

初二年级数学学科限时作业

(考试时间：90 分钟 满分：100 分)

考生注意：请将所有答案写在答题纸上，写在试卷上不计分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列各关系式中， y 不是 x 的函数的是（ ）

A. $|y| = x$

B. $y = -\frac{1}{2}x$

C. $y = 3x + 1$

D. $y = \frac{6}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了函数概念：对于自变量 x 的每一个取值，都有唯一 y 的值与之对应，此时称 y 是 x 的函数；根据函数概念逐一进行判断即可.

【详解】解：对于 $|y| = x$ ，当 $x = 1$ 时，则 $y = \pm 1$ ，表明对于 x 的一个取值， y 的取值不唯一，故 y 不是 x 的函数；

对于 $y = -\frac{1}{2}x$ 、 $y = 3x + 1$ 、 $y = \frac{6}{x}$ ，在使得代数式有意义的自变量取值范围内，对于任意 x 的每一个取

值，都有唯一 y 的值与之对应，故 y 是 x 的函数；

故选：A.

2. 一次函数 $y = (m^2 + 1)x - 2$ 的图象一定不经过（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】由题意易得 $m^2 + 1 > 0$ ， $-2 < 0$ ，然后可知一次函数的图象经过第一、三、四象限，进而问题可求解.

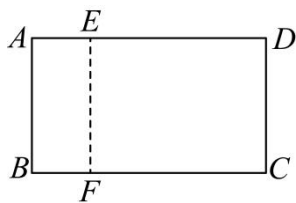
【详解】解：由题意得： $m^2 + 1 > 0$ ， $-2 < 0$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y = (m^2 + 1)x - 2$ 的图象经过第一、三、四象限，不经过第二象限；

故选 B.

【点睛】本题主要考查一次函数的图象与性质，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题的关键.

3. 如图，将一张矩形纸片沿它的长边翻折（ EF 为折痕），得到两个小矩形，其中 $AE:ED=1:3$ ．若矩形 $ABFE$ 的长边与短边的比等于矩形 $ABCD$ 长边与短边的比，则矩形 $ABCD$ 的长边与短边的比是（ ）



- A. $2:1$ B. $\sqrt{2}:1$ C. $\sqrt{3}:1$ D. $\sqrt{5}:1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了比例线段，理解题意是关键．

设 $AE = a$ ，则可得 $ED = 3a, AD = 4a$ ，由题意得到比例式，即可求解．

【详解】解：∵ $AE:ED=1:3$ ，

∴ 设 $AE = a$ ，则 $ED = 3a, AD = AE + ED = 4a$ ，

∵ 矩形 $ABFE$ 的长边与短边的比等于矩形 $ABCD$ 长边与短边的比，

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AB^2 = AE \cdot AD = 4a^2,$$

$$\therefore AB = 2a,$$

$$\therefore AD:AB = 4a:2a = 2:1,$$

故选：A．

4. 下列命题中，真命题有（ ）

①两条对角线相等的四边形是矩形；②两条对角线互相垂直的四边形是菱形；③两条对角线互相平分的四边形是平行四边形；④两条对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形．

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了真假命题的判定，以及各特殊四边形的判定和性质，难度适中．

分析是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案．

【详解】解：①对角线相等且互相平分的平行四边形是矩形，故错误；

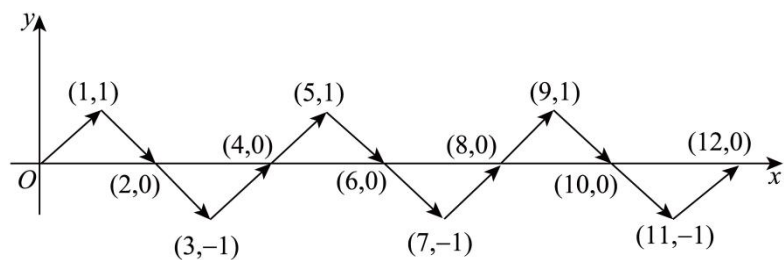
②两条对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故错误；

③两条对角线互相平分的四边形是平行四边形，故正确；

④两条对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形，故正确.

故答案为 B.

5. 如图，动点 P 在平面直角坐标系中按图中箭头所示方向运动，第 1 次从原点运动到点 $(1,1)$ ，第 2 次接着运动到点 $(2,0)$ ，第 3 次接着运动到点 $(3,-1)$ ，第 4 次接着运动到点 $(4,0)$ ， $\dots$ ，按这样的运动规律，经过第 2026 次运动后，动点 P 的坐标是 ()



- A. $(2026,1)$ B. $(2026,0)$ C. $(2026,-1)$ D. $(2025,1)$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据前面 4 次的运动结果，找到规律，进而求解即可.

【详解】 解：第 1 次从原点运动到点 $(1,1)$ ，

第 2 次接着运动到点 $(2,0)$ ，

第 3 次接着运动到点 $(3,-1)$ ，

第 4 次接着运动到点 $(4,0)$ ，

$\dots$ ，

按这样的运动规律，第 n 次运动后，横坐标就是 n ，

$\therefore$ 第 2026 次运动后，动点 P 的横坐标为 2026，

点的纵坐标：1， 0， -1， 0， 1， 0， -1， 0， $\dots$ ，周期为 4，

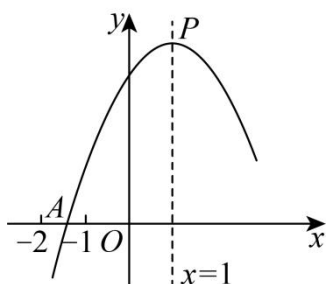
$\therefore 2026 \div 4 = 506$ 余 2，

$\therefore$ 第 2026 次运动后，动点 P 的纵坐标为 0，

$\therefore$ 第 2026 次运动后，动点 P 的坐标为 $(2026,0)$.

6. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象与 x 轴的一个交点 A 位于 $(-2,0)$ 和 $(-1,0)$ 之间，顶点 P 为

$(1, n)$. 下列结论: ① $abc < 0$; ② $2a + b = 0$; ③ $3b > 2c$; ④若该二次函数的图象与 x 轴的另一个交点为 B , 且 $\triangle PAB$ 是等边三角形, 则 $n = -\frac{3}{a}$. 其中正确结论的序号是 ()



A. ①②③

B. ①③④

C. ①②④

D. ②③④

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查的是二次函数的图象与性质, 等边三角形的性质, 锐角三角函数的性质; 由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的开口向下, 与 y 轴交于正半轴, 对称轴在 y 轴的右侧, $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, 可得①符合题意; 由 $-\frac{b}{2a} = 1$, 可得②符合题意, 根据 $a - b + c > 0$, 可得 $3b < 2c$, 可得③不正确; 由

$PH = \tan 60^\circ \cdot AH$, 记 A, B 的横坐标分别为 x_1, x_2 , 可得 $n = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{4a-4c}{a}} = -\frac{\sqrt{3a^2-3ac}}{a}$, 结合

$n = a + b + c = c - a$, 可得 $a(a - c) = 3$, 可得④符合题意.

【详解】 解: $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的开口向下, 与 y 轴交于正半轴, 对称轴在 y 轴的右侧,
 $\therefore a < 0$, $b > 0$, $c > 0$,

$\therefore abc < 0$, 故①符合题意;

$\because$ 顶点 P 的坐标为 $(1, n)$,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = 1$,

$\therefore -\frac{b}{2a} = 1$, 则 $2a + b = 0$, 故②正确,

$\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象与 x 轴的一个交点 A 位于 $(-2, 0)$ 和 $(-1, 0)$ 之间,

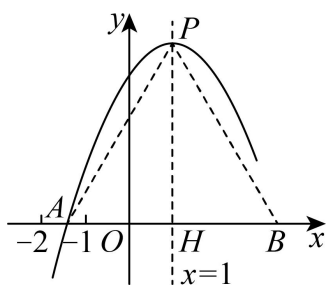
$\therefore a - b + c > 0$,

$\therefore a = -\frac{1}{2}b$, $-\frac{1}{2}b - b + c > 0$,

$\therefore 3b < 2c$, 故③不正确;

如图, $\triangle PAB$ 为等边三角形,

$\therefore PA = AB = PB$, $PH \perp AB$, $HA = HB$, $\angle PAB = 60^\circ$,



$$\therefore PH = \tan 60^\circ \cdot AH,$$

记 A, B 的横坐标分别为 x_1, x_2 ,

$$\therefore n = \sqrt{3}(x_2 - 1) = \sqrt{3}(1 - x_1),$$

$$\therefore 2n = \sqrt{3}(x_2 - x_1),$$

当 $y = ax^2 + bx + c = 0$, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$,

$$\therefore x_2 - x_1 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{4 - \frac{4c}{a}},$$

$$\therefore n = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{4a - 4c}{a}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{a - c}{a}} = \sqrt{\frac{3a - 3c}{a}} = -\frac{\sqrt{3a^2 - 3ac}}{a},$$

$$\therefore n = a + b + c = c - a,$$

$$\therefore c - a = -\frac{\sqrt{3a^2 - 3ac}}{a},$$

$$\therefore a(a - c) = 3,$$

$$\therefore n = -\frac{\sqrt{3a(a - c)}}{a} = -\frac{3}{a},$$

故④符合题意;

故正确的有①②④,

故选: C.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果正多边形的一个内角为 135° , 那么它的边数是_____. (填数字)

【答案】 8

【解析】

【详解】解：因为正多边形的一个内角为 135° ，
所以该正多边形的一个外角为 $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ 。

因为多边形的外角和为 360° ，正多边形的每一个外角都相等，

所以该正多边形的边数 $n = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$ 。

8. 已知点 $A(m, -3)$ 与点 $B(2, 2)$ ，若直线 AB 平行于 y 轴，则 $m =$ _____。

【答案】2

【解析】

【分析】本题考查了坐标与图形性质，解题的关键是掌握直线平行于 y 轴时，所在直线上的点的横坐标相等。

根据直线 AB 平行于 y 轴，得到点 A 和点 B 的横坐标相等，据此进行解答即可。

【详解】解： $\because$ 直线 AB 平行于 y 轴，
 $\therefore$ 点 A 和点 B 的横坐标相等，
则 $m = 2$ ，
故答案为：2。

9. 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，那么 $\frac{y+2x}{3x-y} =$ _____。

【答案】 $\frac{7}{3}$

【解析】

【分析】本题考查比例的性质，根据已知可设 $x = 2a$ ，则 $y = 3a$ ，再代入 $\frac{y+2x}{3x-y}$ 中计算即可，正确计算是解题的关键。

【详解】解： $\because \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，
 $\therefore$ 可设 $x = 2a$ ，则 $y = 3a$ ，
 $\therefore \frac{y+2x}{3x-y} = \frac{3a+2 \times 2a}{3 \times 2a-3a} = \frac{7a}{3a} = \frac{7}{3}$ 。
故答案为： $\frac{7}{3}$ 。

10. 菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC = 10$ ， $BD = 24$ ，则菱形的高等于_____。

【答案】 $\frac{120}{13}$

【解析】

【分析】过 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为 E ，根据菱形的性质求出菱形边长，再利用菱形的面积公式得到方程，解之可得 AE 。

【详解】解：如图，过 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为 E ，即 AE 为菱形 $ABCD$ 的高，

$\because$ 菱形 $ABCD$ 中， $AC=10$ ， $BD=24$ ，

$$\therefore OB = \frac{1}{2} BD = 12, \quad OA = \frac{1}{2} AC = 5,$$

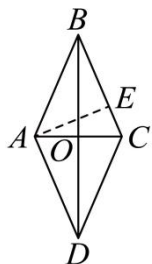
在 $Rt\triangle ABO$ 中， $AB=BC=\sqrt{12^2+5^2}=13$ ，

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = BC \times AE,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 13 \times AE,$$

$$\text{解得：} AE = \frac{120}{13},$$

$$\text{故答案为：} \frac{120}{13}.$$



【点睛】本题考查了菱形的性质和勾股定理的应用，能熟记菱形的性质是解此题的关键，注意：菱形的四条边都相等，菱形的对角线互相平分且垂直。

11. 古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是黄金分割比例，著名的“断臂维纳斯”便是如此、若某人满足上述黄金分割比例，且肚脐至足底的长度为100cm，则其身高是_____厘米（结果保留到整数）。

【答案】 162

【解析】

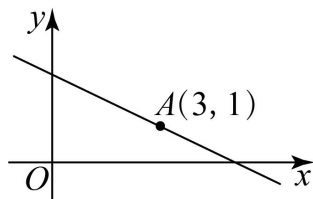
【分析】根据黄金分割的定义，黄金比值约为0.618，设头顶至肚脐的长度为 x cm，利用已知比例关系求出 x ，再将头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度相加得到身高，即可求解。

【详解】解：设此人头顶至肚脐的长度为 x cm，

由题意得，黄金分割比约为0.618，满足 $\frac{x}{100} \approx 0.618$ ，

解得 $x \approx 61.8$ ，则身高为 $61.8 + 100 = 161.8 \approx 162(\text{cm})$ 。

12. 如图所示，一次函数 $y = kx + b (k < 0)$ 的图象经过 $A(3, 1)$ ，当 $kx + b \leq \frac{1}{3}x$ 时， x 的取值范围_____。

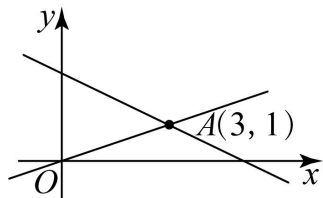


【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】 根据直线 $y = kx + b (k < 0)$ 经过点 $A(3, 1)$ ，正比例函数 $y = \frac{1}{3}x$ 也经过点 $A(3, 1)$ ，从而确定不等式的解集。

【详解】 解： $\because$ 正比例函数 $y = \frac{1}{3}x$ 也经过点 $A(3, 1)$ ，如图，

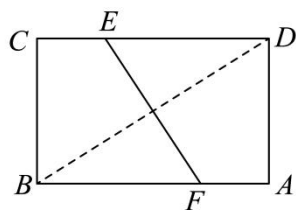


$\therefore kx + b \leq \frac{1}{3}x$ 的解集为 $x \geq 3$ ，

故答案为： $x \geq 3$ 。

【点睛】 本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系，利用数形结合是解题的关键。

13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 6$ ，把矩形折叠，使得点 B 与点 D 重合，则折痕 EF 的长为_____。



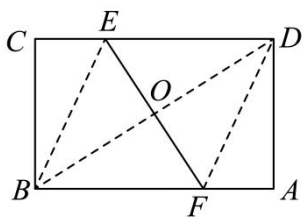
【答案】 $\frac{15}{2}$ ## 7.5

【解析】

【分析】 连接 BE 、 DF ，设 BD 与 EF 的交点为 O ，利用勾股定理可计算出 $BD = 10$ ，由折叠的性质可得 $OB = OD = 5$ ， $BF = DF$ ， $EF \perp BD$ ，则 $AF = 8 - DF$ ，在 $Rt\triangle ADF$ 中，利用勾股定理构造方程，解得 $DF = \frac{25}{4}$ 。在 $Rt\triangle ODF$ 中，使用勾股定理计算出 $OF = \frac{15}{4}$ ，容易证明 $\triangle ODE \cong \triangle OBF (AAS)$ ，则

$$OE = OF, \text{ 因此 } EF = 2OF = \frac{15}{2}.$$

【详解】解：如图，连接 BE 、 DF ，设 BD 与 EF 的交点为 O ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AD = BC = 6, AB \parallel CD, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABD \text{ 中, } BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

$\because$ 点 B 与点 D 关于 EF 对称，

$$\therefore OB = OD = \frac{1}{2}BD = 5, BF = DF, EF \perp BD,$$

$$\therefore AF = AB - BF = 8 - DF,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADF \text{ 中, } DF^2 = AD^2 + AF^2,$$

$$\therefore DF^2 = (8 - DF)^2 + 6^2, \text{ 解得 } DF = \frac{25}{4},$$

$$\text{在 } Rt\triangle ODF \text{ 中, } OF = \sqrt{DF^2 - OD^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2} = \frac{15}{4},$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OBF, \angle OED = \angle OFB,$$

在 $\triangle ODE$ 和 $\triangle OBF$ 中，

$$\begin{cases} \angle ODE = \angle OBF \\ \angle OED = \angle OFB, \\ OD = OB \end{cases}$$

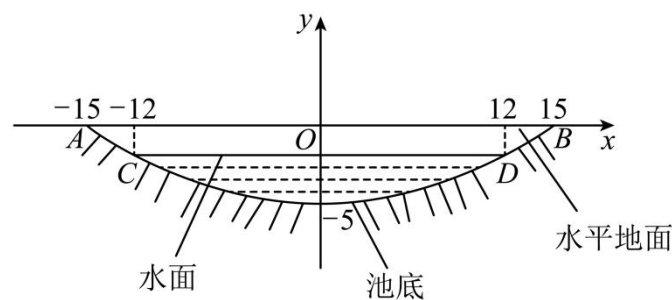
$$\therefore \triangle ODE \cong \triangle OBF (AAS),$$

$$\therefore OE = OF = \frac{15}{4},$$

$$\therefore EF = OE + OF = \frac{15}{2}.$$

14. 某池塘的截面如图所示，池底呈抛物线形，以水平地面为 x 轴，垂直于水平地面且位于池塘中心的线为 y 轴建立平面直角坐标系，池塘的宽 $AB = 30\text{m}$ ，池底最深处距离水平地面 5m ，原来的水面宽 24m ，若池

塘中水面的宽度减少为原来的一半，则最深处到水面的距离变为_____.



【答案】 $\frac{4}{5}$ 米

【解析】

【分析】 本题考查抛物线的实际应用，根据图象可以设出池底所在抛物线的解析式为 $y = ax^2 - 5$ ，再把 $(15, 0)$ 代入解析式求出解析式，再把 $x = 6$ 代入解析式即可判断.

【详解】 解：由图象可得，抛物线顶点坐标为 $(0, -5)$ ，且过 $(15, 0)$ ，

$\therefore$ 设出池底所在抛物线的解析式为 $y = ax^2 - 5$ ，

把 $(15, 0)$ 代入解析式可得 $0 = 15^2 a - 5$ ，

解得 $a = \frac{1}{45}$ ，

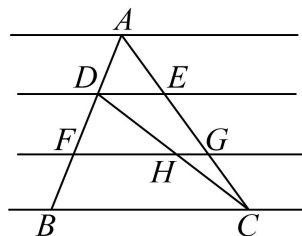
$\therefore y = \frac{1}{45}x^2 - 5$ ，

当 $x = 6$ 时， $y = \frac{1}{45} \times 6^2 - 5 = -4.2$ ，

此时最深处到水面的距离为 $5 - 4.2 = 0.8$ ，

故答案为： $\frac{4}{5}$ 米.

15. 我们把练习本上的横线看作平行且等距的格线. 如图，小明在两条横线上画出 ABC ，且 AB 、 AC 与中间的另外两条横线交于 D 、 E 、 F 、 G 四点，连接 CD 交 FG 于点 H . 若 $HG = 3$ ，则 BC 的长为_____.



【答案】 18

【解析】

【分析】由题意可得 $DE \parallel FG \parallel BC$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ， $\frac{CG}{CE} = \frac{1}{2}$ ，从而得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ， $\triangle CHG \sim \triangle CDE$ ，再由相似三角形的性质即可得解。

【详解】解：由题意可得： $DE \parallel FG \parallel BC$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ， $\frac{CG}{CE} = \frac{1}{2}$ ，

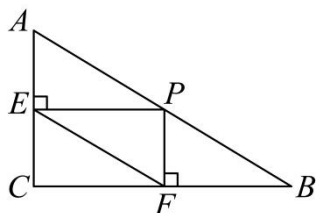
$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ， $\triangle CHG \sim \triangle CDE$ ，

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}, \quad \frac{HG}{DE} = \frac{CG}{CE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore HG = 3,$$

$$\therefore DE = 6, \quad BC = 18.$$

16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ， P 为 AB 边上任一点，过点 P 作 $PE \perp AC$ 于点 E ， $PF \perp BC$ 于点 F ，则 EF 的最小值为_____。

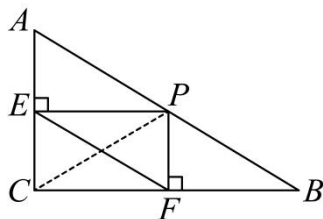


【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】连接 PC ，先证明四边形 $ECFP$ 是矩形，得到 $EF = PC$ ，根据垂线段最短，可得当 $CP \perp AB$ 时， PC 最小，再结合 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} AB \times PC$ ，即可求得答案。

【详解】解：连接 PC ，如图所示：



$$\because PE \perp AC, \quad PF \perp BC,$$

$$\therefore \angle PEC = \angle PFC = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ECFP$ 是矩形，

$$\therefore EF = PC,$$

∴ 当 PC 最小时, EF 也最小,

即当 $CP \perp AB$ 时, PC 最小.

$$\because AC = 2, BC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 4,$$

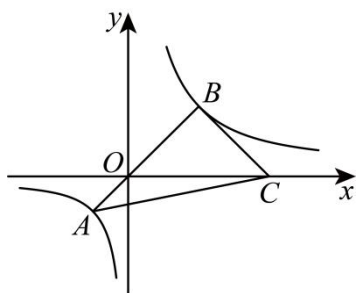
$$\because S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} AB \times PC,$$

$$\therefore PC = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \sqrt{3},$$

∴ 线段 EF 长的最小值为 $\sqrt{3}$.

17. 如图, $\triangle ABC$ 的边 AB 经过原点 O , 顶点 A 、 B 分别在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x < 0)$ 、 $y = \frac{4k}{x} (x > 0)$

的图象上, 顶点 C 在 x 轴的正半轴上, 且 $AB = \frac{3}{2}BC$. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 则 $k =$ _____.

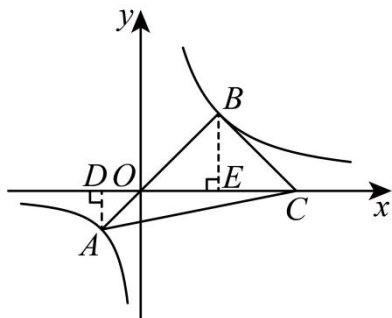


【答案】1

【解析】

【分析】过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E , 先用反比例函数几何意义表示出 $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}k$ 、 $S_{\triangle BOE} = 2k$, 再证 $\triangle AOD \sim \triangle BOE$, 由面积比 1:4 得 $OB = 2OA$, 结合 $AB = \frac{3}{2}BC$ 推出 $OB = BC$, 利用等腰三角形三线合一得 E 为 OC 中点, 最后表示出 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOC$ 的面积分别为 $2k$ 和 $4k$, 由两者面积和为 6 列方程即可求解.

【详解】解: 如图, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E ,



$\therefore$ 点 A 、 B 分别在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x < 0)$ 、 $y = \frac{4k}{x} (x > 0)$ 的图象上,

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}|k| = \frac{1}{2}k, \quad S_{\triangle BOE} = \frac{1}{2}|4k| = 2k,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times AD \times OD = \frac{1}{2}k,$$

$$\therefore AD \times OD = k,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOE, \quad \angle ADO = \angle BEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle BOE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOE}} = \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \frac{\frac{1}{2}k}{2k} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}, \quad \text{即 } OB = 2OA,$$

同理可得 $BE = 2AD$, $OE = 2OD$,

$$\therefore AB = OA + OB = OA + 2OA = 3OA, \quad AB = \frac{3}{2}BC,$$

$$\therefore 3OA = \frac{3}{2}BC,$$

$$\therefore BC = 2OA,$$

$$\therefore OB = BC, \quad \text{即 } \triangle OBC \text{ 为等腰三角形},$$

$$\therefore BE \perp OC,$$

$$\therefore OC = 2OE = 4OD,$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times OC \times AD = \frac{1}{2} \times 4OD \times AD = 2 \times (OD \times AD) = 2k,$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times OC \times BE = \frac{1}{2} \times 4OD \times 2AD = 4 \times (OD \times AD) = 4k,$$

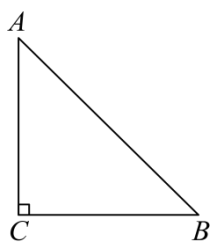
$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = 2k + 4k = 6k,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } 6,$$

$$\therefore 6k = 6,$$

解得 $k = 1$.

18. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是射线 CB 上一点, 以 AD 为斜边作等腰直角三角形 ADE (点 E 和点 C 在 AB 的同侧), 连接 CE . 当 $AB = 2\sqrt{6}$, $\angle EAC = 15^\circ$ 时, 则 $CE = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 $3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ 或 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据题意，分两种情况讨论：当 AE 在 AC 右边时；当 AE 在 AC 左边时；利用等腰直角三角形的性质求出 AC 的长，结合 $\angle EAC = 15^\circ$ 求出 $\angle CAD$ 的度数，进而求出 AD 和 AE 的长；通过作辅助线构造全等三角形和正方形，利用线段的和差关系列方程求解 CE 的长.

【详解】 解： $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{6}$ ，

$$\therefore AC = BC, AC^2 + BC^2 = AB^2 = 2AC^2 = (2\sqrt{6})^2,$$

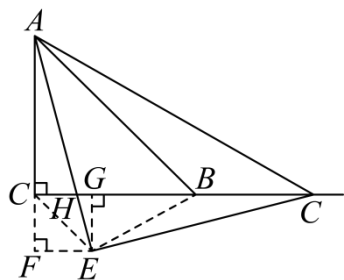
$$\therefore AC = BC = 2\sqrt{3},$$

由题意，以 AD 为斜边作等腰直角三角形 ADE ，

$$\therefore AE = DE, AD = \sqrt{2}AE, \angle EAD = \angle EDA = 45^\circ,$$

有两种情况：

当 AE 在 AC 右边时，过点 E 作 $EF \perp AC$ 交 AC 的延长线于 F ，过点 E 作 $EG \perp BC$ 于 G ，连接 CE ，



$$\therefore \angle EFC = \angle EGC = \angle FCG = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EF CG$ 是矩形

$$\therefore \angle EAC = 15^\circ, \angle EAD = \angle EDA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle EAC + \angle EAD = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle ADC = 30^\circ$ ， $AD = 2AC = 4\sqrt{3}$ ， $CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = \sqrt{3}AC = 6$ ，

在等腰 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $AD = 4\sqrt{3} = \sqrt{2}AE$ ，

$$\therefore AE = DE = 2\sqrt{6},$$

$$\because \angle CDE = \angle ADE - \angle ADC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CAE = 15^\circ,$$

$$\because EF \perp AC, EG \perp BC,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle EGD = 90^\circ, \text{ 四边形 } EFCG \text{ 是矩形},$$

$$\because AE = DE = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEG (\text{AAS}),$$

$$\therefore EF = EG, AF = DG,$$

$$\therefore \text{ 四边形 } EFCG \text{ 是正方形},$$

$$\therefore \text{ 设 } EF = EG = CG = CF = x,$$

$$\because AC = 2\sqrt{3}, CD = 6,$$

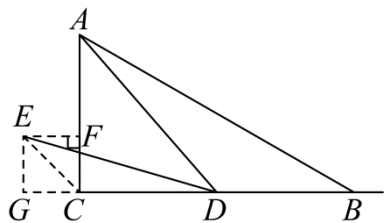
$$\therefore AF = AC + CF = 2\sqrt{3} + x, DG = CD - CG = 6 - x,$$

$$\therefore 2\sqrt{3} + x = 6 - x,$$

$$\text{解得 } x = 3 - \sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt} \triangle EFC \text{ 中, 由勾股定理得 } CE = \sqrt{2}EF = \sqrt{2}(3 - \sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - \sqrt{6};$$

同理, 当 AE 在 AC 左边时, 过点 E 作 $EF \perp AC$ 于 F , 过点 E 作 $EG \perp BC$ 交 BC 的延长线于 G , 连接 CE ,



$$AF = AC - CF = 2\sqrt{3} - x, DG = CD + CG = 2 + x,$$

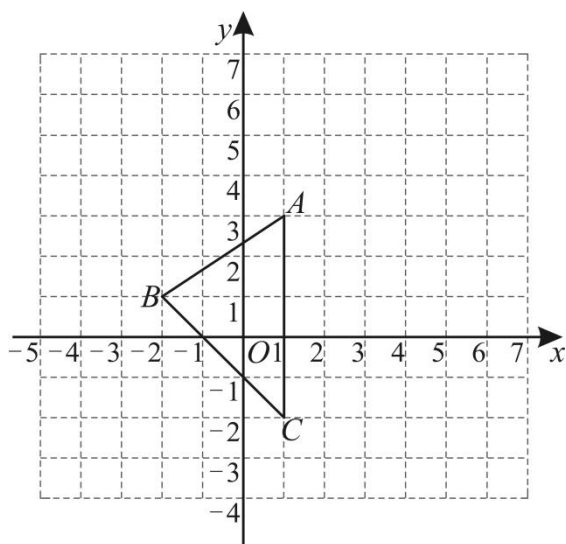
$$\therefore 2\sqrt{3} - x = 2 + x,$$

$$\text{解得 } x = \sqrt{3} - 1 \text{ 在 Rt} \triangle EFC \text{ 中, 由勾股定理得 } CE = \sqrt{2}EF = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{6} - \sqrt{2},$$

综上所述, $CE = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ 或 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$.

三、解答题: (19 题 6 分, 20-24 题 8 分, 25 题 12 分, 共 58 分).

19. 把三角形 ABC 放在直角坐标系中如图所示, 现将三角形 ABC 向上平移 1 个单位长度, 再向右平移 3 个单位长度就得到三角形 $A_1B_1C_1$.



- (1) 在图中画出三角形 $A_1B_1C_1$;
- (2) 在平移过程中, 线段 AC 扫过的面积为_____;
- (3) 点 P 在 x 轴上, 且三角形 PAC 与三角形 ABC 面积相等, 请直接写出点 P 的坐标为_____.

【答案】 (1) 见解析 (2) 15

(3) $(-2, 0)$ 或 $(4, 0)$

【解析】

【分析】 本题考查作图—平移变换、三角形的面积, 熟练掌握平移的性质是解答本题的关键.

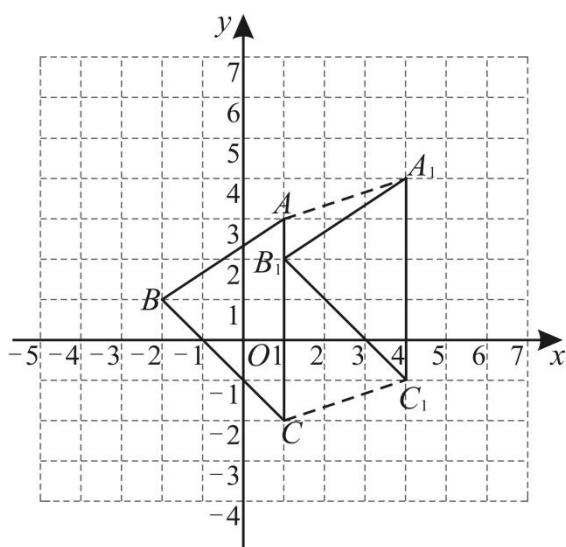
(1) 根据平移的性质作图即可.

(2) 直接求出四边形 AA_1C_1C 的面积即可.

(3) 设点 P 的坐标为 $(m, 0)$, 根据题意可列方程为 $\frac{1}{2} \times 5 \times |m-1| = \frac{1}{2} \times 5 \times 3$, 求出 m 的值, 即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 如图, 三角形 $A_1B_1C_1$ 即为所求.



【小问 2 详解】

解：在平移过程中，线段 AC 扫过的面积为 $S_{\text{四边形}AA_1C_1C} = 5 \times 3 = 15$ 。

故答案为：15。

【小问 3 详解】

解： $(-2, 0)$ 或 $(4, 0)$ 。设点 P 的坐标为 $(m, 0)$ ，

∵ 三角形 PAC 与三角形 ABC 面积相等，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times |m - 1| = \frac{1}{2} \times 5 \times 3,$$

解得 $m = -2$ 或 4 ，

∴ 点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(4, 0)$ 。

故答案为： $(-2, 0)$ 或 $(4, 0)$ 。

20. 汉字书法是中华民族的文化瑰宝。毛笔书法考试从中级开始，书法纸都是不带格子的空白宣纸。现在我们需要根据书法内容的篇幅大小将书法纸折出等距的三列。

学生将一张正方形纸片连续对折两次展开，得到图 1：再将图 1 沿着对角线 AC 对折一次，得到图 2，对角线 AC 分别与折痕 EH 、 FI 、 GJ 的交点 K 、 L 、 M 即为对角线 AC 的四等分点。

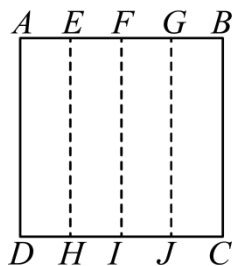


图1

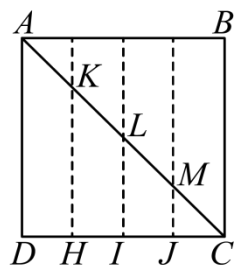


图2

(1) 求证： K 为对角线 AC 的四等分点；

(2) 请在图 2 中画出 AB 的三等分点，简单说明画法，并证明；

【答案】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD \perp DC$,

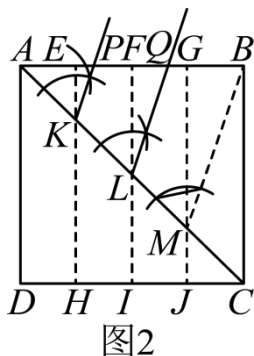
由折叠得, $EH \perp DC, FI \perp DC, GJ \perp DC, DH = HI = IJ = JC$,

$\therefore KH \parallel LI \parallel MJ \parallel AD$,

$\therefore \frac{AK}{AC} = \frac{DH}{DC} = \frac{1}{4}$,

$\therefore K$ 为对角线 AC 的四等分点;

(2) 如图, 点 P, Q 即为所作:



证明: 同 (1) 可证明 $AK = KL = LM = MC$,

连接 BM ,

根据作图可得 $\angle PKA = \angle BMA, \angle QLA = \angle BMA$,

$\therefore KP \parallel BM \parallel LQ$,

$\therefore AP : PQ : BQ = AK : KL : MC = 1 : 1 : 1$,

即点 P, Q 为线段 AB 的三等分点.

【解析】

【分析】(1) 由折叠得, $EH \perp DC, FI \perp DC, GJ \perp DC, DH = HI = IJ = JC$, 则 $KH \parallel LI \parallel MJ \parallel AD$, 由平行线分线段成比例定理即可求证;

(2) 同 (1) 可证明 $AK = KL = LM = MC$, 连接 BM , 通过作一个角等于已知角的方法, 作 $KP \parallel BM, LQ \parallel BM$, 由平行线分线段成比例定理可得点 P, Q 为线段 AB 的三等分点;

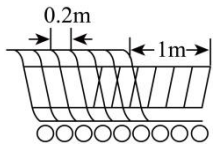
【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

略

21. 根据以下素材解决问题

素材	如图为某商场叠放的购物车，右图为购物车叠放在一起的示意图，若一辆购物车车身长 1m ，每增加一辆购物车，车身增加 0.2m .	
----	---	---

问题解决

(1) 任务 1: 若某商场采购了 n 辆购物车，求车身总长 L 与购物车辆数 n 的表达式；

(2) 任务 2: 若该商场用直立电梯从一楼运输该批购物车到二楼，已知该商场的直立电梯长为 2.6m ，且一次可以运输两列购物车，求直立电梯一次性最多可以运输多少辆购物车？

【答案】(1) $L = 0.2n + 0.8$

(2) 18 辆

【解析】

【分析】(1) 根据题意和题目中的数据，可以写出车身总长 L 与购物车辆数 n 的函数解析式；

(2) 设每列最多有 n 辆购物车，根据“该商场的直立电梯长为 2.6m ，”列不等式求出相应的 n 的值即可；

【小问 1 详解】

解：由题意可得， $L = 1 + 0.2(n - 1) = 0.2n + 0.8$ ，

即车身总长 L 与购物车辆数 n 的函数解析式为 $L = 0.2n + 0.8$ ；

【小问 2 详解】

解：设每列最多有 n 辆购物车，

则 $0.2n + 0.8 \leq 2.6$ ，

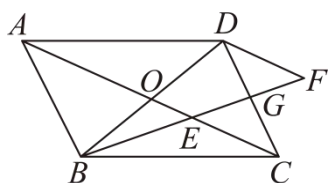
解得： $n \leq 9$ ，

即每列最多放 9 辆购物车，

因此一次运输两列，总车辆数为 $9 \times 2 = 18$ 辆，

即直立电梯一次性最多可以运输 18 辆购物车.

22. 如图，点 E 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的一点，对角线 AC 、 BD 交于点 O ，点 F 在 BE 的延长线上，且 $EF = BE$ ， EF 与 CD 相交于点 G .



(1) 求证: $DF \parallel AC$;

(2) 连接 DE 、 FC , 若 $BF = 2AB$, $EC = 2EO$, 求证: 四边形 $CFDE$ 是矩形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

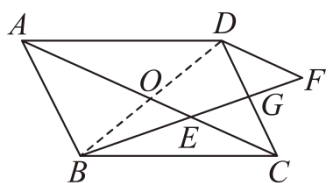
【解析】

【分析】(1) 连接 BD , 交 AC 于点 O , 证出 OE 是 $\triangle BDF$ 的中位线, 得 $OE \parallel DF$, 即 $DF \parallel AC$;

(2) 先证明 $DF = CE$, 即可由一组对边平行且相等的四边形是平行四边形, 再证明对角线 $CD = EF$, 由对角线相等的平行四边形是矩形即可证明.

【小问 1 详解】

证明: 连接 BD , 交 AC 于点 O , 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BO = DO,$$

$$\because BE = EF,$$

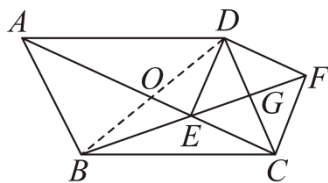
$\therefore OE$ 是 $\triangle BDF$ 的中位线,

$$\therefore OE \parallel DF,$$

即 $DF \parallel AC$;

【小问 2 详解】

证明: 如图,



由 (1) 知 OE 是 $\triangle BDF$ 的中位线,

$$\therefore DF = 2OE$$

$$\because EC = 2EO$$

$$\therefore DF = EC,$$

由 (1) 知 $DF \parallel AC$, 即 $DF \parallel EC$,

$\therefore$ 四边形 $CFDE$ 是平行四边形,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$,

$$\therefore AB = CD$$

$$\therefore BF = 2AB,$$

$$\therefore BF = 2CD$$

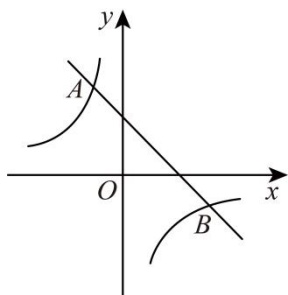
$$\therefore EF = BE$$

$$\therefore BF = 2EF$$

$$\therefore CD = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $CFDE$ 是矩形.

23. 如图, 一次函数 $y = -x + 4$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(-1, m)$ 和 B 两点.



(1) 求 k 的值;

(2) 点 P 为反比例函数图象上位于第四象限内一点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 交函数 $y = -x + 4$ 的图象于点 Q , 若 $\triangle POQ$ 的面积为 4, 求点 Q 的坐标.

【答案】 (1) $k = -5$

(2) 点 Q 的坐标为 $(2 + \sqrt{17}, 2 - \sqrt{17})$ 或 $(3, 1)$ 或 $(1, 3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查一次函数与反比例函数的交点问题, 熟练掌握待定系数法求函数的解析式是解题的关键.

(1) 先把点 A 代入一次函数解析式, 求出 m 的值, 得出点 A 的坐标, 然后代入反比例函数解析式求出 k 的值即可;

(2) 设点 Q 的坐标为 $(t, -t + 4)$ ($t > 0$), 则 $P\left(t, -\frac{5}{t}\right)$, 根据 $S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} PQ \cdot t = 4$, 得出 $\left| -\frac{5}{t} + t - 4 \right| = \frac{8}{t}$,

解关于 t 的方程即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = -x + 4$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(-1, m)$,

$$\therefore m = 1 + 4,$$

$$\therefore m = 5,$$

$$\therefore A(-1, 5),$$

$$\therefore k = -1 \times 5 = -5;$$

【小问 2 详解】

解: 设点 Q 的坐标为 $(t, -t + 4) (t > 0)$, 则 $P\left(t, -\frac{5}{t}\right)$,

$$\therefore PQ = \left| -\frac{5}{t} + t - 4 \right|,$$

$$\therefore S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} PQ \cdot t = 4,$$

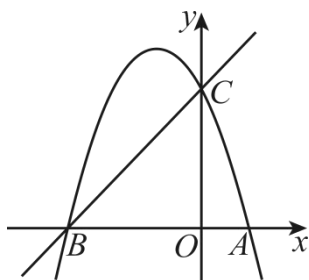
$$\therefore PQ = \frac{8}{t},$$

$$\therefore \left| -\frac{5}{t} + t - 4 \right| = \frac{8}{t},$$

解得: $t_1 = 2 + \sqrt{17}$ 负值舍去, $t_2 = 3$, $t_3 = 1$,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(2 + \sqrt{17}, 2 - \sqrt{17})$ 或 $(3, 1)$ 或 $(1, 3)$.

24. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C .



(1) 求 b , c 的值;

(2) 如图, 将该抛物线向左平移 2 个单位长度得到新的抛物线, 新抛物线与原抛物线相交于点 D , 点 N 是平面坐标系内一点, 直线 BC 上是否存在点 M , 使 B, D, M, N 为顶点的四边形为菱形, 若存在, 请直接写出 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) b 的值为 -2 , c 的值为 3

$$(2) M(-3+\sqrt{5}, \sqrt{5}) \text{ 或 } M(-3-\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \text{ 或 } M(1, 4) \text{ 或 } M\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{4}\right)$$

【解析】

【分析】(1) 待定系数法求解即可；

(2) 求出平移后的解析式，求出 D 点坐标，根据菱形的性质，分 2 种情况进行讨论求解即可.

【小问 1 详解】

解：把点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$,

$$\text{得: } \begin{cases} -1 + b + c = 0 \\ -9 - 3b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases};$$

$\therefore b$ 的值为 -2 , c 的值为 3 ;

【小问 2 详解】

解：存在， $M(-3+\sqrt{5}, \sqrt{5})$ 或 $M(-3-\sqrt{5}, -\sqrt{5})$ 或 $M(1, 4)$ 或 $M\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{4}\right)$ ，理由如下：

由 (1) 知： $y = -x^2 - 2x + 3$,

当 $x = 0$ 时， $y = 3$,

$\therefore C(0, 3)$,

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + 3$,

把 $B(-3, 0)$ 代入，得 $0 = -3k + 3$ ，解得： $k = 1$,

$\therefore y = x + 3$,

$\therefore y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$,

$\therefore$ 抛物线向左平移 2 个单位长度得到新的抛物线为 $y = -(x+1+2)^2 + 4 = -(x+3)^2 + 4$,

$$\text{联立: } \begin{cases} y = -(x+3)^2 + 4 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$,

$\therefore D(-2, 3)$,

设 $M(m, m+3)$,

$\because B(-3, 0)$,

$\therefore BM^2 = (m+3)^2 + (m+3)^2 = 2(m+3)^2, DM^2 = (m+2)^2 + m^2, BD^2 = (3-2)^2 + 3^2 = 10$,

情况 1: BD 为菱形的边:

①当 $BM = BD$ 时, $2(m+3)^2 = 10$,

解得: $m = -3 + \sqrt{5}$ 或 $m = -3 - \sqrt{5}$,

$\therefore M(-3 + \sqrt{5}, \sqrt{5})$ 或 $M(-3 - \sqrt{5}, -\sqrt{5})$;

②当 $DM = BD$ 时, $(m+2)^2 + m^2 = 10$,

解得: $m = -3$ (舍去) 或 $m = 1$,

$\therefore M(1, 4)$;

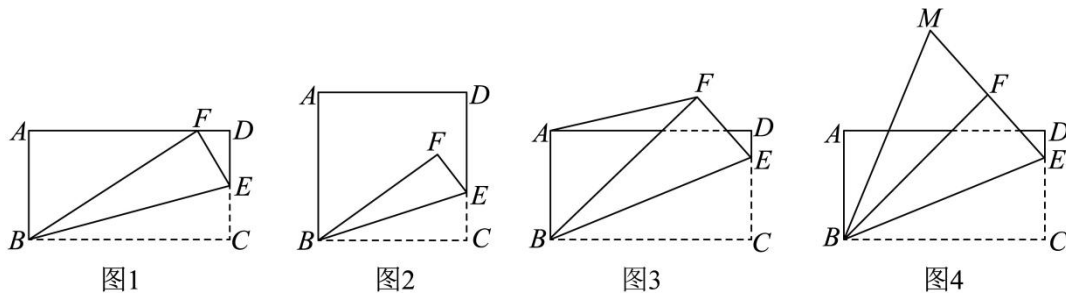
情况 2: BD 为菱形的对角线:

③当 $BM = DM$ 时, $(m+2)^2 + m^2 = 2(m+3)^2$, 解得: $m = -\frac{7}{4}$,

$\therefore M\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{4}\right)$,

综上: $M(-3 + \sqrt{5}, \sqrt{5})$ 或 $M(-3 - \sqrt{5}, -\sqrt{5})$ 或 $M(1, 4)$ 或 $M\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{4}\right)$.

25. 某数学兴趣小组利用矩形硬纸片开展了一次活动, 请阅读下面的探究片段, 完成所提出的问题.



【探究 1】

(1) 如图 1, 点 E 是矩形 $ABCD$ 边 CD 上一点, 连接 BE , 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折, 点 C 刚好落在边 AD 上

的点 F 处, 若 $AB=3$, $BC=6$, AF 长是_____.

【探究 2】

(2) 操作: 如图 2, 点 E 是正方形 $ABCD$ 上一动点, 连接 BE , 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折, 点 C 落在正方形内一点 F 处, 小明延长 EF 交 AD 于点 M , 过点 B 、点 M 作射线 BM , 则射线 BM 是 $\angle ABF$ 的角平分线, 请你判断小明的作法是否正确, 并说明理由.

【探究 3】

(3) 如图 3, 点 E 是矩形 $ABCD$ 边 CD 上一点, 连接 BE , 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折, 点 C 落在矩形外一点 F 处, 连接 AF , 若 $AB=3$, $BC=6$, $CE=2$, 则 $\triangle ABF$ 的面积是_____.

【探究 4】

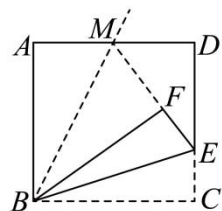
(4) 如图 4, 点 E 是矩形 $ABCD$ 边 CD 上一点, 连接 BE , 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折, 点 C 落在点 F 处, $\angle ABF$ 的角平分线与 EF 的延长线交于点 M , 若 $AB=3$, $BC=6$, 当点 E 从点 C 运动到点 D 时, 点 M 运动的路径长是_____.

【答案】(1) $3\sqrt{3}$

(2) 正确;

理由: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ, BA = BC$,



$\therefore$ 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折, 点 C 落在正方形内一点 F 处,

$\therefore BF = BC, \angle BFE = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore BA = BF, \angle BFM = 180^\circ - \angle BFE = 90^\circ = \angle C$,

在 $\text{Rt}\triangle BAM$ 和 $\text{Rt}\triangle BFM$ 中,

$$\begin{cases} BA = BF \\ BM = BM \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BAM \cong \text{Rt}\triangle BFM (\text{HL})$,

$\therefore \angle ABM = \angle FBM$,

$\therefore$ 射线 BM 是 $\angle ABF$ 的角平分线;

(3) 7.2

(4) 4

【解析】

【分析】(1) 根据矩形的性质可得 $\angle A = 90^\circ$ ，由翻折的性质可得 $BF = BC = 6$ ，再根据勾股定理即可求得 AF 的长；

(2) 延长 EF 交 AD 于点 M ，过点 B 、点 M 作射线 BM ，则射线 BM 是 $\angle ABF$ 的角平分线。理由：根据正方形的性质可得 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $BA = BC$ ，根据翻折的性质得到 $BF = BC$ ， $\angle BFE = \angle C = 90^\circ$ ，然后证明 $\text{Rt}\triangle BAM \cong \text{Rt}\triangle BFM$ (HL)，根据全等三角形的性质可得结论；

(3) 延长 EF 交 BA 的延长线于点 H ，过点 F 作 $FG \perp BH$ 于点 G ，设 $AH = x$ ， $FH = y$ ，根据矩形的性质可得 $\angle C = 90^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ， $HB = HA + AB = x + 3$ ，由平行线的性质得到 $\angle HBE = \angle CEB$ ，根据翻折的性质得到 $BF = BC = 6$ ， $FE = CE = 2$ ， $\angle HEB = \angle CEB$ ， $\angle BFE = \angle C = 90^\circ$ ，可得 $\angle HBE = \angle HEB$ ， $HE = HF + FE = y + 2$ ，根据等角对等边有 $HB = HE$ ， $y = x + 1$ ，在 $\text{Rt}\triangle HFB$ 中， $HB^2 = HF^2 + BF^2$ ，得到 $x = 7$ ，然后由 $S_{\triangle HFB} = \frac{1}{2}BH \cdot GF = \frac{1}{2}HF \cdot BF$ ，求得 $GF = 4.8$ ，最后根据三角形的面积公式可得结论；

(4) 过点 M 作 $MH \perp BA$ ，交 BA 的延长线于点 H ，延长 HM 交 CD 的延长线于点 G ，设 $HM = m$ ，证明四边形 $BCGH$ 是矩形，结合翻折的性质证明 $\triangle BHM \cong \triangle BFM$ (AAS)，从而证明四边形 $BCGH$ 是正方形， $CG = BH = 6$ ，当点 E 与点 D 重合时，点 M 运动的路径是线段 MG ，则 $GD = CG - CD = 6 - 3 = 3$ ，在 $\text{Rt}\triangle MDG$ 中， $MD = MF + FD = m + CD = m + 3$ ，根据 $MD^2 = MG^2 + GD^2$ ，解得： $m = 2$ ， $MG = 6 - m = 6 - 2 = 4$ ，可得答案。

【小问 1 详解】

解：在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 6$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折，点 C 刚好落在边 AD 上的点 F 处，

$\therefore BF = BC = 6$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $AF = \sqrt{BF^2 - AB^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ ，

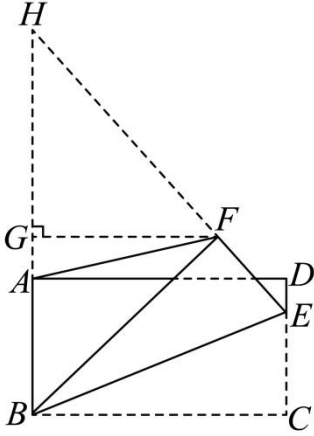
$\therefore AF$ 的长为 $3\sqrt{3}$ ；

【小问 2 详解】

略

【小问 3 详解】

解：延长 EF 交 BA 的延长线于点 H ，过点 F 作 $FG \perp BH$ 于点 G ，设 $AH = x, FH = y$ ，



$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3, BC = 6$ ，

$\therefore \angle C = 90^\circ, AB \parallel CD, HB = HA + AB = x + 3$ ，

$\therefore \angle HBE = \angle CEB$ ，

$\because$ 将 $\triangle CEB$ 沿 BE 翻折，点 C 落在矩形外一点 F 处， $CE = 2$ ，

$\therefore BF = BC = 6, FE = CE = 2, \angle HEB = \angle CEB, \angle BFE = \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle HBE = \angle HEB, HE = HF + FE = y + 2$ ，

$\angle HFB = 180^\circ - \angle BFE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，

$\therefore HB = HE$ ，即 $x + 3 = y + 2$ ，

$\therefore y = x + 1$ ，

在 $Rt\triangle HFB$ 中， $HB^2 = HF^2 + BF^2$ ，

即： $(x + 3)^2 = y^2 + 6^2$ ，

$\therefore (x + 3)^2 = (x + 1)^2 + 6^2$ ，

解得： $x = 7$ ，

$\therefore HB = x + 3 = 10, FH = y = x + 1 = 8$ ，

$\therefore S_{\triangle HFB} = \frac{1}{2} BH \cdot GF = \frac{1}{2} HF \cdot BF$ ，

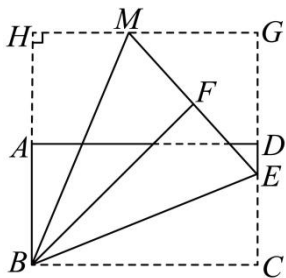
$$\therefore BH \cdot GF = HF \cdot BF, \text{ 即 } 10GF = 8 \times 6,$$

$$\therefore GF = 4.8,$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} AB \cdot GF = \frac{1}{2} \times 3 \times 4.8 = 7.2.$$

【小问4详解】

解：过点 M 作 $MH \perp BA$ ，交 BA 的延长线于点 H ，延长 HM 交 CD 的延长线于点 G ，设 $HM = m$ ，



$$\therefore \angle H = 90^\circ,$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形, } AB = 3, BC = 6,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 90^\circ, CD = AB = 3,$$

$$\therefore \text{四边形 } BCGH \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore \angle G = 90^\circ, HG = BC = 6, CG = BH,$$

$$\therefore MG = HG - HM = 6 - m,$$

$$\because \text{将 } \triangle CEB \text{ 沿 } BE \text{ 翻折, 点 } C \text{ 落在点 } F \text{ 处,}$$

$$\therefore BF = BC = 6, \angle BFE = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFM = 180^\circ - \angle BFE = 90^\circ = \angle H,$$

$$\because \angle ABF \text{ 的角平分线与 } EF \text{ 的延长线交于点 } M,$$

$$\therefore \angle HBM = \angle FBM,$$

在 $\triangle BHM$ 和 $\triangle BFM$ 中,

$$\begin{cases} \angle BHM = \angle BFM \\ \angle HBM = \angle FBM, \\ BM = BM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BHM \cong \triangle BFM (AAS),$$

$$\therefore BH = BF = 6, FM = HM = m,$$

$$\therefore \text{四边形 } BCGH \text{ 是正方形,}$$

$$\therefore CG = BH = 6,$$

$\therefore$ 当点 E 与点 D 重合时, $GD = CG - CD = 6 - 3 = 3$,

此时在 $Rt\triangle MDG$ 中, $MD = MF + FD = m + CD = m + 3$,

$$\therefore MD^2 = MG^2 + GD^2,$$

$$\text{即: } (m+3)^2 = (6-m)^2 + 3^2,$$

解得: $m = 2$,

$$\therefore MG = 6 - m = 6 - 2 = 4,$$

$\therefore$ 当点 E 从点 C 运动到点 D 时, 点 M 运动的路径是线段 MG , 长度为 4.