

上海市建平中学西校 2025-2026 学年八年级下学期 5 月阶段练习数学试卷

一、选择题:

1. 下列关系中的两个量成正比例的是 ()

- A. 从甲地到乙地, 所用的时间和速度
- B. 正方形的面积与边长
- C. 买同样的作业本所要的钱数和作业本的数量
- D. 人的体重与身高

【答案】C

【解析】

【详解】由正比例函数定义知买同样的作业本所要的钱数和作业本的数量可以构成正比例, 故选 C.

2. 下列函数中, 一次函数是 ()

- A. $y = \frac{1}{x} - 1$
- B. $y = x^2 - 2$
- C. $y = 2x$
- D. $y = kx + b$ (k, b 是常数)

【答案】C

【解析】

【分析】本题根据一次函数的定义判断, 一次函数的定义为形如 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的函数是一次函数, 据此逐一分析选项即可.

【详解】解: A、 $y = \frac{1}{x} - 1$ 中 $\frac{1}{x}$ 不是整式, 不符合一次函数定义, 故此选项不符合题意;

$\therefore$ B、 $y = x^2 - 2$ 中自变量 x 的次数为 2, 不符合一次函数定义, 故此选项不符合题意;

C、 $y = 2x$ 符合 $y = kx + b$ ($k = 2 \neq 0, b = 0$) 的形式, 满足一次函数定义, 故此选项符合题意;

D、 $y = kx + b$ 中只说明 k, b 是常数, 未要求 $k \neq 0$, 不满足一次函数定义, 故此选项不符合题意.

3. 下列命题中, 真命题的个数为 ()

- ① 对角线相等的四边形是矩形
- ② 对角线互相垂直平分的四边形是菱形
- ③ 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- ④ 对角线互相垂直相等的四边形是正方形.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定定理，逐一判断各命题的真假，统计真命题的个数即可得到答案.

【详解】 解：①对角线相等的平行四边形才是矩形，任意对角线相等的四边形不一定是矩形，故①是假命题；

②根据菱形的判定定理，对角线互相垂直平分的四边形是菱形，故②是真命题；

③根据平行四边形的判定定理，对角线互相平分的四边形是平行四边形，故③是真命题；

④对角线互相垂直平分且相等的四边形才是正方形，仅对角线互相垂直相等的四边形不是正方形，故④是假命题；

∴真命题的个数为 2 个.

4. 已知一次函数 $y = ax + b$ (a, b 是常数) 的图像经过第一、二、四象限，且与 x 轴交于点 $(2, 0)$ ，则关于 x 的不等式 $ax + b > 0$ 的解集为 ()

A. $x < -2$

B. $x < 2$

C. $x > 2$

D. $x > -2$

【答案】 B

【解析】

【分析】 先根据一次函数图像经过的象限判断 a 的符号，再结合与 x 轴的交点，确定 $y > 0$ 时 x 的取值范围即可.

【详解】 ∵一次函数 $y = ax + b$ 的图像经过第一、二、四象限，

∴ $a < 0$ ，函数值 y 随 x 的增大而减小，

∵一次函数图像与 x 轴交于点 $(2, 0)$ ，

∴当 $y = 0$ 时， $x = 2$ ，

不等式 $ax + b > 0$ ，即 $y > 0$ ，

结合函数增减性可得： $x < 2$.

5. $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y = -2x + 1$ 图像上的不同的两点，则 ()

A. $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$

B. $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$

C. $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) = 0$

D. $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)$ 的符号无法判断

【答案】A

【解析】

【点睛】本题主要考查了一次函数的性质，熟练掌握一次函数的性质是解题的关键；

根据一次函数的性质可得 $x_1 - x_2$ 与 $y_1 - y_2$ 异号，即可求解.

【详解】解： $Q-3 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

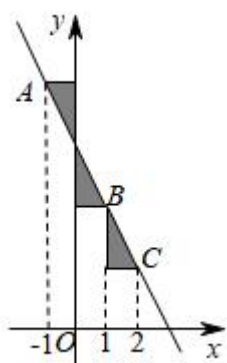
$\therefore$ 当 $x_1 > x_2$ 时, $y_1 < y_2$, 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$,

$\therefore x_1 - x_2$ 与 $y_1 - y_2$ 异号,

$\therefore (x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$,

故选: A.

6. 如图, 点 A, B, C 在一次函数 $y = -2x + m$ 的图象上, 它们的横坐标依次为 $-1, 1, 2$, 分别过这些点作 x 轴与 y 轴的垂线, 则图中阴影部分的面积之和是 ()



A. 3

B. 1

C. $3(m-1)$

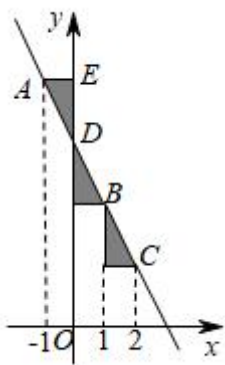
D. $\frac{3}{2}(m-2)$

【答案】A

【解析】

【分析】设直线 $y = -2x + m$ 与 y 轴交于点 D , $AE \perp y$ 轴于点 E , 利用一次函数图象上点的坐标特征可得出点 A, D 的坐标, 进而可得出 DE 、 AE 的长, 利用三角形的面积计算公式可求出 $\triangle DAE$ 的面积, 同理可得出另外两个小三角形的面积均为 1, 再将三个小三角形的面积相加即可求出结论.

【详解】设直线 $y = -2x + m$ 与 y 轴交于点 D , $AE \perp y$ 轴于点 E , 如图所示.



当 $x = 0$ 时, $y = -2 \times 0 + m = m$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, m)$;

当 $x = -1$ 时, $y = -2 \times (-1) + m = 2 + m$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-1, 2 + m)$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(0, 2 + m)$, $AE = 1$,

$\therefore DE = 2 + m - m = 2$,

$\therefore S_{\triangle DAE} = \frac{1}{2} AE \cdot DE = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$.

同理, 可求出另两个三角形的面积均为 1 (阴影部分组成的小三角形),

$\therefore$ 阴影部分面积之和为: $1 + 1 + 1 = 3$.

故选: A.

【点睛】 本题考查了几何问题(一次函数的实际应用)及三角形的面积, 利用一次函数图象上点的坐标特征及三角形的面积公式, 求出每个小三角形的面积是解题的关键.

二、填空题:

7. 一次函数 $y = -(x+1) - 1$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查一次函数在 y 轴上截距的概念, 截距是一次函数图象与 y 轴交点的纵坐标, 只需令 $x = 0$ 求出对应的 y 值, 即可得到结果.

【详解】 解: 当 $x = 0$ 时, $y = -(0+1) - 1 = -1 - 1 = -2$,

$\therefore$ 一次函数 $y = -(x+1) - 1$ 在 y 轴上的截距是 -2.

8. 当 m _____ 时, 函数 $y = (2 - m)x + m^2 - 4$ (m 是常数) 是正比例函数.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 正比例函数 $y = kx$ 的定义条件是: k 为常数且 $k \neq 0$, 自变量次数为 1, 常数项为 0.

【详解】 解: 根据题意得, $m^2 - 4 = 0$ 且 $2 - m \neq 0$,

解得 $m = \pm 2$ 且 $m \neq 2$,

$\therefore m = -2$.

9. 已知一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数), 且 $kb > 0$, 此函数图像一定经过第 _____ 象限.

【答案】

二、三

【解析】

【分析】 根据 $kb > 0$ 得出 k 与 b 同号, 分两种情况讨论一次函数图像经过的象限, 找出两种情况公共经过的象限即可.

【详解】 解: $\because kb > 0$,

$\therefore k$ 与 b 同号.

分两种情况讨论:

①当 $k > 0, b > 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、二、三象限;

②当 $k < 0, b < 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过第二、三、四象限.

综上, 此函数图像一定经过第二、三象限.

10. 直线 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 是由直线 $l: y = kx + b$ (k, b 是常数) 向下平移 2 个单位得到的, 那么直线 l 的表达式是 _____.

【答案】 $y = -\frac{2}{3}x$

【解析】

【分析】 根据“上加下减”的平移法则即可解决问题.

【详解】 解: $\because$ 直线 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 是由直线 $l: y = kx + b$ (k, b 是常数) 向下平移 2 个单位得到的,

$\therefore$ 直线 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 向上平移 2 个单位得到直线 $l: y = kx + b$.

$$\therefore \text{直线 } l: y = -\frac{2}{3}x - 2 + 2 = -\frac{2}{3}x.$$

11. 等腰三角形的周长为 20cm，设腰长为 x cm，底边长为 y cm，那么 y 与 x 之间的函数解析式是_____，其中自变量 x 的取值范围是_____.

【答案】 ①. $y = 20 - 2x$ ②. $5\text{cm} < x < 10\text{cm}$

【解析】

【分析】根据周长的定义即可列出函数关系式，再根据三角形三边的关系确定 x 的取值范围即可.

【详解】 $\because$ 等腰三角形的腰长为 x cm，底边长为 y cm，周长为 20cm，

$$\therefore 2x + y = 20,$$

$$\therefore y = -2x + 20,$$

$$\therefore y > 0,$$

$$\therefore -2x + 20 > 0,$$

$$\therefore x < 10,$$

$\because$ 两边之和大于第三边，

$$\therefore x + x > -2x + 20,$$

$$\therefore x > 5,$$

则 x 的取值范围是： $5 < x < 10$.

故答案为： $y = 20 - 2x$ ； $5\text{cm} < x < 10\text{cm}$.

【点睛】本题考查了列函数解析式，等腰三角形的定义，以及三角形三边关系；根据三角形三边关系求得 x 的取值范围是解答本题的关键.

12. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，则 $\triangle ABC$ 的重心 G 到 AB 中点的距离为_____.

【答案】 $\frac{5}{6}$

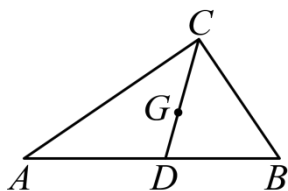
【解析】

【分析】如图， CD 是 $Rt\triangle ABC$ 的斜边上的中线，那么三角形的重心 G 在线段 CD 上，然后利用勾股定理和重心的性质即可求出 $\triangle ABC$ 的重心与斜边 AB 中点之间的距离.

【详解】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5.$$

如图， CD 是 $Rt\triangle ABC$ 的斜边上的中线，



∴ 三角形的重心 G 在线段 CD 上,

$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore GD = \frac{1}{3} CD = \frac{5}{6}.$$

即 $\triangle ABC$ 的重心与斜边 AB 中点之间的距离等于 $\frac{5}{6}$.

13. 已知: 点 $A(-1, a)$ 、 $B(1, b)$ 在函数 $y = -2x + m$ 的图象上, 则 a _____ b (在横线上填写“>”或“=”或“<”).

【答案】>

【解析】

【分析】根据一次函数 $y = kx + b$ 的性质, 当 $k < 0$ 时, y 将随 x 的增大而减小, 即可得出 a, b 的大小关系即可.

【详解】解: $\because k = -2 < 0$,

$\therefore y$ 将随 x 的增大而减小,

$$\because -1 < 1,$$

$$\therefore a > b.$$

故答案为: >.

【点睛】此题主要考查了一次函数的增减性, 比较简单. 解答此题的关键是熟知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的增减性, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

14. 若直线 $y = (k+2)x + k+3$ (k 是常数) 的图像不经过第三象限, 则 k 的取值范围为_____.

【答案】 $-3 \leq k \leq -2$

【解析】

【分析】根据直线 $y = (k+2)x + k+3$ (k 是常数) 的图像不经过第三象限, 得到直线经过第一、二象限或第二、四象限或第一、二、四象限, 则 $k+2 \leq 0$, $k+3 \geq 0$, 解不等式组即可得到 k 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 直线 $y = (k+2)x + k+3$ (k 是常数) 的图像不经过第三象限,

$\therefore$ 直线经过第一、二象限或第二、四象限或第一、二、四象限,

$$\therefore \begin{cases} k+2 \leq 0 \\ k+3 \geq 0 \end{cases},$$

解得 $-3 \leq k \leq -2$.

15. 已知一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数), 当自变量 x 的取值范围是 $1 \leq x \leq 2$ 时, 函数值 y 的取值范围是 $4 \leq y \leq 6$, 那么该一次函数的表达式是_____.

【答案】 $y = 2x + 2$ 或 $y = -2x + 8$

【解析】

【分析】 分两种情况讨论① $k > 0$, ② $k < 0$, 待定系数法求出函数解析式即可.

【详解】解: ①当 $k > 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数), y 随 x 增大而增大, 函数必过 $(1, 4), (2, 6)$,

$$\text{则} \begin{cases} k + b = 4 \\ 2k + b = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 2 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$\therefore$ 该一次函数的表达式是 $y = 2x + 2$.

②当 $k < 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数), y 随 x 增大而减小, 函数必过 $(1, 6), (2, 4)$, 则

$$\begin{cases} k + b = 6 \\ 2k + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 8 \end{cases}.$$

$\therefore$ 该一次函数的表达式是 $y = -2x + 8$.

综上所述, 该一次函数的表达式是 $y = 2x + 2$ 或 $y = -2x + 8$.

16. 若矩形的一个角的平分线分一边为 4cm 和 3cm 的两部分, 则矩形的周长为_____.

【答案】 20cm 或 22cm

【解析】

【分析】 分两种情况解答: 即矩形的一个角的平分线分一边为 4cm 和 3cm, 或者矩形的角平分线分一边为 3cm 和 4cm.

【详解】 如图所示, 由四边形 $ABCD$ 是矩形, 则 $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle AEB = \angle CBE$;

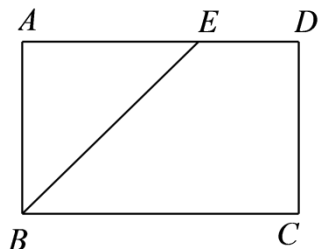
$\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABE = \angle CBE$,

$\therefore \angle AEB = \angle ABE$,

$\therefore AB = AE$;

当矩形的一个角的平分线分一边为 4cm 和 3cm 时, 则 $AB = AE = 4\text{cm}$, $DE = 3\text{cm}$,



矩形的周长为 $2 \times (3 + 4) + 2 \times 4 = 22(\text{cm})$;

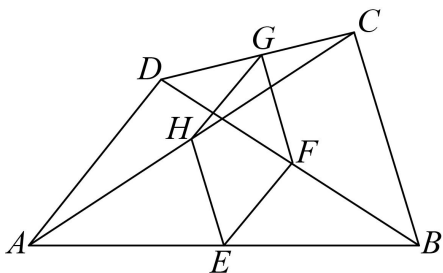
当矩形的角平分分一边为 3cm 和 4cm 时, 则 $AB = AE = 3\text{cm}$, $DE = 4\text{cm}$,

矩形的周长为 $2 \times (3 + 4) + 2 \times 3 = 20(\text{cm})$.

故答案为: 20 或 22.

【点睛】 本题考查了矩形的性质及等腰三角形的判定, 矩形的周长, 分类讨论是关键.

17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BD, CD, AC 的中点, 要使四边形 $EFGH$ 是菱形, 四边形 $ABCD$ 还应满足的一个条件是_____.



【答案】 $AD = BC$

【解析】

【分析】 菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法: ①定义; ②四边相等; ③对角线互相垂直平分. 据此四边形 $ABCD$ 还应满足的一个条件是 $AD = BC$ 等. 答案不唯一.

【详解】 解: 条件是 $AD = BC$.

$\therefore EH, GF$ 分别是 $\triangle ABC, \triangle BCD$ 的中位线,

$\therefore EH \parallel BC, EH = \frac{1}{2}BC, GF \parallel BC, GF = \frac{1}{2}BC,$

$$\therefore EH \parallel GF, EH = GF,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

$\because HG$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

$$\therefore HG = \frac{1}{2} AD,$$

$$\because AD = BC,$$

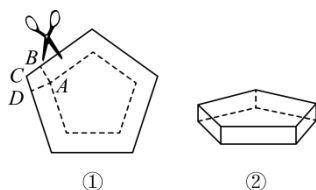
$$\therefore EH = HG,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形.

故答案为: $AD = BC$

【点睛】此题主要考查三角形的中位线定理和菱形的判定, 正确理解三角形的中位线的性质及菱形的判定定理是解题的关键.

18. 将一块正五边形纸片 (图①) 做成一个底面仍为正五边形且高相等的无盖纸盒 (侧面均垂直于底面, 见图②), 需在每一个顶点处剪去一个四边形, 例如图①中的四边形 $ABCD$, 则 $\angle BAD$ 的大小是_____度.



【答案】 72.

【解析】

【分析】由于以 A 为顶点的一个周角是 360° , 根据 $\angle BAD = 360^\circ - \text{正五边形的一个角的度数} - \text{矩形的一个内角的度数} \times 2$ 作答.

【详解】解: $\because$ 一个无盖的直五棱柱的侧面是矩形,

$\therefore$ 每一个内角都是 90° ,

又 $\because$ 正五边形的每个角的度数为 $\frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$,

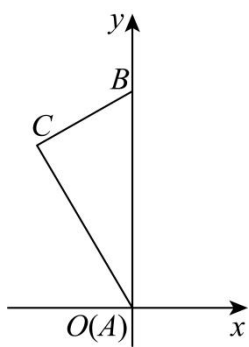
$$\therefore \angle BAD = 360^\circ - 108^\circ - 90^\circ \times 2 = 72^\circ.$$

故答案为 72.

【点睛】本题考查多边形内角与外角.

19. 如图, 直角三角形的斜边 AB 在 y 轴的正半轴上, 点 A 与原点重合, 点 B 的坐标是 $(0, 4)$, 且

$\angle BAC = 30^\circ$. 若将 $\triangle ABC$ 绕着点 O 旋转 30° 后, 点 B 和点 C 分别落在点 E 和点 F 处, 那么直线 EF 的表达式是_____.



【答案】 $y = 2\sqrt{3}$ 或 $y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$

【解析】

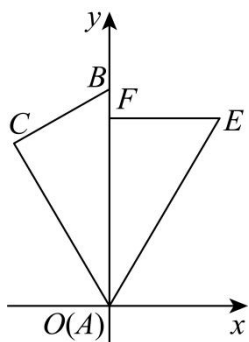
【分析】 先根据旋转的方向确定点 E 和点 F 的坐标，再利用待定系数法即可求得结论.

【详解】 解： $\because$ 直角三角形中点 B 的坐标是 $(0, 4)$ ，且 $\angle BAC = 30^\circ$ ，

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2, \quad AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

当顺时针旋转 30° 后，如图，

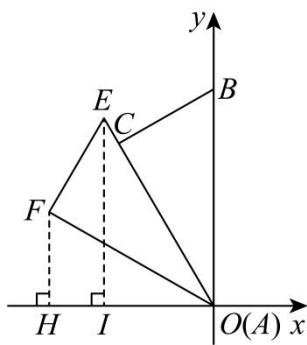


$$\therefore AF = AC = 2\sqrt{3}, EF = BC = 2, \angle AFE = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{点 } F(0, 2\sqrt{3}), \quad E(2, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore \text{直线 } EF \text{ 的解析式是 } y = 2\sqrt{3};$$

当逆时针旋转 30° 后，如图，



$$\therefore AF = AC = 2\sqrt{3}, AE = AB = 4, \angle EAF = \angle BAC = 30^\circ,$$

过点 F 作 $FH \perp x$ 轴交 x 轴于点 H ，过点 E 作 $EI \perp x$ 轴交 x 轴于点 I ，

$$\therefore EI \parallel y \text{ 轴}, \angle FOH = 30^\circ,$$

在直角三角形 AIE 中， $AE = 4, \angle AEI = \angle BAC = 30^\circ$ ，

$$\therefore OI = 2, EI = 2\sqrt{3},$$

同理 $FH = \sqrt{3}, OH = 3$ ，

$$\therefore \text{点 } F(-3, \sqrt{3}), E(-2, 2\sqrt{3}),$$

$\therefore$ 设直线 EF 的解析式为 $y = kx + b$ ，

$$\text{则} \begin{cases} 2\sqrt{3} = -2k + b \\ \sqrt{3} = -3k + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = 4\sqrt{3} \end{cases},$$

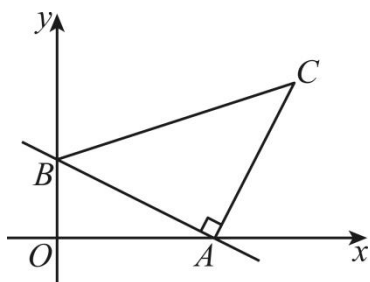
$\therefore$ 直线 EF 的解析式是 $y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$ ，

综上，直线 EF 的解析式是 $y = 2\sqrt{3}$ 或 $y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$ 。

20. 如图，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 和 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B ，以线段 AB 为直角边在第一象限内作等腰

直角 ABC ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，如果在直角坐标平面内有一点 $P\left(a, \frac{1}{2}\right)$ ，且 $\triangle ABP$ 的面积与 ABC 的面积

相等，则 a 的值为_____。



【答案】

-4 或 6

【解析】

【分析】由已知求出 A 、 B 的坐标，根据三角形全等的判定与性质求出点 C 的坐标，由 $\triangle ABP$ 的面积与 ABC 的面积相等，得点 P 在过点 C 且平行于直线 AB 的直线 l_1 上；作点 C 关于直线 AB 的对称点 D ，点 P 在过点 D 且平行于直线 AB 的直线 l_2 上；求出直线 l_1 、 l_2 的解析式，即可求出 a 的值.

【详解】解：在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 中，

令 $x = 0$ ，则 $y = 1$ ，

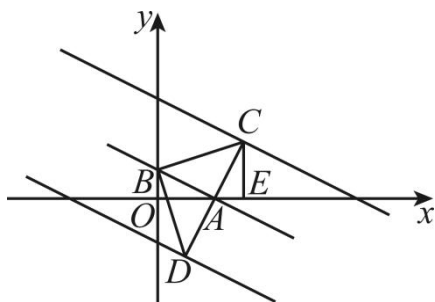
$\therefore B(0, 1)$ ；

令 $y = 0$ ，则 $x = 2$ ，

$\therefore A(2, 0)$.

$\therefore OB = 1$ ， $OA = 2$.

如图，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，



$\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle AEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO + \angle CAE = 90^\circ$ ， $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO = \angle CAE$.

又 $\because AB = AC$ ， $\angle BOA = \angle CEA = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BOA \cong \triangle AEC (AAS)$.

$$\therefore OB = AE = 1, \quad OA = CE = 2.$$

$$\therefore C(3, 2).$$

$\because \triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$\therefore$ 点 P 在过点 C 且平行于直线 AB 的直线 l_1 上.

$$\text{设直线 } l_1 \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + m,$$

$$\text{将点 } C(3, 2) \text{ 代入得, } 2 = -\frac{3}{2} + m, \text{ 解得 } m = \frac{7}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}.$$

$$\text{将点 } P\left(a, \frac{1}{2}\right) \text{ 代入得, } \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}a + \frac{7}{2}, \text{ 解得 } a = 6.$$

作点 C 关于直线 AB 的对称点 D , 则 $D(1, -2)$,

则 $\triangle ABD$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$\therefore$ 点 P 在过点 D 且平行于直线 AB 的直线 l_2 上.

$$\text{设直线 } l_2 \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + n,$$

$$\text{将点 } D(1, -2) \text{ 代入得, } -2 = -\frac{1}{2} + n, \text{ 解得 } n = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

$$\text{将点 } P\left(a, \frac{1}{2}\right) \text{ 代入得, } \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}, \text{ 解得 } a = -4.$$

综上所述, a 的值为 -4 或 6 .

三、简答题:

21. 已知一次函数 $y = (1 - 2m)x + m - 3$ (m 是常数) 图像与 y 轴的交点位于 y 轴负半轴上, 且函数值 y 随自变量 x 的增大而减小.

(1) 该一次函数图像一定经过第_____象限;

(2) 求 m 的取值范围;

(3) 如果该一次函数的图像与坐标轴围成的三角形面积是 2, 求这个一次函数的表达式.

【答案】 (1) 二、三、四

$$(2) \frac{1}{2} < m < 3$$

(3) $y = -x - 2$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象与性质，因式分解法解一元二次方程.

(1) 根据图象的增减性以及与 y 轴的交点的位置的特点直接判断即可；

(2) 根据图象的增减性可以确定一次函数的自变量系数的正负性进而列出一个不等式；再求出 y 轴的交点的坐标，再根据位置特点列出第二个不等式，问题即可得解；

(3) 先求出与坐标轴的交点坐标，再根据 (2) 的结果，结合面积即可列出方程，解方程即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 一次函数图像与 y 轴的交点位于 y 轴负半轴上，

$\therefore$ 该一次函数图像一定经过第三、四象限，

$\therefore$ 该函数值 y 随自变量 x 的增大而减小，

$\therefore$ 该一次函数图像一定经过第二、四象限，

综上：该一次函数图像一定经过第二、三、四象限，

【小问 2 详解】

解： $\because$ 一次函数 $y = (1-2m)x + m - 3$ 的值 y 随自变量 x 的增大而减小，

$$\therefore 1-2m < 0, \text{ 即 } m > \frac{1}{2},$$

当 $x = 0$ 时， $y = m - 3$ ，

$\therefore$ 函数图像与 y 轴的交点为 $(0, m-3)$ ，

$\therefore$ 该函数图像与 y 轴的交点位于 y 轴负半轴上，

$$\therefore m-3 < 0, \text{ 即 } m < 3,$$

综上： $\frac{1}{2} < m < 3$ ；

【小问 3 详解】

解： 当 $y = 0$ 时， 即： $y = (1-2m)x + m - 3 = 0$ ，

$$\text{则有： } x = \frac{m-3}{2m-1},$$

$\therefore$ 函数图像与 x 轴的交点为 $\left(\frac{m-3}{2m-1}, 0\right)$ ，

$$\therefore 1-2m < 0, \text{ 即 } m > \frac{1}{2},$$

当 $x=0$ 时, $y=m-3$,

$$\therefore \frac{1}{2} < m < 3,$$

$$\therefore 1-2m < 0, \quad m-3 < 0,$$

$$\therefore \text{原点与点} \left(\frac{m-3}{2m-1}, 0 \right) \text{的距离为: } \frac{3-m}{2m-1}, \text{ 原点与点 } (0, m-3) \text{ 的距离为: } 3-m,$$

$\therefore$ 该一次函数的图像与坐标轴围成的三角形面积是 2,

$$\therefore \frac{3-m}{2m-1} \times (3-m) \times \frac{1}{2} = 2,$$

$$\text{整理: } m^2 - 14m + 13 = 0,$$

$$\therefore (m-13)(m-1) = 0,$$

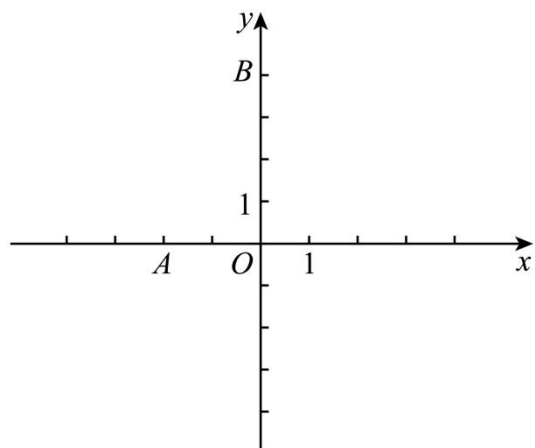
$$\therefore m=1, m=13,$$

$$\therefore \frac{1}{2} < m < 3,$$

$$\therefore m=1, \text{ 即 } y = (1-2 \times 1)x + 1-3 = -x-2,$$

$\therefore$ 一次函数的表达式为: $y = -x - 2$.

22. 已知一次函数图像经过点 $A(-2, 0)$, $B(0, 4)$.



(1) 求这个一次函数的表达式;

(2) 直线 AB 上存在点 P , 使 $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{4} S_{\triangle AOB}$, 求点 P 的坐标;

(3) 点 C 在 x 轴上, 且 ABC 是以 AB 为腰的等腰三角形, 直接写出点 C 坐标.

【答案】 (1) $y = 2x + 4$

$$(2) P\left(-\frac{3}{2}, 1\right) \text{ 或 } P\left(-\frac{5}{2}, -1\right)$$

$$(3) \left(-2-2\sqrt{5}, 0\right) \text{ 或 } \left(-2+2\sqrt{5}, 0\right) \text{ 或 } (2, 0)$$

【解析】

【分析】(1) 设出一次函数解析式，将点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(0, 4)$ 代入解析式，求出 k 和 b ，从而得到一次函数解析式；

(2) 根据点 P 在直线 AB 上，设出点 P 的坐标，再根据 $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{4} S_{\triangle AOB}$ ，求出点 P 的坐标；

(3) 根据点 C 在 x 轴上设出 C 点坐标，分类讨论以 AB 为腰的等腰三角形 ABC 的两种情况，求出对应的点 C 坐标.

【小问 1 详解】

解：设一次函数的表达式为 $y = kx + b$ ，将 $A(-2, 0)$ 、 $B(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$ 得 $\begin{cases} -2k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k = 2 \\ b = 4 \end{cases}$ ，

$$\therefore y = 2x + 4.$$

【小问 2 详解】

解：设点 $P(x, 2x + 4)$ ，

$$\because S_{\triangle AOP} = \frac{1}{4} S_{\triangle AOB},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AO \times |y_p| = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} AO \times OB,$$

$$\therefore |y_p| = \frac{1}{4} OB,$$

$$\because y_p = 2x + 4, \quad OB = 4,$$

$$\therefore |2x + 4| = \frac{1}{4} \times 4,$$

$$\text{即 } |2x + 4| = 1,$$

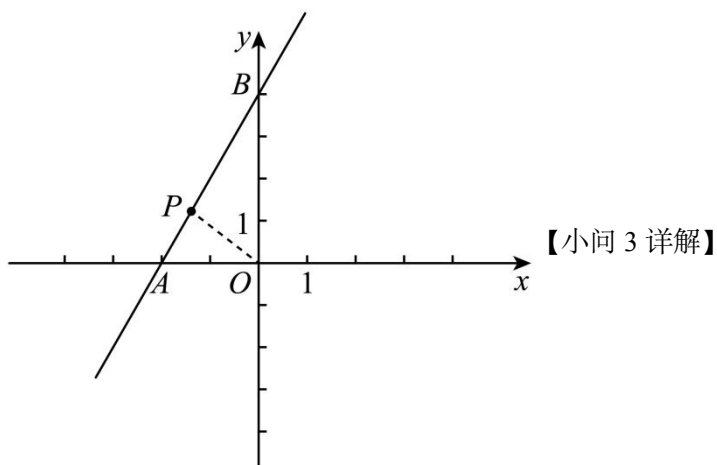
$$2x + 4 = \pm 1,$$

$$\text{解得 } x = -\frac{3}{2} \text{ 或 } x = -\frac{5}{2},$$

$$\text{当 } x = -\frac{3}{2} \text{ 时, } 2x + 4 = 1;$$

$$\text{当 } x = -\frac{5}{2} \text{ 时, } 2x + 4 = -1,$$

$$\therefore \text{点 } P\left(-\frac{3}{2}, 1\right) \text{ 或 } P\left(-\frac{5}{2}, -1\right).$$



解：∵点 C 在 x 轴上，

∴设 $C(m, 0)$ ，

∵ $\triangle ABC$ 是以 AB 为腰的等腰三角形，

∴分两种情况： $AB = AC$ 或 $AB = BC$ ，

当 $AB = AC$ 时，在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中， $AO = 2$ ， $BO = 4$ ，

根据勾股定理得 $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，

∴ $AC = 2\sqrt{5}$ ，

∵点 C 可能在 A 点左侧，也可能在 A 点右侧，

∴点 C 的横坐标 $m = -2 - 2\sqrt{5}$ 或 $m = -2 + 2\sqrt{5}$ ，

∴ $C(-2 - 2\sqrt{5}, 0)$ 或 $C(-2 + 2\sqrt{5}, 0)$ ；

当 $AB = BC$ 时，在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 和 $\text{Rt}\triangle CBO$ 中， $\begin{cases} BA = BC \\ BO = BO \end{cases}$ ， ∴ $\text{Rt}\triangle ABO \cong \text{Rt}\triangle CBO (HL)$ ，

∴ $AO = CO$ ，

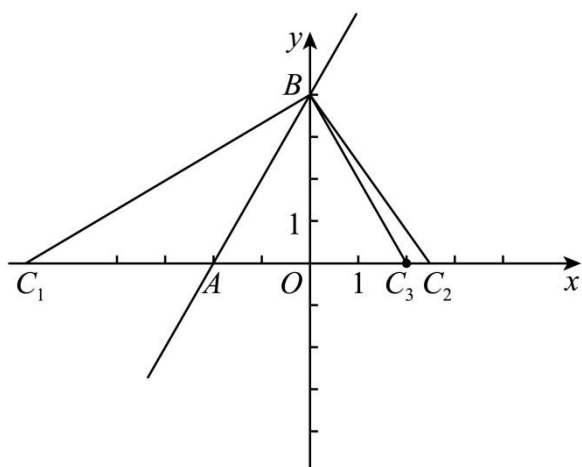
∴ $|m| = 2$ ，

∴ $m = \pm 2$ ，

当 $m = -2$ 时，点 A 和点 C 重合，不符合题意，

∴ $m = 2$ ，

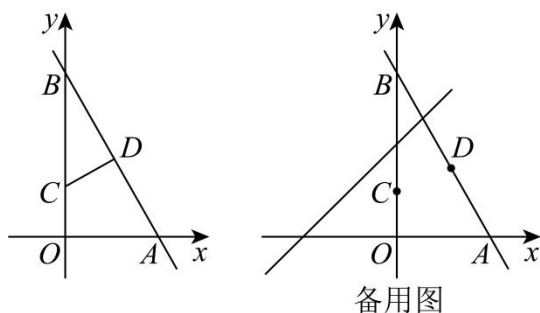
∴ $C(2, 0)$ 。



综上，点 C 的坐标为 $(-2-2\sqrt{5}, 0)$ 或 $(-2+2\sqrt{5}, 0)$ 或 $(2, 0)$ 。

【点睛】本题考查了待定系数法求函数解析式、由三角形面积求点的坐标、等腰三角形的性质，解题关键是分类讨论和数形结合。

23. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B ，点 D 是线段 AB 的中点，点 $C(0, 2\sqrt{3})$ ，点 E 为 x 轴上一动点。



- (1) 直接写出点 A 、 B 、 D 的坐标；
- (2) 联结 CE 、 DE ，以 CE 、 DE 为边作 $\square CEDF$ ， $\square CEDF$ 的顶点 F 恰好落在 y 轴上，求点 F 的坐标；
- (3) 设点 M 是直线 $y = x + 4\sqrt{3}$ 上一点，若以 C 、 D 、 E 、 M 为顶点的四边形为平行四边形，请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标。

【答案】(1) $A(6, 0)$ ， $B(0, 6\sqrt{3})$ ， $D(3, 3\sqrt{3})$ ；

(2) 点 F 的坐标为 $(0, 5\sqrt{3})$ ；

(3) 符合条件的点 M 的坐标为 $(-3\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 或 $(-5\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 或 $(\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$ 。

【解析】

【分析】(1) 根据题意求解即可；

(2) 由于以 CE 、 DE 为边的四边形为平行四边形，利用平行四边形的性质，对角线互相平分，建立方程求

$$\therefore D(3, 3\sqrt{3}), C(0, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore CD \text{ 的中点坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\sqrt{3} \right),$$

$\therefore$ 点 M 在直线 $y = x + 4\sqrt{3}$ 的图象上,

$$\text{设 } M(m, m + 4\sqrt{3}), E(x, 0),$$

$$\therefore ME \text{ 中点坐标为 } \left(\frac{m+x}{2}, \frac{m+4\sqrt{3}}{2} \right),$$

$\therefore CD, ME$ 为平行四边形的对角线,

$$\therefore \frac{m+x}{2} = \frac{3}{2}, \quad \frac{m+4\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{3},$$

$$\therefore m = \sqrt{3}, x = 3 - m = 3 - \sqrt{3},$$

$$\text{即 } M(\sqrt{3}, 5\sqrt{3});$$

第二种情况: CD 为平行四边形的边, 则 EM 也为边,

即 $CD \parallel EM, CD = EM$,

$$\therefore D(3, 3\sqrt{3}), C(0, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore CD = \sqrt{(3-0)^2 + (3\sqrt{3}-2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3},$$

设直线 CD 的表达式为 $y = kx + 2\sqrt{3}$,

$$\text{把 } D(3, 3\sqrt{3}) \text{ 代入得, } 3\sqrt{3} = 3k + 2\sqrt{3},$$

$$\text{解得, } k = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{直线 } EM \text{ 的表达式可设为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + n,$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = -\sqrt{3}n,$$

$$\therefore E(-\sqrt{3}n, 0),$$

$$\text{设 } M(m, m + 4\sqrt{3}),$$

$$\therefore EM^2 = (m + \sqrt{3}n)^2 + (m + 4\sqrt{3})^2 = CD^2 = 12 \quad \text{①},$$

又点 M 在直线 EM 的图象上,

$$\therefore m + 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}m + n \text{ ②},$$

由①②有 $m = -3\sqrt{3}$ 或 $m = -5\sqrt{3}$,

$$\therefore M_1(-3\sqrt{3}, \sqrt{3}), M_2(-5\sqrt{3}, -\sqrt{3}),$$

故符合条件的点 M 的坐标为 $(-3\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 或 $(-5\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 或 $(\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$.