

## 市北初北校 2025 学年第二学期八年级数学阶段练习 1

### 一、选择题:

1. 若一元二次方程  $x(2x-3)-4=0$  的两根之和与两根之积分别为  $m$ ,  $n$ , 则点  $(n, m)$  在平面直角坐标系中位于 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了根与系数的关系, 对于一元二次方程  $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ , 若方程的两根为  $x_1$

和  $x_2$ , 则  $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ,  $x_1x_2=\frac{c}{a}$ , 根据题中条件即可解得  $m$ 、 $n$ .

【详解】  $\because x(2x-3)-4=0$ , 即  $2x^2-3x-4=0$ ,

$$\therefore x_1+x_2=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}, \quad x_1x_2=\frac{-4}{2}=-2,$$

$$\therefore m=x_1+x_2=\frac{3}{2}, \quad n=x_1x_2=-2,$$

即  $(n, m)$  为  $(-2, \frac{3}{2})$ , 故  $(n, m)$  位于第二象限,

故选 B.

2. 已知点  $P(m-1, n+1)$ , 若将点  $P$  先向下平移 4 个单位长度, 再向右平移 3 个单位长度, 得到点  $P'(2, -1)$ ,

则  $m$ ,  $n$  的值分别为 ( )

- A. 6, 2                              B. 0, 2                              C. 6, -6                              D. 0, -6

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查坐标与平移, 根据点的平移规则, 向下平移时  $y$  坐标减少, 向右平移时  $x$  坐标增加, 由点  $P(m-1, n+1)$  和平移后的点  $P'(2, -1)$ , 列方程求解.

【详解】 解: 将点  $P(m-1, n+1)$  先向下平移 4 个单位长度, 再向右平移 3 个单位长度, 得到点  $P'(m-1+3, n+1-4)$ ,

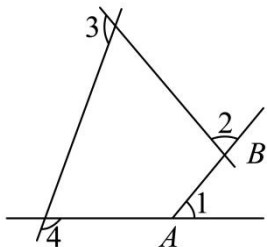
$\therefore$  将点  $P$  先向下平移 4 个单位长度, 再向右平移 3 个单位长度, 得到点  $P'(2, -1)$ ,

$$\therefore m-1+3=2, n+1-4=-1,$$

解得  $m = 0, n = 2$ ,

故选: B.

3. 如图,  $\angle 1 = 50^\circ$ ,  $\angle 2 = 80^\circ$ ,  $\angle 3 = 120^\circ$ , 则  $\angle 4 =$  ( )



A.  $50^\circ$

B.  $80^\circ$

C.  $100^\circ$

D.  $110^\circ$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据多边形外角和定理得到  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ , 进而代入已知角度求出  $\angle 4$  的度数.

【详解】 解:  $\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ ,  $\angle 1 = 50^\circ$ ,  $\angle 2 = 80^\circ$ ,  $\angle 3 = 120^\circ$ ,  $\therefore \angle 4 = 110^\circ$ .

故选: D.

4. 一个四边形四个外角之比为  $1:2:3:4$ , 则这个四边形的内角中 ( )

A. 只有一个锐角

B. 有两个锐角

C. 有三个锐角

D. 有四个锐角

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据任意四边形外角和为  $360^\circ$ , 以及外角的比例求出四个外角的度数, 再计算对应内角, 判断锐角个数即可.

【详解】 解: 设四个外角的度数分别为  $x$ ,  $2x$ ,  $3x$ ,  $4x$ ,

$\because$  任意多边形的外角和为  $360^\circ$ ,

$\therefore x + 2x + 3x + 4x = 360^\circ$ ,

解得  $x = 36^\circ$ ,

$\therefore$  四个外角分别为  $36^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $108^\circ$ ,  $144^\circ$ ,

$\because$  内角与相邻外角和为  $180^\circ$ ,

$\therefore$  四个内角分别为  $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ ,  $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ ,  $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ ,  $180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$ ,

$\because$  锐角是小于  $90^\circ$  的角, 此处  $72^\circ$  和  $36^\circ$  为锐角,

$\therefore$  这个四边形有 2 个锐角.

5. 下列说法中, ①一组对边平行且相等的四边形是平行四边形: ②一组对边平行, 另一组对边相等的四边

形是平行四边形；③对角线互相平分的四边形是平行四边形；④两组对角分别相等的四边形是平行四边形．正确的个数是（ ）

- A. 4 个                      B. 3 个                      C. 2 个                      D. 1 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据平行四边形的判定定理，对每个说法逐一判断，统计正确的个数即可．

【详解】 解：  $\because$  一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，  $\therefore$  ①正确，

$\because$  一组对边平行，另一组对边相等的四边形可能是等腰梯形，不是平行四边形，  $\therefore$  ②错误，

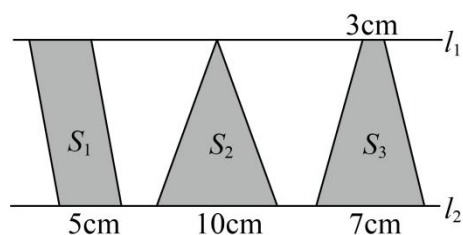
$\because$  对角线互相平分的四边形是平行四边形，  $\therefore$  ③正确，

$\because$  四边形内角和为  $360^\circ$ ，两组对角分别相等，则邻角和为  $180^\circ$ ，可推出两组对边分别平行，  $\therefore$  两组对角分别相等的四边形是平行四边形， ④正确，

综上，正确的有①③④，共 3 个，

故选： B.

6. 如图，  $l_1 \parallel l_2$ ，平行四边形、三角形、梯形放置于  $l_1$  和  $l_2$  之间，它们的面积分别记为  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，则下列正确的是（ ）



- A.  $S_1 > S_2 > S_3$                       B.  $S_1 = S_2 > S_3$                       C.  $S_1 > S_2 = S_3$                       D.  $S_1 = S_2 = S_3$

【答案】 D

【解析】

【分析】 此题考查了平行线之间的距离，设  $l_1$  和  $l_2$  之间的距离为  $h$ ，然后表示出  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，进而求解即可．

【详解】 解：  $\because l_1 \parallel l_2$

$\therefore$  设  $l_1$  和  $l_2$  之间的距离为  $h$ ，

$$\therefore S_1 = 5h, \quad S_2 = \frac{1}{2} \times 10h = 5h, \quad S_3 = \frac{1}{2} \times (3 + 7)h = 5h,$$

$$\therefore S_1 = S_2 = S_3.$$

故选： D.

## 二、填空题

7. 已知点  $P$  在第四象限，且到  $x$  轴的距离为 2，到  $y$  轴的距离是 5，则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_.

【答案】  $(5, -2)$

【解析】

【分析】四个象限的符号特点分别是：第一象限  $(+, +)$ ，第二象限  $(-, +)$ ，第三象限  $(-, -)$ ，第四象限  $(+, -)$ 。点到  $x$  轴的距离是纵坐标的绝对值，点到  $y$  轴的距离是横坐标的绝对值，结合点  $P$  所在象限求解即可。

【详解】解：∵点  $P$  到  $x$  轴的距离为 2，到  $y$  轴的距离为 5，

∴点  $P$  纵坐标的绝对值为 2，横坐标的绝对值为 5。

∵点  $P$  在第四象限，第四象限内点的横坐标大于 0，纵坐标小于 0。

∴点  $P$  的横坐标为 5，纵坐标为  $-2$ ，即点  $P$  的坐标为  $(5, -2)$ 。

8. 在平面直角坐标系中，点  $(4, -7)$  关于原点的对称点的坐标为\_\_\_\_\_.

【答案】  $(-4, 7)$

【解析】

【分析】根据  $(x, y)$  关于原点对称为  $(-x, -y)$  求解即可。

【详解】解：点  $(4, -7)$  关于原点的对称点的坐标为  $(-4, 7)$ 。

9. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A$  的坐标为  $(3, 0)$ ，点  $B$  的坐标为  $(2, -2)$ ，将线段  $AB$  平移得到线段  $CD$ ，点  $A$  的对应点  $C$  的坐标为  $(2, 5)$ ，则点  $B$  的对应点  $D$  的坐标为\_\_\_\_\_.

【答案】  $(1, 3)$

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形变换——平移，先根据点  $A$  与其对应点  $C$  的坐标确定平移规律，再将该平移规律应用到点  $B$ ，即可求出点  $B$  的对应点  $D$  的坐标。

【详解】解：由点  $A(3, 0)$  平移得到点  $C(2, 5)$ ，可得横坐标的变化为  $2 - 3 = -1$ ，即向左平移 1 个单位，纵坐标的变化为  $5 - 0 = 5$ ，即向上平移 5 个单位。

根据平移的性质，线段平移时对应点的平移规律相同，

则点  $B(2, -2)$  的对应点  $D$  的横坐标为  $2 - 1 = 1$ ，纵坐标为  $-2 + 5 = 3$ ，

所以点  $D$  的坐标为  $(1, 3)$ .

10. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数为\_\_\_\_\_

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题利用任意多边形外角和为定值  $360^\circ$ , 结合题目给出的内角和与外角和的数量关系, 再根据多边形内角和公式列方程求解即可得到边数.

【详解】 设这个多边形的边数为  $n$ ,

根据题意列方程得  $(n-2) \times 180^\circ = 2 \times 360^\circ$ ,

解得  $n = 6$ .

11. 小明同学在计算一个凸多边形的内角和时, 由于粗心少算一个内角, 得到的结果是  $2026^\circ$ , 则少算的这个内角的度数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $134^\circ$  ##  $134$  度

【解析】

【分析】 本题考查的是多边形的内角和问题, 设多边形的边数为  $n$ , 根据多边形内角和公式及少算一个内角的条件, 列出不等式求解  $n$ , 再计算内角和与给定结果的差, 即得少算的内角度数.

【详解】 解: 设凸多边形的边数为  $n (n \geq 3, \text{ 且 } n \text{ 为整数})$ , 则内角和为  $(n-2) \times 180^\circ$ .

由于少算一个内角, 得  $(n-2) \times 180^\circ - x = 2026^\circ$ , 其任一内角  $x$  满足  $0^\circ < x < 180^\circ$ .

解不等式  $0 < (n-2) \times 180^\circ - 2026^\circ < 180^\circ$ ,

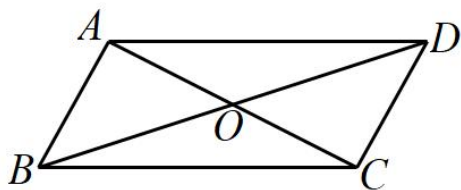
得  $n = 14$ .

内角和为  $(14-2) \times 180^\circ = 2160^\circ$ ,

故  $x = 2160^\circ - 2026^\circ = 134^\circ$ .

故答案为:  $134^\circ$ .

12. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AD=10$ , 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ,  $AC+BD=22$ , 则  $\triangle BOC$  的周长为\_\_\_\_\_



【答案】 21

【解析】

【分析】根据平行四边形对角线互相平分，求出  $OC+OB$  的长，即可解决问题.

【详解】解：∵ 四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore AO=OC=\frac{1}{2}AC, BO=OD=\frac{1}{2}BD, BC=AD=10,$$

$$\therefore AC+BD=22,$$

$$\therefore OC+BO=11,$$

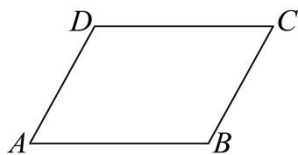
$$\therefore BC=10,$$

$$\therefore \triangle BOC \text{ 的周长} = OC+OB+BC=11+10=21.$$

故答案为：21.

【点睛】本题考查平行四边形的性质以及三角形周长等知识，解题的关键是记住平行四边形的对角线互相平分，属于中考基础题.

13. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $\angle A + \angle C = 160^\circ$ ，则  $\angle B$  的度数是\_\_\_\_\_.



【答案】  $100^\circ$  ## 100 度

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质. 由“在平行四边形  $ABCD$  中， $\angle A + \angle C = 160^\circ$ ”可求得  $\angle A$  与  $\angle C$  的度数，继而求得答案.

【详解】解：∵ 四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C, AD \parallel CB,$$

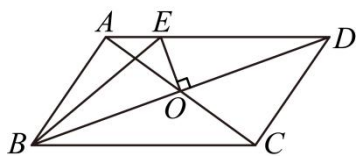
$$\therefore \angle A + \angle C = 160^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A = 100^\circ.$$

故答案为：  $100^\circ$  .

14. 如图，平行四边形  $ABCD$  的对角线交于点  $O$ ，过点  $O$  作  $OE \perp BD$ ，交  $AD$  于点  $E$ ，连接  $BE$ ，若  $\angle DBC = 20^\circ$ ，则  $\angle EBD =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$  .



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行四边形的性质、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握平行四边形对角线互相平分及对边平行的性质是解题的关键.

先根据平行四边形的性质得到对角线互相平分，再由线段垂直平分线的性质得出  $BE = DE$ ，进而得到  $\angle EBD = \angle EDB$ ，然后利用平行四边形对边平行的性质求出  $\angle EDB = \angle DBC$ ，从而求出  $\angle EBD$  的度数.

【详解】 解： 四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore OB = OD, AD \parallel BC.$$

$$\because OE \perp BD,$$

$$\therefore OE \text{ 垂直平分 } BD.$$

$$\therefore BE = DE.$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB.$$

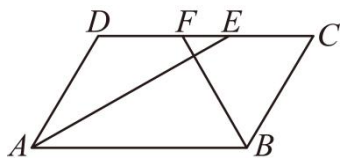
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle DBC = 20^\circ.$$

$$\therefore \angle EBD = 20^\circ.$$

故答案为： 20.

15. 如图，在  $\square ABCD$  中，  $AD = 3$ ，  $AE$  平分  $\angle DAB$  交  $CD$  于点  $E$ ，  $BF$  平分  $\angle ABC$  交  $CD$  于点  $F$ ， 已知  $EF = 1$ ， 则  $\square ABCD$  的周长为\_\_\_\_\_.



【答案】 16

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质和等腰三角形的性质证明  $AD = DE$ ，  $BC = FC$ ， 再求出  $CD = DE + CF - EF = 5$ ， 进而计算即可.

【详解】 解： 由  $\square ABCD$  知，  $AB \parallel CD$ ，  $BC = AD = 3$ ，  $AB = CD$ ，

$$\therefore \angle EAB = \angle DEA, \angle ABF = \angle CFB,$$

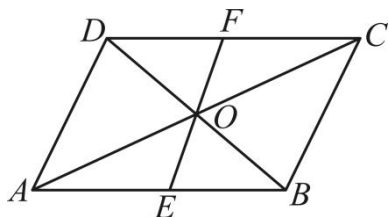
$$\because AE \text{ 平分 } \angle DAB, BF \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE, \angle CBF = \angle ABF,$$

$$\therefore \angle AED = \angle DAE, \angle CBF = \angle CFB,$$

$$\begin{aligned}\therefore AD &= DE, \quad BC = FC, \\ \therefore DE &= CF = AD = 3, \\ \therefore CD &= DE + CF - EF = 3 + 3 - 1 = 5, \\ \therefore \square ABCD \text{ 的周长} &= 2 \times (5 + 3) = 16.\end{aligned}$$

16. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AC$  和  $BD$  交于点  $O$ , 过点  $O$  的直线分别与  $AB$ 、 $DC$  交于点  $E$ 、 $F$ , 若  $\triangle AOD$  的面积为 3, 则四边形  $BCFE$  的面积等于\_\_\_\_\_.



【答案】 6

【解析】

【详解】解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore OD = OB,$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积} = \triangle AOD \text{ 的面积} = 3,$$

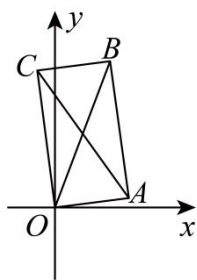
$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积为 } 6,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积为 } 12.$$

$\because$  平行四边形是中心对称图形,

$$\therefore \text{四边形 } BCFE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积} = 6.$$

17. 如图, 在直角坐标系中, 矩形  $OABC$ , 点  $B$  的坐标是  $(1, 3)$ , 则  $AC$  的长是\_\_\_\_\_.



【答案】  $\sqrt{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了坐标与图形、矩形的性质、勾股定理等知识点, 能根据勾股定理求出  $OB$  是解本题的关键.

根据勾股定理求出  $OB$ , 根据矩形的性质得出  $AC = OB$  即可解答.

【详解】解： $\because$ 点  $B$  的坐标是  $(1,3)$ ,

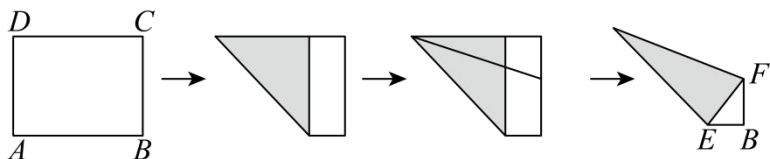
$$\therefore OB = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10},$$

$\because$  四边形  $OABC$  是矩形,

$$\therefore AC = OB = \sqrt{10}.$$

故答案为:  $\sqrt{10}$ .

18. 如图, 把一张矩形纸片  $ABCD$  按所示方法进行两次折叠, 得到等腰直角三角形  $BEF$ , 若  $BC = 2$ , 则  $AB$  的长度为\_\_\_\_\_.



【答案】  $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠的性质、矩形的性质、勾股定理, 根据矩形的性质可知  $\angle B = 90^\circ$ , 根据等腰直角三角形的性质可知  $BE = BF$ , 由折叠的性质可知  $AB = BC + BE$ , 设  $BF = BE = x$ , 由勾股定理可知  $EF = \sqrt{BE^2 + BF^2} = \sqrt{2}x$ , 列出方程即可求出  $BE = 2\sqrt{2} - 2$ , 根据  $AB = BC + BE$  即可求出结果.

【详解】解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$\because \triangle BEF$  是等腰直角三角形,

$$\therefore BE = BF,$$

由折叠可知,  $BF + EF = BC = 2$ ,  $AB = BC + BE$ ,

设  $BF = BE = x$ ,

$$\text{则 } EF = \sqrt{BE^2 + BF^2} = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore x + \sqrt{2}x = 2,$$

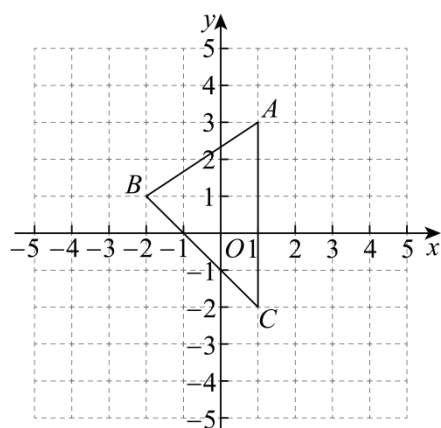
$$\text{解得 } x = 2\sqrt{2} - 2$$

$$\therefore BE = BF = 2\sqrt{2} - 2,$$

$$\therefore AB = BC + BE = 2 + 2\sqrt{2} - 2 = 2\sqrt{2}.$$

三、解答题

19. 把三角形  $ABC$  放在直角坐标系中如图所示，现将三角形  $ABC$  向上平移 1 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度就得到三角形  $A_1B_1C_1$ 。



- (1) 在图中画出三角形  $A_1B_1C_1$ ；
- (2) 写出  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  的坐标；
- (3) 求  $AC$  在平移过程中扫过的面积。

【答案】(1) 见详解 (2)  $A_1(4, 4), B_1(1, 2), C_1(4, -1)$

(3) 15

【解析】

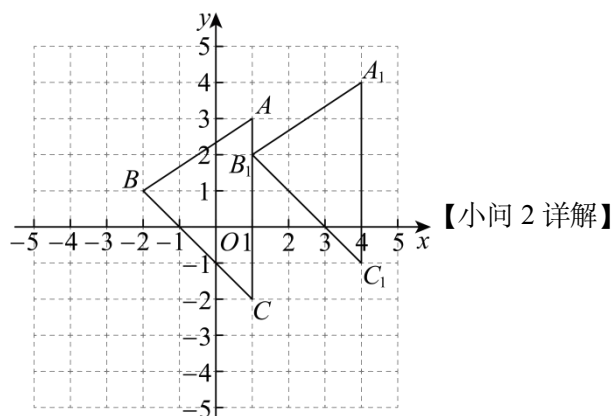
【分析】(1) 首先确定  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点平移后的位置，再连接即可；

(2) 利用坐标系确定  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  的坐标；

(3) 根据平行四边形的面积公式可得  $AC$  在平移过程中扫过的面积。

【小问 1 详解】

解：如图所示：



解：由图可得：  $A_1(4, 4), B_1(1, 2), C_1(4, -1)$ ；

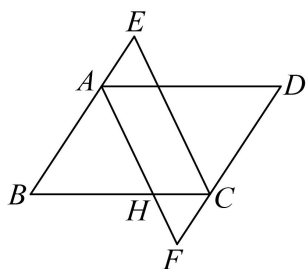
【小问 3 详解】

解:  $\because A(1,3), C(1,-2)$ ,

$$\therefore AC = 5,$$

$\therefore AC$  在平移过程中扫过的面积为  $3 \times 5 = 15$ .

20. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在  $BA, DC$  的延长线上, 且  $BE = DF$ . 连结  $AF$ , 交  $BC$  于点  $H$ , 连接  $EC$ .



(1) 求证: 四边形  $EAFC$  是平行四边形;

(2) 若  $\angle F = \angle D = 70^\circ$ , 求  $\angle CHF$  的度数.

【答案】(1) 见解析 (2)  $\angle CHF$  的度数为  $40^\circ$

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质与判定, 三角形内角和定理, 熟知平行四边形的性质与判定定理是解题的关键.

(1) 由平行四边形的性质得到  $AB = CD$ ,  $AB \parallel CD$ , 则可证明  $AE = CF$ , 据此可证明结论;

(2) 由平行四边形的性质结合平行线的性质得到  $\angle HCF = \angle D = 70^\circ$ , 则由三角形内角和定理可得答案.

【小问 1 详解】

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD,$$

$$\because BE = DF,$$

$$\therefore BE - AB = DF - CD, \text{ 即 } AE = CF,$$

又  $\because AE \parallel CF$ ,

$\therefore$  四边形  $EAFC$  是平行四边形;

【小问 2 详解】

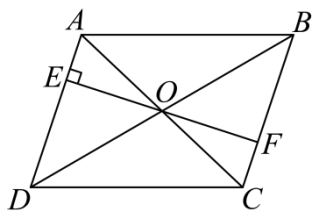
解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle HCF = \angle D = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle CHF = 180^\circ - \angle HCF - \angle F = 40^\circ.$$

21. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $O$  是对角线  $AC$ ,  $BD$  的交点,  $EF$  过点  $O$  且垂直于  $AD$ .



(1) 求证:  $OE = OF$ ;

(2) 若  $S_{\triangle AOB} = 3$ ,  $AD = 3$ , 则  $AD$  与  $BC$  之间的距离为\_\_\_\_\_;

(3) 若  $\square ABCD$  的周长是 24,  $OE = 2$ , 则四边形  $ABFE$  的周长为\_\_\_\_\_.

【答案】(1) 见解析 (2) 4

(3) 16

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质, 全等三角形的性质与判定等, 解题的关键是证明  $\triangle AOE \cong \triangle COF$ .

(1) 先由平行四边形的性质得到  $AO = CO$ ,  $AD \parallel BC$ , 则  $\angle OAE = \angle OCF$ ,  $\angle OEA = \angle OFC$ , 即可证明  $\triangle AOE \cong \triangle COF$  得到  $OE = OF$ ;

(2) 由三角形面积公式可得  $OE = OF = 2$ , 据此求解即可;

(3) 由 (1) 的结论知  $OE = OF = 2$ ,  $AE = CF$ , 再利用四边形周长公式即可求解.

【小问 1 详解】

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $O$  是  $AC$  与  $BD$  的交点,

$$\therefore AO = CO, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OCF, \angle OEA = \angle OFC,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF (\text{AAS}),$$

$$\therefore OE = OF;$$

【小问 2 详解】

解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $O$  是  $AC$  与  $BD$  的交点,

$$\therefore BO = DO,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOB} = 3,$$

$\because EF$  过点  $O$  且垂直于  $AD$ ,

$$\therefore \frac{1}{2}AD \times OE = 3,$$

$$\therefore AD = 3,$$

$$\therefore OE = 2,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\therefore EF = 4, \text{ 即 } AD \text{ 与 } BC \text{ 之间的距离为 } 4,$$

故答案为: 4;

### 【小问 3 详解】

解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形, 周长是 24,

$$\therefore AB + BC = \frac{1}{2} \times 24 = 12,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

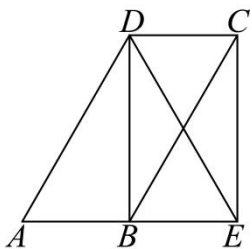
$$\therefore AE = CF,$$

由 (1) 的结论知  $OE = OF = 2$ ,

$$\therefore \text{四边形 } ABFE \text{ 的周长为 } AB + BF + AE + EF = AB + BC + EF = 12 + 4 = 16,$$

故答案为: 16.

22. 如图, 已知  $\square ABCD$ , 延长  $AB$  到  $E$ , 使  $BE = AB$ , 连接  $BD$ ,  $ED$ ,  $EC$ , 若  $ED = AD$ .



(1) 求证: 四边形  $BECD$  是矩形;

(2) 连接  $AC$ , 若  $AD = 6$ ,  $CD = 3$ , 求  $AC$  的长.

**【答案】** (1) 见解析 (2)  $3\sqrt{7}$

### 【解析】

**【分析】** (1) 由四边形  $ABCD$  是平行四边形, 则  $AB \parallel CD$ ,  $AB = CD$ , 又  $BE = CD$  得四边形  $BECD$  是平行四边形及  $AD = BC$ , 结合  $ED = AD$  可得  $BC = ED$ , 由此可得平行四边形  $BECD$  是矩形;

(2) 连接  $AC$ , 由 (1) 得,  $BE = CD$ ,  $BE = AB$ , 所以  $AB = BE = 3$ , 则  $AE = 6$ , 又四边形  $BECD$  是矩形, 故有  $\angle ABD = \angle BEC = 90^\circ$ ,  $BD = CE$ , 然后通过勾股定理即可求解.

### 【小问 1 详解】

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, \quad AB = CD, \quad AD = BC,$$

$$\therefore BE = AB,$$

$$\therefore BE = CD,$$

$\therefore$  四边形  $BECD$  是平行四边形,

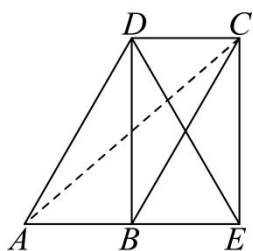
$$\therefore AD = BC, \quad AD = DE,$$

$$\therefore BC = DE,$$

$\therefore$  四边形  $BECD$  是矩形;

**【小问 2 详解】**

解: 如图, 连接  $AC$ ,



由 (1) 得,  $BE = CD, \quad BE = AB,$

$$\therefore CD = 3,$$

$$\therefore AB = BE = 3,$$

$$\therefore AE = 6,$$

$\therefore$  四边形  $BECD$  是矩形,

$$\therefore \angle ABD = \angle BEC = 90^\circ, \quad BD = CE,$$

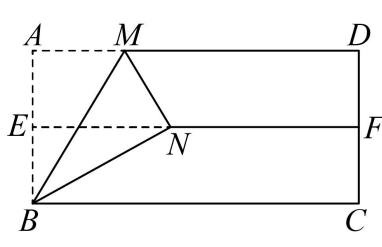
$$\therefore BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3},$$

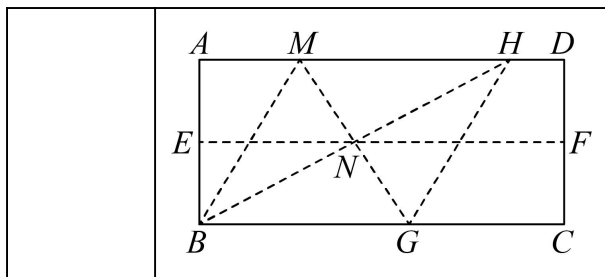
$$\therefore CE = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{7}.$$

## 23. 综合实践

|      |                                                    |
|------|----------------------------------------------------|
| 项目主题 | “校园智慧菜园” 折叠规划设计                                    |
| 项目情境 | 某校“智慧菜园” 是一块矩形种植区. 数学兴趣小组按 1:100 的比例绘制出它的图纸. 图纸为矩形 |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | <p><math>ABCD</math> , <math>AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}</math> ,<br/> <math>AD = 12 \text{ cm}</math> . 小组随后对该图纸进行了折叠操作研究, 具体操作如图所示.</p>  <p>(1) 对折矩形菜园图纸 <math>ABCD</math> , 使 <math>AD</math> 与 <math>BC</math> 重合, 得到折痕 <math>EF</math> , 展平图纸;</p> <p>(2) 再次折叠图纸, 使点 <math>A</math> 落在 <math>EF</math> 上的点 <math>N</math> 处, 得到折痕 <math>BM</math> , <math>AM = 4 \text{ cm}</math> .</p> |
| 任务一 | <p>在“智慧菜园”的生菜种植区 <math>\triangle ABM</math> 中, 计划沿该区域的边 <math>BM</math> 布设一条防虫网, 求所需防虫网的实际长度.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 任务二 | <p>为了合理规划种植卷心菜的株数, 工作人员对项目情境再次进行操作; 延长 <math>MN</math> 交 <math>BC</math> 于点 <math>G</math> , 延长 <math>BN</math> 交 <math>AD</math> 于点 <math>H</math> , 连接 <math>GH</math> . 已知一株卷心菜合理种植面积是 <math>0.2 \text{ m}^2</math> , 求种植区四边形 <math>BGHM</math> 最多种植几株卷心菜. (取 <math>\sqrt{3} \approx 1.7</math>)</p>                                                                                                                                                                      |



【答案】任务一：8m；任务二：272

【解析】

【分析】任务一：根据矩形的性质，则  $\angle A = 90^\circ$ ，根据勾股定理，即可求出  $BM$ ，再根据图纸的绘制比例为1:100，即可求出所需防虫网的实际长度；

任务二：先证明  $\triangle ABN$  为等边三角形，再证明  $\triangle BMN \cong \triangle BGN$  (ASA) 得  $BM = BG$ ， $MN = NG$ ，进而得  $\triangle BMG$  是等边三角形， $BH$  垂直平分  $MG$ ，根据垂直平分线的性质得  $HM = HG$ ，再证  $\triangle MHG$  是等边三角形，则  $MH = HG = BM = BG$ ，即可判定四边形  $BGHM$  是菱形，再根据菱形的面积公式计算  $BGHM$  的面积，用实际面积除以  $0.2 \text{ m}^2$  即可得出答案。

【详解】解：任务一：  $\because$  四边形  $ABCD$  为矩形，

$\therefore \angle A = 90^\circ$ ，

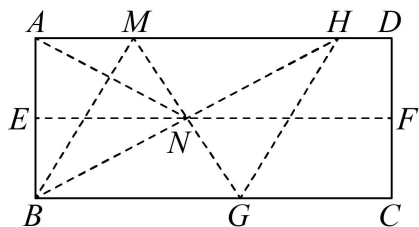
$\because AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ ， $AM = 4 \text{ cm}$ ，

$\therefore BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8 (\text{cm})$ ，

$\because$  图纸的绘制比例为1:100，

$\therefore$  所需防虫网的实际长度为： $8 \times 100 = 800 (\text{cm}) = 8 (\text{m})$ ；

任务二：连接  $AN$ ，



$\because EF$  为折痕，

$\therefore EF$  垂直平分  $AB$ ，

$\therefore AN = BN$ ，

$\because \triangle BMN$  由  $\triangle BMA$  折叠所得，

$$\therefore AB = BN, \angle ABM = \angle NBM, \angle BAM = \angle MNB = 90^\circ,$$

$$\therefore AN = BN = AB,$$

$\therefore \triangle ABN$  为等边三角形,

$$\therefore \angle ABN = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABM = \angle NBM = 30^\circ, \angle NBC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle NBM = \angle NBC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle MBG = 60^\circ,$$

在  $\triangle BMN$  和  $\triangle BGN$  中,

$$\begin{cases} \angle NBM = \angle NBG \\ BN = BN \\ \angle BNM = \angle BNG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BMN \cong \triangle BGN (\text{ASA}),$$

$$\therefore BM = BG, MN = NG,$$

$\therefore \triangle BMG$  是等边三角形,  $BH$  垂直平分  $MG$ ,

$$\therefore BM = BG = MG, HM = HG,$$

$$\therefore MH \parallel BG,$$

$$\therefore \angle HMG = \angle BGM = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle MHG$  是等边三角形,

$$\therefore MH = HG = MG,$$

$$\therefore MH = HG = BM = BG,$$

$\therefore$  四边形  $BGHM$  是菱形,

$$\therefore \text{图纸的绘制比例为 } 1:100, \text{ 图纸上 } AB = 4\sqrt{3} \text{ cm},$$

$$\therefore \text{实际 } AB = 4\sqrt{3} \text{ m},$$

$$\therefore \text{实际四边形 } BGHM \text{ 的面积为: } BG \cdot AB = 8 \times 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \approx 54.4 (\text{m}^2),$$

$$\therefore \text{一株卷心菜合理种植面积是 } 0.2 \text{ m}^2,$$

$$\therefore \text{四边形 } BGHM \text{ 最多种植 } 54.4 \div 0.2 = 272 \text{ (株) 卷心菜.}$$

**【点睛】** 本题考查折叠的性质, 矩形的性质, 菱形判定, 比例尺, 勾股定理, 垂直平分线, 全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是掌握勾股定理的运用, 矩形的性质, 菱形的判定.

