

2025-2026 学年八年级数学下学期 3 月学情自测卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(五四制)(2024)第 23 章 平行四边形。

第一部分(选择题 共 18 分)

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 不能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是 ()

- A. $AB \parallel CD, AD = BC$ B. $AD = BC, AB = CD$
C. $AD \parallel BC, AD = BC$ D. $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

【答案】A

【分析】本题考查平行四边形的判定, 根据平行四边形的判定方法, 进行判断即可。

【详解】解: A、一组对边平行, 另一组对边相等的四边形不一定是平行四边形, 也可能是等腰梯形, 故不能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 符合题意;

B、两组对边分别相等的四边形为平行四边形, 故能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 不符合题意;

C、一组对边平行且相等的四边形为平行四边形, 故能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 不符合题意;

D、 $\because \angle A = \angle C, \angle B = \angle D, \angle A + \angle C + \angle B + \angle D = 360^\circ,$

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ, \angle A + \angle D = 180^\circ,$

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC,$

故能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 不符合题意;

故选 A.

2. 已知以下命题: ①一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; ②对角线相等的四边形是矩形; ③两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形; ④对角线互相垂直的四边形是菱形. 其中正确的命题的个数是

()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

【答案】A

【分析】本题主要考查命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理．根据平行四边形、矩形、菱形和正方形的判定直接进行判断即可．

【详解】解：①一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，是真命题；

②对角线相等的平行四边形是矩形，原命题是假命题；

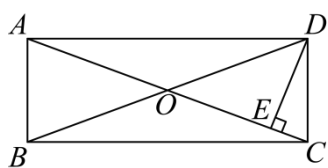
③对角线互相垂直平分，且相等的四边形是正方形，原命题是假命题；

④对角线互相垂直平分的四边形是菱形，原命题是假命题；

综上所述可知，正确的命题只有 1 个．

故选：A．

3. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $DE \perp AC$ 于点 E ， $\angle BOC = 140^\circ$ ，则 $\angle CDE$ 的大小是 ()



A. 20°

B. 25°

C. 40°

D. 65°

【答案】A

【分析】先利用矩形对角线相等且互相平分的性质，结合 $\angle BOC = 140^\circ$ 求出 $\angle DOC$ 和 $\angle OCD$ 的度数；再根据 $DE \perp AC$ 得到 $\angle DEC = 90^\circ$ ，在直角三角形中求出 $\angle CDE$ 的度数．

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $OC = OD$ ， $\angle BOC + \angle DOC = 180^\circ$ ．

∵ $\angle BOC = 140^\circ$

∴ $\angle DOC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ．

在 $\triangle DOC$ 中， $OC = OD$ ，

∴ $\triangle DOC$ 为等腰三角形．

$$\angle OCD = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

∵ $DE \perp AC$

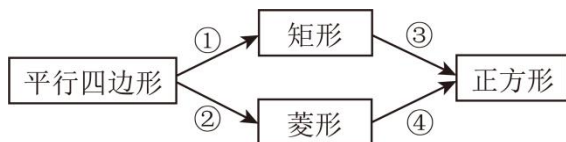
∴ $\angle DEC = 90^\circ$ ．

∴ $\angle CDE = 90^\circ - \angle OCD = 20^\circ$ ．

故选：A.

【点睛】本题考查了矩形的性质和等腰三角形的性质，解题关键是利用矩形对角线的性质得到等腰三角形，再结合直角三角形的两个锐角互余求出角度.

4. 在学习了《平行四边形》这一章节后，小侯针对几种特殊的平行四边形的关系画出了如图草图，他让同桌小润在箭头处填写了它们之间转换的条件，其中填写正确的是（ ）



A. ①：中心对称

B. ③：对边相等

C. ②：有一组邻边相等

D. ④：对角线互相平分

【答案】C

【分析】本题考查了矩形的判定方法，菱形的判定方法，正方形的判定方法.

根据矩形的判定方法，菱形的判定方法，正方形的判定方法逐一分析即可.

【详解】解：A. ①：中心对称是平行四边形的固有性质，无法判断其为矩形；

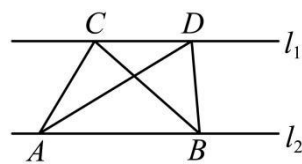
B. ③：对边相等是矩形的固有性质，无法判断其为正方形；

C. ②：有一组邻边相等的平行四边形是菱形，填写正确；

D. ④：对角线互相平分是菱形的固有性质，无法判断其为正方形；

故选：C.

5. 如图， $l_1 \parallel l_2$ ， $AB = 4$ ， $S_{\triangle DAB} = 4$ ，则点C到AB的距离为（ ）



A. 2

B. 8

C. 10

D. 12

【答案】A

【分析】本题主要考查平行线的性质，运用平行线之间三角形面积相等是解题的关键.

首先利用平行线之间三角形面积相等，得到 $\triangle ACB$ 的面积，再根据面积公式求解点C到AB的距离即可.

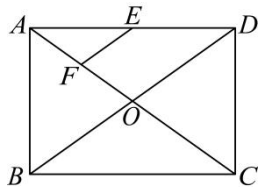
【详解】解： $\because l_1 \parallel l_2$ ， $S_{\triangle DAB} = 4$ ，

$$\therefore S_{\triangle DAB} = S_{\triangle CAB} = 4,$$

$$\therefore \text{点C到AB的距离为 } \frac{2 \times 4}{4},$$

故选：A.

6. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E 是边 AD 的中点，点 F 在对角线 AC 上，且 $AF = \frac{1}{4}AC$ ，连接 EF ．若 $AC = 8$ ，则 EF 的长为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

【答案】B

【分析】本题考查矩形的性质，三角形中位线定理.

由矩形性质得点 F 为 AO 中点，从而可得 EF 为 $\triangle AOD$ 的中位线，进而求解.

【详解】解：在矩形 $ABCD$ 中， $AC = BD$ ，

$$\therefore AO = CO = OD = \frac{1}{2}AC = 4,$$

$$\because AF = \frac{1}{4}AC,$$

$$\therefore AF = FO,$$

即点 F 是边 OA 的中点，

$\because$ 点 E 是边 AD 的中点，

$\therefore EF$ 为 $\triangle AOD$ 的中位线，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}OD = 2.$$

故选：B.

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 一个多边形的内角和等于 720° ，则这个多边形是____边形.

【答案】六

【分析】本题考查了多边形内角和，掌握多边形内角和公式是解题关键. 设这个多边形是 n 边形，根据多边形内角和公式列方程求解即可.

【详解】解：设这个多边形是 n 边形，

则 $(n-2) \times 180^\circ = 720^\circ$,

解得 $n = 6$,

即这个多边形是六边形,

故答案为: 六.

8. 若一个多边形的内角和为 1800° , 则这个多边形的对角线条数是_____.

【答案】54

【分析】本题考查了多边形内角和公式与对角线公式的结合应用, 关键在于准确求出边数并代入计算. 根据多边形的内角和公式求出边数, 然后根据对角线的条数的公式进行计算即可求解.

【详解】解: 设多边形的边数是 n , 则

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ,$$

解得 $n = 12$,

多边形的对角线条数公式为: $\frac{n(n-3)}{2}$,

代入 $n = 12$:

$$\frac{12 \times (12-3)}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$$

故答案为: 54.

9. 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A - \angle B = 50^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为_____.

【答案】 115° /115 度

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质, 解题的关键是掌握平行四边形的对角相等, 邻角互补. 根据平行四边形的性质可知 $\angle A + \angle B = 180^\circ$, 再有 $\angle A - \angle B = 50^\circ$, 可求出 $\angle A$ 的度数.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

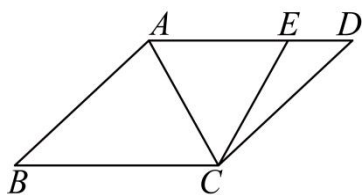
$$\therefore \angle A - \angle B = 50^\circ,$$

两式相加可得 $2\angle A = 230^\circ$,

$$\therefore \angle A = 115^\circ.$$

故答案为: 115° .

10. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 若 $\angle ACB = 54^\circ$, $\angle D = 40^\circ$, $AE = AC$, 则 $\angle ECD =$ _____.



【答案】 23° / 23 度

【分析】 本题考查了平行四边形的性质，等腰三角形的性质，三角形外角性质，由平行四边形的性质得 $AD \parallel BC$ ，即得 $\angle CAE = \angle ACB = 54^\circ$ ，进而根据等腰三角形的性质得 $\angle AEC = \angle ACE = 63^\circ$ ，再根据三角形的外角性质即可求解，熟练掌握知识点是解题的关键.

【详解】 解： $\because \square ABCD$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle CAE = \angle ACB = 54^\circ$ ，

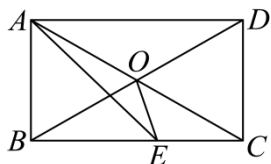
$\because AE = AC$ ，

$\therefore \angle AEC = \angle ACE = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = 63^\circ$ ，

$\therefore \angle ECD = \angle AEC - \angle D = 63^\circ - 40^\circ = 23^\circ$ ，

故答案为： 23° .

11. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， AC ， BD 相交于点 O ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E . 若 $\angle ODA = 30^\circ$ ，则 $\angle BOE$ 的度数为_____.



【答案】 75° / 75 度

【分析】 本题主要考查矩形的性质，等腰三角形的判定及性质，可求得 $\angle BAE = \angle BEA$ ，得到 $AB = BE$ ，进而求得 $\triangle ABO$ 为等边三角形，得到 $BE = OB$.

【详解】 $\because AE$ 平分 $\angle BAD$ ，

$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAD = 45^\circ$.

$\therefore \angle BEA = 90^\circ - \angle BAE = 45^\circ$.

$\therefore \angle BAE = \angle BEA$.

$\therefore AB = BE$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore OD = OA = OB, \quad AD \parallel BC.$$

$$\therefore \angle ODA = \angle OAD = 30^\circ, \quad \angle OBE = \angle ODA = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle BAO = 90^\circ - \angle OAD = 60^\circ.$$

$\therefore \triangle ABO$ 为等边三角形.

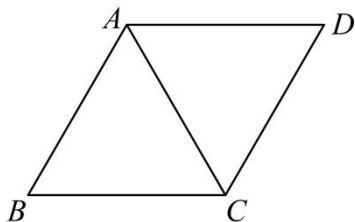
$$\therefore AB = OA = OB.$$

$$\therefore BE = OB.$$

$$\therefore \angle BOE = \angle BEO = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle OBE) = 75^\circ.$$

故答案为: 75°

12. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 10$, $\angle B = 60^\circ$, 则 AC 的长为_____.



【答案】10

【分析】由菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, 易证得 ABC 是等边三角形, 根据等边三角形的性质即可得解.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB = BC = 10,$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

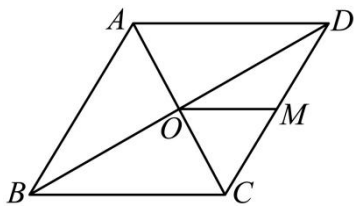
$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore AC = 10.$$

故答案为: 10.

【点睛】本题考查了菱形的性质, 等边三角形的判定与性质, 熟记菱形的性质并推出等边三角形是解题的关键.

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = AC$, 对角线 AC , BD 交于点 O , 点 M 是 CD 的中点, $OM = 1$, 则 $\square ABCD$ 的周长为_____.



【答案】8

【分析】本题考查了菱形的判定与性质, 直角三角形斜边中线的性质, 证明四边形 $ABCD$ 是菱形得 $AC \perp BD$, $AB = BC = CD = AD$, 根据直角三角形斜边中线的性质得 $CD = 2OM = 2$, 进而可求出 $\square ABCD$ 的周长.

【详解】解: $\because \angle ABC = 60^\circ$, $AB = AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = BC$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $AB = BC = CD = AD$,

$\therefore \angle COD = 90^\circ$,

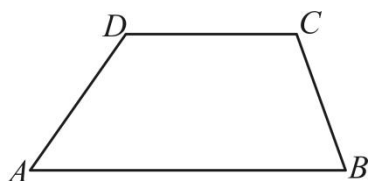
$\because$ 点 M 是 CD 的中点, $OM = 1$,

$\therefore CD = 2OM = 2$,

$\therefore \square ABCD$ 的周长为: $2 \times 4 = 8$.

故答案为: 8.

14. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle C = 2\angle A$, $CD = 6$, $BC = 5$, 则 $AB =$ _____.

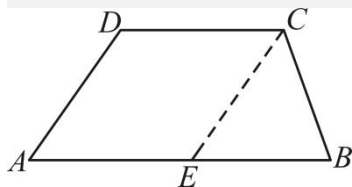


【答案】11

【分析】本题考查了平行四边形性质, 等腰三角形性质, 解题的关键在于作辅助线构造平行四边形.

作 $CE \parallel AD$ 交 AB 于点 E , 证明四边形 $AECD$ 是平行四边形, 结合平行四边形性质推出 $AE = CD = 6$, $\angle BEC = \angle BCE$, 进而得到 $BE = BC = 5$, 再根据 $AB = AE + BE$ 求解, 即可解题.

【详解】解: 作 $CE \parallel AD$ 交 AB 于点 E , 则 $\angle BEC = \angle A$,



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形, $\angle BEC = \angle DCE$,

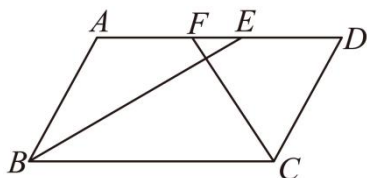
$\because CD = 6$,

$\therefore AE = CD = 6$, $\angle A = \angle DCE$,

$$\begin{aligned}
&\because \angle BCD = 2\angle A, \\
&\therefore \angle BCD = 2\angle DCE = \angle DCE + \angle BCE, \\
&\therefore \angle DCE = \angle BCE, \\
&\therefore \angle BEC = \angle BCE, \\
&\therefore BC = 5, \\
&\therefore BE = BC = 5, \\
&\therefore AB = AE + BE = 6 + 5 = 11;
\end{aligned}$$

故答案为：11.

15. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, BE 、 CF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 交 AD 于点 E 、点 F , 已知 $AB = 6$, $BC = 10$, 则 EF 的长为_____



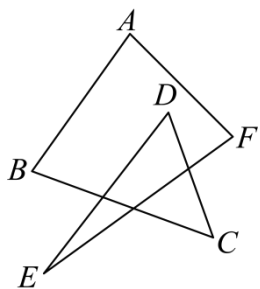
【答案】 2

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 解答本题的关键是根据平行线的性质和角平分线的定义得出 $\angle ABE = \angle AEB$. 根据四边形 $ABCD$ 平行四边形可得 $AE \parallel BC$, 根据平行线的性质和角平分线的定义可得出 $\angle ABE = \angle AEB$, 继而可得 $AB = AE = 6$, 同理得: $DF = CD = 6$, 然后根据已知可求得 EF 的长度.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,
 $\therefore AE \parallel BC$, $AD = BC = 10$, $AB = CD = 6$,
 $\therefore \angle AEB = \angle EBC$,
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABE = \angle EBC$,
 $\therefore \angle ABE = \angle AEB$,
 $\therefore AB = AE = 6$,
 同理得: $DF = CD = 6$,
 $\therefore EF = AE + DF - AD = 6 + 6 - 10 = 2$.

故答案为: 2.

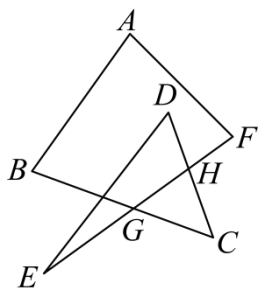
16. 如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数为_____.



【答案】 $360^\circ/360$ 度

【分析】 本题考查了三角形外角的性质、四边形的内角和定理，熟练掌握三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和是解题的关键。根据三角形外角的性质得到 $\angle C + \angle D + \angle E = \angle C + \angle CHG = \angle BGF$ ，再根据四边形的内角和定理即可求解。

【详解】 解：如图，



$$\because \angle CHG = \angle D + \angle E,$$

$$\therefore \angle C + \angle D + \angle E = \angle C + \angle CHG = \angle BGF,$$

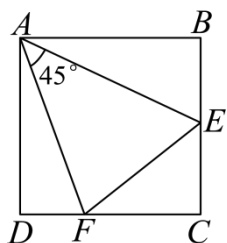
$$\because \text{四边形 } ABGF \text{ 的内角和为 } 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle BGF + \angle F = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ.$$

故答案为： 360° .

17. 如图, 点 E 、 F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 BC 、 CD 上, $\angle EAF = 45^\circ$, 已知 $AD = 6$, $DF = 2$, 则 $S_{\triangle AEF} =$ _____.

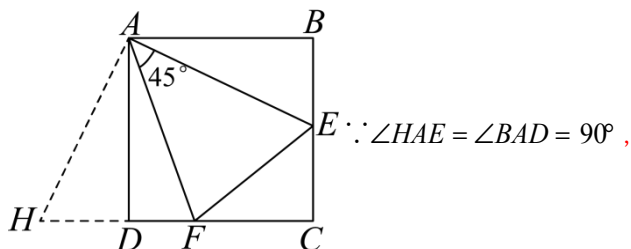


【答案】 15

【分析】 本题考查全等三角形的判定与性质、勾股定理，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键。

过点 A 作 $AH \perp AE$ 交 CD 的延长线于点 H ，易证得 $\triangle ADH \cong \triangle ABE$ (ASA) 和 $\triangle AHF \cong \triangle EAF$ (SAS)，根据全等三角形的性质得到 $EF = HF$ ，设 $DH = BE = x$ ，则 $EF = 2 + x$ 、 $CE = 6 - x$ ，根据 $EF^2 = CF^2 + CE^2$ 列方程，求解 x 的值，利用 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AHF}$ 进行计算求解即可。

【详解】解：过点 A 作 $AH \perp AE$ 交 CD 的延长线于点 H ，如图：



$$\therefore \angle HAD = \angle BAE,$$

$$\because \angle ADH = \angle ABE = 90^\circ, \quad AD = AB,$$

$$\therefore \triangle ADH \cong \triangle ABE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AH = AE, \quad DH = BE,$$

$$\because \angle BAE + \angle DAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle HAD + \angle DAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle HAF = \angle EAF = 45^\circ,$$

$$\because AF = AF,$$

$$\therefore \triangle AHF \cong \triangle EAF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore EF = HF,$$

$$\because AD = DC = 6, \quad DF = 2,$$

$$\therefore CF = 6 - 2 = 4,$$

$$\text{设 } DH = BE = x, \text{ 则 } EF = 2 + x, \quad CE = 6 - x,$$

$$\because EF^2 = CF^2 + CE^2,$$

$$\therefore (2 + x)^2 = 4^2 + (6 - x)^2,$$

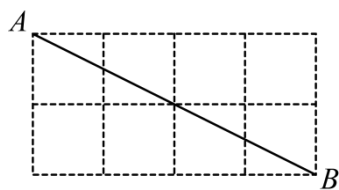
$$\text{解得 } x = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AHF} = \frac{1}{2} \times (3 + 2) \times 6 = 15,$$

故答案为：15。

18. 定义：有两个相邻内角互余的四边形称为邻余四边形，这两个角的夹边称为邻余线。如图，在 4×2 的

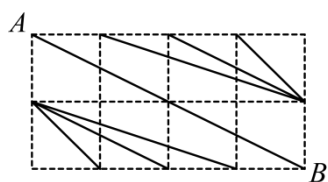
方格纸中， A 、 B 在格点上，如果 C 、 D 在格点上，且 AB 是邻余线，那么该方格纸中符合条件的邻余四边形 $ABCD$ 的个数有_____个.



【答案】 6

【分析】 根据邻余四边形概念作出相应图形即可求解.

【详解】 解： 如图所示：



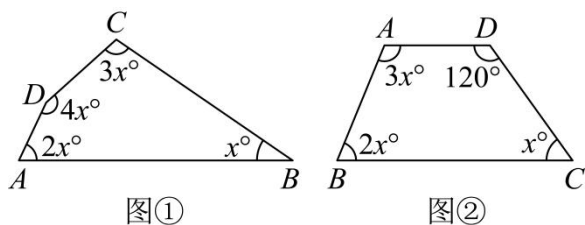
故该方格纸中符合条件的邻余四边形 $ABCD$ 的个数有 6 个.

故答案为： 6.

【点睛】 考查了邻余四边形概念的理解与运用， 正确理解新定义是解题的关键.

三、解答题 (共 58 分)

19. (本题 5 分) 求出下列图形中 x 的值.



【答案】 36; 40

【分析】 本题考查了四边形内角和， 解题的关键是结合四边形的内角和寻求等量关系， 构建方程. 先根据四边形内角和为 360° ， 用 x 建立方程， 对每个 x 逐一求解即可.

【详解】 解： 图①： $\because$ 四边形的内角和等于 360° ，

$$\therefore x + 2x + 4x + 3x = 360,$$

解得 $x = 36$.

图②： $\because$ 四边形的内角和等于 360° ，

$$\therefore x + 2x + 3x + 120 = 360,$$

解得 $x = 40$.

20. (本题 5 分) 看下图解答问题.



(1) 小明为什么说多边形的内角和不可能是 2026° ?

(2) 小华求的是几边形的内角和? 内角和是多少度? 多加的那个外角是多少度?

【答案】 (1) 见解析

(2) 十三边形, 内角和 1980° , 外角 46°

【分析】 本题考查了多边形的内角和定理, 解题的关键是掌握 n 边形的内角和为: $180^\circ(n-2)$.

(1) 由 n 边形的内角和公式为 $(n-2) \times 180^\circ$, 可知 n 边形的内角和一定是 180° 的整数倍, 而 2026 不能被 180 整除, 所以小明说不可能;

(2) 由 (1) 可得到多加的那个外角的度数, 以及多边形的边数和内角和.

【详解】 (1) 解: $\because n$ 边形的内角和是 $(n-2) \times 180^\circ$,

$\therefore$ 多边形的内角和一定是 180° 的整数倍.

$\because 2026 \div 180 = 11 \cdots 46$,

$\therefore$ 小明说多边形的内角和不可能是 2026° .

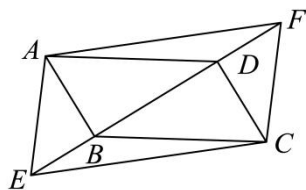
(2) 解: $2026^\circ \div 180^\circ = 11 \cdots 46^\circ$.

$11 + 2 = 13$,

$2026^\circ - 46^\circ = 1980^\circ$.

故小华求的是十三边形的内角和, 内角和是 1980° , 多加的那个外角是 46° .

21. (本题 5 分) 如图, 点 E, B, D, F 在同一直线上, $AF \parallel CE$, $DE = BF$, $\angle ADB = \angle CBD$. 连接 AE , CF .



求证:

(1) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【分析】(1) 由题意易得 $\angle AFD = \angle CEB$, $\angle ADF = \angle CBE$, $BE = DF$, 然后可得 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ (ASA), 则有 $AD = CB$, 再证明 $AD \parallel CB$, 进而问题可求证;

(2) 由 (1) 可得 $AF = CE$, 然后根据平行四边形的判定定理可进行求证.

【详解】(1) 证明: $\because AF \parallel CE$,

$$\therefore \angle AFD = \angle CEB.$$

$$\because \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle CBE.$$

$$\because DE = BF,$$

$$\therefore DE - BD = BF - BD, \text{ 即 } BE = DF.$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle FDA = \angle EBC \\ DF = BE \\ \angle AFD = \angle CEB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AD = CB.$$

$$\because \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\therefore AD \parallel CB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

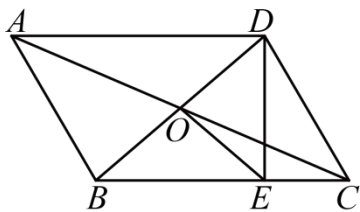
(2) 证明: 由 (1) 知 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$,

$$\therefore AF = CE.$$

又 $\because AF \parallel CE$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

22. (本题 5 分) 如下图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, 对角线 AC , BD 交于点 O , E 为 BC 边上一点, 连接 DE , OE . 若 $OB = OE$, $\angle EDC = 30^\circ$, 求 OB 的长.



【答案】 $OB = \sqrt{7}$

【分析】利用平行四边形的性质和等腰三角形的性质，结合三角形内角和定理和勾股定理，求解 OB 的长度；
 本题考查了平行四边形的性质和勾股定理，熟练掌握相关内容是解题的关键。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OB = OD, \quad CD = AB = 4, \quad BC = AD = 6.$$

$$\text{又} \because OB = OE,$$

$$\therefore OD = OE, \quad \angle OBE = \angle OEB,$$

$$\therefore \angle OED = \angle ODE.$$

$$\because \angle OBE + \angle OEB + \angle OED + \angle ODE = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle OEB + 2\angle OED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OEB + \angle OED = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp BC.$$

$$\because \angle EDC = 30^\circ,$$

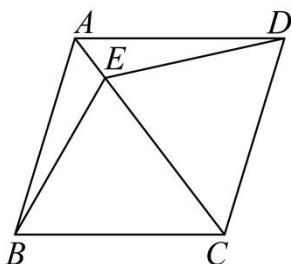
$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4 = 2, \quad DE = \sqrt{DC^2 - CE^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BE = BC - CE = 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{16 + 12} = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} = \sqrt{7}.$$

23. (本题 5 分) 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E 是对角线 AC 上一点，且 $BE = DE$ 。



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 若 $AB = 10$ ， $AC = 12$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积。

【答案】(1)证明见解析

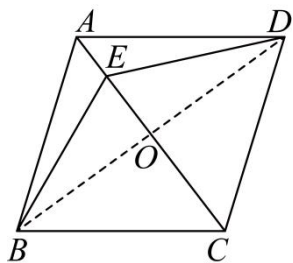
(2)96

【分析】本题考查菱形的判定与性质，平行四边形的性质，菱形的面积，勾股定理；

(1) 连接 BD 与 AC 交于点 O ，证明 $\triangle BOE \cong \triangle DOE$ (SSS)，得到 $\angle BOE = \angle DOE = 90^\circ$ ，即 $AC \perp BD$ ，则平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 先求出 $OA = OC = \frac{1}{2}AC = 6$ ，再勾股定理求出 $OB = 8$ ，则 $BD = 16$ ，再根据菱形 $ABCD$ 的面积是 $\frac{1}{2}AC \cdot BD$ 代入求值即可。

【详解】(1) 解：连接 BD 与 AC 交于点 O ，



$\because$ 平行四边形 $ABCD$ ，

$$\therefore OB = OD = \frac{1}{2}BD, \quad OA = OC = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because BE = DE, \quad OE = OE,$$

$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOE \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle BOE = \angle DOE,$$

$$\because \angle BOE + \angle DOE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle DOE = 90^\circ,$$

即 $AC \perp BD$ ，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

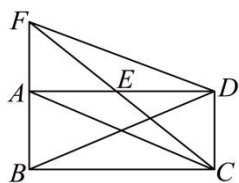
(2) 解： $\because AB = 10, AC = 12$ ，平行四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC = 6,$$

$$\therefore OB = OD = \frac{1}{2}BD = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8, \quad \text{即 } BD = 16,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积是 } \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96.$$

24. (本题 5 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，延长 CE ， BA 相交于点 F ，连接 AC ， BD ， DF 。



(1) 求证: $BD = DF$;

(2) 当 CF 平分 $\angle BCD$, 且 $BC = 6$ 时, 求 CD 的长.

【答案】 (1) 见解析

(2) 3

【分析】 (1) 根据矩形的性质得出相等的边和角, 证明 $\triangle FAE \cong \triangle CDE$, 得出相等的边, 证明四边形 $ACDF$ 是平行四边形, 即可得出结论;

(2) 根据角平分线的性质证明 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形, 根据等腰三角形的性质即可得出结论.

【详解】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD, AD = BC, BD = AC.$$

$$\therefore \angle FAE = \angle CDE.$$

$\because$ 点 E 是 AD 的中点,

$$\therefore AE = DE.$$

在 $\triangle FAE$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle FAE = \angle CDE, \\ AE = DE, \\ \angle FEA = \angle CED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAE \cong \triangle CDE (\text{ASA}).$$

$$\therefore CD = FA.$$

又 $\because CD \parallel AF$,

$\therefore$ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形.

$$\therefore AC = DF.$$

$$\because AC = BD,$$

$$\therefore BD = DF;$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BCD = \angle CDE = 90^\circ.$$

$\because CF$ 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle DCE = 45^\circ.$$

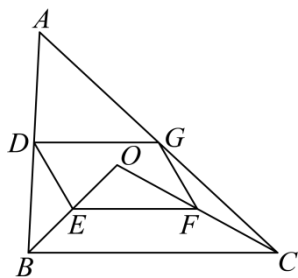
$\therefore \triangle CDE$ 是等腰直角三角形.

$$\therefore CD = DE.$$

$\because$ 点 E 是 AD 的中点,

$$\therefore CD = DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = 3.$$

25. (本题 6 分) 如图, O 是 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 OB , OC , 并将 AB , OB , OC , AC 的中点 D , E , F , G 依次连接, 得到四边形 $DEFG$.



(1) 求证: 四边形 $DEFG$ 是平行四边形.

(2) 如果 $\angle OBC = 45^\circ$, $\angle OCB = 30^\circ$, $OC = 8$, 求 EF 的长.

【答案】 (1) 见解析

$$(2) 2 + 2\sqrt{3}$$

【分析】 (1) 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $DG \parallel BC$, $DG = \frac{1}{2}BC$, $EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}BC$, 从而得到 $DG = EF$, $DG \parallel EF$, 然后根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明即可;

(2) 过点 O 作 $OH \perp BC$, 交 BC 于点 H . 由含 30° 的直角三角形的性质和等腰直角三角形的性质, 结合三角形的中位线即可求得结果.

【详解】 (1) 证明: $\because D$, G 分别是 AB , AC 的中点,

$$\therefore DG \parallel BC, DG = \frac{1}{2}BC.$$

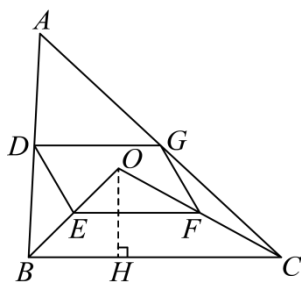
$\because E$, F 分别是 OB , OC 的中点,

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore DG = EF, DG \parallel EF,$$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形.

(2) 解: 如图, 过点 O 作 $OH \perp BC$, 交 BC 于点 H .



在 $\text{Rt}\triangle OCH$ 中, 由 $OC = 8$, $\angle OCB = 30^\circ$, 得 $OH = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$,

$$\therefore CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}.$$

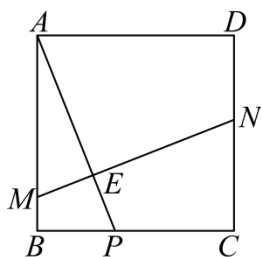
在 $\text{Rt}\triangle OBH$ 中, 由 $OH = 4$, $\angle OBC = 45^\circ$, 得 $BH = OH = 4$,

$$\therefore BC = BH + CH = 4 + 4\sqrt{3},$$

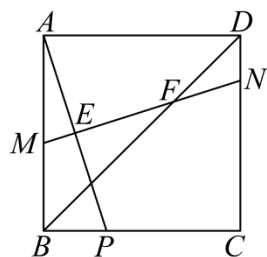
$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC = 2 + 2\sqrt{3}.$$

【点睛】本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 平行四边形的判定, 含 30° 角的直角三角形, 等腰直角三角形的性质, 勾股定理, 熟记定理是解题的关键.

26. (本题 7 分) 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, P 为线段 BC 上的一个动点, 线段 $MN \perp AP$ 于点 E , 交线段 AB 于点 M , 交线段 CD 于点 N .



图①



图②

(1) 求证: $AP = MN$;

(2) 如图②, 若线段 MN 垂直平分线段 AP , 分别交 AP , BD 于点 E , F . 求证: $EF = ME + FN$.

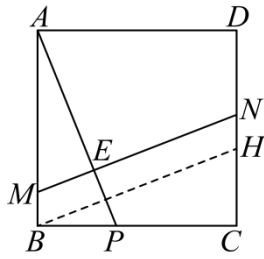
【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【分析】(1) 过 B 点作 $BH \parallel MN$ 交 CD 于 H , 则 $AP \perp BH$, 根据平行四边形和正方形的性质求证 $\triangle ABP \cong \triangle BCH$ (ASA), 然后根据三角形全等的性质即可证明;

(2) 根据线段垂直平分线的性质和正方形的性质求得 $FP = FC$, 然后根据等边对等角和等量代换求得 $\angle AFP = 90^\circ$, 根据直角三角形斜边中线的性质得到 $FE = \frac{1}{2}AP$, 结合 (1) 问结论即可求证.

【详解】(1) 证明: 如图①, 过点 B 作 $BH \parallel MN$ 交 CD 于点 H , 则 $AP \perp BH$.



图①

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = BC, \quad AB \parallel CD, \quad \angle ABP = 90^\circ = \angle C,$$

$$\therefore \angle CBH + \angle ABH = \angle BAP + \angle ABH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle CBH,$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle BCH \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AP = BH.$$

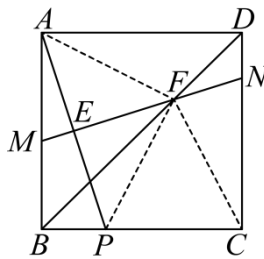
$$\because AB \parallel CD, \text{ 即 } BM \parallel NH,$$

$$\therefore \text{四边形 } MBHN \text{ 为平行四边形},$$

$$\therefore MN = BH,$$

$$\therefore AP = MN;$$

(2) 证明: 如图②, 连接 FA , FP , FC .



图②

∵ 正方形 $ABCD$ 是轴对称图形, F 为对角线 BD 上的一点,

$$\therefore FA = FC, \quad \angle FAB = \angle FCB.$$

$$\because FE \text{ 垂直平分 } AP,$$

$$\therefore FA = FP,$$

$$\therefore FP = FC,$$

$$\therefore \angle FPC = \angle FCP.$$

$$\therefore \angle FAB = \angle FPC,$$

$$\therefore \angle FAB + \angle FPB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle AFP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFP = 90^\circ,$$

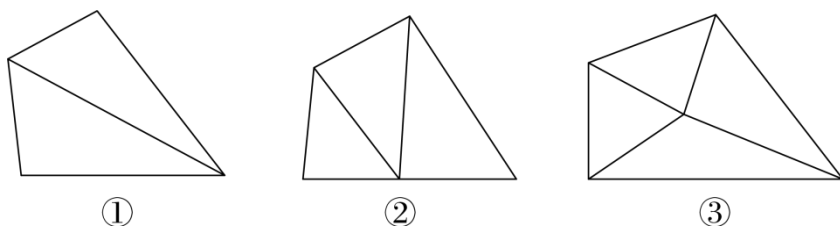
$$\therefore FE = \frac{1}{2}AP.$$

由 (1), 知 $AP = MN$,

$$\therefore MN = ME + EF + FN = AP = 2EF,$$

$$\therefore EF = ME + FN.$$

27. (本题 7 分) 多边形上或内部的一点与多边形各顶点的连线, 可以将多边形分割成若干个小三角形. 如图所示, 给出了四边形的三种具体分割方法, 分别将四边形分割成了 2 个、3 个、4 个小三角形, 这样就可以借助研究三角形的经验研究四边形了.

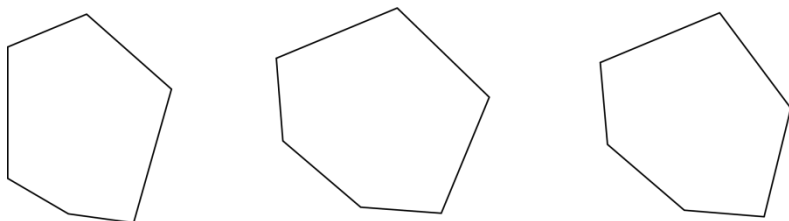


图①被分割成 2 个小三角形;

图②被分割成 3 个小三角形;

图③被分割成 4 个小三角形.

(1) 请按照上述三种方法分别将图中的六边形进行分割, 并写出每种方法所得到的三角形的个数.



(2) 如果按照上述三种分割方法分别分割 n 边形, 请写出每种方法所得到的三角形的个数. (用含 n 的代数式写出结论即可, 不必画图)

【答案】 (1) 三角形的个数分别是 4 个, 5 个, 6 个, 见解析

(2) 第一种分割法把 n 边形分割成了 $(n-2)$ 个小三角形; 第二种分割法把 n 边形分割成了 $(n-1)$ 个小三角形; 第三种分割法把 n 边形分割成了 n 个小三角形.

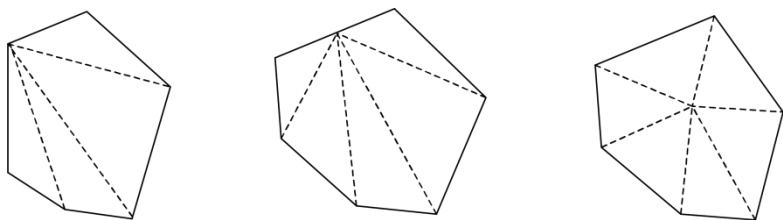
【分析】 本题是一道按照已知的分割方法将多边形分割成三角形的题目, 根据分割成的三角形的个数找到规律.

从已知分割图中, 图①是从一个顶点出发的所有对角线对其进行分割; 图②是连接多边形的其中一边的一个点和各个顶点, 对其进行分割; 图③是连接多边形内部的任意一点和多边形的各个顶点, 对其进行分割.

(1) 根据上述方法分别进行分割, 可以发现把六边形分割而成的三角形的个数分别是 4 个, 5 个, 6 个.

(2) 根据这样的两个特殊图形, 发现: 第一种分割法, 分割成的三角形的个数比边数少 2, 第二种分割法分割成的三角形的个数比边数少 1, 第三种分割法分割成的三角形的个数等于多边形的边数.

【详解】(1) 解: 仿照已知的分割法, 对六边形进行分割, 见下图,



分割成的三角形的个数分别是 4 个、5 个、6 个;

(2) 解: 结合两个特殊图形, 可以发现:

第一种分割法把 n 边形分割成了 $(n-2)$ 个小三角形;

第二种分割法把 n 边形分割成了 $(n-1)$ 个小三角形;

第三种分割法把 n 边形分割成了 n 个小三角形.

28. (本题 8 分) 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. 点 E 从点 A 出发向点 D 运动, 同时点 F 从点 C 出发向点 B 运动, 运动速度都是 1cm/s , 设它们的运动时间为 $t\text{s}$ ($0 < t < 8$), 解答下列问题:

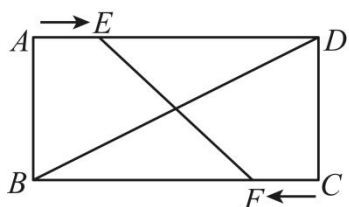


图1

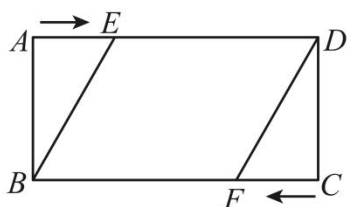


图2

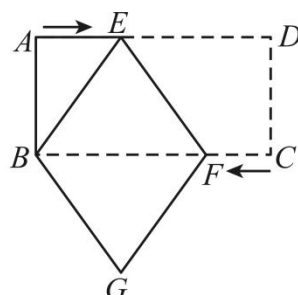


图3

(1) 如图 1, 求证: 在运动过程中 BD , EF 总是互相平分;

(2) 如图 2, 若四边形 $BEDF$ 是菱形, 求 t 的值;

(3) 如图 3, 将 $\triangle BEF$ 沿 BC 翻折, 得到 $\triangle BGF$. 运动过程中, 是否存在某一时刻 t 使四边形 $BEFG$ 是菱形? 若存在求出 t 的值; 若不存在说明理由.

【答案】(1) 见解析

(2) $t = 3$

(3) 存在, $t = \frac{8}{3}$

【分析】本题主要考查了矩形的性质, 平行四边形、菱形的判定和性质, 勾股定理, 熟练掌握特殊四边形

的性质与判定是解题的关键.

(1) 说明四边形 $BEDF$ 是平行四边形即可;

(2) 设 $DF = BF = 8 - t$, 在 $\text{Rt}\triangle DCF$ 中, 利用勾股定理建立方程求解;

(3) 连接 EG 交 BC 于点 O , 当四边形 $BEFG$ 是菱形时, $EG \perp BC$, 则 $AE = OB = \frac{1}{2}BF$, 列出方程即可求解.

【详解】(1) 解: 如图, 连接 BE , DF ,

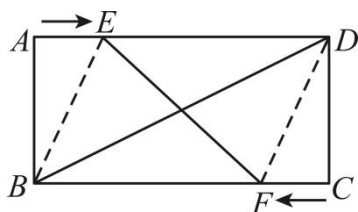


图1

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD = BC = 8$,

$\because AE = CF = t$,

$\therefore DE = BF = 8 - t$,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形,

$\therefore BD$, EF 总是互相平分.

(2) 解: 若四边形 $BEDF$ 是菱形, 则 $DF = BF = 8 - t$,

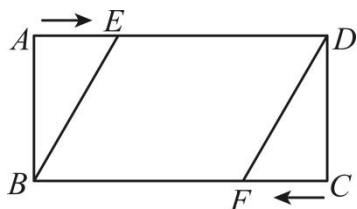


图2

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DCF$ 中, 由勾股定理, 得 $CF^2 + CD^2 = DF^2$,

$\therefore t^2 + 4^2 = (8 - t)^2$,

解得 $t = 3$,

$\therefore t$ 的值为 3.

(3) 解: 存在.

如图, 连接 EG 交 BC 于点 O ,

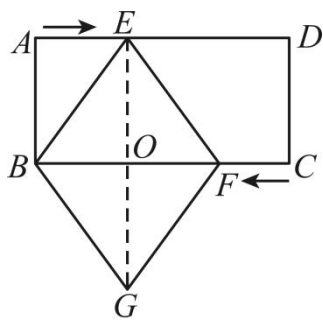


图3

$\therefore$ 四边形 $BGFE$ 是菱形,

$$\therefore EG \perp BC, \quad OB = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}(8-t),$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle ABO = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABOE$ 是矩形,

$$\therefore OB = AE = t.$$

$$\therefore t = \frac{1}{2}(8-t),$$

$$\text{解得 } t = \frac{8}{3},$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{8}{3}$ 秒时, 四边形 $BGFE$ 是菱形.