

2025 学年第二学期八年级数学学科第二阶段命题指导研修试卷

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、单选题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 函数① $y = kx + b$; ② $y = 3x$; ③ $y = -\frac{2}{x}$; ④ $y = \frac{1}{3}x + 3$; ⑤ $y = x^2 - 2x + 1$, 其中是一次函数的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【详解】解: 逐一判断各函数:

① $y = kx + b$ 中未说明 $k \neq 0$, 因此不一定是一次函数;

② $y = 3x$, 符合 $y = kx + b$ ($k = 3 \neq 0$, $b = 0$) 的形式, 是一次函数;

③ $y = -\frac{2}{x}$ 的自变量在分母上, 不符合一次函数定义, 不是一次函数;

④ $y = \frac{1}{3}x + 3$, 符合 $y = kx + b$ ($k = \frac{1}{3} \neq 0$, $b = 3$) 的形式, 是一次函数;

⑤ $y = x^2 - 2x + 1$ 中自变量 x 的最高次数为 2, 不是一次函数;

综上, 一次函数共有 2 个.

2. 在无人机表演中, 无人机群由初始位置整体平移至新位置. 若点 $A(5, 2)$ 平移后的对应点为 $A'(2, -2)$, 则点 $B(-3, 4)$ 平移后的对应点 B' 的坐标是 ()



- A. $(0, 8)$ B. $(-6, 0)$ C. $(-7, 1)$ D. $(0, 0)$

【答案】B

【解析】

【分析】首先根据点 $A(5, 2)$ 平移后的对应点为 $A'(2, -2)$, 得出平移的方式, 再根据平移的规律, 即可得出答案.

【详解】解: $\because$ 点 $A(5, 2)$ 平移后的对应点为 $A'(2, -2)$,

$\therefore$ 平移方式为向左平移 3 个单位, 向下平移 4 个单位,

∴ 点 $B(-3, 4)$ 平移后的对应点 B' 的坐标是 $B'(-6, 0)$.

3. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、二、四象限, 那么直线 $y = bx + k$ 经过 ().

A. 第二、三、四象限

B. 第一、二、三象限

C. 第一、二、四象限

D. 第一、三、四象限

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质.

由原函数图像经过的象限确定 k 和 b 的符号, 从而判断新直线经过的象限.

【详解】 解: ∵ 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、二、四象限,

∴ $k < 0$, $b > 0$,

∴ $y = bx + k$ 经过第一、三、四象限.

故选: D.

4. 一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍, 则这个多边形是 ()

A. 四边形

B. 五边形

C. 六边形

D. 七边形

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了多边形的内角和与外角和的问题. 设这个多边形的边数是 n , 根据“一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍”, 列出方程, 即可求解.

【详解】 解: 设这个多边形的边数是 n , 根据题意得:

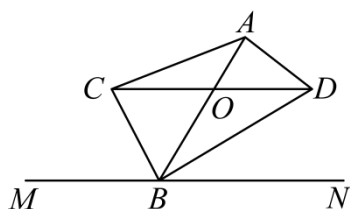
$$(n - 2) \times 180^\circ = 2 \times 360^\circ,$$

解得: $n = 6$,

即这个多边形是六边形.

故选: C

5. 如图所示, 线段 AB 的端点 B 在直线 MN 上, 过线段 AB 上的一点 O 作 MN 的平行线, 分别交 $\angle ABM$ 和 $\angle ABN$ 的平分线于点 C , D , 连接 AC , AD , 要使四边形 $ACBD$ 为矩形, 则可添加下列条件中的 ()



- A. $\angle CBD = 90^\circ$ B. $CO = OD$ C. $CD = AB$ D. $AC = AD$

【答案】C

【解析】

【分析】首先根据角平分线和平行线的性质证得 $OC = OB = OD$ ，再结合矩形的判定定理对各个选项进行分析即可.

【详解】解： $\because CD \parallel MN$ ，

$$\therefore \angle OCB = \angle CBM, \angle ODB = \angle DBN,$$

$$\because BC \text{ 平分 } \angle ABM, BD \text{ 平分 } \angle ABN,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle CBM, \angle OBD = \angle DBN,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC, \angle ODB = \angle OBD,$$

$$\therefore OC = OB, OD = OB,$$

$$\therefore OC = OD = OB.$$

A. $\angle CBD = 90^\circ$ 无法判断四边形 $ACBD$ 为矩形;

B. 已知条件, 无法判断四边形 $ACBD$ 为矩形;

C. 若添加条件 $CD = AB$,

$$\because CD = OC + OD = 2OB,$$

$$\therefore AB = 2OB, \text{ 即 } O \text{ 为 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore OA = OB,$$

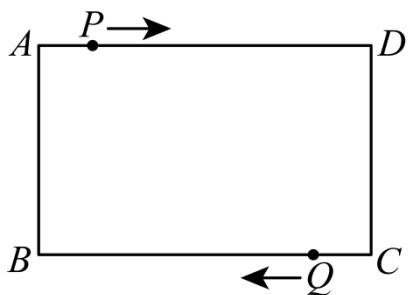
$\therefore$ 四边形 $ACBD$ 是矩形 (对角线互相平分且相等的四边形是矩形);

D. $AC = AD$ 无法判断四边形 $ACBD$ 为矩形.

6. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, AD = 6, P, Q$ 分别是边 AD, BC 上的动点, 点 P 从 A 出发到 D 停止运动, 点 Q 从 C 出发到 B 停止运动, 若 P, Q 两点以相同的速度同时出发, 匀速运动. 下面四个结论中:

①存在四边形 $APCQ$ 是矩形; ②存在四边形 $APCQ$ 是菱形; ③存在四边形 $APQB$ 是矩形; ④存在四边形

$APQB$ 是正方形. 所有正确结论的序号是 ()



A. ①②③

B. ①②④

C. ②③④

D. ①③④

【答案】A

【解析】

【分析】设 P, Q 两点速度为每秒 1 个单位长度，则 $AP = CQ = t$ ， $0 \leq t \leq 6$ ，由题意可得四边形 $APCQ$ 是平行四边形，再利用矩形，菱形，正方形的性质分别进行求解即可。

【详解】解：设 P, Q 两点速度为每秒 1 个单位长度，则 $AP = CQ = t$ ， $0 \leq t \leq 6$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB = 4, AD = 6$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $BQ = 6 - t$ ，

$\therefore$ 四边形 $APCQ$ 是平行四边形，

当 $t = 6$ 时，点 P 与点 D 重合，点 Q 与点 C 重合，此时四边形 $APCQ$ 是矩形，故①正确；

当四边形 $APCQ$ 是菱形时， $AP = AQ$ ，

则 $AQ = \sqrt{AB^2 + BQ^2} = \sqrt{4^2 + (6-t)^2} = AP = t$ ，解得： $t = \frac{13}{3}$ ，符合题意，

即：当 $t = \frac{13}{3}$ 时，四边形 $APCQ$ 是菱形，故②正确；

当四边形 $APQB$ 是矩形时， $AP = BQ$ ，则 $t = 6 - t$ ，解得 $t = 3$ ，

即：当 $t = 3$ 时，四边形 $APQB$ 是矩形，故③正确；

当四边形 $APQB$ 是正方形时， $AP = BQ = AB$ ，

则 $AP = t = BQ = 6 - t$ ，解得 $t = 3$ ，但此时 $AP = BQ = 3 \neq AB$ ，不符合题意，故④不正确，

综上，正确的有①②③，

故选：A.

【点睛】本题考查动点问题，特殊四边形的存在问题，特殊四边形的性质等知识点，理解并熟练掌握相关图象的性质是解决问题的关键。

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 直线 $y = -4 - 3x$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】 将 $x = 0$ 代入直线解析式求出 y 的值, 即可得到答案.

【详解】 解: 直线解析式整理为 $y = -3x - 4$,

令 $x = 0$,

得 $y = -4$,

$\therefore$ 直线 $y = -4 - 3x$ 在 y 轴上的截距是 -4 .

8. 若函数 $y = (m - 2)x^{m^2 - 3}$ 是正比例函数, 则 m 的值是_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题主要考查了正比例函数的定义, 关键是掌握①正比例系数不等于零, ②自变量次数为 1.

根据正比例函数的定义, 令 $m^2 - 3 = 1$, 且 $m - 2 \neq 0$ 求出即可.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = (m - 2)x^{m^2 - 3}$ 是正比例函数,

$\therefore m^2 - 3 = 1$, 且 $m - 2 \neq 0$,

$\therefore m = \pm 2$, 且 $m \neq 2$,

$\therefore m = -2$.

故答案为: -2 .

9. 若点 $A(m, 3)$ 与点 $B(1, n)$ 关于 y 轴对称, 则 $m - n$ 的值为_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】 先根据关于 y 轴对称的点的坐标特征求出 m 和 n 的值, 再代入代数式计算即可.

【详解】 解: 根据关于 y 轴对称的点的坐标特征: 关于 y 轴对称的两点, 纵坐标相等, 横坐标互为相反数.

$\because$ 点 $A(m, 3)$ 与点 $B(1, n)$ 关于 y 轴对称,

$\therefore m = -1$, $n = 3$,

将 $m = -1$, $n = 3$ 代入 $m - n$ 得: $m - n = -1 - 3 = -4$.

10. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中两个变量 x, y 的部分对应值如下表所示: 那么关于 x 的不等式 $kx + b \geq 7$

的解集是_____.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	9	7	5	3	1	...

【答案】 $x \leq -3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数图像的性质和一次函数与一元一次不等式的关系，解题的关键是先根据表格得到 y 随 x 的增大而减小，再根据一次函数的图象得到答案即可；

【详解】 解：由表格可知： y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore kx + b \geq 7,$$

相当于函数值大于等于 7，

$$\therefore x \leq -3,$$

故答案为 $x \leq -3$

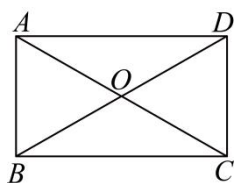
11. 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 对角线 AC 、 BD 交于点 O . 若 $\angle BOC = 120^\circ$, $AB = 4$, 则 $AD =$ _____.

【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 由已知可得四边形 $ABCD$ 为矩形，得到 $OB = OC$ ，进而得到 $\angle ACB = 30^\circ$ ，得 $AC = 2AB = 8$ ，再利用勾股定理求出 BC 即可求解.

【详解】 解：如图，



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC, OB = OD = \frac{1}{2}BD, AC = BD, AD = BC,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\because \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore AC = 2AB = 2 \times 4 = 8,$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AD = BC = 4\sqrt{3}.$$

12. 已知一次函数 $y = kx - 4$ ，当 $-1 \leq x \leq 4$ 时， y 的最大值为 5，则 k 的值为_____.

【答案】 $\frac{9}{4}$ 或 -9

【解析】

【分析】先根据一次函数的定义确定 $k \neq 0$ ，根据 k 的正负分类讨论，确定最大值对应的自变量取值，列方程求解即可.

【详解】解： $\because y = kx - 4$ 是一次函数，

$$\therefore k \neq 0,$$

①当 $k > 0$ 时，一次函数 y 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $-1 \leq x \leq 4$ 时， y 的最大值在 $x = 4$ 处取得，

$$\text{代入得 } 4k - 4 = 5,$$

$$\text{解得 } k = \frac{9}{4};$$

②当 $k < 0$ 时，一次函数 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $-1 \leq x \leq 4$ 时， y 的最大值在 $x = -1$ 处取得，

$$\text{代入得 } -k - 4 = 5,$$

$$\text{解得 } k = -9,$$

则 k 的值为 $\frac{9}{4}$ 或 -9 .

13. 若直线 $y = 2x - m$ 向下平移 3 个单位长度后经过点 $(2, 0)$ ，则 m 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

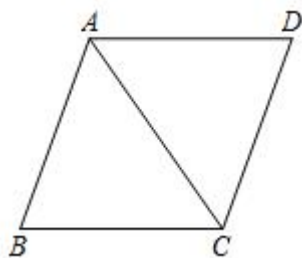
【分析】先求出平移后的函数解析式，再代入已知点的坐标计算即可得到 m 的值.

【详解】解：由平移规律可得，直线 $y = 2x - m$ 向下平移 3 个单位长度后的解析式为： $y = 2x - m - 3$ ，

平移后的直线经过点 $(2,0)$ ，将点 $(2,0)$ 代入解析式得： $0 = 2 \times 2 - m - 3$ ，

解得 $m = 1$ 。

14. 两个三角形重心之间的距离称为两个三角形的“重心距”，如图，在菱形 $ABCD$ 中，边 $AB = 10$ ，对角线 $AC = 12$ ，那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 的“重心距”为_____。

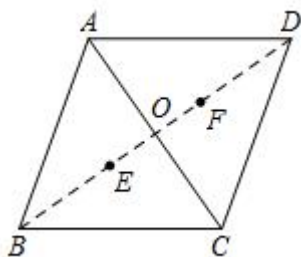


【答案】 $\frac{16}{3}$

【解析】

【分析】连接 BD ， BD 与 AC 交于点 O ，设点 E 为 $\triangle ABC$ 的重心，点 F 为 $\triangle ADC$ 的重心，利用菱形的性质和勾股定理求得 OB ， OD 的长，利用三角形的重心的性质求得 OE ， OF 的长，再利用“重心距”的定义解答即可。

【详解】解：连接 BD ， BD 与 AC 交于点 O ，设点 E 为 $\triangle ABC$ 的重心，点 F 为 $\triangle ADC$ 的重心，如图，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$$\therefore AC \perp BD, \quad OA = OC = \frac{1}{2}AC = 6, \quad OB = OD.$$

$$\therefore OB = OD = \sqrt{AB^2 - OA^2} = 8.$$

$\because$ 点 E 为 $\triangle ABC$ 的重心，点 F 为 $\triangle ADC$ 的重心，

$$\therefore OE = \frac{1}{3}OB = \frac{8}{3}, \quad OF = \frac{1}{3}OD = \frac{8}{3}.$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 与 } \triangle ADC \text{ 的“重心距”为: } OE + OF = \frac{16}{3}.$$

故答案为： $\frac{16}{3}$ 。

【点睛】本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，三角形的重心的性质，利用菱形的性质和勾股定理求得 OB ，

OD 的长是解题的关键.

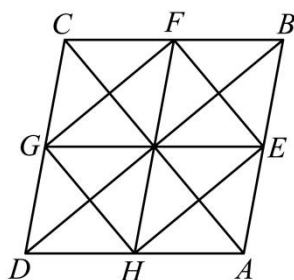
15. 我们把顺次连接四边形四条边的中点所得的四边形叫中点四边形. 现有一个对角线分别为 10cm 和 12cm 的菱形, 它的中点四边形的两条对角线长之和为 _____ cm .

【答案】 $2\sqrt{61}$

【解析】

【分析】 本题考查菱形的性质, 三角形中位线定理, 矩形的判定与性质, 勾股定理, 解题关键是判断中点四边形的形状, 利用相关定理计算对角线长度.

【详解】 解: 如图所示,



$\because$ 菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC = 10\text{cm}$, $BD = 12\text{cm}$,

且 E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点,

$\therefore EF \parallel AC$, $GH \parallel AC$, $GH = EF = \frac{1}{2}AC = 5\text{cm}$, $EH \parallel BD$, $EH = \frac{1}{2}BD = 6\text{cm}$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$,

$\therefore EF \perp EH$,

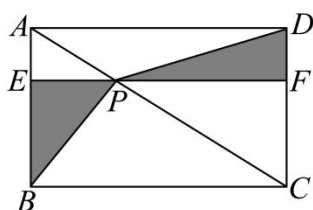
$\therefore$ 平行四边形 $EFGH$ 是矩形,

$\therefore GE = FH$, $\angle FEH = 90^\circ$,

$\therefore GE = FH = \sqrt{EF^2 + EH^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}\text{cm}$,

$\therefore$ 两条对角线长之和为 $\sqrt{61} + \sqrt{61} = 2\sqrt{61}\text{cm}$.

16. 如图, 点 P 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点, 过点 P 作 $EF \parallel BC$, 分别交 AB 、 CD 与 E 、 F , 连接 PB 、 PD . 若 $AE = 1$, $PF = 4$ 则阴影部分的面积为 _____.

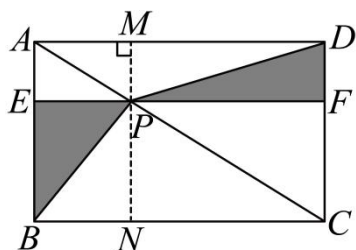


【答案】4

【解析】

【分析】 本题考查矩形的性质、三角形的面积等知识，解题的关键是证明 $S_{\triangle PEB} = S_{\triangle PFD}$. 由矩形的性质可证明 $S_{\triangle PEB} = S_{\triangle PFD}$, 即可求解.

【详解】 解：如图：



解：作 $PM \perp AD$ 于 M ，交 BC 于 N .

$\because EF \parallel BC$ ，且四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore$ 四边形 $AEPM$ ，四边形 $DFPM$ ，四边形 $CFPN$ ，四边形 $BEPN$ 都是矩形，

$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABC}$ ， $S_{\triangle AMP} = S_{\triangle AEP}$ ， $S_{\triangle PBE} = S_{\triangle PBN}$ ， $S_{\triangle PFD} = S_{\triangle PDM}$ ， $S_{\triangle PFC} = S_{\triangle PCN}$ ，

$\therefore AE = 1, PF = 4$

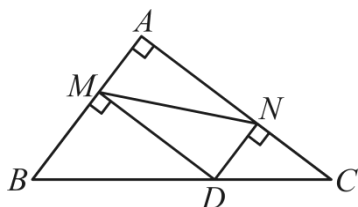
$\therefore DF = MP = AE = 1$

$\therefore S_{\triangle DFP} = S_{\triangle PBE} = 4 \times 1 \times \frac{1}{2} = 2$

$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle DFP} + S_{\triangle PBE} = 4$

故答案为：4.

17. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，且 $BA = 3$ ， $AC = 6$ ，点 D 是斜边 BC 上的一个动点，过点 D 分别作 $DM \perp AB$ 于点 M ， $DN \perp AC$ 于点 N ，连接 MN ，则线段 MN 的最小值为_____.

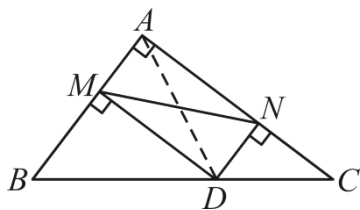


【答案】 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

【解析】

【分析】 连接 AD ，根据勾股定理求出 BC 的长，再证明四边形 $DMAN$ 是矩形，可得 $MN = AD$ ，根据垂线段最短和三角形面积即可解决问题.

【详解】解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，且 $AB = 3$ ， $AC = 6$ ，如图，连接 AD ，



由勾股定理得： $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ ，

$\therefore DM \perp AB, DN \perp AC$ ，

$\therefore \angle DMA = \angle DNA = \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $DMAN$ 是矩形，

$\therefore MN = AD$ ，

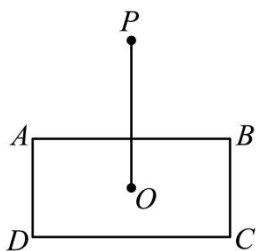
$\therefore$ 当 $AD \perp BC$ 时， AD 的值最小，

此时， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times AD = \frac{1}{2}AB \times AC$ ，

$\therefore AD = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 6}{3\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ ，

$\therefore MN$ 的最小值为 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 。

18. 我们给出如下定义：在平面内，点到图形的距离是指这个点到图形上所有点的距离的最小值。在平面内有一个矩形 $ABCD$ ， $AB = 2$ ， $AD = 1$ ，中心为 O ，在矩形外有一点 P ， $OP = \frac{3}{2}$ ，当矩形绕着点 O 旋转时，则点 P 到矩形的距离 d 的取值范围为_____。



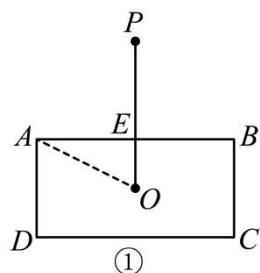
【答案】 $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \leq d \leq 1$

【解析】

【分析】 本题考查了矩形的性质，旋转的性质，勾股定理等知识，由题意得出 d 最大、最小时点 P 的位置是关键；由题意及矩形的性质知， OP 过矩形的两条长边的中点时， d 最大； OP 过矩形的顶点时， d 最小，分别求出这两个最大值与最小值，即可求出答案。

【详解】解：设 AB 的中点为 E ，点 O 与边 AB 上所有点连线中， OE 最小， OA 最大，此时 $d = PE$ 最大， $d = PA$ 最小；

如图①，连接 OA ；



$\because AB = 2, AD = 1$, 中心为点 O ,

$\therefore AE = 1, OE = \frac{1}{2}, OE \perp AB$,

$\because OP = \frac{3}{2}$,

$\therefore d = PE = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$;

如图②，连接 OE ，

$\because AB = 2, AD = 1$, 中心为点 O ,

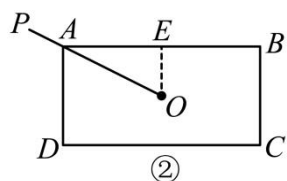
$\therefore AE = 1, OE = \frac{1}{2}, OE \perp AB$,

$\therefore OA = \sqrt{AE^2 + OE^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$;

$\because OP = \frac{3}{2}$,

$\therefore d = PA = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$;

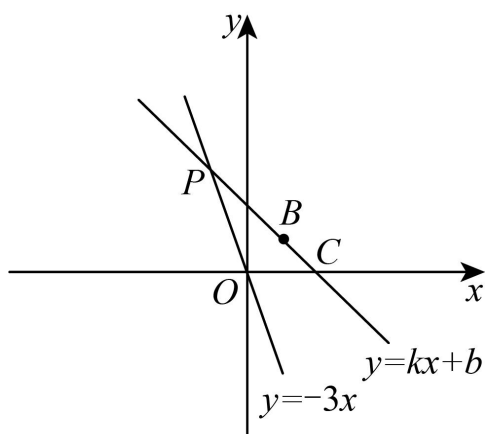
则 d 的取值范围为 $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \leq d \leq 1$;



故答案为: $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \leq d \leq 1$.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 如图所示, $y = kx + b$ 的图象经过点 $B(1, 1)$, 与 x 轴交于点 C , 并与函数 $y = -3x$ 的图象交于点 $P(m, 3)$.



(1) 求 $y = kx + b$ 的函数解析式；

(2) 求 C 到直线 OP 的距离.

【答案】 (1) $y = -x + 2$

(2) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求函数解析式、两点间距离公式以及点到直线的距离：

(1) 先求点 P 的坐标，再用待定系数法求解；

(2) 先求点 C 的坐标，再计算 OP ，利用等面积法求距离.

【小问 1 详解】

解：将 $P(m, 3)$ 代入 $y = -3x$ 中，

得 $-3m = 3$ ，

解得： $m = -1$ ，

$\therefore P(-1, 3)$ ，

将 $P(-1, 3)$ 、 $B(1, 1)$ 代入函数 $y = kx + b$ 中，

得 $\begin{cases} k + b = 1 \\ -k + b = 3 \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} k = -1 \\ b = 2 \end{cases}$ ，

$\therefore y = kx + b$ 的函数解析式 $y = -x + 2$.

【小问 2 详解】

解：令 $y = 0$ ，

得 $-x + 2 = 0$ ，

解得： $x = 2$ ，

$$\therefore C(2,0),$$

$$\therefore OC = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle COP} = \frac{1}{2}OC \times P_y = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3,$$

设 C 到直线 OP 的距离为 a ,

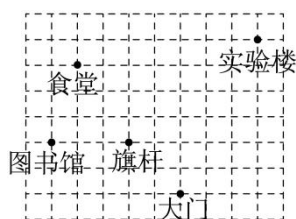
$$\therefore OP = \sqrt{(-1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore S_{\triangle COP} = \frac{1}{2}OP \times a,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times a = 3,$$

$$\text{解得: } a = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

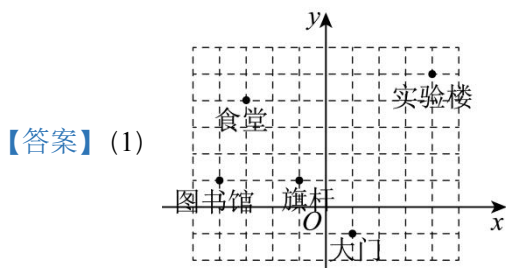
20. 某数学社团的同学们对校园进行了实地调查,作出了如下的平面示意图. 已知旗杆的位置是 $(-1,1)$, 实验楼的位置是 $(4,5)$.



(1) 根据所给条件在图中建立适当的平面直角坐标系;

(2) 用坐标表示位置: 食堂: _____, 大门: _____;

(3) 若 1 个单位长度表示 15m, 则从大门到图书馆的最短距离为 _____ m.



【答案】(1)

(2) $(-3,4)$; $(1,-1)$

(3) $15\sqrt{29}$

【解析】

【分析】(1) 根据旗杆的位置是 $(-1,1)$, 实验楼的位置是 $(4,5)$ 即可确定平面直角坐标系;

(2) 根据平面直角坐标系即可求解;

(3) 根据平面直角坐标系的特点, 确定大门与教学楼之间有几个单位长度, 由此即可求解.

【小问 1 详解】

略;

【小问 2 详解】

解: 根据 (1) 中的平面直角坐标系可得, 食堂 $(-3,4)$, 大门 $(1,-1)$;

【小问 3 详解】

解: 根据 (1) 中的平面直角坐标系可得, 大门的位置是 $(1,-1)$, 图书馆的位置是 $(-4,1)$,

若 1 个单位长度表示 15m, 则从大门到图书馆的最短距离为:

$$15 \times \sqrt{(1+4)^2 + (1+1)^2} = 15\sqrt{29}\text{m}.$$

21. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-3,2)$, $B(1,4)$, 点 C 为 x 轴上一点, 若 $\triangle ABC$ 是以 AB 为腰的等腰三角形, 求满足条件的点 C 的坐标.

【答案】点 C 的坐标为 $(-1,0)$, $(1,0)$, $(3,0)$

【解析】

【分析】运用待定系数法求出直线 AB 的解析式, 利用两点间距离公式求出三角形各边的平方, 设点 C 的坐标为 $(x, 0)$, 根据 AB 为腰分 $AB=AC$ 和 $AB=BC$ 两种情况列方程求解得 x 的值, 代入直线解析式进行验证, 排除三点共线无法构成三角形的情况, 即可得到所有满足条件的点 C 的坐标.

【详解】解: 设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\because A(-3,2), B(1,4),$$

$$\therefore \text{把 } A(-3,2), B(1,4) \text{ 代入解析式得 } \begin{cases} -3k+b=2 \\ k+b=4 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=\frac{7}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2};$$

设点 C 的坐标为 $(x, 0)$,

$$\because A(-3,2), B(1,4),$$

$$\therefore \text{根据勾股定理得, } AB^2 = (1+3)^2 + (4-2)^2 = 16+4=20, \quad AC^2 = (x+3)^2 + (0-2)^2 = x^2 +$$

$$6x+13, \quad BC^2 = (x-1)^2 + (0-4)^2 = x^2 - 2x + 17,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是以 AB 为腰的等腰三角形, 分两种情况讨论:

$$\textcircled{1} \text{ 当 } AB=AC \text{ 时, } AB^2=AC^2, \text{ 即 } 20=x^2+6x+13,$$

$$\text{整理得 } x^2+6x-7=0,$$

$$\text{解得 } x_1=1, x_2=-7,$$

∴ 点 C 的坐标为 $(1,0)$ 或 $(-7,0)$

当 $x=1$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{7}{2} = 4 \neq 0$, 即 $(1,0)$ 不在直线 AB 上, 能构成等腰三角形;

当 $x=-7$ 时, $y = \frac{1}{2} \times (-7) + \frac{7}{2} = 0$, A, B, C 三点共线, 不能构成三角形, 舍去,

∴ 此时点 C 的坐标为 $(1,0)$;

② 当 $AB=BC$ 时, $AB^2=BC^2$, 即 $20=x^2-2x+17$,

整理得 $x^2-2x-3=0$,

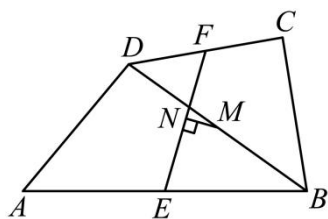
解得 $x_1=-1$, $x_2=3$,

同理可得 $(-1,0)$, $(3,0)$ 不在直线 AB 上, 可以构成等腰三角形,

故点 C 的坐标为 $(-1,0)$ 和 $(3,0)$.

综上所述, 满足条件的点 C 的坐标为 $(-1,0)$, $(1,0)$, $(3,0)$.

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E , F , M 分别是 AB , CD , BD 的中点, $AD=BC$, $MN \perp EF$, 垂足为 N . 求证: $EN=FN$.



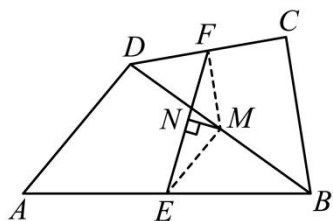
【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的中位线定理, 等腰三角形的性质. 根据三角形中位线定理得到

$EM = \frac{1}{2}AD$, $FM = \frac{1}{2}BC$, 即可证明 $ME = MF$, 结合 $MN \perp EF$, 可得结论.

【详解】 证明: 如图, 连接 MF, ME ,



∵ E , M 是 AB, BD 的中点,

∴ $EM = \frac{1}{2}AD$,

同理, $FM = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore AD = BC$,

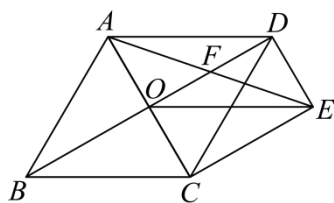
$\therefore ME = MF$.

$\therefore MN \perp EF$,

$\therefore EN = FN$.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 23 题 8 分, 第 24 题 8 分, 第 25 题 12 分, 满分 28 分)

23. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 F 是 OD 中点, 延长线段 AF 至点 E , 使 $AF = EF$, 连接 OE , CE , DE .



(1) 求证: 四边形 $OCED$ 为矩形;

(2) 若 $AB = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$, 则 AE 的长_____.

【答案】(1) 见解析 (2) $\sqrt{7}$

【解析】

【分析】本题考查菱形的性质、平行四边形的判定与性质、矩形的判定与性质、等边三角形的判定与性质, 解题的关键是掌握相关知识的灵活运用.

(1) 先运用菱形的性质结合得出 $AC \perp BD$, $AO = OC = \frac{1}{2}AC$, 再通过点 F 是 OD 中点、 $AF = EF$ 推出四边形 $AOED$ 是平行四边形, 等量代换推出四边形 $OCED$ 是平行四边形, 最后通过 $AC \perp BD$ 证明平行四边形 $OCED$ 是矩形即可;

(2) 先通过菱形的性质推出 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 结合运用三线合一求出 OB 的值, 再通过菱形的性质和矩形的性质推出 CE 的值, 最后根据勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 菱形 $ABCD$,

$\therefore AC \perp BD$, $AO = OC = \frac{1}{2}AC$.

$\because$ 点 F 是 OD 中点,

$\therefore OF = OD$.

又 $\because AF = EF$,

$\therefore$ 四边形 $AOED$ 是平行四边形,

$$\therefore AO \parallel DE, \quad AO = DE,$$

$$\therefore AC \parallel DE, \quad OC = DE,$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

$$\therefore AC \perp BD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $OCED$ 是矩形;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 菱形 $ABCD$, $AB = 2$,

$$\therefore AC \perp BD, \quad BO = OD = \frac{1}{2}BD, \quad AB = BC = 2,$$

$$\therefore AB = BC, \quad \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore AC = 2.$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ, \quad OA = OC = \frac{1}{2}AC = 1.$$

在 $\text{Rt} \triangle OAB$ 中, 由勾股定理, 得 $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$,

$$\therefore OD = \sqrt{3}.$$

由 (1) 得, 四边形 $OCED$ 是矩形,

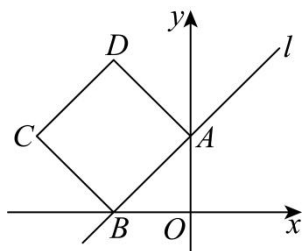
$$\therefore \angle ACE = 90^\circ, \quad OD = CE = \sqrt{3}.$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle ACE$ 中, $\angle ACE = 90^\circ$,

$$\therefore \text{由勾股定理, } AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}.$$

故答案为: $\sqrt{7}$.

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 l 与 y 轴、 x 轴分别交于 $A(0, 4)$, $B(-4, 0)$ 两点, 以线段 AB 为一边向直线 l 左侧作正方形 $ABCD$.



(1) 求直线 l 的解析式.

(2) 求点 D 的坐标.

(3) 若点 P 是直线 l 上一点, 点 Q 是坐标平面内一点, 当四边形 $CAPQ$ 是菱形时, 直接写出点 P 的坐标.

【答案】(1) $y = x + 4$

(2) $D(-4, 8)$

(3) 点 P 的坐标为 $(-4\sqrt{2}, 4 - 4\sqrt{2})$ 或 $(4\sqrt{2}, 4 + 4\sqrt{2})$ 或 $(-8, -4)$ 或 $(-4, 0)$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数、勾股定理、正方形的性质:

(1) 待定系数法求解;

(2) 连接 BD , 利用正方形的性质求出点 D 的坐标;

(3) 分 AC 为边和 AC 为对角线两种情况讨论, 利用两点间距离公式列方程求解点 P 的坐标.

【小问 1 详解】

解: $\because A(0, 4)$,

$\therefore$ 设直线 l 的解析式为: $y = kx + 4 (k \neq 0)$,

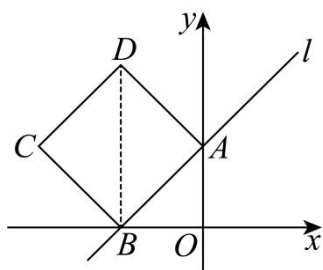
将 $B(-4, 0)$ 代入, 得 $-4k + 4 = 0$,

解得: $k = 1$,

$\therefore$ 直线 l 的解析式为: $y = x + 4$

【小问 2 详解】

解: 连接 BD ,



$\because A(0, 4), B(-4, 0), \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore OA = 4, OB = 4$,

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$,

$\because ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = AB = 4\sqrt{2}, \quad \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 8,$$

$$\because OA = OB, AB = AD,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ, \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OBD = 90^\circ, \quad DB \text{ 平行于 } OA,$$

$$\therefore D(-4, 8).$$

【小问3详解】

解：当以 AC 为边， $AP = AC$ 时，

设点 P 的坐标为 $(x, x+4)$ ，

由 (2) 知 $AC = BD = 8$ ，

$$\therefore AP = 8,$$

$$\text{即 } x^2 + (x+4-4)^2 = 64,$$

$$\text{解得 } x = \pm 4\sqrt{2};$$

当 $x = -4\sqrt{2}$ 时，

$$x+4 = 4-4\sqrt{2},$$

$$\text{即 } P_1(-4\sqrt{2}, 4-4\sqrt{2});$$

当 $x = 4\sqrt{2}$ 时，

$$x+4 = 4+4\sqrt{2},$$

$$\text{即 } P_2(4\sqrt{2}, 4+4\sqrt{2});$$

当以 AC 为边， $CP = AC$ 时，

设点 P 的坐标为 $(x, x+4)$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形， $A(0, 4)$ ， $B(-4, 0)$ ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-8, 4)$ ，

$$\because CP = AC = 8,$$

$$\therefore (-8-x)^2 + [4-(x+4)]^2 = 64,$$

解得 $x=0$ 或 $x=-8$,

当 $x=0$ 时,

$$x+4=4,$$

与点 A 重合, 不合题意, 舍去;

当 $x=-8$ 时,

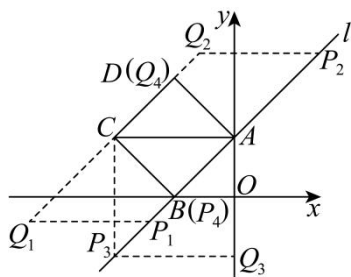
$$x+4=-8+4=-4,$$

即 $P_3(-8, -4)$;

当以 AC 为对角线时, 点 Q 与点 D 重合, 点 P 与点 B 重合,

即 $P_4(-4, 0)$;

综上所述, 点 P 的坐标为 $(-4\sqrt{2}, 4-4\sqrt{2})$ 或 $(4\sqrt{2}, 4+4\sqrt{2})$ 或 $(-8, -4)$ 或 $(-4, 0)$.



25. 【问题提出】如图1, 点 O 是正方形 $ABCD$ 的中心, 点 E, F 分别在边 CD, AD 上, $DF=CE$, 线段 BE, CF 相交于点 G .

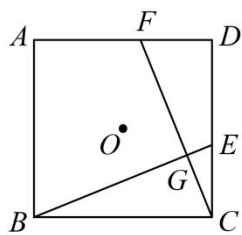


图1

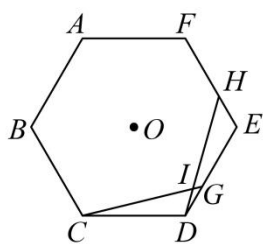


图2

(1) ①求证 $\triangle BCE \cong \triangle CDF$;

② $\triangle BCE$ 可以看作是由 $\triangle CDF$ 绕着点_____按_____方向旋转 90° 得到.

(2) 【问题深入】连接 OG , 求证: $BG - CG = \sqrt{2}OG$.

(3) 【类比迁移】如图2, 点 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心, 点 G, H 分别在边 DE, EF 上, $DG = EH$, 线段 CG, DH 相交于点 I , 已知 $CI + DI = 3$. 若点 O 与 I 之间的距离为 1.64, 求线段 DI 的长.

【答案】(1) ①证明见解析；② O ，顺时针

(2) 证明见解析 (3) 0.68

【解析】

【分析】(1) ①利用正方形的性质即可求证；②根据旋转的定义即可求解；

(2) 连接 OB 、 OC ，设 OC 与 BE 相交于点 N ，在 BG 上截取 $BM = CG$ ，可证 $\triangle OBM \cong \triangle OCG$ (SAS)，得到 $OM = OG$ ， $\angle BOM = \angle COG$ ，即得到 $\triangle MOG$ 是等腰直角三角形，得 $MG = \sqrt{2}OG$ ，再根据 $MG = BG - BM = BG - CG$ 即可求证；

(3) 先证明 $\triangle CDG \cong \triangle DEH$ (SAS)，得 $\triangle CDG$ 可以看作是由 $\triangle DEH$ 绕着点 O 按顺时针方向旋转 60° 得到，在 CI 上截取 $CM = DI$ ，连接 OM 、 OI ，由旋转的性质可得 $OM = OI$ ， $\angle MOI = 60^\circ$ ，即得 $\triangle MOI$ 是等边三角形，得到 $MI = OI = 1.64$ ，进而由 $CI + DI = 3$ 得 $2CM + 1.64 = 3$ ，求出 CM 即可求解。

【小问 1 详解】

①证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC = CD$ ， $\angle BCE = \angle D = 90^\circ$ ，

又 $\because CE = DF$ ，

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CDF$ (SAS)；

②解：如图，连接 OC 、 OD ，

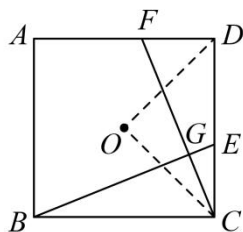


图1

$\because OC = OD$ ， $\angle COD = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BCE$ 可以看作是由 $\triangle CDF$ 绕着点 O 按顺时针方向旋转 90° 得到，

故答案为： O ，顺时针；

【小问 2 详解】

证明：如图，连接 OB 、 OC ，设 OC 与 BE 相交于点 N ，在 BG 上截取 $BM = CG$ ，

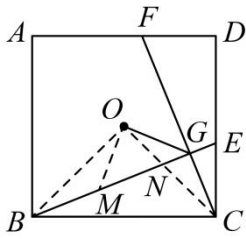


图1

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore \angle BOC = 90^\circ$, $OB = OC$,
 $\therefore \angle OBN + \angle ONB = 90^\circ$,
 $\because \triangle BCE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore \angle CBE = \angle DCF$,
 $\because \angle BCG + \angle DCF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCG + \angle CBE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CGB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle NCG + \angle CNG = 90^\circ$,
 $\because \angle ONB = \angle CNG$,
 $\therefore \angle OBN = \angle NCG$, 即 $\angle OBM = \angle OCG$,
 又 $\because BM = CG$,
 $\therefore \triangle OBM \cong \triangle OCG$ (SAS),
 $\therefore OM = OG$, $\angle BOM = \angle COG$,
 $\therefore \angle MOG = \angle BOC = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle MOG$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore MG = \sqrt{2}OG$,
 又 $\because MG = BG - BM = BG - CG$,
 $\therefore BG - CG = \sqrt{2}OG$;

【小问 3 详解】

解: $\because ABCDEF$ 是正六边形,
 $\therefore \angle CDG = \angle E$, $CD = DE$,
 又 $\because DG = EH$,
 $\therefore \triangle CDG \cong \triangle DEH$ (SAS),

连接 OD 、 OE ，

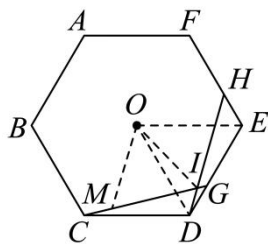


图2

$\because OD = OE$ ， $\angle DOE = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle CDG$ 可以看作是由 $\triangle DEH$ 绕着点 O 按顺时针方向旋转 60° 得到，

在 CI 上截取 $CM = DI$ ，连接 OM 、 OI ，

$\therefore I$ 、 M 是一组对应点，

$\therefore OM = OI$ ， $\angle MOI = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle MOI$ 是等边三角形，

$\therefore MI = OI = 1.64$ ，

$\because CI + DI = 3$ ，

$\therefore 2CM + MI = 3$ ，

即 $2CM + 1.64 = 3$ ，

解得 $CM = 0.68$ ，

$\therefore DI = CM = 0.68$ 。

【点睛】 本题考查了正方形的性质，旋转的定义和性质，全等三角形的判定和性质，正多边形的性质，等腰直角三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质等，正确作出辅助线是解题的关键。