

存志学校 2025-2026 学年初二下学期第二次阶段检测

数学试卷

时间：100 分钟 分值：150 分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 在直角坐标平面内，点 P 的坐标是 $(2, -3)$ ，则点 P 到 x 轴的距离是（ ）

- A. 2 B. 3 C. -2 D. -3

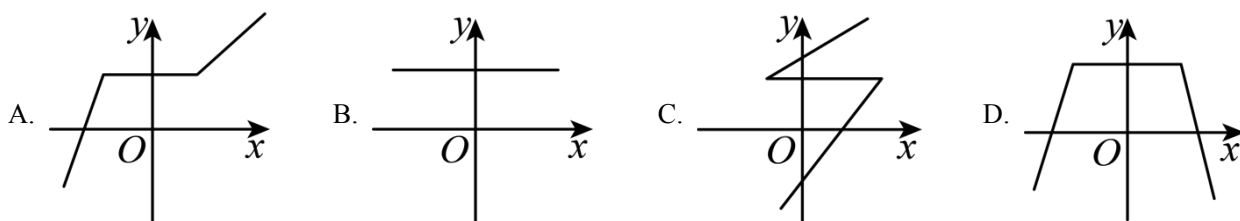
【答案】B

【解析】

【详解】解：∵点 P 的坐标为 $(2, -3)$ ，直角坐标系中，点到 x 轴的距离等于该点纵坐标的绝对值，

∴点 P 到 x 轴的距离为 $|-3| = 3$.

2. 下列图象中，不能表示 y 是 x 的函数的是（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】函数的定义：在一个变化过程中，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，则 y 是 x 的函数.

【详解】解：A. 对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，能表示 y 是 x 的函数；

B. 对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，能表示 y 是 x 的函数；

C. 对于 x 的每一个确定的值， y 不一定有唯一确定的值与其对应，不能表示 y 是 x 的函数；

D. 对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，能表示 y 是 x 的函数.

3. 下列函数中， y 是 x 的正比例函数的是（ ）

- A. $y = -3x$ B. $y = 2 - x$ C. $y = -\frac{1}{x}$ D. $y = kx$

【答案】A

【解析】

【分析】根据正比例函数的定义（形如 $y = kx$ （其中 k 为常数，且 $k \neq 0$ ）的函数是 x 的正比例函数）对各

选项逐一判断即可得到答案.

【详解】解: A、 $y = -3x$ 符合正比例函数的定义, 符合题意;

B、 $y = 2 - x$ 是一次函数, 常数项不为 0, 不是正比例函数, 不符合题意;

C、 $y = -\frac{1}{x}$ 是反比例函数, 不符合正比例函数的形式, 不符合题意;

D、 $y = kx$ 中未说明 $k \neq 0$, 当 $k = 0$ 时不是正比例函数, 不符合题意.

4. 顺次连接菱形各边的中点得到的四边形是 ()

A. 矩形

B. 菱形

C. 正方形

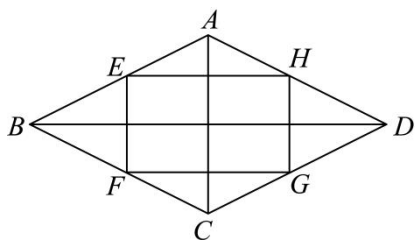
D. 平行四边形

【答案】A

【解析】

【分析】连接菱形的两条对角线, 利用三角形中位线定理先证明所得四边形是平行四边形, 再结合菱形对角线互相垂直的性质, 证明平行四边形有一个内角为直角, 根据矩形的判定定理得到结果.

【详解】解: 设菱形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点, 连接 AC, BD .



$\because E, F$ 分别是 AB, BC 的中点,

$\therefore EF$ 是 ABC 的中位线,

$\therefore EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2} AC$.

同理可得: $HG \parallel AC, HG = \frac{1}{2} AC, EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2} BD$.

$\therefore EF \parallel HG, EF = HG$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

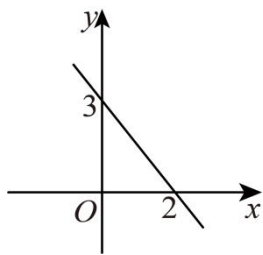
$\therefore AC \perp BD$,

又 $\because EF \parallel AC, EH \parallel BD$,

$\therefore EF \perp EH$, 即 $\angle HEF = 90^\circ$,

$\therefore$ 平行四边形 $EFGH$ 是矩形.

5. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示, 那么下列说法错误的是 ()



A. $k < 0$

B. $b = 3$

C. 当 $x > 2$ 时, $y > 0$

D. 当 $y > 3$ 时, $x < 0$

【答案】C

【解析】

【分析】通过观察函数图象经过的坐标点以及图象的升降趋势, 结合一次函数 $y = kx + b$ 中 k 、 b 的几何意义进行判断即可.

【详解】解: 由图象可知, 直线经过点 $(0, 3)$ 和 $(2, 0)$, 且 y 随 x 的增大而减小,

$\therefore k < 0$, 故 A 选项说法正确;

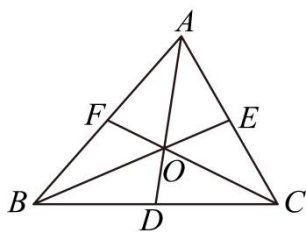
$\because$ 图象与 y 轴交于点 $(0, 3)$,

$\therefore b = 3$, 故 B 选项说法正确;

观察图象可知, 当 $x > 2$ 时, 图象位于 x 轴下方, 即 $y < 0$, 故 C 选项说法错误;

当 $y > 3$ 时, 图象位于 y 轴左侧, 即 $x < 0$, 故 D 选项说法正确.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$, 点 F 、 D 、 E 分别是边 AB 、 BC 、 AC 上的点, 且 AD 、 BE 、 CF 相交于点 O , 若点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则以下结论: ①线段 AD 、 BE 、 CF 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线; ② $\triangle BOD$ 的面积是 $\triangle AOC$ 面积的一半; ③图中与 $\triangle BOC$ 面积相等的三角形有 2 个; ④ $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COE}$; ⑤ $OF = \frac{1}{3}AD$. 其中一定正确结论有 ()



A. ②③

B. ①③④

C. ②④⑤

D. ②③④

【答案】D

【解析】

【分析】由重心是三条中线的交点，可知线段 AD ， BE ， CF 是 ABC 的三条中线，可判断①错误，继而得出 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EBC} = S_{\triangle AFC} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，

$S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD}$ ， $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE}$ ， $S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}$ ，进一步推出 $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE} = S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}$ ，然后逐个分析即可。

【详解】解：① $\because AD$ ， BE ， CF 相交于点 O ，点 O 是 ABC 的重心，重心是三条中线的交点， $\therefore$ 线段 AD ， BE ， CF 是 ABC 的三条中线，故①错误；

$\because$ 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EBC} = S_{\triangle AFC} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}，$$

$$S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD}，S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE}，S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}，$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle BCE} - S_{\text{四边形}CDOE}，S_{\triangle AOE} = S_{\triangle ACD} - S_{\text{四边形}CDOE}，$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOE}，$$

同理可求： $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE} = S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOF}$ ，故④正确；

$\therefore \triangle BOD$ 的面积是 $\triangle AOC$ 面积的一半，故②正确；

图中与 $\triangle BOC$ 面积相等的三角形有 $\triangle AOC$ ， $\triangle AOB$ 共 2 个，故③正确；

$$\because S_{\triangle BOF} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCF}，\triangle BOF \text{ 与 } \triangle BCF \text{ 等高}，$$

$$\therefore OF = \frac{1}{3}CF，$$

$\because CF$ 与 AD 不一定相等，

$$\therefore OF = \frac{1}{3}AD \text{ 不一定成立}，\text{故⑤错误}。$$

综上所述，正确的结论有②③④，共 3 个。

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 点 $M(-1, -3)$ 位于第_____象限。

【答案】三

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标特征，即可判断点 M 所在象限。

【详解】因为点 $M(-1, -3)$ 的横坐标 $-1 < 0$ ，纵坐标 $-3 < 0$ ，根据平面直角坐标系中各象限内点的坐标特征，横纵坐标均为负数的点位于第三象限，所以点 $M(-1, -3)$ 位于第三象限。

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 连接 AG , 那么 $AG =$ _____.

【答案】 $\frac{13}{3}$

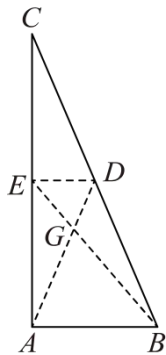
【解析】

【分析】利用勾股定理求出斜边 BC 的长度, 根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半得到 BC 边中线的长度, 再根据重心的性质求出 AG 的长度.

【详解】解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$,

由勾股定理得: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$,

设 BC 的中点为 D , 连接 AD ,



根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半, 得: $AD = \frac{1}{2}BC = \frac{13}{2}$,

作 AC 的中点 E , 连接 DE 、 BE , 设 BE 与 AD 交于点 G ,

根据中位线性质的: $DE \parallel AB$, $DE = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore \angle DEB = \angle ABE$, $\angle EDA = \angle BAD$,

$\therefore \triangle DEG \sim \triangle ABG$,

$\therefore \frac{DG}{AG} = \frac{DE}{AB} = \frac{1}{2}$,

$\therefore AG = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \times \frac{13}{2} = \frac{13}{3}$.

故答案为: $\frac{13}{3}$.

9. 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 100^\circ$, 则 $\angle B =$ _____度.

【答案】 130

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得 $\angle A = \angle C$, 又有 $\angle A + \angle C = 100^\circ$, 可求 $\angle A = \angle C = 50^\circ$. 又因为平

行四边形的邻角互补，所以， $\angle B + \angle A = 180^\circ$ ，可求 $\angle B$ 。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle A + \angle C = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 50^\circ,$$

$$\text{又} \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

故答案为：130

【点睛】此题主要考查：平行四边形的两组对角分别相等，平行四边形的邻角互补，掌握平行四边形的性质是解题的关键。

10. 反比例函数 $y = \frac{1-2k}{x}$ ，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，则 k 的取值范围是_____。

【答案】 $k < \frac{1}{2}$ 或 $k < 0.5$

【解析】

【分析】若反比例函数 $y = \frac{1-2k}{x}$ ，当 $x > 0$ 时， y 随着 x 的增大而减小，即反比例系数 $1-2k > 0$ ，从而求得 k 的范围。

【详解】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{1-2k}{x}$ ，当 $x > 0$ 时， y 随着 x 的增大而减小，

$$\therefore 1-2k > 0,$$

$$\text{解得：} k < \frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为：} k < \frac{1}{2}.$$

【点睛】正确理解反比例函数的性质，能把函数的增减性与比例系数的符号相结合解题，是最基本的要求。

11. 如果一次函数 $y = -3x + m - 1$ 的图象不经过第一象限，那么 m 的取值范围是_____

【答案】 $m \leq 1$

【解析】

【分析】根据函数的解析式可知，一次函数的斜率 $k = -3 < 0$ ，则函数必过二、四象限；如果函数图象不过第一象限，则函数必交 y 轴于负半轴(或原点)，即 $m-1 \leq 0$ ，由此可求得 m 的取值范围。

【详解】解：∵ 一次函数 $y = -3x + m - 1$ 的图象不经过第一象限，

$$\therefore m-1 \leq 0,$$

$$\text{解得 } m \leq 1.$$

故答案是： $m \leq 1$.

【点睛】考查了一次函数图象与系数的关系，熟练掌握一次函数 $y=kx+b$ 的性质. 当 $k > 0$ ， y 随 x 的增大而增大，图象一定过第一、三象限；当 $k < 0$ ， y 随 x 的增大而减小，图象一定过第二、四象限；当 $b > 0$ ，图象与 y 轴的交点在 x 轴上方；当 $b=0$ ，图象过原点；当 $b < 0$ ，图象与 y 轴的交点在 x 轴下方.

12. 如果将直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 平移，使其经过点 $(0, 2)$ ，那么平移后所得直线的表达式是_____.

【答案】 $y = \frac{1}{2}x + 2$

【解析】

【分析】根据平移不改变 k 的值可设平移后直线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + b$ ，然后将点 $(0, 2)$ 代入即可得出直线的函数解析式.

【详解】解：设平移后直线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + b$ ，把 $(0, 2)$ 代入直线解析式得解得 $b = 2$,

所以平移后直线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 2$.

【点睛】本题考查了一次函数图象与几何变换，待定系数法求一次函数的解析式，掌握直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 平移时 k 的值不变是解题的关键.

13. 直线 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴和 y 轴的交点分别为 A 、 B ，那么线段 AB 的长为_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】先根据一次函数的表达式求出点 A 、 B 的坐标，再利用勾股定理即可得.

【详解】如图，当 $y = 0$ 时， $\frac{3}{4}x - 3 = 0$ ，解得 $x = 4$

则点 A 的坐标为 $(4, 0)$

$$\therefore OA = 4$$

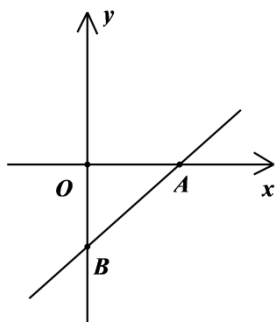
当 $x = 0$ 时， $y = -3$

则点 B 的坐标为 $(0, -3)$

$$\therefore OB = 3$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$$

故答案为：5.



【点睛】 本题考查了一次函数的图象、勾股定理，掌握一次函数的图象是解题关键.

14. 若点 A $(-1, y_1)$, B $(1, y_2)$, C $(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是_____.

【答案】 $y_2 < y_3 < y_1$

【解析】

【详解】 由 $k < 0$ 可得反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 位于第二、四象限, 且在每个象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而增大,

因为第二象限点的纵坐标大于第四象限点的纵坐标,

所以 $y_2 < y_1$, $y_3 < y_1$.

又因为 $1 < 3$, 在第四象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而增大,

所以 $y_3 > y_2$.

综上所述, $y_2 < y_3 < y_1$.

故答案为: $y_2 < y_3 < y_1$

15. 正比例函数 $y = k_1x$ ($k_1 \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 的图象没有交点, 那么 k_1k_2 _____ 0 (填“>”、“<”或“=”).

【答案】 <

【解析】

【分析】 联立正比例函数与反比例函数的解析式, 得到一元二次方程, 根据两函数图象无交点可知方程无实数根, 结合一元二次方程根的判别式即可判断 k_1k_2 的符号.

【详解】 解: 联立两个函数的解析式可得: $k_1x = \frac{k_2}{x}$,

整理得 $k_1x^2 - k_2 = 0$,

∵ 正比例函数与反比例函数的图象没有交点,

∴ 上述一元二次方程没有实数根,

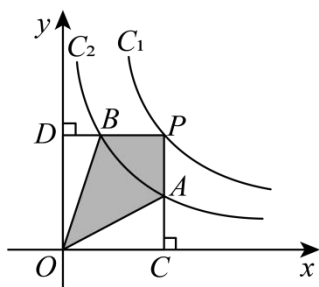
该一元二次方程的判别式 $\Delta = 0^2 - 4 \cdot k_1 \cdot (-k_2) = 4k_1k_2$,

当方程无实根时, $\Delta < 0$,

即 $4k_1k_2 < 0$,

化简得 $k_1k_2 < 0$.

16. 如图, 已知两个反比例函数 $C_1: y = \frac{1}{x}$ 和 $C_2: y = \frac{1}{3x}$ 在第一象限内的图象, 设点 P 在 C_1 上, $PC \perp x$ 轴于点 C , 交 C_2 于点 A , $PD \perp y$ 轴于点 D , 交 C_2 于点 B , 则四边形 $PAOB$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 根据反比例函数比例系数 k 的几何意义得到 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, $S_{\text{矩形} PCOD} = 1$, 然后利用矩形面积分别减去两个三角形的面积即可得到四边形 $PAOB$ 的面积.

【详解】 $\because PC \perp x$ 轴, $PD \perp y$ 轴, $\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{1}{3} \right| = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, $S_{\text{矩形} PCOD} = 1$, $\therefore$ 四边形 $PAOB$ 的面积 $= 1 - 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.
故答案为 $\frac{2}{3}$.

【点睛】 本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义. 掌握反比例函数比例系数 k 的几何意义是解答本题的关键. 反比例函数比例系数 k 的几何意义: 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点, 过这一点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

17. 直线 $y = kx (k > 0)$ 与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点, 则 $2x_1y_2 - 9x_2y_1 =$ _____.

【答案】 42

【解析】

【分析】 根据正比例函数与反比例函数交点的中心对称性, 得到 A 、 B 两点坐标的关系, 再利用反比例函数图象上点的坐标特征, 即可求解.

【详解】解：∵直线 $y=kx$ ($k>0$) 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 的图象均关于原点对称，

∴ $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 关于原点对称，

$$\therefore x_1 = -x_2, \quad y_1 = -y_2,$$

$$\therefore A(x_1, -y_2), \quad B(x_2, -y_1),$$

把 $A(x_1, -y_2)$ 代入 $y=\frac{6}{x}$ 中，得 $-y_2 = \frac{6}{x_1}$ ，

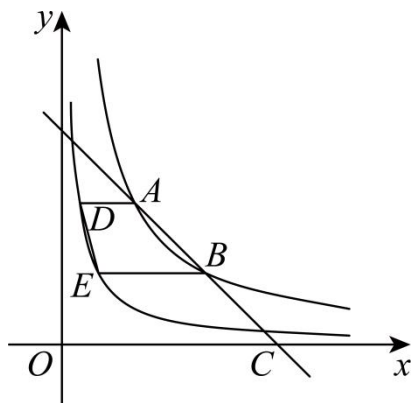
$$\therefore x_1 y_2 = -6,$$

把 $B(x_2, -y_1)$ 代入 $y=\frac{6}{x}$ 中，得 $-y_1 = \frac{6}{x_2}$ ，

$$\therefore x_2 y_1 = -6,$$

$$\therefore 2x_1 y_2 - 9x_2 y_1 = 2 \times (-6) - 9 \times (-6) = 42.$$

18. 如图，在平面直角坐标系中，一条直线与反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ ($x>0$) 的图象交于两点 A 、 B ，与 x 轴交于点 C ，且点 B 是 AC 的中点，分别过两点 A 、 B 作 x 轴的平行线，与反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 的图象交于两点 D 、 E ，连接 DE ，则四边形 $ABED$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{9}{2}$.

【解析】

【详解】∵点 A 、 B 在反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ ($x>0$) 的图象上，设点 B 的坐标为 $(\frac{8}{m}, m)$ ，

∵点 B 为线段 AC 的中点，且点 C 在 x 轴上，

∴点 A 的坐标为 $(\frac{4}{m}, 2m)$.

$\because AD \parallel x$ 轴、 $BE \parallel x$ 轴，且点 D、E 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(\frac{1}{m}, 2m)$ ，点 E 的坐标为 $(\frac{2}{m}, m)$ ，

$$\therefore S_{\text{梯形 ABED}} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{m} - \frac{1}{m} + \frac{8}{m} - \frac{2}{m} \right) \times (2m - m) = \frac{9}{2}.$$

故答案为 $\frac{9}{2}$.

三、简答题 (6+4+5+5=20分)

19. 已知 $y = y_1 - y_2$ ， y_1 与 $2x-1$ 成正比例， y_2 与 x^2+1 成反比例，当 $x=1$ 时， $y = \frac{1}{2}$ ；当 $x=0$ 时， $y = -2$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 当 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，求 y 的值.

【答案】 (1) $y = 2x - 1 - \frac{1}{x^2 + 1}$

(2) $\sqrt{2} - \frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 设 $y_1 = k_1(2x-1)$ ($k_1 \neq 0$)， $y_2 = \frac{k_2}{x^2+1}$ ($k_2 \neq 0$)，则 $y = k_1(2x-1) - \frac{k_2}{x^2+1}$ ，再利用待定系数法求解即可；

(2) 根据 (1) 所求，求出 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， y 的值即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：设 $y_1 = k_1(2x-1)$ ($k_1 \neq 0$)， $y_2 = \frac{k_2}{x^2+1}$ ($k_2 \neq 0$)，

$$\therefore y = y_1 - y_2,$$

$$\therefore y = k_1(2x-1) - \frac{k_2}{x^2+1},$$

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } y = \frac{1}{2}; \text{ 当 } x=0 \text{ 时, } y = -2,$$

$$\therefore \begin{cases} k_1(2 \times 1 - 1) - \frac{k_2}{1^2 + 1} = \frac{1}{2} \\ k_1(2 \times 0 - 1) - \frac{k_2}{0^2 + 1} = -2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k_1 = 1 \\ k_2 = 1 \end{cases},$$

$$\therefore y = (2x-1) - \frac{1}{x^2+1} = 2x-1 - \frac{1}{x^2+1};$$

【小问2详解】

$$\text{解: 在 } y = 2x - 1 - \frac{1}{x^2+1} \text{ 中, 当 } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } y = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1} = \sqrt{2} - 1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \sqrt{2} - \frac{5}{3}.$$

20. 已知点 $P(a, a+1)$, $Q(3, 2)$ 在同一个正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图像上, 求点 P 的坐标.

【答案】 $(-3, -2)$

【解析】

【分析】 利用待定系数法求出正比例函数的解析式, 再把点 P 的坐标代入正比例函数的解析式中求出 a 的值即可得到答案.

【详解】 解: 把点 Q 的坐标代入 $y = kx$ ($k \neq 0$) 得 $2 = 3k$, 解得 $k = \frac{2}{3}$,

$\therefore$ 正比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{3}x$,

把点 P 的坐标代入 $y = \frac{2}{3}x$ 得 $a+1 = \frac{2}{3}a$,

$$\therefore a = -3,$$

$$\therefore a+1 = -2,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-3, -2)$.

21. 已知: 正比例函数的图像经过点 $(-4, 2)$, 过图像上一点 P 作 y 轴的垂线, 垂足为 $Q(0, -6)$, 求 $\triangle OPQ$ 的面积.

【答案】 36

【解析】

【分析】 先设出正比例函数解析式, 利用已知点坐标求出函数解析式, 再根据垂直于 y 轴的直线上点的坐标特征得到点 P 的纵坐标, 最后利用三角形面积公式计算得到结果.

【详解】 设正比例函数解析式为 $y = kx$ ($k \neq 0$),

将点 $(-4, 2)$ 代入解析式得: $2 = -4k$,

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{2},$$

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x$,

$\therefore PQ \perp y$ 轴, 垂足为 $Q(0, -6)$,

∴ 点 P 的纵坐标为 -6 ,

将 $y = -6$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x$ 得: $-6 = -\frac{1}{2}x$,

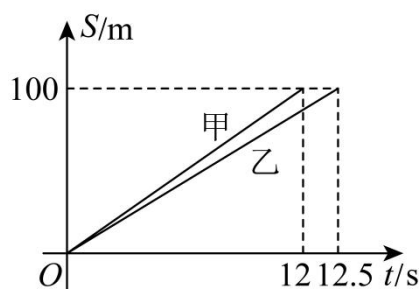
解得 $x = 12$,

∴ 点 P 坐标为 $(12, -6)$,

∴ $OQ = 6$, $PQ = 12$,

$$\therefore S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} \times OQ \times PQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36.$$

22. 如图, 根据甲、乙两人在一次赛跑中跑完全程的平均速度, 得到路程 S (单位: 米) 与时间 t (单位: 秒) 的函数关系如图所示. 根据图像, 回答下列问题:



(1) 甲的速度是_____米/秒;

(2) 先到达终点的是_____ (填“甲”或“乙”);

(3) 写出乙的图像的函数解析式及定义域_____.

【答案】 (1) $\frac{25}{3}$ (2) 甲

(3) $S = 8t (0 \leq t \leq 12.5)$

【解析】

【分析】 (1) 由甲的速度=甲的路程÷甲的时间, 即可求得甲的速度;

(2) 观察图象, 甲用的时间少于乙, 则甲先到达终点;

(3) 由乙的速度=乙的路程÷乙的时间, 求得乙的速度, 列出函数关系式即可.

【小问 1 详解】

解: 甲的速度为: $100 \div 12 = \frac{25}{3}$ (米/秒).

【小问 2 详解】

解: 由图象可知: 甲先到达终点.

【小问 3 详解】

解: 乙的速度为: $100 \div 12.5 = 8$ (米/秒),

乙的图像的函数解析式为 $S = 8t (0 \leq t \leq 12.5)$.

四、解答题 (6+5+10+10+15=46分)

23. 直线 $y=kx+b$ 过点 $A(-1, 5)$ 且平行于直线 $y=-x$.

(1) 求这条直线的解析式.

(2) 点 $B(m, -5)$ 在这条直线上, O 为坐标原点, 求 m 的值及 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】 (1) $y = -x + 4$; (2) $m = 9$, 20

【解析】

【详解】 试题分析: (1) 由于平行于直线 $y = -x$, 所以所求直线的 $k = -1$, 又直线经过 $A(-1, 5)$, 代入 $y = kx + b$ 即可求出直线的解析式;

(2) 由于点 $B(m, -5)$ 在这条直线上, 直接把坐标代入 (1) 中解析式即可求出 m 的值; 再画出图形, 连接 OA 、 OB , 设直线与 y 轴交点为 C , 则 $C(0, 4)$, 而 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$ 由此就可以求出面积.

(1) 由题意得: $y = -x + b$

又过 $A(-1, 5)$,

$$\therefore 5 = 1 + b,$$

$$\therefore b = 4,$$

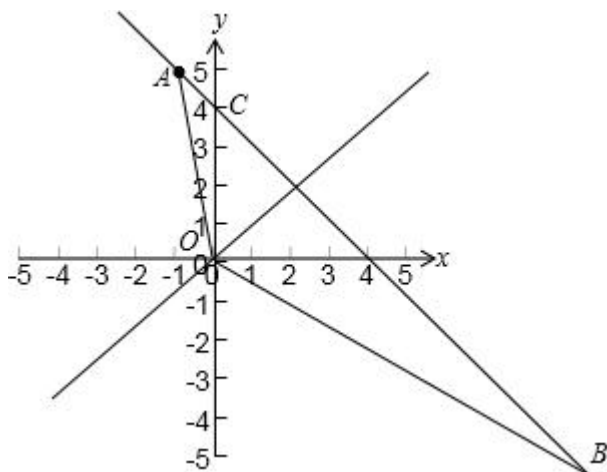
$$\therefore y = -x + 4;$$

(2) $\because B(m, -5)$ 在直线 $y = -x + 4$ 上,

$$\therefore -5 = -m + 4,$$

$$\therefore m = 9;$$

(3) 如图, 画出直线 AB , 连接 OA 、 OB ,



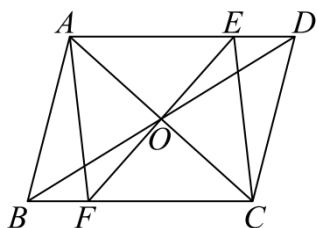
设直线与 y 轴交点为 C , 则 $C(0, 4)$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle AOB} &= S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot |x_A| + \frac{1}{2} OC \cdot |x_B| \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 9 = 20.\end{aligned}$$

考点：本题考查的是一次函数的图象

点评：解答本题的关键是熟练掌握待定系数法确定一次函数的解析式及根据函数图象与坐标轴交点求坐标系中三角形的面积，此题要注意的三角形的面积不能直接求出，应该采用割补法去求。

24. 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ， EF 过点 O 且分别与 AD, BC 相交于点 E, F 。连接 AF, CE 。求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形。



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握平行四边形的判定，是解题的关键：证明 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ ，得到 $OE = OF$ ，即可得证。

【详解】解： $\because \square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ，

$$\therefore AD \parallel BC, OA = OC,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO, \angle AEO = \angle CFO,$$

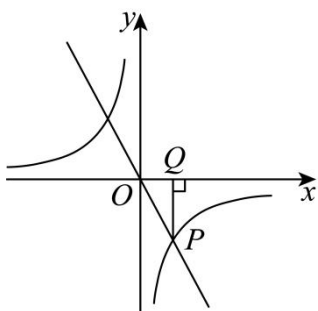
$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\text{又} \because OA = OC,$$

$$\therefore \text{四边形 } AECF \text{ 是平行四边形.}$$

25. 如图，点 P 是一个反比例函数与正比例函数 $y = -2x$ 的图像的交点， PQ 垂直于 x 轴，垂足 Q 的坐标为 $(2, 0)$ 。



- (1) 求这个反比例函数的解析式;
- (2) 当正比例函数值大于反比例函数值时, 请根据图像直接写出 x 的取值范围: _____;
- (3) 如果点 M 在这个反比例函数的图像上, 且 $\triangle MPQ$ 的面积为 6, 求点 M 的坐标.

【答案】(1) 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{8}{x}$

(2) $0 < x < 2, x < -2$

(3) 点 M 的坐标为 $\left(5, -\frac{8}{5}\right)$ 或 $(-1, 8)$

【解析】

【分析】(1) 由 Q 的坐标为 $(2, 0)$, 推出 $P(2, -4)$, 利用待定系数法即可解决问题;

(2) 联立两个解析式求出交点坐标, 再根据图象进行求解即可;

(3) 根据三角形的面积公式求出 MN 的长, 分两种情形求出点 M 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解: 把 $x = 2$ 代入 $y = -2x$ 中, 得 $y = -4$,

$\therefore P(2, -4)$,

设反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$,

$\because P$ 在此图象上,

$\therefore k = 2 \times (-4) = -8$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{8}{x}$;

【小问 2 详解】

解：联立反比例函数和直线得
$$\begin{cases} y = -\frac{8}{x} \\ y = -2x \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases},$

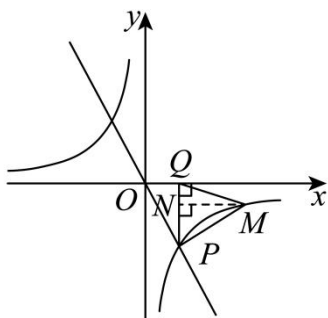
$\therefore$ 由图可得，当正比例函数值大于反比例函数值时， $0 < x < 2, x < -2$ ；

【小问3详解】

解： $\because Q(2, 0), P(2, -4),$

$\therefore PQ = 4,$

过 M 作 $MN \perp PQ$ 于 N ，如图，



则 $\frac{1}{2}PQ \times MN = 6,$

$\therefore MN = 3,$

设 $M\left(x, -\frac{8}{x}\right),$

$\therefore x = 2 + 3 = 5$ 或 $x = 2 - 3 = -1,$

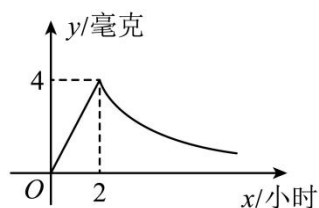
当 $x = 5$ 时， $y = -\frac{8}{5},$

当 $x = -1$ 时， $y = -\frac{8}{-1} = 8,$

$\therefore M\left(5, -\frac{8}{5}\right)$ 或 $(-1, 8).$

26. 病人按规定的剂量服用某种药物，测得服药后2小时，每毫升血液中的含药量达到最大值为4毫克，已知服药后，2小时前每毫升血液中的含药量 y （毫克）与时间 x （小时）成正比例，2小时后 y 与 x 成反比例（如图所示）. 根据以上信息解答下列问题.

- (1) 求当 $0 \leq x \leq 2$ 时, y 与 x 的函数关系式;
- (2) 求当 $x > 2$ 时, y 与 x 的函数关系式;
- (3) 若每毫升血液中的含药量不低于 2 毫克时治疗有效, 则服药一次, 治疗疾病的有效时间是多长?



【答案】 (1) $y = 2x$

(2) $y = \frac{8}{x}$

(3) 3 小时

【解析】

【分析】 (1) 根据图像经过点 $(2,4)$, 利用待定系数法求正比例函数解形式;

(2) 根据图像经过点 $(2,4)$, 利用待定系数法求反比例函数解形式;

(3) 根据两函数解析式求出函数值是 2 小时的自变量的值, 即可求出有效时间.

【小问 1 详解】

解: 根据图像, 正比例函数图像经过点 $(2,4)$,

设函数解析式为 $y = kx$,

$$\therefore 2k = 4, \text{ 解得 } k = 2,$$

$\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y = 2x$.

【小问 2 详解】

解: 根据图像, 正比例函数图像经过点 $(2,4)$,

设函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore \frac{k}{2} = 4, \text{ 解得 } k = 8,$$

$\therefore$ 当 $x > 2$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{8}{x}$.

【小问 3 详解】

解: 当 $y = 2$ 时,

$$2x = 2, \text{ 解得 } x = 1,$$

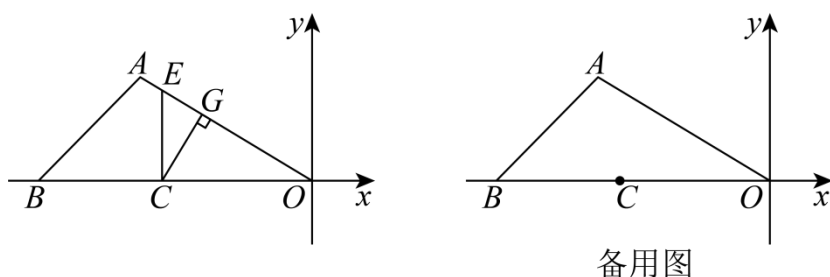
$$\frac{8}{x} = 2, \text{ 解得 } x = 4,$$

$$\therefore 4 - 1 = 3 \text{ (小时)},$$

$\therefore$ 服药一次, 治疗疾病的有效时间是3小时.

【点睛】 本题考查正比例函数和反比例函数的实际应用, 考查了图像的识别能力和待定系数法求函数解析式. 解题的关键是建立两个函数的关系式, 当函数值相等时, 分别求出自变量的值并作差.

27. 如图, 点 B 、点 C 都在 x 轴上, 其中点 $B(-34, 0)$, $C(-20, 0)$, A 在第二象限中, $\triangle ABO$ 中, $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle AOB = 30^\circ$, 过点 C 作 x 轴的垂线, 与 AO 交于点 E .



- (1) 求点 E 的坐标;
- (2) 过点 C 作 $CG \perp AO$, 垂足为 G , 求 $\triangle CEG$ 的面积;
- (3) 已知点 F 为 OC 中点, 在 $\triangle ABO$ 的边上取两点 P, Q , 是否存在以 C, P, Q 为顶点的三角形与 $\triangle CFP$ 全等, 且这两个三角形在 CP 的异侧? 若存在, 请求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 也请说明理由.

【答案】 (1) 点 E 的坐标为 $\left(-20, \frac{20\sqrt{3}}{3}\right)$;

(2) $\triangle CEG$ 的面积为 $\frac{50\sqrt{3}}{3}$;

(3) 存在, 点 P 的坐标为 $\left(-10, \frac{10\sqrt{3}}{3}\right), \left(\frac{-240+40\sqrt{3}}{11}, \frac{-40+80\sqrt{3}}{11}\right), \left(\frac{-270+30\sqrt{3}}{13}, \frac{-30+90\sqrt{3}}{13}\right), (-36+12\sqrt{3}, 12\sqrt{3}-12), \left(-20, \frac{20\sqrt{3}}{3}\right)$

【解析】

【分析】 (1) 已知 $C(-20, 0)$, $CE \perp x$ 轴, 故 E 的横坐标为 -20 . 在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $\angle AOB = 30^\circ$, $OC = 20$, 由勾股定理可求出 EC , 则可求出 E 的坐标;

(2) 由 $CE \perp BO$, 得 $\angle CEG = 90^\circ - \angle AOB = 60^\circ$, 故 $\text{Rt}\triangle CEG$ 中 $\angle GCE = 30^\circ$, 则

$EG = \frac{1}{2}CE = \frac{10\sqrt{3}}{3}$. 由勾股定理得 $CG = \sqrt{CE^2 - EG^2} = 10$, 进而可得 $\triangle CEG$ 的面积;

(3) 先由 F 为 OC 中点得 $CF = 10$, 分 4 种情况讨论: ① Q 在 AO 上, 由全等得 $PF \perp x$ 轴, 得

$P_1\left(-10, \frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$; ② Q 在 AB 上, 由 $CQ = 10$ 用勾股定理求 Q 坐标, 再由 $PQ = PF$ 列方程得 P_2, P_3 ;

③ $QP \parallel CF$ 且 $QP = 10$, 联立 AB 与 AO 解析式得 P_4 ; ④ Q 在 BO 上, 由全等得 $CP \perp QF$, 得

$P_5\left(-20, \frac{20\sqrt{3}}{3}\right)$.

【小问 1 详解】

解: $\because C(-20, 0)$,

$\therefore OC = 20$, 且 $\angle AOB = 30^\circ$,

$\therefore EC = \frac{1}{2}OE$,

又 $\because OE^2 = EC^2 + OC^2$,

$\therefore EC = \frac{\sqrt{3}}{3}OC = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore E$ 点坐标为 $\left(-20, \frac{20\sqrt{3}}{3}\right)$;

【小问 2 详解】

解: $\because CE \perp BO$,

$\therefore \angle CEG = 90^\circ - \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \angle GCE = 90^\circ - \angle CEG = 30^\circ$,

$\therefore EG = \frac{1}{2}CE = \frac{10\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore CG = \sqrt{EC^2 - EG^2} = 10$,

$\therefore S_{\triangle CEG} = \frac{1}{2}EG \cdot CG = \frac{1}{2} \times \frac{10\sqrt{3}}{3} \times 10 = \frac{50\sqrt{3}}{3}$;

【小问 3 详解】

解: 由图可得, 设直线 AO 的解析式为 $y = kx$,

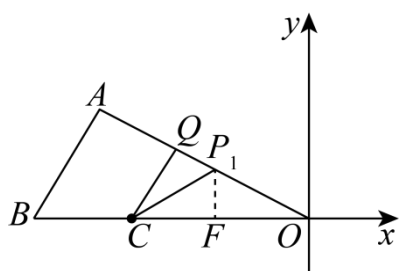
将点 E 的坐标代入得, $-20k = \frac{20\sqrt{3}}{3}$

解得 $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 直线 AO 的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

①当点 Q 在 AO 上时, 此时 Q 即为 G 点,

如图, 作 $\angle OCQ$ 的角平分线, 交 AO 于点 P_1 ,



$\therefore \triangle CQP_1 \cong \triangle CFP_1$,

$\therefore \angle CQP_1 = \angle CFP_1 = 90^\circ$, 即 $P_1F \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 F 为 OC 中点,

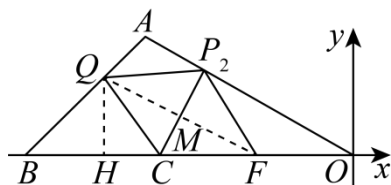
$\therefore OF = \frac{1}{2}OC = 10$, 即此时 P_1 点的横坐标为 -10 ,

$\therefore y_{P_1} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore P_1$ 坐标为 $\left(-10, \frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$;

②当点 Q 在 AB 上时, 如图, 有 $CQ = CF = 10$, 作 $\angle FCQ$ 的角平分线交 AO 于点 P_2 , 过点 Q 作 $QH \perp OB$

于点 H , 连接 QF 交 CP_2 于点 M , 设 $CH = a$,



$\therefore \angle ABO = 45^\circ$, 且 $QH \perp OB$,

$\therefore \triangle QHB$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore B(-34,0), \text{ 且 } OC = 20,$$

$$\therefore BH = QH = 34 - 20 - a = 14 - a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CQH \text{ 中, } a^2 + (14 - a)^2 = 100$$

$$\text{解得 } a_1 = 6, \quad a_2 = 8,$$

$$\text{当 } a = 6 \text{ 时, } Q(-26,8),$$

$$\text{设点 } P_2 \text{ 为 } (x,y),$$

$$\therefore \triangle CQP_2 \cong \triangle CFP_2,$$

$$\therefore P_2Q = P_2F,$$

$$\text{由题意得, 点 } F \text{ 为 } (-10,0),$$

$$\therefore (x+26)^2 + (y-8)^2 = (x+10)^2 + y^2$$

$$\text{解得 } y = 2x + 40,$$

$$\text{联立 } AO \text{ 解析式可得, } 2x + 40 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\text{解得 } x = \frac{-240 + 40\sqrt{3}}{11},$$

$$\therefore y = \frac{-40 + 80\sqrt{3}}{11},$$

$$\therefore P_2 \left(\frac{-240 + 40\sqrt{3}}{11}, \frac{-40 + 80\sqrt{3}}{11} \right);$$

$$\text{当 } a = 8 \text{ 时, } Q(-28,6),$$

$$\text{同理, 由 } P_3Q = P_3F \text{ 可得, } (x+28)^2 + (y-6)^2 = (x+10)^2 + y^2$$

$$\text{解得 } y = 3x + 60,$$

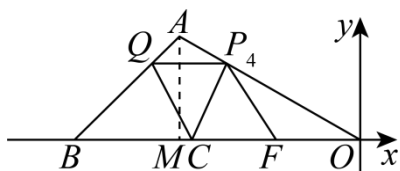
$$\text{联立 } AO \text{ 解析式可得, } 3x + 60 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\text{解得 } x = \frac{-270 + 30\sqrt{3}}{13},$$

$$\therefore y = \frac{-30+90\sqrt{3}}{13},$$

$$\therefore P_3 \left(\frac{-270+30\sqrt{3}}{13}, \frac{-30+90\sqrt{3}}{13} \right);$$

③当 $QP_4 = CF = 10, QP_4 \parallel CF$ 时, 即 $\triangle CFP_4 \cong \triangle P_4QC$, 作 $AM \perp BO$ 于点 M , 如图,



则 $\angle AMB = \angle AMO = 90^\circ$,

又 $\because \angle ABM = 45^\circ$,

$\therefore \triangle ABM$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AM = BM$,

在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中, $\angle AOM = 30^\circ$,

$\therefore OA = 2AM$,

$$\therefore OM^2 + AM^2 = OA^2$$

解得 $OM = \sqrt{3}AM$,

$\because OB = 34$ 且 $OB = BM + OM$,

$$\therefore AM + \sqrt{3} \cdot AM = 34$$

解得 $AM = 17(\sqrt{3}-1)$,

$$\therefore OM = \sqrt{3}AM = 17(3-\sqrt{3}),$$

$$\therefore A(-17(3-\sqrt{3}), 17(\sqrt{3}-1)),$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

将 A 和 B 两点代入,

$$\text{得} \begin{cases} -34k + b = 0 \\ k \cdot [-17(3-\sqrt{3})] + b = 17(\sqrt{3}-1) \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 34 \end{cases}$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = x + 34$,

设 $P\left(x, -\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)$ 在 AO 上, 则 Q 的纵坐标也为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

∵ Q 在 AB 上,

∴ Q 横坐标为 $x_Q = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - 34$,

∵ $P_4Q = 10$,

∴ $x - x_Q = 10$, 即 $x_Q = x - 10$

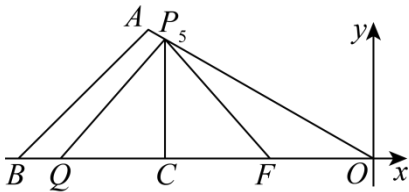
$$-\frac{\sqrt{3}}{3}x - 34 = x - 10$$

解得 $x = -36 + 12\sqrt{3}$,

∴ $y = 12\sqrt{3} - 12$,

∴ $P_4(-36 + 12\sqrt{3}, 12\sqrt{3} - 12)$;

④ 当点 Q 在 BO 边上时, 此时 $CQ = CF = 10$, 如图,



则 $Q(-30, 0)$,

∵ $\triangle CQP_5 \cong \triangle CFP_5$,

∴ $\angle QCP_5 = \angle FCP_5$,

又 ∵ $\angle QCP_5 + \angle FCP_5 = 180^\circ$,

∴ $\angle QCP_5 = \angle FCP_5 = 90^\circ$, 即 $CP_5 \perp QF$,

∴ 此时点 P_5 的横坐标为 -20 ,

∴ 当 $x = -20$ 时, 将其代入 AO 的解析式中,

$$\text{得 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times (-20) = \frac{20\sqrt{3}}{3},$$

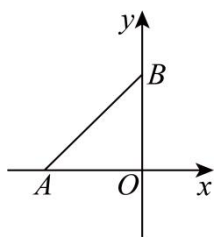
$$\therefore P_5\left(-20, \frac{20\sqrt{3}}{3}\right),$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $\left(-10, \frac{10\sqrt{3}}{3}\right), \left(\frac{-240+40\sqrt{3}}{11}, \frac{-40+80\sqrt{3}}{11}\right), \left(\frac{-270+30\sqrt{3}}{13}, \frac{-30+90\sqrt{3}}{13}\right),$
 $\left(-36+12\sqrt{3}, 12\sqrt{3}-12\right), \left(-20, \frac{20\sqrt{3}}{3}\right).$

【点睛】 本题是坐标几何与全等三角形的综合题, 核心技巧是利用全等三角形的对应边或角相等转化条件, 结合勾股定理、直线解析式求解; 存在性问题需按 Q 的位置分类讨论, 避免漏解. 常见错误为分类不全、忽略全等对应关系、直线解析式计算失误; 避坑方法是先确定 CF 长度, 按 Q 所在边分情况, 每类先明确对应边/角关系, 再列方程求解.

五、综合题 (5+5+6+6+8=30分)

28. 如图, 点 $A(-3,0)$ 、 $B(0,3)$, 直线 l 经过原点, 与线段 AB 交于点 C , 把 $\triangle AOB$ 的面积分成 3:2 两部分, 则直线 l 的解析式为: _____.



【答案】 $y = -\frac{3}{2}x$ 或 $y = -\frac{2}{3}x$

【解析】

【分析】 先算出 $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{9}{2}$, 直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$. 按面积比 3:2 分两种情况:

① $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 3:2$, 算出 $C\left(-\frac{6}{5}, \frac{9}{5}\right)$, 得直线 l 解析式为 $y = -\frac{3}{2}x$; ② $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 2:3$, 算出

$C\left(-\frac{9}{5}, \frac{6}{5}\right)$, 得直线 l 解析式为 $y = -\frac{2}{3}x$.

【详解】 解: 由题意得, $OA = 3$, $OB = 3$, $\triangle AOB$ 是直角三角形,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \times OB = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2},$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

将 $A(-3,0)$ 、 $B(0,3)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 0 = -3k + b \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$,

$\therefore$ 点 C 在 AB 上,

$\therefore$ 坐标为 $(x, x + 3) (x < 0, y > 0)$,

$\therefore$ 直线 l 过原点, 将 AOB 分成面积比为 $3:2$ 的两部分,

$\therefore$ 可分为两种情况, 如下:

$$(1) S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 3 : 2,$$

$$\text{此时 } S_{\triangle AOC} = \frac{3}{3+2} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{10}, \quad S_{\triangle BOC} = \frac{9}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} OA \times y = \frac{1}{2} \times 3(x + 3) = \frac{27}{10},$$

$$\frac{3}{2}(x + 3) = \frac{27}{10}$$

$$x + 3 = \frac{9}{5}$$

$$\text{解得 } x = -\frac{6}{5},$$

$$\text{将 } x = -\frac{6}{5} \text{ 代入 } y = x + 3 \text{ 中, 得 } y = \frac{9}{5},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{6}{5}, \frac{9}{5}\right),$$

$$(2) S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 2 : 3,$$

$$\text{此时 } S_{\triangle AOC} = \frac{2}{3+2} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{5}, \quad S_{\triangle BOC} = \frac{27}{10},$$

$$\text{同理可得, } \frac{1}{2} \times 3 \times (x + 3) = \frac{9}{5},$$

$$\frac{3}{2}(x + 3) = \frac{9}{5}$$

$$x + 3 = \frac{6}{5}$$

$$\text{解得 } x = -\frac{9}{5},$$

$$\text{将 } x = -\frac{9}{5} \text{ 代入 } y = x + 3, \text{ 得 } y = \frac{6}{5},$$

∴ 点 C 的坐标为 $\left(-\frac{9}{5}, \frac{6}{5}\right)$,

∵ 直线 l 过原点, 设解析式为 $y = kx$,

当 $C\left(-\frac{6}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 时, 代入得 $\frac{9}{5} = k \times \left(-\frac{6}{5}\right)$

解得 $k = -\frac{3}{2}$,

∴ $y = -\frac{3}{2}x$,

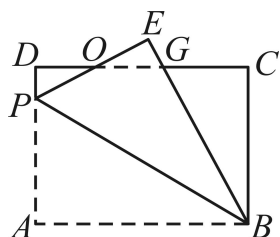
当 $C\left(-\frac{9}{5}, \frac{6}{5}\right)$ 时, 代入得, $\frac{6}{5} = k \times \left(-\frac{9}{5}\right)$

解得 $k = -\frac{2}{3}$,

∴ $y = -\frac{2}{3}x$,

综上所述, 直线 l 解析式为 $y = -\frac{3}{2}x$ 或 $y = -\frac{2}{3}x$.

29. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $BC=6$, P 为 AD 上一点, 将 $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折至 $\triangle EBP$, PE 与 CD 相交于点 O , BE 与 CD 相交于点 G , 且 $OE=OD$, 则 AP 的长为_____.



【答案】 4.8

【解析】

【详解】解: 如图所示: ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $\angle D = \angle A = \angle C = 90^\circ$, $AD = BC = 6$, $CD = AB = 8$,

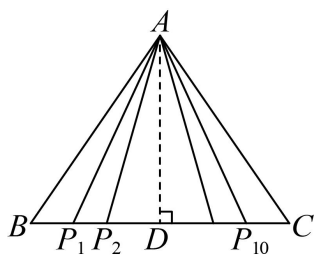
根据题意得: $\triangle ABP \cong \triangle EBP$,

∴ $EP = AP$, $\angle E = \angle A = 90^\circ$, $BE = AB = 8$,

在 $\triangle ODP$ 和 $\triangle OEG$ 中,

$$\begin{cases} \angle D = \angle E \\ OD = OE \\ \angle DOP = \angle EOG \end{cases},$$

∴ $\triangle ODP \cong \triangle OEG$ (ASA),



$$\because AB = AC = 2,$$

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 = AD^2 + BD^2$,

在 $\text{Rt}\triangle AP_1D$ 中, 由勾股定理得 $AP_1^2 = AD^2 + P_1D^2$,

$$\therefore AB^2 - AP_1^2 = AD^2 + BD^2 - (AD^2 + P_1D^2)$$

$$= BD^2 - P_1D^2$$

$$= (BD + P_1D)(BD - P_1D)$$

$$= (CD + P_1D)(BD - P_1D)$$

$$= P_1B \cdot P_1C,$$

$$\therefore AB^2 = AP_1^2 + P_1B \cdot P_1C,$$

$$\therefore M_i = AP_i^2 + P_iB \cdot P_iC,$$

$$\therefore M_1 = AP_1^2 + P_1B \cdot P_1C,$$

$$\therefore M_1 = AB^2,$$

同理可得 $M_2 = AB^2$,

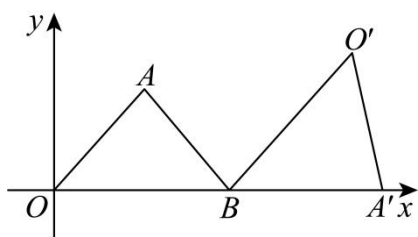
$$M_3 = AB^2,$$

.....,

$$M_{10} = AB^2,$$

$$\therefore M_1 + M_2 + \dots + M_{10} = 2^2 + 2^2 + \dots + 2^2 = 40.$$

31. 如图, $\triangle AOB$ 为等腰三角形, $AO = AB$, 顶点 A 的坐标 $(2, \sqrt{5})$, 底边 OB 在 x 轴上. 将 $\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转一定角度后得 $\triangle A'O'B$, 点 A 的对应点 A' 在 x 轴上, 则点 O' 的坐标为_____.

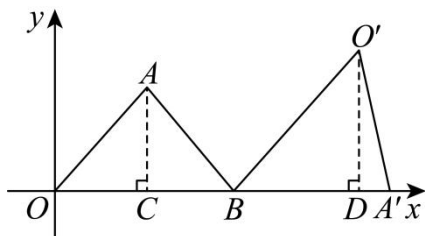


【答案】 $\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\sqrt{5}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查坐标与旋转. 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴, 过点 O' 作 $O'D \perp x$ 轴, 勾股定理求出 OA 的长, 旋转的性质, 等积法求出 $O'D$, 勾股定理求出 BD , 进而求出 OD 的长, 即可得出结果. 掌握旋转的性质, 等腰三角形三线合一, 是解题的关键.

【详解】 解: 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴, 过点 O' 作 $O'D \perp x$ 轴,



$\because AO = AB$, 顶点 A 的坐标 $(2, \sqrt{5})$,

$\therefore OC = 2, AC = \sqrt{5}, OB = 2OC = 4$,

$\therefore OA = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} = 3$,

$\because$ 旋转,

$\therefore O'B = OB = 4, A'B = AB = 3, S_{\triangle OAB} = S_{\triangle O'A'B}$,

$\therefore \frac{1}{2}OB \cdot AC = \frac{1}{2}A'B \cdot O'D$,

$\therefore 4\sqrt{5} = 3O'D$,

$\therefore O'D = \frac{4\sqrt{5}}{3}$,

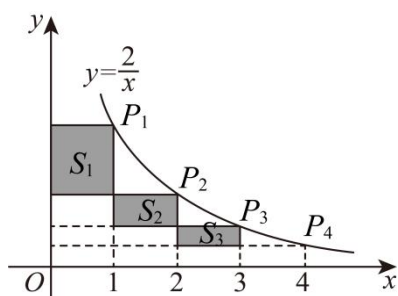
$\therefore BD = \sqrt{O'B^2 - O'D^2} = \frac{8}{3}$,

$\therefore OD = OB + BD = \frac{20}{3}$,

$$\therefore O'\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\sqrt{5}\right);$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\sqrt{5}\right).$$

32. 如图, 在反比例函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象上, 有点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, P_{n+1}$, 它们的横坐标依次为 $1, 2, 3, \dots, n, n+1$. 分别过这些点作 x 轴与 y 轴的垂线, 图中所构成的阴影部分的面积从左到右依次为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, S_{n+1}$, 则 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{n+1} =$ _____.



【答案】 $\frac{2n}{n+1}$

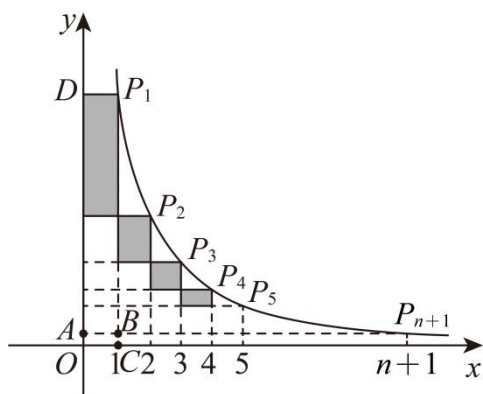
【解析】

【分析】 根据题意阴影矩形的一边长都为1, 将面积为 $S_2, S_3, \dots, S_{n+1}$ 的矩形向左平移到 S_1 下方, 则有:

$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{n+1} = S_{\text{矩形}DABP_1}$, 最后利用 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{矩形}DABP_1} = S_{\text{矩形}OCP_1D} - S_{\text{矩形}OABC}$ 计算即可.

【详解】 解: $\because P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, P_{n+1}$ 等点, 它们的横坐标依次为 $1, 2, 3, \dots, n, n+1$,

$\therefore$ 阴影矩形的一边长都为1, 如图:



由题意得: $P_1D \perp y$ 轴, $P_1C \perp x$ 轴, $P_{n+1}A \perp y$ 轴, 交 P_1C 于点 B ,

将面积为 $S_2, S_3, \dots, S_{n+1}$ 的矩形向左平移到 S_1 下方,

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_{n+1} = S_{\text{矩形}DABP_1},$$

$$\text{当 } x = n+1 \text{ 时, } y = \frac{2}{n+1}, \text{ 即 } OA = \frac{2}{n+1},$$

$$\therefore S_{\text{矩形}OABC} = OA \cdot OC = \frac{2}{n+1},$$

$$\text{根据反比例函数 } k \text{ 值的几何意义得: } S_{\text{矩形}OCR_1D} = 2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{矩形}DABP_1} = S_{\text{矩形}OCR_1D} - S_{\text{矩形}OABC} = 2 - \frac{2}{n+1} = \frac{2n}{n+1}.$$