:

$$s = -\frac{1}{2}t + 20 \quad (30 \leq t \leq 40);$$

【小问 3 详解】

解: 设小聪从学校到图书馆时离学校的路程 s (千米) 与 t (分钟) 之间的函数表达式为: $s = k't$ ($k' \neq 0$),

把 $(15, 5)$ 代入得:

$$15k' = 5,$$

$$\text{解得: } k' = \frac{1}{3},$$

$\therefore$ 小聪从学校到图书馆时离学校的路程 s (千米) 与 t (分钟) 之间的函数表达式为: $s = \frac{1}{3}t$ ($0 \leq t < 15$),

设小明运动的路程与时间之间的函数关系式为 $s = k''t$ ($k'' \neq 0$), 把 $(40, 5)$ 代入得:

$$40k'' = 5,$$

解得： $k'' = \frac{1}{8}$ ，

$\therefore$ 小明运动的路程与时间之间的函数关系式为 $s = \frac{1}{8}t (0 \leq t \leq 40)$ ；

$\therefore \frac{1}{3}t - \frac{1}{8}t \leq \frac{5}{4}$ ，

解得： $t \leq 6$ ，

$\therefore$ 小聪、小明同时出发后，在小聪到达图书馆之前， $0 \leq t \leq 6$ 时，两人相距不超过 $\frac{5}{4}$ 千米，

当小聪从图书馆刚开始返回时，小明与图书馆之间的距离为： $5 - \frac{1}{8} \times 30 = \frac{5}{4}$ (千米)，

$\therefore$ 当小聪从图书馆刚开始返回时，小聪和小明为“可控距离”，

当小聪、小明在相遇之后，两人相距 $\frac{5}{4}$ 千米时，

$\frac{1}{8}t - \left(-\frac{1}{2}t + 20\right) = \frac{5}{4}$ ，

解得： $t = 34$ ，

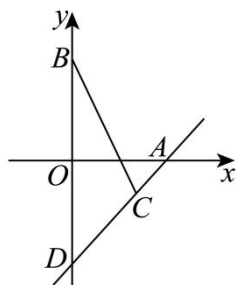
$\therefore$ 小聪和小明“可控距离”的时间： $34 - 30 = 4$ (分钟)

综上所述，小聪和小明“可控距离”的总时间为 $6 + 4 = 10$ (分钟)。

故答案为：10.

【点睛】 本题主要考查了行程问题的数量关系的运用，待定系数法求一次函数的解析式的运用，一次函数与一元一次方程的关系的运用，解答时求出函数的解析式是关键.

25. 已知：在直角坐标系 xOy 中，直线 l 经过点 $A(3,0)$ ， $C(2,-1)$ ，且与 y 轴交于点 D ，点 B 与点 D 关于原点对称，将线段 BC 沿射线 AC 的方向平移，当点 C 恰好落在 y 轴上的点 D 处时，点 B 落在点 E 处.



(1) 求直线 l 的解析式；

(2) 求平移过程中线段 BC 所扫过的面积；

(3) 已知点 F 在 x 轴上，点 G 在坐标平面内，且以点 C 、 E 、 F 、 G 为顶点的四边形是矩形，求点 F 的坐

标.

【答案】(1) $y = x - 3$;

(2) 平移过程中线段 BC 所扫过的面积为 12;

(3) $F_1(\sqrt{5}, 0)$, $F_2(-\sqrt{5}, 0)$, $F_3(-\frac{5}{2}, 0)$, $F_4(\frac{5}{2}, 0)$;

【解析】

【分析】(1) 设直线 l 的解析式为 $y = kx + b$, 将点 $A(3, 0)$, $C(2, -1)$ 代入求解即可得到答案; (2) 根据解析式求出点 D 的坐标, 再根据对称求出点 B 的坐标, 再根据平移得到平行四边形, 设出点 E 坐标, 根据平移线段相等列式求解求出 E 点坐标, 最后根据三角形面积即可求出答案; (3) 设出点 F 的坐标, 根据平行四边形的对角线互相平分求出点 G 的坐标, 最后根据矩形对角线相等列式求解即可得到答案;

【小问 1 详解】

解: 设直线 l 的解析式为 $y = kx + b$, 将点 $A(3, 0)$, $C(2, -1)$ 代入得,

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ 2k + b = -1 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 l 的解析式为: $y = x - 3$;

【小问 2 详解】

解: 当 $x = 0$ 时,

$$y = 0 - 3 = -3,$$

$\therefore D(0, -3),$

$\because$ 点 B 与点 D 关于原点对称,

$\therefore B(0, 3),$

$\because$ 线段 BC 沿射线 AC 的方向平移, 点 C 恰好落在 y 轴上的点 D 处, 点 B 落在点 E 处,

$\therefore BC \parallel DE$, 且 $BC = DE$,

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是平行四边形,

设 $E(m, n),$

$\because C(2, -1), D(0, -3), B(0, 3),$

$$\therefore \begin{cases} 0-2=m-0 \\ -3-(-1)=n-3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=-2 \\ n=1 \end{cases},$$

$$\therefore E(-2,1),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}BCDE} = S_{\triangle DBC} + S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 12,$$

$\therefore$ 平移过程中线段 BC 所扫过的面积为 12;

【小问 3 详解】

解: 设点 F 的坐标为 $F(a,0)$, $G(c,d)$,

$\therefore E(-2,1)$, $C(2,-1)$, 且以点 C 、 E 、 F 、 G 为顶点的四边形是矩形,

$\therefore$ 对角线互相平分且相等,

①当 CE 为对角线时,

$$\begin{cases} \frac{-2+2}{2} = \frac{a+c}{2} \\ \frac{1+(-1)}{2} = \frac{0+d}{2} \end{cases},$$

解得: $c=-a$, $d=0$,

$$\therefore G(-a,0),$$

$$\therefore \sqrt{(-2-2)^2 + [1-(-1)]^2} = \sqrt{(-a-a)^2 + (0-0)^2},$$

解得: $a = \pm\sqrt{5}$,

$$\therefore F_1(\sqrt{5},0), F_2(-\sqrt{5},0),$$

②当 CF 为对角线时,

$$\begin{cases} \frac{a+2}{2} = \frac{-2+c}{2} \\ \frac{0+(-1)}{2} = \frac{1+d}{2} \end{cases},$$

解得: $c=a+4$, $d=-2$,

$$\therefore G(a+4,-2),$$

$$\therefore \sqrt{(-2-a-4)^2 + [1-(-2)]^2} = \sqrt{(2-a)^2 + (-1-0)^2},$$

$$\text{解得: } a = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore F_3(-\frac{5}{2}, 0),$$

③当 CG 为对角线时,

$$\begin{cases} \frac{2+c}{2} = \frac{-2+a}{2} \\ \frac{d+(-1)}{2} = \frac{0+1}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } c = -4+a, \quad d = 2,$$

$$\therefore G(-4+a, 2),$$

$$\therefore \sqrt{(-4+a-2)^2 + [2-(-1)]^2} = \sqrt{(-2-a)^2 + (1-0)^2},$$

$$\text{解得: } a = \frac{5}{2},$$

$$\therefore F_4(\frac{5}{2}, 0),$$

综上所述点 F 可能为: $F_1(\sqrt{5}, 0)$, $F_2(-\sqrt{5}, 0)$, $F_3(-\frac{5}{2}, 0)$, $F_4(\frac{5}{2}, 0)$.

【点睛】 本题考查了求一次函数的解析式, 一次函数的性质, 矩形的性质, 平移的性质, 中心对称的性质, 解题的关键是根据平移、对称的性质及平行四边形对角线互相平分表示出点的坐标, 分类讨论的思想.