

2025 学年度第二学期数学一阶段练习

一、单选题

1. 小亮不小心将墨水洒在了试卷上，恰好将位于第三象限内的点 $P(-\sqrt{2}, \text{污渍})$ 的纵坐标污染了，看不清楚，请你帮小亮判断下列可能表示其纵坐标的是 ()

- A. 0 B. -2 C. 3 D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查平面直角坐标系中象限内点的坐标特征，根据第三象限点的坐标性质，判断纵坐标的符号，从而确定符合条件的选项.

【详解】解：∵点 $P(-\sqrt{2}, y)$ 位于第三象限，

∴第三象限内点的坐标特征是横、纵坐标均为负数，

观察选项，只有 $-2 < 0$ ，符合条件；

故选：B.

2. 内角和与外角和相等的多边形一定是 ()

- A. 八边形 B. 六边形 C. 五边形 D. 四边形

【答案】D

【解析】

【分析】多边形的内角和与边数相关，随着边数的不同而不同，而外角和是固定的 360° ，从而可代入公式求解.

【详解】解：多边形外角和 $= 360^\circ$ ，

根据题意，得 $(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$ ，

解得： $n=4$.

故选：D.

【点睛】此题比较简单，只要结合多边形的内角和公式与外角和的关系来寻求等量关系，构建方程即可求解.

3. 下列语句正确的有 () 个. (各边都相等，各内角都相等的多边形为正多边形)

①正多边形中，边越多，内角越大；

- ②正多边形中，边越多，外角越大；
 ③正多边形中，边越多，边长越小；
 ④正多边形中，边越多，周长越大.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】根据正多边形内角、外角的计算方法，结合边长、周长的影响因素，逐个判断四个语句的正误，统计正确个数即可得到答案.

【详解】设正多边形边数为 n ($n \geq 3$ ，且 n 为整数)，

①对正多边形内角度数， $\because$ 正 n 边形每个内角为 $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ ，当 n 增大时， $\frac{360^\circ}{n}$ 减小，

因此 $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ 增大， $\therefore$ ①正确；

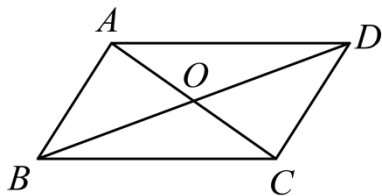
②对正多边形外角度数， $\because$ 任意多边形的外角和为 360° ，正 n 边形每个外角为 $\frac{360^\circ}{n}$ ，当 n 增大时， $\frac{360^\circ}{n}$ 减小， $\therefore$ ②错误；

③正多边形的边长没有限定条件（如外接圆半径固定），边数更多的正多边形边长不一定更小，例如大正十边形的边长可以远大于小正三角形的边长， $\therefore$ ③错误；

④正多边形的周长等于边长乘边数，没有限定条件时，边数更多的正多边形周长不一定更大，例如小正100边形的周长可以远小于大正三角形的周长， $\therefore$ ④错误.

综上，正确的语句只有1个，故选A.

4. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AD = 5$ ，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $AC + BD = 12$ ，则 $\triangle BOC$ 的周长为()



A. 10 B. 11 C. 12 D. 17

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的性质及三角形周长，熟练掌握平行四边形的对角线互相平分是解题的关键. 根据平行四边形对角线平分可得 $OC + BO = 6$ ，即可求出结果.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AO = OC = \frac{1}{2}AC, \quad BO = OD = \frac{1}{2}BD, \quad AD = BC = 5,$$

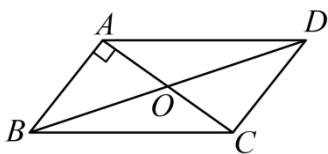
$$\therefore AC + BD = 12,$$

$$\therefore OC + BO = 6,$$

$$\therefore C_{\triangle BOC} = OC + OB + BC = 6 + 5 = 11,$$

故选：B.

5. 如图，在 $\square ABCD$ 中， AC 、 BD 相交于点 O ， $AB \perp AC$ ，若 $AB = 4$ ， $AC = 6$ ，则 $\square ABCD$ 的面积为（ ）



A. 16

B. 20

C. 24

D. 32

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行四边形的面积等于底乘以高，即可求解.

【详解】解： $\because$ 在 $\square ABCD$ 中， $AB \perp AC$ ， $AB = 4$ ， $AC = 6$ ，

$\therefore \square ABCD$ 的面积为 $AB \times AC = 4 \times 6 = 24$.

6. 已知四边形 $ABCD$ ，从下列条件中：① $\angle A = \angle C$ ，② $\angle B = \angle D$ ，③ $AB = CD$ ，④ $BC = AD$ ，任取两个，可以得出“四边形 $ABCD$ 是平行四边形”这一结论的情况有（ ）

A. 1 种

B. 2 种

C. 3 种

D. 4 种

【答案】B

【解析】

【分析】本题根据平行四边形的判定定理，逐一列举所有选取两个条件的组合，判断能否推出四边形是平行四边形，统计符合结论的数量即可.

【详解】从 4 个条件中任取 2 个，共有如下 6 种组合：①②，①③，①④，②③，②④，③④，

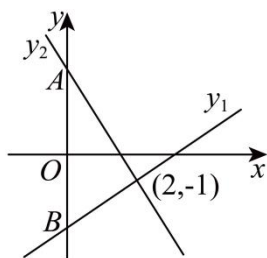
$\because$ 两组对角分别相等的四边形是平行四边形，条件① $\angle A = \angle C$ ，② $\angle B = \angle D$ 满足该判定， $\therefore$ 组合①②可推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

$\because$ 两组对边分别相等的四边形是平行四边形，条件③ $AB = CD$ ，④ $BC = AD$ 满足该判定， $\therefore$ 组合③④可推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

组合①③，①④，②③，②④均不满足平行四边形的判定条件，无法推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ 符合结论的情况共 2 种，故选 B.

7. 一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 与 $y_2 = k_2x - b$ 分别与 y 轴交于点 A 、 B ，交点为 $(2, -1)$ ，在同一坐标系中图像如图所示，下列说法错误的是 ().



- A. $b < 0$
- B. 点 A 、 B 关于 x 轴对称
- C. $k_1 < 0 < k_2$
- D. 当 $x > 2$ 时, $y_1 > y_2$

【答案】 C

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的性质、一次函数与不等式等知识点，掌握数形结合思想是解题的关键. 根据一次函数的性质以及数形结合思想逐项判断即可.

【详解】解：A. 由一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，即 $b < 0$ ，故 A 选项正确，不符合题意；

B. 由题意可得 $A(0, b), B(0, -b)$, 即点 A, B 关于 x 轴对称, 故 B 选项正确, 不符合题意;

C. 由一次函数 $y_1 = k_1x + b$, y 随 x 增大而增大, 即 $k_1 > 0$; 由一次函数 $y_2 = k_2x - b$, y 随 x 增大而减小, 即 $k_2 < 0$; 则 $k_2 < 0 < k_1$, 故 C 选项错误, 符合题意;

D. 由函数图像可得：当 $x > 2$ 时，一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 的图像在 $y_2 = k_2x - b$ 上方，即 $y_1 > y_2$ ，故 D 选项正确，不符合题意。

故选 C.

8. 当 k 变化时, 两条直线 $l_1: y = kx - k$ 和 $l_2: y = kx + 1$ 的最大距离为 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

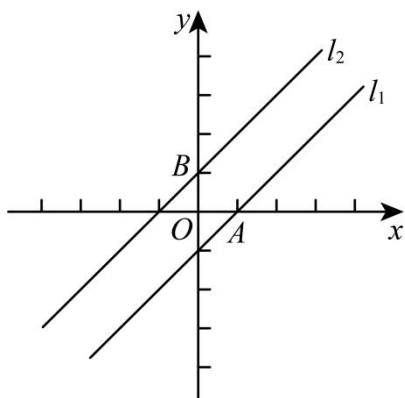
【答案】 B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象与性质，当两个不同的一次函数的解析式的 k 相同的时候，这两条直线在坐标系中的图象是平行的，解题要运用数形结合的思想，通过画图来求解，先观察两个一次函数的解

析式发现, 这两个图象分别经过一个定点, 直线 $l_1: y = kx - k$ 经过定点 $(1, 0)$, $l_2: y = kx + 1$ 经过定点 $(0, 1)$, 然后可将大致图象在坐标系中画出, 来观察两直线的最大距离, 即可得出结果.

【详解】解: 如图所示, 直线 $l_1: y = kx - k$ 和 $l_2: y = kx + 1$ 的图象大致如下:



则直线 $l_1: y = kx - k$ 经过定点 $(1, 0)$, $l_2: y = kx + 1$ 经过定点 $(0, 1)$,

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

依题意, 这两条直线图象可分别绕着 A 点、 B 点旋转, 当这两条直线与 AB 互相垂直时, 两直线之间的距离有最大值, 且为 $\sqrt{2}$,

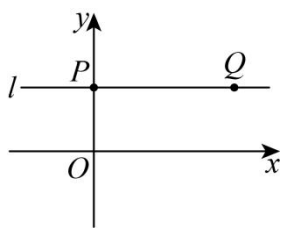
当这两条直线与 AB 不垂直时, 两直线之间的距离 $< \sqrt{2}$ (垂线段最短),

$\therefore$ 当 k 变化时, 两条直线 $l_1: y = kx - k$ 和 $l_2: y = kx + 1$ 的最大距离为 $\sqrt{2}$

故选: B.

二、填空题

9. 如图, 直线 $l \parallel x$ 轴, 直线 l 与 y 轴交于点 P , 点 $Q(2, 1)$ 在直线 l 上, 则点 P 的坐标为_____.



【答案】 $(0, 1)$

【解析】

【分析】根据“ y 轴上的点的横坐标为 0”, 可得 P 点的横坐标为 0. 根据“平行于 x 轴的直线上的点的纵坐标相同”, 可得 P 点纵坐标为 1. 由此可得点 P 的坐标为 $(0, 1)$.

本题主要考查了平面直角坐标系中坐标轴上的点的特征和平行于坐标轴的直线上的点的特征，熟练掌握相关知识是解题的关键.

【详解】解: $\because P$ 点在 y 轴上,

$\therefore P$ 点的横坐标为 0.

$\because$ 直线 $l \parallel x$ 轴, P 点和 Q 点都在直线 l 上

$\therefore P$ 点和 Q 点的纵坐标相同,

$\because Q(2,1)$,

$\therefore P$ 点纵坐标为 1,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0,1)$.

故答案为: $(0,1)$.

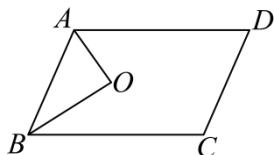
10. 平行四边形两邻角的平分线相交所成的角为_____.

【答案】 90°

【解析】

【分析】 利用平行四边形的性质可知平行四边形的邻角互补, 所以 $\angle DAB + \angle CBA = 180^\circ$, 所以可求出 $\angle ADB = 90^\circ$.

【详解】 $\square ABCD$ 中, AD , BD 分别为 $\angle BAD$, $\angle ABC$ 的角平分线相交于 O ,



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),

又 $\because AO$, BO 分别为 $\angle BAD$, $\angle ABC$ 的角平分线,

$\therefore \angle BAO = \angle DAO = \frac{1}{2} \angle BAD$, $\angle ABO = \angle CBO = \frac{1}{2} \angle ABC$,

$\therefore$ 在 $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 180^\circ - (\angle BAO + \angle ABO)$

$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle BAD + \angle ABC)$

$= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 180^\circ$

$= 90^\circ$

故答案为 90° .

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的性质, 只要熟知平行四边形的性质与三角形的内角和定理即可解答.

11. 经过点 $A(3, -2)$, $B(5, -2)$, 则直线 AB 的可表示为_____

【答案】 $y = -2$ 或 $y + 2 = 0$

【解析】

【分析】 本题考查直线方程的表示方法, 特别是当两点纵坐标相等时, 直线为水平直线, 方程形式为 $y = k$ (常数). 解题的关键是掌握特殊位置直线的特征 (如水平、垂直) 有助于快速解题, 避免使用两点式或点斜式等复杂计算. 题目给出直线上的两个点 $A(3, -2)$ 和 $B(5, -2)$, 要求写出直线 AB 的方程. 观察两点的纵坐标相同, 说明该直线是水平直线, 即平行于 x 轴, 其方程形式为 $y = \text{常数}$. 因此只需根据点的 y 坐标确定常数值即可.

【详解】 点 $A(3, -2)$ 和 $B(5, -2)$ 的纵坐标均为 -2 , 因此直线 AB 平行于 x 轴, 故直线可表示 $y = -2$.

故答案为: $y = -2$

12. 已知 y 关于 x 的函数表达式 $y = 3x + 1$, 则当 $x = -2$ 时, $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -5

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点, 熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键. 把 $x = -2$ 代入函数 $y = 3x + 1$, 求出即可.

【详解】 解: 当 $x = -2$ 是, $y = 3 \times (-2) + 1 = -5$.

故答案为: -5 .

13. 已知函数 $y = 2x$, 试写出一个一次函数使其图像与 $y = 2x$ 的图像没有公共点_____. (写出一个就行)

【答案】 $y = 2x - 1$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质, 两个一次函数图像没有公共点的条件是它们平行, 即斜率相同但截距不同, 由此即可得出结果, 熟练掌握一次函数的性质是解此题的关键.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = 2x$ 的斜率为 2 ,

$\therefore$ 任何形如 $y = 2x + b$ ($b \neq 0$) 的一次函数都与它平行, 从而没有公共点, 例如 $y = 2x - 1$,

故答案为: $y = 2x - 1$ (答案不唯一).

14. 小明班有 35 人参加学校运动会的入场仪式, 队伍共 7 行 5 列, 如果用 $(1, 4)$ 表示第 1 行第 4 列 (从左至

右) 的站位, 那么站在队伍最中间的小明的站位可记作_____.

【答案】 $(4,3)$

【解析】

【分析】 本题考查了点位置的确定, 理解表示方法是解决问题的关键. 小明站在最中间的位置, 即第 4 行和从左至右第 3 列的站位, 按照题目所给的表示示例写出答案即可.

【详解】解: 由于小明站在最中间的位置, 即第 4 行和从左至右第 3 列的站位, 所以小明的站位可记作 $(4,3)$.
故答案为: $(4,3)$.

15. 一个多边形的内角和与外角和的和是 1440° , 则以这个多边形的一个顶点为端点的对角线有_____条.

【答案】 5

【解析】

【分析】 先根据多边形外角和等于 360° 建立方程, 解方程求出这个多边形的边数, 再根据以 n 边形的一个顶点为端点的对角线有 $(n-3)$ 条求解即可.

【详解】解: 设这个多边形的边数为 n ,
 $\therefore$ 一个多边形的内角和与外角和的和是 1440° , 多边形的外角和等于 360° ,
 $\therefore 180^\circ(n-2) = 1440^\circ - 360^\circ$,
解得 $n = 8$,

$\therefore$ 以这个多边形的一个顶点为端点的对角线条数为 $8 - 3 = 5$ (条).

16. 在 $\square ABCD$ 中 $AC=6\text{cm}$, $BD=8\text{cm}$, 则 AB 的取值范围是_____.

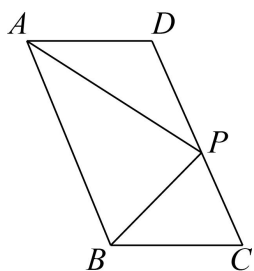
【答案】 $1 < AB < 7$;

【解析】

【详解】如图, $\therefore$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AC=6\text{cm}$, $BD=8\text{cm}$,
 $\therefore OA = \frac{1}{2} AC = 3\text{cm}$, $OB = \frac{1}{2} BD = 4\text{cm}$,
 $\therefore$ 在 $\triangle AOB$ 中, $OB - OA < AB < OA + OB$, 即 $1\text{cm} < AB < 7\text{cm}$.

故答案是: $1\text{cm} < AB < 7\text{cm}$.

17. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, P 是 CD 边上一点, 且 AP 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$, 若 $AD=5$, $AP=8$, 则 $\triangle APB$ 的周长是_____.



【答案】 24

【解析】

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel CB, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle CBA = 180^\circ,$$

又 $\because AP$ 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$,

$$\therefore \angle PAB = \frac{1}{2} \angle DAB, \angle PBA = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2} (\angle DAB + \angle CBA) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 90^\circ;$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle DPA,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle DPA,$$

$$\therefore AD = DP = 5,$$

同理： $PC = CB = 5$,

$$\text{即 } AB = DC = DP + PC = 10,$$

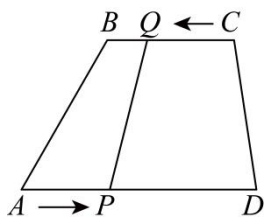
在 $Rt\triangle APB$ 中， $AB = 10$ ， $AP = 8$ ，

$$\therefore BP = \sqrt{AB^2 - AP^2} = 6,$$

$$\therefore \triangle APB \text{ 的周长} = 6 + 8 + 10 = 24.$$

故答案为： 24.

18. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，且 $AD > BC$ ， $BC = 12\text{cm}$ ， $AD = 18\text{cm}$ ，点 P ， Q 分别从点 A ， C 同时出发，点 P 以 1cm/s 的速度由点 A 向点 D 运动，点 Q 以 2cm/s 的速度由点 C 向点 B 运动，
_____ s 后直线 PQ 将四边形 $ABCD$ 截出一个平行四边形.



【答案】4 或 6

【解析】

【分析】设 t 秒时，直线 QP 将四边形 $ABCD$ 截出一个平行四边形，
 $AP = t\text{cm}$, $DP = (18 - t)\text{cm}$, $CQ = 2t\text{cm}$, $BQ = (12 - 2t)\text{cm}$ ，根据平行四边形的性质，可得 $AP = BQ$ 或 $CQ = PD$ ，列方程并解方程即可求出 t 值.

【详解】解：设 t 秒时，直线 QP 将四边形截出一个平行四边形，

根据题意得： $AP = t\text{cm}$, $DP = (18 - t)\text{cm}$, $CQ = 2t\text{cm}$, $BQ = (12 - 2t)\text{cm}$ ，

$\because$ 直线 PQ 将四边形 $ABCD$ 截出一个平行四边形， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore AP = BQ$ 或 $CQ = PD$ ，

$\therefore t = 12 - 2t$ 或 $2t = 18 - t$

解得 $t = 4$ 或 $t = 6$ ，

即 4 或 6s 后直线 PQ 将四边形 $ABCD$ 截出一个平行四边形.

19. 已知 a, b 为两个连续的整数，且 $a < \sqrt{17} < b$. 在平面直角坐标系中，点 $M(a, b)$ 关于直线 $y = x$ 的对称点为 N ，则点 N 到原点的距离为_____.

【答案】 $\sqrt{41}$

【解析】

【分析】本题主要考查了无理数的估算，两点距离计算公式，轴对称的性质，根据无理数的估算方法可得 $4 < \sqrt{17} < 5$ ，则 $a = 4$ ， $b = 5$ ，根据轴对称的性质可得 $ON = OM$ ，据此利用两点距离计算公式求出 OM 的长即可得到答案.

【详解】解： $\because \sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ ，

$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$ ，

$\therefore a, b$ 为两个连续的整数，且 $a < \sqrt{17} < b$ ，

$$\therefore a=4, b=5,$$

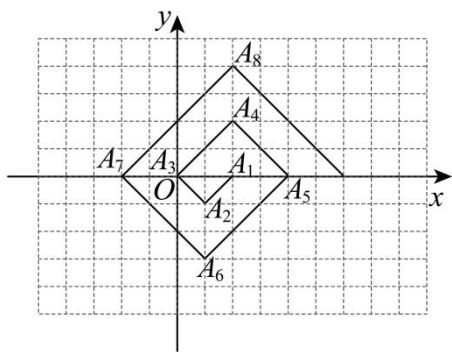
$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (4,5),$$

$$\therefore \text{点 } M(a,b) \text{ 关于直线 } y=x \text{ 的对称点为 } N,$$

$$\therefore ON=OM=\sqrt{(4-0)^2+(5-0)^2}=\sqrt{41},$$

故答案为: $\sqrt{41}$.

20. 如图, 在单位长度为 1 的方格纸上, 三角形 $A_1A_2A_3$, 三角形 $A_3A_4A_5$, 三角形 $A_5A_6A_7$, $\cdots$ 是斜边在 x 轴上、斜边长分别为 2, 4, 6 的等腰直角三角形. 若三角形 $A_1A_2A_3$ 的顶点坐标分别为 $A_1(2,0)$, $A_2(1,-1)$, $A_3(0,0)$, 则依图中规律, 点 A_{2025} 的坐标为_____.



【答案】 $(1014,0)$

【解析】

【分析】 本题是探究规律题型, 考查了点的坐标, 根据题意, 得到规律, 根据规律, 求出 A_{2025} 的坐标, 即可.

【详解】 解: $\because A_1(2,0)$, $A_2(1,-1)$, $A_3(0,0)$, $A_4(2,2)$, $A_5(4,0)$, $A_6(1,-3)$,

$$\therefore \text{得到规律: ①当 } n \text{ 为奇数时: } \begin{cases} A_{2n-1}(2n,0) \\ A_{2n}(1,-n) \\ A_{2n+1}(1-n,0) \end{cases},$$

$$\text{②当 } n \text{ 为偶数时: } \begin{cases} A_{2n-1}(2-n,0) \\ A_{2n}(2,n) \\ A_{2n+1}(2+n,0) \end{cases},$$

$$\therefore 2025 = 2 \times 1012 + 1,$$

$$\therefore n = 1012,$$

$$\therefore A_{2025}(1014, 0),$$

故答案为: $(1014, 0)$.

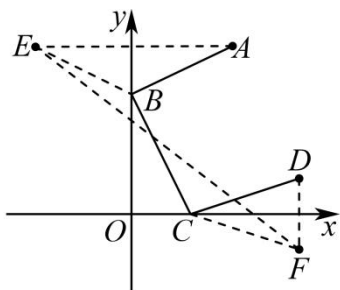
21. 平面内四个点 $A(3, 5)$ 、 $B(0, y)$ 、 $C(x, 0)$ 、 $D(5, 1)$ 将他们顺次联结, 则折线 $AB + BC + CD$ 的最小值为_____.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了两点之间的距离公式、点坐标与轴对称变换、两点之间线段最短, 熟练掌握点坐标与轴对称变换规律是解题关键. 作点 $A(3, 5)$ 关于 y 轴的对称点 $E(-3, 5)$, 作点 $D(5, 1)$ 关于 x 轴的对称点 $F(5, -1)$, 根据轴对称的性质可得 $EB = AB$, $CF = CD$, 则 $AB + BC + CD = EB + BC + CF$, 再根据两点之间线段最短可得当点 E, B, C, F 共线时, $EB + BC + CF$ 的值最小, 最小值为 EF 的长, 由此即可得.

【详解】 解: 如图, 作点 $A(3, 5)$ 关于 y 轴的对称点 $E(-3, 5)$, 作点 $D(5, 1)$ 关于 x 轴的对称点 $F(5, -1)$,



$$\therefore EB = AB, \quad CF = CD,$$

$$\therefore AB + BC + CD = EB + BC + CF,$$

由两点之间线段最短可知, 当点 E, B, C, F 共线时, $EB + BC + CF$ 的值最小, 最小值为

$$EF = \sqrt{(5+3)^2 + (-1-5)^2} = 10,$$

$\therefore$ 折线 $AB + BC + CD$ 的最小值为 10.

故答案为: 10.

22. 已知一次函数 $l_1: y = kx + 5 (k \neq 0)$ 和正比例函数 $l_2: y = x$, 过点 $A(t, 0)$ 作平行于 y 轴的直线分别交直线 l_1 , l_2 于点 B 和点 C , 若在 $0 \leq t \leq 4$ 的范围内, $BC \leq 5$ 恒成立, 则 k 的取值范围为_____.

【答案】 $-\frac{3}{2} \leq k \leq 1$ 且 $k \neq 0$

【解析】

【分析】先根据平行于 y 轴的直线的性质，求出点 B 、点 C 的坐标，得到 BC 长度的表达式，再结合不等式恒成立的条件分类讨论，转化为关于 k 的不等式，求解得到 k 的取值范围.

【详解】解：过点 $A(t, 0)$ 作平行于 y 轴的直线为 $x = t$.

将 $x = t$ 代入 $l_2: y = x$ ，得 $C(t, t)$.

将 $x = t$ 代入 $l_1: y = kx + 5$ ，得 $B(t, kt + 5)$.

$$\therefore BC = |(kt + 5) - t| = |(k - 1)t + 5|.$$

由题意， $0 \leq t \leq 4$ 时， $|(k - 1)t + 5| \leq 5$ 恒成立，

即 $-5 \leq (k - 1)t + 5 \leq 5$ ，化简得 $-10 \leq (k - 1)t \leq 0$.

情况 1：当 $t = 0$ 时， $-10 \leq 0 \leq 0$ ，不等式恒成立.

情况 2：当 $0 < t \leq 4$ 时， $-10 \leq (k - 1)t \leq 0$ ，

不等式两边同时除以 t ($t > 0$ ，不等号方向不变)，得 $\frac{-10}{t} \leq k - 1 \leq 0$ ，

对于 $\frac{-10}{t} \leq k - 1$ 在 $0 < t \leq 4$ 范围内恒成立，

$\because 0 < t \leq 4$ ， t 越大， $\frac{-10}{t}$ 越大，当 $t = 4$ 时， $\frac{-10}{t}$ 取得最大值 $-\frac{5}{2}$ ，

$\therefore k - 1 \geq -\frac{5}{2}$ ，解得 $k \geq -\frac{3}{2}$.

对于 $k - 1 \leq 0$ 在 $0 < t \leq 4$ 范围内恒成立，解得 $k \leq 1$.

又 $\because l_1$ 是一次函数， $k \neq 0$ ，

$\therefore k$ 的取值范围为 $-\frac{3}{2} \leq k \leq 1$ 且 $k \neq 0$.

三、解答题

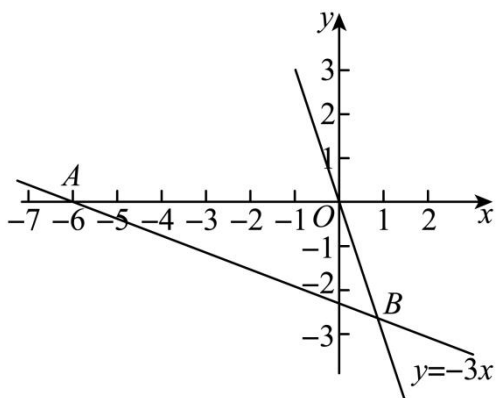
23. 已知点 $A(-6, 0)$ ，并且点 $B(1, -m)$ 在直线 $y = -3x$ 上，求 $\triangle OAB$ 的面积.

【答案】9

【解析】

【分析】画出函数图象，由直线解析式求出 B 点纵坐标，然后求以 OA 为底边，以 B 点纵坐标的绝对值为高的三角形的面积即可.

【详解】解：如图函数图象为：



$\because$ 点 $B(1, -m)$ 在直线 $y = -3x$ 上,

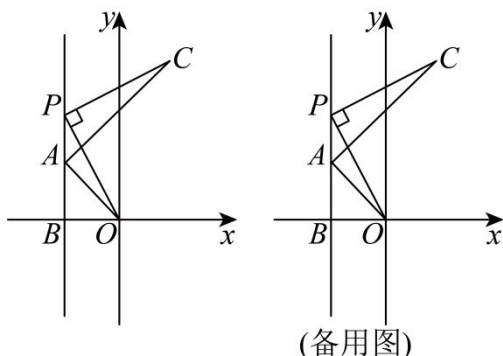
$$\therefore -m = -3,$$

$$\therefore m = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9;$$

【点睛】考查正比例函数图像上的点坐标和解析式的关系，注意点坐标与线段长度之间的转换.

24. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $AB \perp x$ 轴，垂足为 B ， $AB = BO = 2$ ，点 P 为射线 BA 上一动点（不与点 A ， B 重合），连接 OP ，将线段 OP 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PC ，连接 AC 。



- (1) 填空：点 A 关于 x 轴的对称点的坐标为_____，点 B 关于 OA 的对称点的坐标为_____；
- (2) 若 $\angle POB = 60^\circ$ ，求点 B 关于 OP 的对称点的横坐标；
- (3) 若点 C 关于 OP 的对称点为 M ，点 C 关于 OA 的对称点为 N ，求证：点 M 与点 N 关于 x 轴对称.

【答案】(1) $(-2, -2)$ ， $(0, 2)$

(2) 1 (3) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据 $AB \perp x$ 轴和 $AB = BO = 2$ 可得点 A 的坐标，根据关于 x 轴对称的点的横坐标相同，纵坐标互为相反数可得第一空的答案；设点 B 关于 OA 的对称点为点 T ，连接 OT ，根据轴对称的性质推出 $OT = 2$ ， $\angle BOT = 90^\circ$ ，则点 T 在 y 轴上，据此可得答案；

(2) 设点 B 关于 OP 的对称点为点 G ，过点 G 作 $GH \perp x$ 轴于点 N ，由轴对称的性质可得

$OG = OB = 2$ ， $\angle POG = \angle POB = 60^\circ$ ，求出 $\angle HGO = 30^\circ$ ，得到 $OH = \frac{1}{2}OG = 1$ ，据此可得答案；

(3) 过点 C 作直线 AB 的垂线，垂足为 R ，证明 $\triangle BOP \cong \triangle RPC$ (AAS)，得到 $PR = OB = 2$ ， $RC = BP$ ，设 $P(-2, m)$ ，则 $C(m-2, m+2)$ ；由轴对称的性质可得 $PM = PC$ ， $OP \perp CM$ ，则可证明点 P 为 CM 的中点，根据中点坐标公式可得 $M(-m-2, m-2)$ ；可证明 $\angle CAO = 90^\circ$ ，同理可得点 A 为 CN 的中点，同理可得 $N(-m-2, -m+2)$ ，则点 M 与点 N 关于 x 轴对称。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 直线 $AB \perp x$ 轴，垂足为 B ， $AB = BO = 2$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-2, 2)$ ， $\angle ABO = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 点 A 关于 x 轴的对称点的坐标为 $(-2, -2)$ ， $\angle BAO = \angle BOA = 45^\circ$ ；

如图所示，设点 B 关于 OA 的对称点为点 T ，连接 OT ，

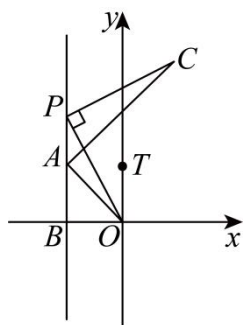
由轴对称的性质可得 $OT = OB = 2$ ， $\angle TOA = \angle BOA = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle TOB = \angle TOA + \angle BOA = 90^\circ$ ，

$\therefore OT \perp OB$ ，即 $OT \perp x$ 轴，

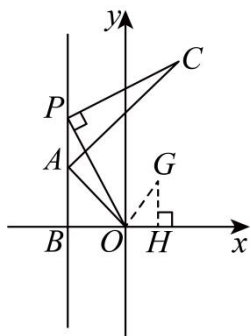
$\therefore$ 点 T 在 y 轴上，

$\therefore$ 点 T 的坐标为 $(0, 2)$ ，即点 B 关于 OA 的对称点的坐标为 $(0, 2)$



【小问 2 详解】

解：如图所示，设点 B 关于 OP 的对称点为点 G ，过点 G 作 $GH \perp x$ 轴于点 N ，



由轴对称的性质可得 $OG = OB = 2$, $\angle POG = \angle POB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle GOH = 180^\circ - \angle POG - \angle POB = 60^\circ,$$

$\because GH \perp x$ 轴,

$$\therefore \angle GHO = 90^\circ,$$

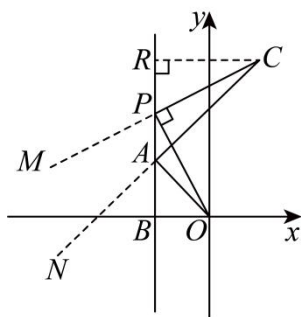
$$\therefore \angle HGO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OG = 1,$$

$\therefore$ 点 B 关于 OP 的对称点的横坐标为 1;

【小问 3 详解】

解: 如图所示, 过点 C 作直线 AB 的垂线, 垂足为 R ,



$$\therefore \angle CRP = \angle PBO = 90^\circ,$$

由旋转的性质可得 $OP = PC$, $\angle OPC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BOP + \angle BPO = 90^\circ = \angle BPO + \angle RPC,$$

$$\therefore \angle BOP = \angle RPC,$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle RPC (\text{AAS}),$$

$$\therefore PR = OB = 2, \quad RC = BP,$$

设 $P(-2, m)$, 则 $BP = m$,

$$\therefore RC = m,$$

$$\therefore C(m-2, m+2);$$

$\therefore$ 点 C 关于 OP 的对称点为 M ,

$\therefore PM = PC, OP \perp CM$,

又 $\because \angle CPO = 90^\circ$,

$\therefore C、P、M$ 三点共线,

$\therefore$ 点 P 为 CM 的中点,

$$\therefore \begin{cases} \frac{x_M + m - 2}{2} = -2 \\ \frac{y_M + m + 2}{2} = m \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x_M = -m - 2 \\ y_M = m - 2 \end{cases},$$

$\therefore M(-m-2, m-2)$;

$\therefore AR = BR - BA = |m+2-2| = m = CR$,

$\therefore \triangle CAR$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle RAC = 45^\circ$,

由 (1) 得 $\angle BAO = 45^\circ$,

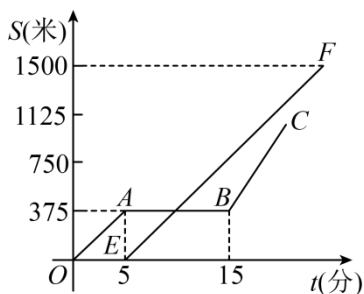
$\therefore \angle CAO = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$,

同理可得点 A 为 CN 的中点,

同理可得 $N(-m-2, -m+2)$,

$\therefore$ 点 M 与点 N 关于 x 轴对称.

25. 甲、乙两位同学一次晨跑的路程 S (米) 与时间 t (分) 的关系如图所示. 已知他们从同一地点出发, 跑步的路线和总路程 (1500 米) 也相同, 其中甲先出发, 途中由于鞋子问题耽误了一些时间. 图中 $OA \parallel EF$. 根据图形所提供的信息, 回答下列问题:



(1) 甲在途中耽误了_____分钟;

(2) 乙跑步的速度是_____米/分;

(3) 如果甲想与乙同时到达终点, 那么他在解决鞋子问题后速度应提高到_____米/分.

【答案】(1) 10 (2) 75

(3) 112.5

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的应用, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数和速度的相关知识解答即可.

(1) 根据函数图像的数据可以得到答案;

(2) 先求出 OA 的表达式, 再利用 $OA \parallel EF$ 求出 EF 的 k 值, 求出 EF 的表达式, 从而求出 F 点的坐标, 最后利用速度 = 路程 $\div$ 时间求出速度即可;

(3) 分别求出甲到达终点要用的时间和需要走的路程, 最后用速度 = 路程 $\div$ 时间求出速度即可.

【小问 1 详解】

解: 由图像可知甲是从 $O-A-B-C$, 所以 $A-B$ 是耽误的时间,

$$15-5=10 \text{ (分钟)}$$

【小问 2 详解】

由图像可知 OA 是正比例函数,

$\therefore$ 设 OA 的表达式是 $y=kx$,

将点 $A(5,375)$ 代入 $y=kx$ 得: $375=5k$, 解得 $k=75$,

$$\therefore y=75x,$$

$$\because OA \parallel EF$$

$$\therefore k_{EF}=k_{OA}=75$$

$\therefore$ 设 EF 的表达式为 $y=75x+b$,

将点 $(5,0)$ 代入 $y=75x+b$ 得: $0=5 \times 75+b$, 解得 $b=-375$,

$$\therefore y=75x-375,$$

当 $y=1500$ 时, 代入 $y=75x-375$ 解得 $x=25$,

$$\therefore F(25,1500),$$

$$\therefore \text{乙的速度为: } 1500 \div (25-5) = 1500 \div 20 = 75 \text{ (米/分)}$$

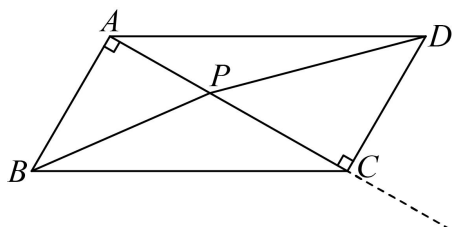
【小问 3 详解】

$$25-15=10(\text{分钟})$$

$$1500-375=1125(\text{米})$$

$$1125 \div 10 = 112.5(\text{米/分})$$

26. 在一次数学活动课上, 小明把两块完全相同且含 30° 角 ($\angle ACB = \angle CAD = 30^\circ$) 的直角三角板 ABC 和 ACD 按如图的位置放置, 三角板 ABC 的边 AB 长 5cm .



(1) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形吗? 请说明理由.

(2) 小明在 AC 上放置一动点 P , 点 P 从 A 点出发, 沿 AC 方向以 1cm/s 的速度在射线 AC 上运动.

① P 点运动几秒时, $\triangle PCD$ 是等腰三角形?

② $\triangle PAD$ 、 $\triangle PBC$ 的面积之和记作 S , 设 P 点运动了 $t\text{s}$.

a. 当 $t \leq 5\sqrt{3}$ 时, S 的大小会随着 P 点运动而改变吗? 若会改变, 请说明理由, 若不会改变, 请求出 S 的值.

b. 当 $t > 5\sqrt{3}$ 时, S 的大小会随着 P 点运动而改变吗? 若不会改变, 请说明理由, 若会改变, 请写出 S 随 t 变化的函数关系式.

【答案】 (1) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 理由见解析

(2) ① P 点运动 $(5\sqrt{3}-5)\text{s}$ 或 $(5\sqrt{3}+5)\text{s}$ 时, $\triangle PCD$ 是等腰三角形; ② a. 不会改变, $S = \frac{25}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$; b. 会改变, $S = 5t - \frac{25\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【分析】 (1) 根据平行四边形的判定定理理解答即可;

(2) ① 根据直角三角形的性质可得 $BC = 2AB = 10$, $AC = 5\sqrt{3}$, 然后分两种情况: 当点 P 在线段 AC 上时, 当点 P 在线段 AC 的延长线上时, 即可解答; ② a. 当 $t \leq 5\sqrt{3}$ 时, 此时点 P 在线段 AC 上根据题意可得 $S_{\triangle PCD} = S_{\triangle BPC}$, 可得到 $S = S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PCD} = S_{\triangle ACD}$; b. 当 $t > 5\sqrt{3}$ 时, 此时点 P 在线段 AC 的延长线上, $PC = t - 5\sqrt{3}$, 根据 $S = S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}AP \times CD + \frac{1}{2}PC \times AB$, 即可.

【小问 1 详解】

解：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。理由：

根据题意得： $AB = CD = 5, AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解：①在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ, \angle ACB = 30^\circ, AB = 5$,

$$\therefore BC = 2AB = 10,$$

$$\therefore AC = 5\sqrt{3},$$

$\because \triangle PCD$ 是等腰三角形， $\angle ACD = 90^\circ$,

$$\therefore PC = CD = 5,$$

当点 P 在线段 AC 上时， $AP = AC - PC = (5\sqrt{3} - 5)\text{cm}$,

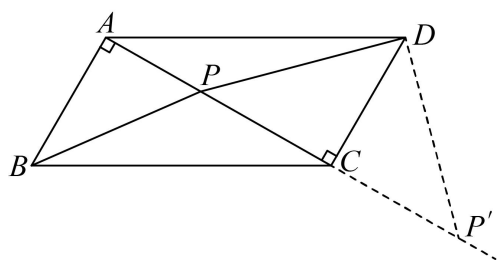
$\therefore$ 点 P 的运动时间为 $(5\sqrt{3} - 5)\text{s}$;

当点 P 在线段 AC 的延长线上时， $AP = AC + PC = (5\sqrt{3} + 5)\text{cm}$,

$\therefore$ 点 P 的运动时间为 $(5\sqrt{3} + 5)\text{s}$;

综上所述， P 点运动 $(5\sqrt{3} - 5)\text{s}$ 或 $(5\sqrt{3} + 5)\text{s}$ 时， $\triangle PCD$ 是等腰三角形；

②a. 如图：当 $t \leq 5\sqrt{3}$ 时， S 的大小不会随着 P 点运动而改变.



此时点 P 在线段 AC 上,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD,$$

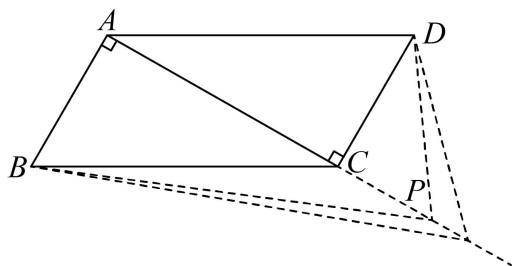
$$\because AB \perp AC, CD \perp AC,$$

$$\therefore S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2}PC \times CD, S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}PC \times AB,$$

$$\therefore S_{\triangle PCD} = S_{\triangle BPC},$$

$$\therefore S = S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PCD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AC \times CD = \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2;$$

b. 如图：当 $t > 5\sqrt{3}$ 时， S 的大小会随着 P 点运动而改变.



此时点 P 在线段 AC 的延长线上， $PC = t - 5\sqrt{3}$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD = 5,$$

$$\therefore S = S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PBC}$$

$$= \frac{1}{2}AP \times CD + \frac{1}{2}PC \times AB$$

$$= \frac{1}{2}t \times 5 + \frac{1}{2}(t - 5\sqrt{3}) \times 5$$

$$= 5t - \frac{25\sqrt{3}}{2}.$$

27. 我们知道平行四边形有很多性质. 如果我们把平行四边形沿着它的一条对角线翻折, 那么会发现这其中还有更多的结论. 发现与证明

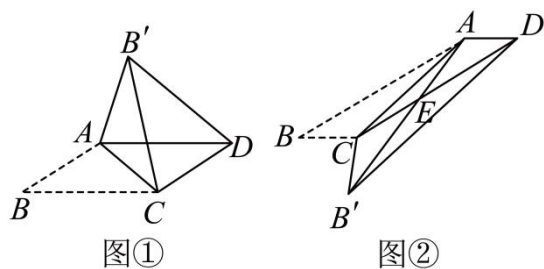
在 $\square ABCD$ 中, $AB \neq BC$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB'C$, 连接 $B'D$.

结论 1: $B'D \parallel AC$;

结论 2: $\triangle AB'C$ 与 $\square ABCD$ 重叠的部分的图形是等腰三角形;

.....

(1) 请利用图①证明结论 1.



(2) 在 $\square ABCD$ 中, 已知 $\angle B = 30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB'C$, 连接 $B'D$

(I) 如图①, 若 $AB = \sqrt{3}$, $\angle AB'D = 75^\circ$, 则 $\angle ACD =$ _____, $BC =$ _____.

(II) 如图②, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 1$, AB' 与边 CD 相交于点 E , 则 $\triangle AEC$ 的面积为 _____;

(III) 已知 $AB = 2\sqrt{3}$, 当 BC 长为多少时, $\triangle AB'D$ 是直角三角形? 请直接写出答案.

【答案】 ①. 见解析 ②. (I) 105° , $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$; (II) $\frac{7\sqrt{3}}{36}$; (III) 6 或 2 或 4 或 3

【解析】

【分析】 (1) 由平行四边形的性质和翻折的性质可证明 $\triangle ABC \cong \triangle AB'C$, 得

$\angle ACB = \angle ACB' = \angle CAD = \frac{180^\circ - \angle AFC}{2}$, 进而得 $AF = CF$, 从而 $B'F = DF$, 得

$\angle CB'D = \angle DB'A = \frac{180^\circ - \angle B'FD}{2}$, 进而得 $\angle ACB' = \angle CB'D$, 从而 $B'D \parallel AC$ 得证;

(2) (I) 根据翻折的性质求得 $\angle AB'C = \angle B = 30^\circ$, 从而求得 $\angle CB'D = \angle AB'D - \angle AB'C = 45^\circ$, 由 $B'D \parallel AC$ 得 $\angle ACB' = \angle CB'D = 45^\circ$, 进而在 $\triangle ACB'$ 中有内角和定理得 $\angle B'AC = 105^\circ$, 根据翻折的性质和平行四边形的性质得 $\angle ACD = \angle BAC = \angle B'AC = 105^\circ$; 过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G , 在 $Rt\triangle ABG$ 和 $Rt\triangle ACG$ 中, 解直角三角形得 AG , BG , CG , 根据 $BC = BG + CG$ 可求得;

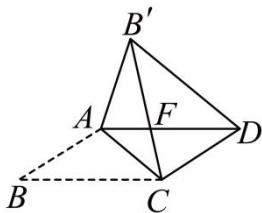
(II) 过点 C 作 $CH \perp AB'$ 于点 H , 通过解直角三角形求得 CH 和 $B'H$, 进而求得 AH 的长, 设

$AE = CE = x$, 则 $EH = \frac{3\sqrt{3}}{2} - x$, 根据勾股定理列方程求得 x 值, 然后根据三角形的面积公式即可求解;

(III) 按 $\triangle AB'D$ 中的直角分三类讨论, 分别为当 $\angle AB'D = 90^\circ$ 时 (注意这这时有两种情况), 当 $\angle AB'D = 90^\circ$ 时, 当 $\angle ADB' = 90^\circ$ 时, 结合图形通过解直角三角形求 BC 的长.

【小问 1 详解】

证明: 如图, 记 AD 与 $B'C$ 相交于点 F ,



$\because \triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB'C$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AB'C$, $\angle ACB = \angle ACB'$, $BC = B'C$,

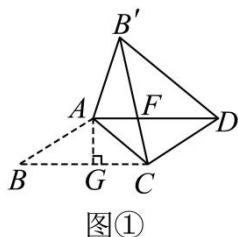
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\begin{aligned}
&\therefore AD = BC, \quad AD \parallel BC, \\
&\therefore B'C = AD, \quad \angle ACB = \angle CAD, \\
&\therefore \angle ACB' = \angle CAD = \frac{180^\circ - \angle AFC}{2}, \\
&\therefore AF = CF, \\
&\therefore B'F = DF, \\
&\therefore \angle CB'D = \angle DB'A = \frac{180^\circ - \angle B'FD}{2}, \\
&\because \angle AFC = \angle B'FD, \\
&\therefore \angle ACB' = \angle CB'D, \\
&\therefore B'D \parallel AC;
\end{aligned}$$

【小问2详解】

$$\begin{aligned}
&\text{(I) 解: 由 (1) 得 } \triangle ABC \cong \triangle AB'C, \\
&\therefore \angle AB'C = \angle B = 30^\circ, \quad \angle BAC = \angle B'AC, \\
&\because \angle AB'D = 75^\circ, \\
&\therefore \angle CB'D = \angle AB'D - \angle AB'C = 45^\circ, \\
&\text{由 (1) 得 } B'D \parallel AC, \\
&\therefore \angle ACB' = \angle CB'D = 45^\circ, \\
&\text{在 } \triangle ACB' \text{ 中, } \angle B'AC = 180^\circ - \angle ACB' - \angle AB'C = 105^\circ, \\
&\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形,} \\
&\therefore AD \parallel BC, \therefore \angle ACD = \angle BAC = \angle B'AC = 105^\circ,
\end{aligned}$$

过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G , 如图所示,



在 $Rt\triangle ABG$ 中, $\angle B = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}$,

$$\therefore AG = AB \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad BG = AB \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2},$$

由翻折得 $\angle ACB = \angle ACB' = 45^\circ$,

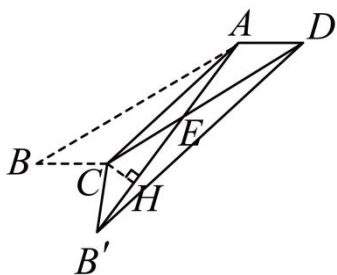
$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACG$ 中, $\angle ACG = 45^\circ$,

$$\therefore CG = AG = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BC = BG + CG = \frac{3 + \sqrt{3}}{2},$$

$$\text{故 } \angle ACD = 105^\circ, \quad BC = \frac{3 + \sqrt{3}}{2};$$

(II) 解: 过点 C 作 $CH \perp AB'$ 于点 H , 如图所示,



图②

在 $Rt\triangle CB'H$ 中, 由翻折得 $\angle CB'H = \angle B = 30^\circ$, $B'C = BC = 1$,

$$\therefore CH = \frac{1}{2}, \quad B'H = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AH = AB' - B'H = AB - B'H = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

由翻折得 $\angle BAC = \angle B'AC$, 由 $AB \parallel CD$ 得 $\angle BAC = \angle ACD$,

$$\therefore \angle B'AC = \angle ACD, \quad \therefore AE = CE,$$

$$\text{设 } AE = CE = x, \text{ 则 } EH = AH - AE = \frac{3\sqrt{3}}{2} - x,$$

$$\therefore CH^2 + EH^2 = CE^2,$$

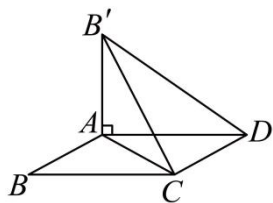
$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - x\right)^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{7\sqrt{3}}{9},$$

$$\therefore AE = \frac{7\sqrt{3}}{9},$$

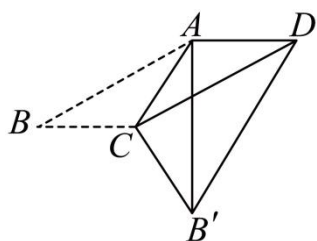
$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} \times AE \times CH = \frac{1}{2} \times \frac{7\sqrt{3}}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{36};$$

(III) 解: ①当 $\angle B'AD = 90^\circ$ 时, 如下图所示,



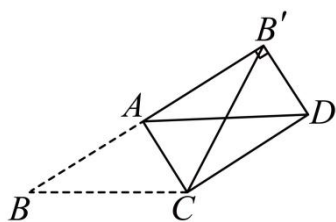
$$\angle ACB = 30^\circ, \quad BC = 2AB \cdot \cos 30^\circ = 2 \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6;$$

如下图所示,



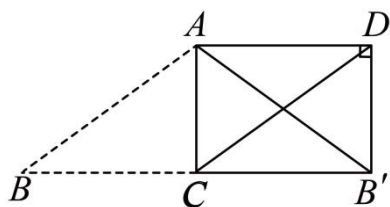
$$\angle BAC = 30^\circ, \quad BC = \frac{AB}{2} \div \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2;$$

②当 $\angle AB'D = 90^\circ$ 时, 如下图所示,



$$\angle ACB = 60^\circ, \quad BC = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4;$$

③当 $\angle ADB' = 90^\circ$ 时, 如下图所示,



$$\angle ACB = 90^\circ, \quad BC = AB \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,$$

综上所述, BC 的长为 6 或 2 或 4 或 3.