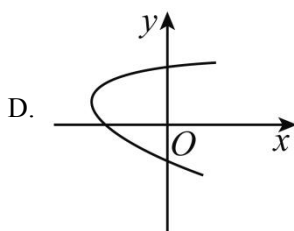
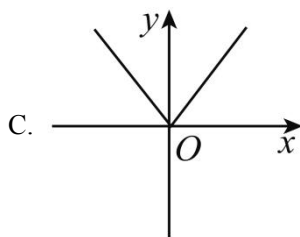
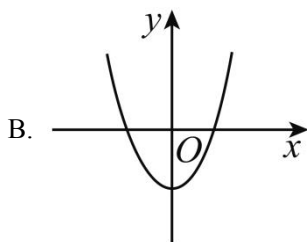
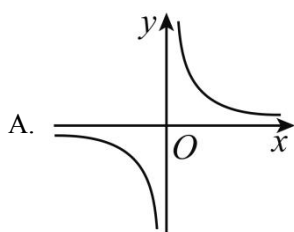


初二下数学限时作业 1

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列曲线中, 不能表示 y 是 x 的函数的是 ()



【答案】D

【解析】

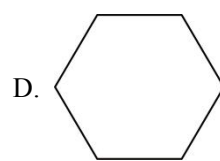
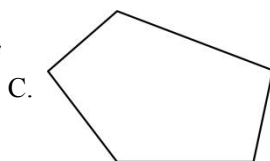
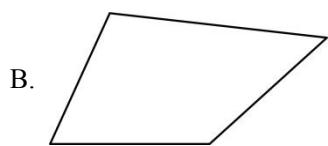
【分析】本题考查函数的定义: 一般地, 在某一变化过程中, 有 x 和 y 两个变量, 如果对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应, 那么就说 y 是 x 的函数.

【详解】解: A、B、C 中的曲线都满足对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应, 能表示 y 是 x 的函数, 不符合题意;

D: 对于 x 的每一个取值, y 与之对应的值不唯一, 不能表示 y 是 x 的函数, 符合题意;

故选: D

2. 下列图形中, 不是凸多边形的是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】本题考查凸多边形的定义, 正确理解凸多边形的定义是解决此类问题的关键. 根据凸多边形的定义进行判断即可.

【详解】解: 选项 B、C、D 中, 画出这个多边形的任意一条边所在的直线, 整个多边形都在这条直线的同一侧, 所以都是凸多边形, 只有选项 A 不符合凸多边形的定义, 不是凸多边形.

故选：A.

3. 下列关于反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的说法正确的是 ()

A. 图象经过第二、四象限

B. y 随 x 的增大而减小

C. 图象与 x 轴有交点

D. 点 $(2, 3)$ 在该函数图象上

【答案】D

【解析】

【详解】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 中 $k = 6 > 0$,

∴ 该函数图象经过第一、三象限，而非第二、四象限，故 A 选项错误；

反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小，不连续，并非 y 随 x 的增大而减小. 故 B 选项错误；

在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 中， $x \neq 0$ ，且 $y = \frac{6}{x} \neq 0$ ，

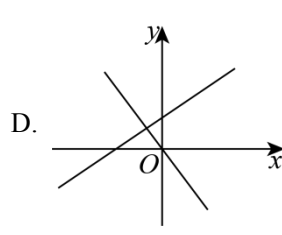
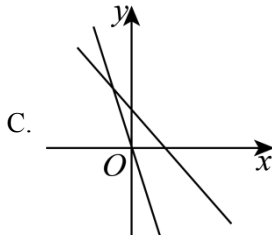
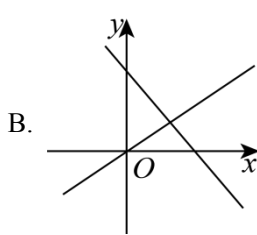
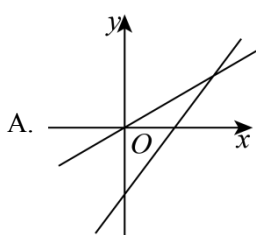
∴ 函数图象与 x 轴、 y 轴均无交点，故 C 选项错误；

当 $x = 2$ 时， $y = \frac{6}{2} = 3$ ，

∴ 点 $(2, 3)$ 在该函数图象上，故 D 选项正确.

故选：D.

4. 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = \frac{b}{k}x$ (k, b 为常数，且 $kb \neq 0$)，它们在同一坐标系内的图象可能为 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的图象与系数的关系，由一次函数 $y = kx + b$ 图象分析可得 k, b 的符号，进而可得 $\frac{b}{k}$ 的符号，从而判断 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象是否符合，进而比较可得答案.

【详解】解：根据一次函数的图象分析可得：

对于 A、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0$ ， $b < 0$ ，则 $\frac{b}{k} < 0$ ；

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} > 0$ ，故此选项不符合题意；

对于 B、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0$ ， $b > 0$ ，则 $\frac{b}{k} < 0$ ；

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} > 0$ ，故此选项不符合题意；

对于 C、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0$ ， $b > 0$ ， $\frac{b}{k} < 0$ ；

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} < 0$ ，故此选项符合题意；

对于 D、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0$ ， $b > 0$ ， $\frac{b}{k} > 0$ ；

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} < 0$ ，故此选项不符合题意。

5. 已知甲醛检测仪的核心部件为如图①所示的气体传感器， R_1 的阻值随空气中甲醛质量浓度 c 的变化而变化（如图②）。当甲醛质量浓度 $c > 0.1\text{mg}/\text{m}^3$ 时，甲醛检测仪会报警，则下列说法错误的是（ ）

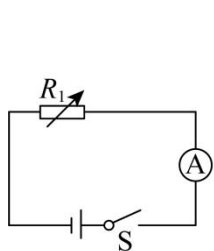


图 ①

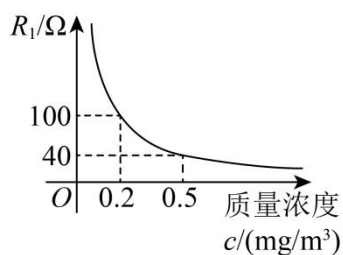


图 ②

- A. 空气中甲醛的质量浓度逐渐减小时， R_1 的阻值逐渐增大
- B. 当 $R_1 = 300\Omega$ 时，甲醛检测仪会报警
- C. 当 $c = 0.8\text{mg}/\text{m}^3$ 时， R_1 的阻值为 25Ω
- D. 当房间内甲醛质量浓度低于 $0.1\text{mg}/\text{m}^3$ 时， R_1 的阻值高于 200Ω

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数的应用，求反比例函数的解析式，理解题意求出 R_1 的阻值与空气中甲醛质量浓度 c 的函数关系式是解题的关键。

根据题意求出 R_1 的阻值与空气中甲醛质量浓度 c 的函数关系式为 $R_1 = \frac{20}{c}$ ，再根据反比例函数的性质，逐项分析判断即可得出答案。

【详解】 解：由图②得， R_1 的阻值与空气中甲醛质量浓度 c 成反比例函数关系，

设反比例函数关系式为 $R_1 = \frac{k}{c}$,

代入 $(0.2, 100)$, 得 $k = 0.2 \times 100 = 20$,

$\therefore$ 反比例函数关系式为 $R_1 = \frac{20}{c}$,

$\because 20 > 0$,

$\therefore R_1$ 的阻值随着空气中甲醛质量浓度 c 的增大而减小,

$\therefore$ 空气中甲醛的质量浓度逐渐减小时, R_1 的阻值逐渐增大,

故 A 选项说法正确, 不符合题意;

当 $R_1 = 300 \Omega$ 时, 则 $300 = \frac{20}{c}$,

解得 $c = \frac{1}{15} \text{mg} / \text{m}^3$,

$\therefore \frac{1}{15} < \frac{1}{10} = 0.1$,

$\therefore$ 当 $R_1 = 300 \Omega$ 时, 甲醛检测仪不会报警,

故 B 选项说法错误, 符合题意;

当 $c = 0.8 \text{mg} / \text{m}^3$ 时, 则 $R_1 = \frac{20}{0.8} = 25(\Omega)$,

故 C 选项说法正确, 不符合题意;

当 $c = 0.1 \text{mg} / \text{m}^3$ 时, 则 $R_1 = \frac{20}{0.1} = 200(\Omega)$,

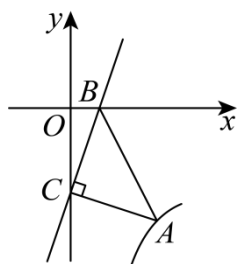
$\therefore$ 当房间内甲醛质量浓度低于 $0.1 \text{mg} / \text{m}^3$ 时, R_1 的阻值高于 200Ω ,

故 D 选项说法正确, 不符合题意;

故选: B.

6. 如图, 一次函数 $y = 3x - 3$ 的图象与坐标轴分别交于点 B 、 C , 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A ,

ABC 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 则 k 的值为 ()



A. 6

B. -6

C. 12

D. -12

【答案】D

【解析】

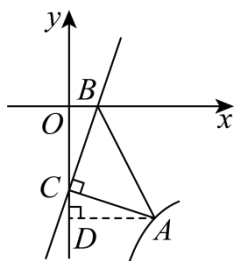
【分析】本题考查了一次函数与反比例函数综合，全等三角形的判定和性质，先利用一次函数可得 $B(1,0)$ ， $C(0,-3)$ ，即得 $OB=1$ ， $OC=3$ ，过点 A 作 $AD \perp y$ 轴于点 D ，可证 $\triangle ACD \cong \triangle CBO$ (AAS)，得到 $AD=CO=3$ ， $CD=BO=1$ ，进而求出点 A 坐标即可求解，正确作出辅助线是解题的关键。

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y=3x-3$ 的图象与坐标轴分别交于点 B 、 C ，

$$\therefore B(1,0), C(0,-3),$$

$$\therefore OB=1, OC=3,$$

如图，过点 A 作 $AD \perp y$ 轴于点 D ，则 $\angle ADC = \angle COB = 90^\circ$ ，



$$\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OCB,$$

$$\text{又} \because AC=CB,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AD=CO=3, CD=BO=1,$$

$$\therefore OD=OC+CD=3+1=4,$$

$$\therefore A(3,-4),$$

$$\because \text{反比例函数 } y=\frac{k}{x} \text{ 的图象经过点 } A,$$

$$\therefore k=3 \times (-4) = -12,$$

故选：D.

二、填空题

7. 已知一次函数 $y=kx+b$ ，当 $x=1$ 时， $y=-2$ ，且它的图象与 y 轴交点的纵坐标是 -5 ，则该一次函数

的解析式是_____.

【答案】 $y = 3x - 5$

【解析】

【分析】 根据一次函数的性质，图象与 y 轴交点的纵坐标为函数式中的常数项 b ，再将已知的 x 、 y 对应值代入函数式，通过有理数运算求出 k 的值，进而确定一次函数解析式.

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 y 轴交点的纵坐标是 -5 ，
根据一次函数的性质，可知 $b = -5$.

将 $x = 1$ ， $y = -2$ ， $b = -5$ 代入 $y = kx + b$ ，得：

$$-2 = k \times 1 + (-5)$$

解得： $k = 3$ ，

$\therefore$ 该一次函数的解析式为 $y = 3x - 5$.

8. 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 4x + m = 0$ 没有实数根，则反比例函数 $y = \frac{m-2}{x}$ 的图象位于第_____象限.

【答案】 一、三

【解析】

【分析】 由方程没有实数根可得 $\Delta < 0$ ，从而得到 m 的取值范围，根据 $m-2$ 的符号判断反比例函数的图象所在的象限即可.

【详解】 解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 4x + m = 0$ 没有实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times m = 16 - 8m < 0,$$

解得： $m > 2$ ，

$$\therefore m - 2 > 0,$$

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{m-2}{x}$ 的图象位于第一、三象限.

9. 函数 $y = 4x + b$ 的图像经过点 $A(2, 3)$ ，如果 $y < 3$ ，那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】 将点 $A(2, 3)$ 代入 $y = 4x + b$ 中求出函数解析式，再根据 $y < 3$ ，解不等式即可.

【详解】 解： 点 $A(2, 3)$ 代入 $y = 4x + b$ 中得： $3 = 4 \times 2 + b$ ，解得： $b = -5$

$$\therefore y = 4x - 5$$

当 $y < 3$ 时,

$$4x - 5 < 3$$

解得: $x < 2$

故答案为: $x < 2$.

【点睛】 本题考查了求一次函数解析式及一次函数与不等式, 解题的关键是理解一次函数与不等式的关系.

10. 若一次函数 $y = (m-1)x + m - 2$ 的图像不经过第二象限, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $1 < m \leq 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的图像与性质、解一元一次不等式组, 根据一次函数 $y = (m-1)x + m - 2$ 的图像不经过第二象限, 可得关于 m 的一元一次不等式组, 解不等式组即可得到 m 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = (m-1)x + m - 2$ 的图像不经过第二象限,

$$\therefore \begin{cases} m-1 > 0 \text{ ①} \\ m-2 \leq 0 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $m > 1$,

解不等式②得: $m \leq 2$,

$\therefore$ 不等式的解集为: $1 < m \leq 2$.

故答案为: $1 < m \leq 2$.

11. 已知直线 $y = kx + b$ 可以看作由直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向左平移 10 个单位长度而得到, 那么直线 $y = kx + b$ 与

x 轴交点坐标为_____.

【答案】 $(-10, 0)$

【解析】

【分析】 先利用“左加右减”的平移规律得出平移后的直线解析式, 再通过令函数值为 0 求解自变量的值, 即可得到与 x 轴的交点坐标.

【详解】 解: $\because$ 直线 $y = kx + b$ 由直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向左平移 10 个单位长度得到,

$\therefore$ 平移后的直线解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x+10)$,

展开得 $y = -\frac{1}{2}x - 5$.

令 $y = 0$, 则: $0 = -\frac{1}{2}x - 5$,

解得: $x = -10$,

$\therefore$ 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴交点坐标为 $(-10, 0)$.

12. 内角和是 1620° 的多边形的边数是_____.

【答案】 11

【解析】

【详解】 利用多边形的内角和公式求解.

13. 若 n 边形的对角线共有 20 条, 则这个多边形是_____边形.

【答案】 八

【解析】

【详解】 本题考查了多边形对角线的条数问题, 利用多边形对角线条数公式建立方程 $\frac{n(n-3)}{2} = 20$, 即有

$n(n-3) = 40$, 然后根据因数求解即可, 掌握知识点的应用是解题的关键.

解: 根据题意得 $\frac{n(n-3)}{2} = 20$,

所以 $n(n-3) = 40$,

因为 $8 \times 5 = 40$,

所以 $n = 8$,

故答案为: 八.

14. 若多边形的每个内角都是 140° , 则这个多边形的边数为_____.

【答案】 9

【解析】

【分析】 本题考查了正多边形的内角和与外角和问题, 熟练掌握多边形的外角和等于 360° 是解题关键. 先求出这个多边形的每个外角都是 40° , 再根据多边形的外角和等于 360° 求解即可得.

【详解】 解: $\because$ 这个多边形的每个内角都是 140° ,

$\therefore$ 这个多边形的每个外角都是 $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,

$\therefore$ 这个多边形的边数为 $360^\circ \div 40^\circ = 9$,

故答案为: 9.

15. 若点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(3, m^2)$ 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图象上, 其中 $x_1 < 0 < x_2$, 则 y_1 _____ y_2 . (填 “>” “<” 或 “=”)

【答案】

<

【解析】

【分析】先根据点 C 在反比例函数图象上确定 k 的符号, 再结合反比例函数图象的性质判断 y_1 和 y_2 的正负, 进而比较两者大小.

【详解】解: $\because$ 点 $C(3, m^2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k = 3 \cdot m^2.$$

$$\because m^2 \geq 0, \quad k \neq 0,$$

$$\therefore k > 0,$$

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分别位于第一、三象限, 第三象限内点的纵坐标为负, 第一象限内点的纵坐标为正.

$$\because x_1 < 0 < x_2,$$

$\therefore$ 点 $A(x_1, y_1)$ 在第三象限, 点 $B(x_2, y_2)$ 在第一象限,

$$\therefore y_1 < 0 < y_2, \text{ 即 } y_1 < y_2.$$

16. 已知一次函数 $y = kx + 4$ (k 为常数且 $k \neq 0$), 当自变量 $-3 \leq x \leq 2$ 时, 函数值 y 的最大值为 6, 则 k 的值_____.

【答案】1 或 $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质.

根据一次函数的性质, 分 $k > 0$ 和 $k < 0$ 两种情况讨论, 分别求 k 的值.

【详解】解: 当 $k > 0$ 时, 函数 $y = kx + 4$ 随 x 的增大而增大,

因此当 $x = 2$ 时, y 取得最大值,

$$\text{代入得 } 2k + 4 = 6,$$

解得 $k = 1$;

当 $k < 0$ 时, 函数 $y = kx + 4$ 随 x 的增大而减小,

因此当 $x = -3$ 时, y 取得最大值,

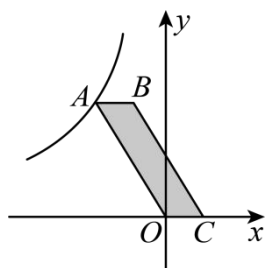
代入得 $-3k + 4 = 6$,

解得 $k = -\frac{2}{3}$;

故答案为: 1 或 $-\frac{2}{3}$.

17. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过平行四边形 $ABCO$ 的顶点 A , OC 在 x 轴上, 若点 $B(-1, 3)$,

$S_{\square ABCO} = 3$, 则实数 k 的值为_____.



【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数, 根据 A, B 的纵坐标相同以及点 A 在反比例函数上得到 A 的坐标, 进而用代数式表达 AB 的长度, 然后根据 $S_{\square ABCO} = 3$ 列出一元一次方程求解即可.

【详解】 $\because ABCO$ 是平行四边形

$\therefore A, B$ 纵坐标相同

$\because B(-1, 3)$

$\therefore A$ 的纵坐标是 3

$\because A$ 在反比例函数图象上

$\therefore$ 将 $y = 3$ 代入函数中, 得到 $x = \frac{k}{3}$

$\therefore A\left(\frac{k}{3}, 3\right)$

$\therefore |AB| = -1 - \frac{k}{3}$

$\because S_{\square ABCO} = 3, B$ 的纵坐标为 3

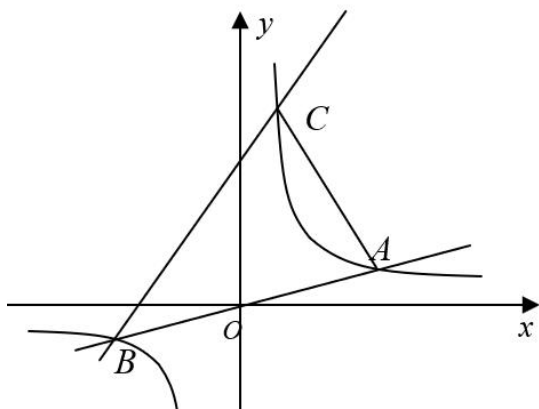
$$\therefore |AB| \times 3 = 3$$

$$\text{即: } \left(-1 - \frac{k}{3}\right) \times 3 = 3$$

解得: $k = -6$

故答案为: -6 .

18. 如图, 直线 $y = \frac{1}{3}x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 平交于 A 、 B 两点, 直线 BC 经过点 B , 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于另一点 C , $\angle ABC = 45^\circ$, 连接 AC , 若 $\triangle ABC$ 的面积是 35, 则 $k =$ _____.



【答案】 6

【解析】

【分析】 如图所示, 过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于 M , 过点 O 作 $OK \perp AB$ 交 BC 于 K , 过点 K 作 $KT \perp x$ 轴于 T , 设直线 BC 与 y 轴交于 J , 连接 OC , 设 $A\left(m, \frac{1}{3}m\right)$, 则 $OM = m$, $AM = \frac{1}{3}m$, 由反比例函数的对称性可知 $B\left(-m, -\frac{1}{3}m\right)$, $OB = OA$, 然后证明 $\triangle KOT \cong \triangle OAM$ 得到 $OT = AM = \frac{1}{3}m$, $KT = OM = m$, 则点 K 的坐标为 $\left(-\frac{1}{3}m, m\right)$, 然后求出直线 BC 的解析式为 $y = 2x + \frac{5}{3}m$, 得到 J 点坐标为 $\left(0, \frac{5}{3}m\right)$, 设 C 点坐标为

$$\left(n, 2n + \frac{5}{3}m\right), \text{ 然后推出 } S_{\triangle BOJ} + S_{\triangle OCJ} = \frac{35}{2} \text{ 得到 } \begin{cases} \frac{1}{3}m \cdot m = n \cdot \left(2n + \frac{5}{3}m\right) \\ \frac{1}{2}(m+n) \cdot \frac{5}{3}m = \frac{35}{2} \end{cases}, \text{ 由此求解即可.}$$

【详解】 解: 如图所示, 过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于 M , 过点 O 作 $OK \perp AB$ 交 BC 于 K , 过点 K 作 $KT \perp x$ 轴于 T , 设直线 BC 与 y 轴交于 J , 连接 OC ,

设 $A\left(m, \frac{1}{3}m\right)$, 则 $OM=m$, $AM=\frac{1}{3}m$,

$\therefore$ 由反比例函数的对称性可知 $B\left(-m, -\frac{1}{3}m\right)$, $OB=OA$,

$\because \angle ABC=45^\circ$, $OK \perp AB$,

$\therefore OK=OB=OA$,

$\because \angle OTK=\angle AOK=\angle AMO=90^\circ$,

$\therefore \angle KOT+\angle AOM=90^\circ$, $\angle AOM+\angle OAM=90^\circ$,

$\therefore \angle KOT=\angle OAM$,

$\therefore \triangle KOT \cong \triangle OAM$ (AAS),

$\therefore OT=AM=\frac{1}{3}m$, $KT=OM=m$,

$\therefore$ 点 K 的坐标为 $\left(-\frac{1}{3}m, m\right)$,

设直线 BC 的解析式为 $y=k_1x+b$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{3}mk_1+b=m \\ -mk_1+b=-\frac{1}{3}m \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1=2 \\ b=\frac{5}{3}m \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=2x+\frac{5}{3}m$,

$\therefore J$ 点坐标为 $\left(0, \frac{5}{3}m\right)$,

设 C 点坐标为 $\left(n, 2n+\frac{5}{3}m\right)$,

$$\because S_{\triangle BOC}=S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{35}{2},$$

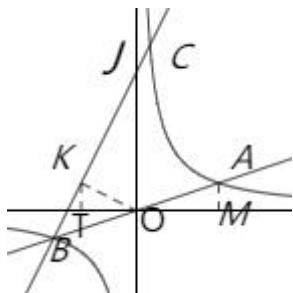
$$\therefore S_{\triangle BOJ}+S_{\triangle OCJ}=\frac{35}{2},$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{3}m \cdot m = n \cdot \left(2n + \frac{5}{3}m\right) \\ \frac{1}{2}(m+n) \cdot \frac{5}{3}m = \frac{35}{2} \end{cases},$$

解得 $m^2 = 18$,

$$\therefore \frac{1}{3}m \cdot m = k = 6,$$

故答案为：6.



【点睛】本题主要考查了反比例函数比例系数的几何意义，全等三角形的性质与判定，一次函数与反比例函数综合等等，正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键.

三、简答题

19. 已知一个多边形，它的内角和等于五边形的内角和的 2 倍，求这个多边形的边数.

【答案】8

【解析】

【分析】设这个多边形的边数为 n ，则这个多边形的内角和为 $180^\circ \cdot (n-2)$ ，再根据这个多边形的内角和等于五边形的内角和的 2 倍建立方程求解即可.

【详解】解：设这个多边形的边数为 n ,

$$\text{由题意得, } 180^\circ \cdot (n-2) = 2 \times 180^\circ \times (5-2),$$

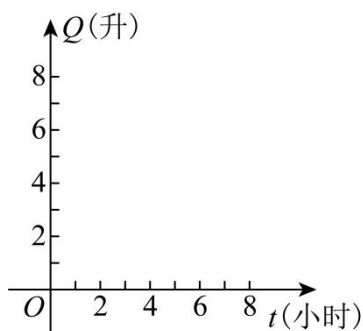
解得 $n = 8$,

$\therefore$ 这个多边形的边数为 8.

20. 测得某摩托车在行驶过程中油箱中的剩余油量 Q (升) 和它行驶的时间 t (小时) 的对应值如下表所示:

剩余油量 Q (升)	5.5	4.25	3	1.75	0.5
行驶的时间 t (小时)	2	3	4	5	6

已知油箱中的剩余油量 Q (升) 是它行驶的时间 t (小时) 的一次函数.



(1) 求 Q 与 t 的函数关系式，并求出自变量 t 的取值范围；

(2) 在给定的直角坐标系中画出此函数的图像.

【答案】 (1) Q 与 t 的函数关系式为 $Q = -1.25t + 8$ ，自变量 t 的取值范围为 $0 \leq t \leq 6.4$

(2) 图见解析

【解析】

【分析】 (1) 设 Q 与 t 的函数关系式为 $Q = kt + b$ ，从表格中选取两组 t 与 Q 的对应值，代入解析式得到二元一次方程组，解方程组得到 k 和 b ，即可确定函数关系式；结合实际意义，行驶时间 t 不能为负数，油箱剩余油量 Q 也不能为负数，列不等式组求解，即可得到 t 的取值范围；

(2) 分别计算 $t = 0$ 时的 Q 值、 $Q = 0$ 时的 t 值，得到两个端点坐标，在坐标系中描出两个端点，连接这两点所得线段即为所求函数图像.

【小问 1 详解】

解：设 Q 与 t 的函数关系式为 $Q = kt + b$ ，

把 $(2, 5.5)$ ， $(4, 3)$ 代入解析式，得

$$\begin{cases} 2k + b = 5.5 \\ 4k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1.25 \\ b = 8 \end{cases},$$

$\therefore Q$ 与 t 的函数关系式为 $Q = -1.25t + 8$ ；

时间 t 不能为负，剩余油量 Q 也不能为负，因此

$$\begin{cases} t \geq 0 \\ -1.25t + 8 \geq 0 \end{cases},$$

解得

$$0 \leq t \leq 6.4,$$

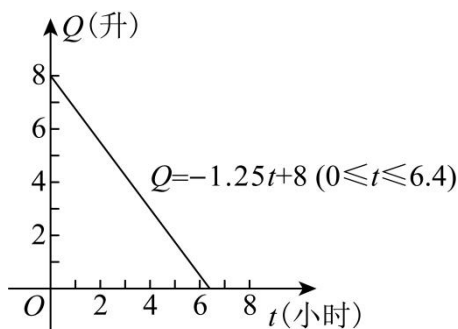
即自变量 t 的取值范围为 $0 \leq t \leq 6.4$;

【小问 2 详解】

解: 当 $t=0$ 时, $Q=8$, 对应点为 $(0,8)$;

当 $Q=0$ 时, $t=6.4$, 对应点为 $(6.4,0)$;

如图, 在直角坐标系中描出上述两个端点, 用直线连接两点, 所得的线段即为该函数的图像.



【点睛】该函数是有取值范围的一次函数, 图像为线段, 而非无限延伸的直线.

21. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象与一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象交于点 $A(1, m)$.

(1) 求 k 与 m 的值;

(2) 求反比例函数图象与一次函数图象的另一个交点 B 的坐标.

【答案】(1) $m=1$, $k=1$

(2) $B\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$

【解析】

【分析】该题考查了一次函数和反比例函数交点问题.

(1) 将 $A(1, m)$ 代入一次函数 $y = 2x - 1$ 求出点 A 的坐标, 再将点 A 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 求解即可.

(2) 联立一次函数和反比例函数解析式即可解答.

【小问 1 详解】

解: 把 $A(1, m)$ 代入 $y = 2x - 1$ 得 $m = 2 \times 1 - 1 = 1$,

$\therefore A(1, 1)$.

把 $A(1, 1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 1 \times 1 = 1$.

【小问 2 详解】

$$\text{解: 联立 } \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = 2x - 1 \end{cases} \text{ 得 } \frac{1}{x} = 2x - 1,$$

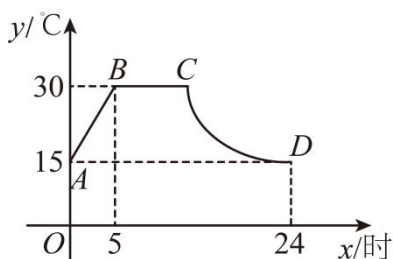
$$\text{即 } 2x^2 - x - 1 = 0,$$

$$\text{解得 } x = 1 \text{ 或 } x = -\frac{1}{2},$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时, } y = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2,$$

$$\therefore B\left(-\frac{1}{2}, -2\right).$$

22. 生物实践小组搜集了某种植园温室大棚智能控制系统测试阶段 0~24 时的温度变化, 并绘制出大棚内的温度 $y(^{\circ}\text{C})$ 随时间 x (时) 变化的图象, 如图所示, 点 A 表示智能控制系统在 0 时启动, 此时大棚内的温度为 15°C , 线段 AB 表示升温阶段, 线段 BC 表示恒温阶段, 双曲线的一部分 CD 表示恒温系统关闭阶段, 点 D 表示 24 时温度降到 15°C .



- (1) 线段 AB 的函数解析式和定义域为_____;
- (2) 双曲线 CD 段的函数解析式和定义域为_____;
- (3) 求该大棚在 0~24 时内, 温度不低于 24°C 的时长是_____;
- (4) 此地日出时间为 7:00, 日落时间为 17:00, 为保证该大棚中的植物至少有 9 小时的光照且在此期间大棚温度不低于 24°C , 小组同学决定推迟智能控制系统的启动时间, 至少推迟_____小时, 能满足上述要求.

【答案】 (1) 线段 AB 的函数解析式为 $y = 3x + 15$, 定义域为 $0 \leq x \leq 5$;

(2) 双曲线 CD 段的函数解析式为 $y = \frac{360}{x}$, 定义域为 $12 \leq x \leq 24$; (3) 12

(4) 1

【解析】

【分析】 (1) 将点 $A(0, 15)$ 与 $B(5, 30)$ 代入函数解析式, 由待定系数法求解即可;

- (2) 设出双曲线 CD 段的函数解析式, 再将点 $(24, 15)$ 代入函数解析式求解即可;
- (3) 分别求解出升温阶段与恒温系统关闭阶段, 温度为 24°C 的时间, 再计算时常即可;
- (4) 求出现在符合光照和温度的时间, 进而根据要求即可解答.

【小问 1 详解】

解: 设线段 AB 的函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$\because$ 点 $A(0, 15)$ 与 $B(5, 30)$ 在线段 AB 上,

$$\therefore \begin{cases} 15 = b \\ 30 = 5k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 3 \\ b = 15 \end{cases},$$

$\therefore$ 线段 AB 的函数解析式为 $y = 3x + 15$, 定义域为 $0 \leq x \leq 5$;

故答案为: $y = 3x + 15, 0 \leq x \leq 5$;

【小问 2 详解】

解: 双曲线 CD 段的函数解析式为 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$,

$\because$ 点 $D(24, 15)$ 在双曲线 CD 上,

$$\therefore 15 = \frac{m}{24}, \text{ 解得 } m = 360,$$

$\therefore$ 双曲线 CD 段的函数解析式为 $y = \frac{360}{x}$,

$\because$ 当 $y = 30$ 时, 可得 $30 = \frac{360}{x}$, 解得 $x = 12$,

$\therefore$ 定义域为 $12 \leq x \leq 24$;

故答案为: $y = \frac{360}{x}, 12 \leq x \leq 24$;

【小问 3 详解】

解: $\because$ 线段 AB 的函数解析式为 $y = 3x + 15$,

令 $y = 24$, 可得 $24 = 3x + 15$, 解得 $x = 3$,

又 $\because$ 双曲线 CD 段的函数解析式为 $y = \frac{360}{x}$,

令 $y = 24$, 可得 $24 = \frac{360}{x}$, 解得 $x = 15$,

$\therefore$ 从 3 时开始到 15 时, 温度不低于 24°C , 即时长为 $15 - 3 = 12$ 时;

故答案为: 12;

【小问 4 详解】

解：由题意，日照时间为 7:00–17:00，共 10 小时，

需保证植物至少有 9 小时的光照且在此期间大棚温度不低于 24°C ，

$\therefore$ 该大棚在 0~24 时内，温度不低于 24°C 的时间为 $3 \leq x \leq 15$ ，

此时和光照时间重叠为 8 小时，不满足条件；

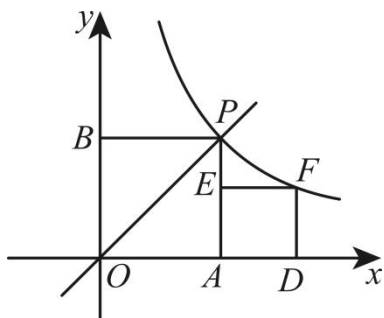
故推迟 1 小时，温度不低于 24°C 的时间为 $4 \leq x \leq 16$ ，

此时和光照时间重叠为 9 小时，满足条件

故至少推迟 1 小时，能满足上述要求.

故答案为：1.

23. 如图，正方形 $OAPB$ 、 $ADFE$ 的顶点 A 、 D 、 B 在坐标轴上，点 E 在 AP 上，点 P 、 F 在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上，已知正方形 $OAPB$ 的面积为 9.



(1) 求 k 的值和直线 OP 的解析式；

(2) 求正方形 $ADFE$ 的边长.

【答案】(1) $k = 9$ ，直线 OP 的解析式为 $y = x$

(2) $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】(1) 利用正方形的性质得到 P 点坐标，再把 P 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 即可得到 k 的值；然后利用待定系数法求直线 OP 的解析式；

(2) 设正方形 $ADFE$ 的边长为 a ，利用正方形的性质易表示 F 点的坐标为 $(a+3, a)$ ，然后把 F 点坐标代入反比例函数解析式中，再解关于 a 的一元二次方程即可得到正方形 $ADFE$ 的边长.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 正方形 $OAPB$ 的面积为 9，

$\therefore PA = PB = 3$ ，

$\therefore P$ 点坐标为 $(3,3)$,

把 $P(3,3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得, $k = 3 \times 3 = 9$,

$$\therefore y = \frac{9}{x};$$

设直线 OP 的解析式为 $y = k_1x$,

把 $P(3,3)$ 代入 $y = k_1x$ 得,

$$3 = 3k_1, \text{ 解得 } k_1 = 1,$$

$\therefore$ 直线 OP 的解析式为 $y = x$;

【小问 2 详解】

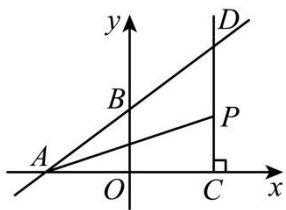
解: 设正方形 $ADFE$ 的边长为 a , 则 F 点的坐标为 $(a+3, a)$,

把 $F(a+3, a)$ 代入 $y = \frac{9}{x}$ 得, $a(a+3) = 9$,

$$\text{解得 } a_1 = \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}, \quad a_2 = \frac{-3-3\sqrt{5}}{2} \text{ (负值, 舍去),}$$

$$\therefore \text{正方形 } ADFE \text{ 的边长为 } \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}.$$

24. 如图, 一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 的图象与 x 轴相交于点 A , 与 y 轴相交于点 B , 点 D 是直线 AB 上的一个动点, $CD \perp x$ 轴于点 C .



(1) 求点 A 、点 B 的坐标;

(2) 点 P 是线段 CD 上的一个动点, 当点 D 在第一象限, 且 $AO = OC$ 时, 将 $\triangle ACP$ 沿着 AP 翻折, 当点 C 的对应点 C' 落在直线 AB 上时, 求 CP 的长.

【答案】 (1) 点 $A(-4, 0)$, 点 $B(0, 3)$

$$(2) \frac{8}{3}$$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象与性质, 图形旋转的性质以及勾股定理解三角形, 解决本题的关键是

熟练掌握一次函数的性质以及图形翻折前后边长不变.

(1) 分别令 $x=0$ 与 $y=0$, 求解坐标即可;

(2) 先求解出点 C 、点 D 的坐标, 并表示出点 P 的坐标, 再根据图形翻折可得 $CP = C'P$, 再结合勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 的图象与 x 轴相交于点 A , 与 y 轴相交于点 B ,

$\therefore$ 令 $x=0$, 可得 $y = \frac{3}{4} \times 0 + 3$, 解得 $y=3$,

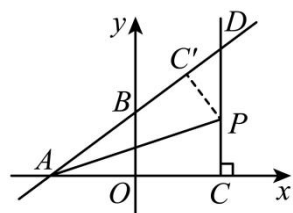
$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 3)$,

令 $y=0$, 可得 $0 = \frac{3}{4}x + 3$, 解得 $x=-4$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-4, 0)$;

【小问 2 详解】

解: 如图,



$\because$ 点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 且 $AO = OC$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(4, 0)$,

$\therefore$ 点 D 与点 P 的横坐标为 4,

$\because$ 点 D 在直线 AB 上,

$\therefore y = \frac{3}{4} \times 4 + 3 = 6$, 即点 D 的坐标为 $(4, 6)$,

设点 P 的坐标为 $(4, y)$,

$\because$ 将 $\triangle ACP$ 沿着 AP 翻折, 当点 C 的对应点 C' 落在直线 AB 上,

$\therefore C'P \perp AD$,

又 $\because AC = 4 + 4 = 8$, $CD = 6$,

$\therefore CP = C'P = y$, $AC' = AC = 8$, $DP = 6 - y$,

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$,

$$\therefore C'D = 10 - 8 = 2,$$

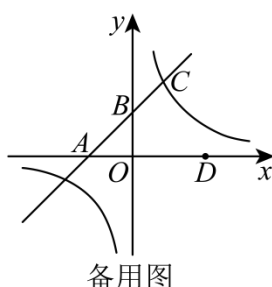
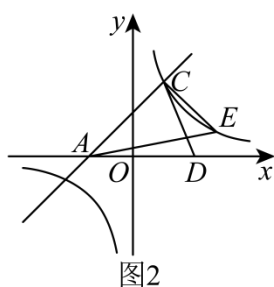
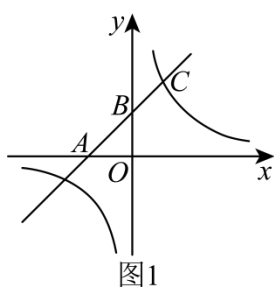
在 $Rt\triangle C'PD$ 中, $C'P^2 + C'D^2 = DP^2$,

$$\therefore y^2 + 2^2 = (6 - y)^2, \text{ 即 } y^2 + 2^2 = 36 - 12y + y^2,$$

$$\text{解得 } y = \frac{8}{3},$$

$$\therefore CP \text{ 的长为 } \frac{8}{3}.$$

25. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 0)$, 点 $B(0, 2)$, 直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象在第一象限相交于点 $C(a, 4)$,



(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 如图 2, 点 $E(4, m)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象上一点, 连接 CE , AE , 试问在 x 轴上是否存在一点 D , 使 $\triangle ACD$ 的面积与 $\triangle ACE$ 的面积相等, 若存在, 请求点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下, 坐标原点 O 关于点 D 的对称点为 G , 且点 G 在 x 轴的正半轴上, 若点 M 是反比例函数的第一象限图象上的一个动点, 连接 MG , 以 MG 为边作正方形 $MGNF$, 当顶点 F 或 N 恰好落在直线 AB 上时, 求点 M 的坐标.

【答案】 (1) $y = \frac{8}{x}$

(2) $D(2, 0)$ 或 $D(-6, 0)$

(3) $M(1, 8)$ 或 $M(5 - \sqrt{17}, 5 + \sqrt{17})$ 或 $M(\frac{8}{3}, 3)$

【解析】

【分析】 (1) 先根据待定系数法求出直线 AB 的解析式, 再把点 C 坐标代入求出 a , 再代入反比例函数解析式即可求出 k ;

(2) 先求出点 E 坐标, 当点 D 在 x 轴正半轴上时, 由于 $\triangle ACD$ 的面积与 $\triangle ACE$ 的面积相等, 进而可得 $DE \parallel AC$, 设直线 DE 的解析式为 $y = x + c$, 把点 $E(4, 2)$ 代入即可求出 c , 进而可得点 D 坐标, 再根据对

称性求出另外一种情况即可；

(3) 由题意可知： $G(4,0)$ ，再分四种情况计算即可

【小问 1 详解】

设直线 AB 的解析式为 $y = bx + n (b \neq 0)$

将点 $A(-2,0)$ ， $B(0,2)$ 代入，得 $\begin{cases} -2b + n = 0 \\ n = 2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} b = 1 \\ n = 2 \end{cases}$ ，

$$\therefore y = x + 2,$$

将点 $C(a,4)$ 代入 $y = x + 2$ ，得 $a + 2 = 4$ ，解得 $a = 2$ ，

$$\therefore C(2,4),$$

将点 $C(2,4)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ ，得 $k = 8$ ，

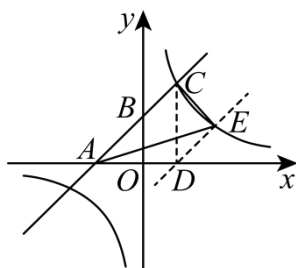
$$\therefore y = \frac{8}{x};$$

【小问 2 详解】

把点 $E(4,m)$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ ，得 $m = 2$ ，

$$\therefore E(4,2),$$

当点 D 在 x 轴正半轴上时，



设点 E 到 AC 的距离为 h_1 ，点 D 到 AC 的距离为 h_2

因为 $\triangle ACD$ 的面积与 $\triangle ACE$ 的面积相等，所以 $h_1 = h_2$ ，

$$\therefore DE \parallel AC,$$

设直线 DE 的解析式为 $y = x + c$ ，把点 $E(4,2)$ 代入得， $c = -2$ ，

$$\therefore y = x - 2, \text{ 令 } y = 0 \text{ 得 } x = 2,$$

$$\therefore D(2,0).$$

当点 D 在 x 轴的负半轴时, 根据对称性可得 $DA = 4$,

$$\therefore D(-6, 0),$$

$$\therefore D(2, 0) \text{ 或 } D(-6, 0);$$

【小问 3 详解】

$\because$ 坐标原点 O 关于点 D 的对称点为 G ,

$$\therefore G(4, 0) \text{ 或 } G(-12, 0)$$

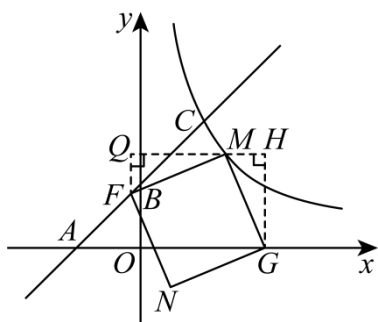
$\because$ 点 G 在 x 轴的正半轴上,

$$\therefore G(4, 0),$$

如图, 当点 F 在 M 左侧且 F 点在直线 AB 上时, 如图, 过点 M 作 $QH \parallel x$ 轴, 过点 F 作 $FQ \perp QH$ 于点 Q ,

过点 G 作 $GH \perp QH$ 于点 H ,

$$\therefore \angle MQF = \angle MHG = 90^\circ,$$



在正方形 $MGNF$ 中, $\angle GMF = 90^\circ$, $MG = MF$,

$$\therefore \angle QMF + \angle GMH = 90^\circ = \angle MGH + \angle GMH,$$

$$\therefore \angle QMF = \angle MGH,$$

$$\therefore \triangle QMF \cong \triangle HGM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore QF = MH, \quad GH = QM,$$

$\because M$ 在双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 上,

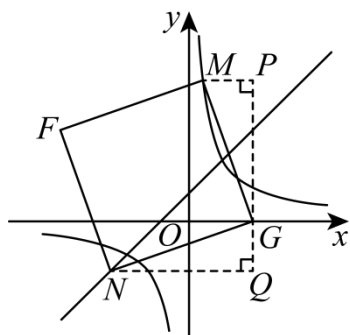
$$\therefore \text{设点 } M\left(t, \frac{8}{t}\right), \text{ 则 } QF = MH = 4 - t, \quad GH = QM = \frac{8}{t},$$

$$\therefore \text{点 } F\left(t - \frac{8}{t}, \frac{8}{t} - 4 + t\right), \text{ 代入 } y = x + 2, \text{ 得: } \frac{8}{t} - 4 + t = t - \frac{8}{t} + 2,$$

$$\text{解得 } t = \frac{8}{3},$$

$$\therefore \text{点 } M\left(\frac{8}{3}, 3\right).$$

如图, 当点 F 在 M 左侧且 N 点在直线 AB 上时, 过点 G 作 $PQ \parallel y$ 轴, 过点 M 作 $MP \perp PQ$ 于点 P , 过点 N 作 $NQ \perp PQ$ 于点 Q ,



同理可得: $\triangle MPG \cong \triangle GQN$ (AAS),

$$\therefore MP = GQ, PG = NQ,$$

$$\therefore N\left(4 - \frac{8}{t}, t - 4\right),$$

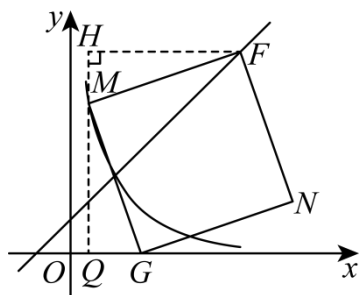
$$\therefore t - 4 = 4 - \frac{8}{t} + 2,$$

$$\text{解得: } t = 5 + \sqrt{17} \text{ 或 } t = 5 - \sqrt{17},$$

$\because$ 点 M 在点 G 左侧,

$$\therefore M(5 - \sqrt{17}, 5 + \sqrt{17});$$

如图, 当点 F 在 M 右侧且 F 点在直线 AB 上时, 如图, 过点 M 作 $QH \parallel y$ 轴, 交 x 轴于点 Q , 过点 F 作 $FH \perp QH$ 于点 H ,



同理可证 $\triangle MFH \cong \triangle GMQ$ (AAS),

$$\therefore QG = MH, FH = QM,$$

$\therefore M$ 在双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 上,

$$\therefore \text{设点 } M\left(t, \frac{8}{t}\right), \text{ 则 } QG = MH = 4 - t, FH = QM = \frac{8}{t},$$

$$\therefore \text{点 } F\left(t + \frac{8}{t}, \frac{8}{t} + 4 - t\right), \text{ 代入 } y = x + 2, \text{ 得: } \frac{8}{t} + 4 - t = t + \frac{8}{t} + 2,$$

解得 $t = 1$,

$$\therefore \text{点 } M(1, 8).$$

如图, 当点 F 在 M 右侧且 N 点在直线 AB 上时, 如图, 过点 M 作 $QM \parallel x$ 轴, 交 x 轴于点 Q , 过点 N 作 $NH \perp QH$ 于点 H ,

同理可证 $\triangle MGQ \cong \triangle GNH$ (AAS),

$$\therefore QM = GH, NH = QG,$$

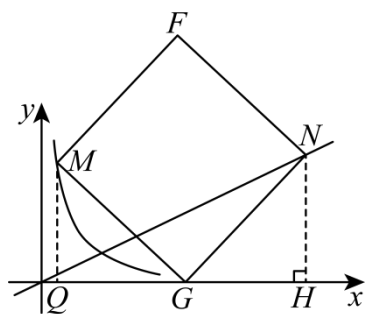
$\therefore M$ 在双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 上,

$$\therefore \text{设点 } M\left(t, \frac{8}{t}\right), \text{ 则 } QM = GH = \frac{8}{t}, QG = NH = 4 - t,$$

$$\therefore OH = 4 + \frac{8}{t},$$

$$\therefore \text{点 } F\left(t + \frac{8}{t}, 4 - t\right), \text{ 代入 } y = x + 2, \text{ 得: } 4 - t = t + \frac{8}{t} + 2,$$

无解, 故不存在;



综上, 点 $M(1, 8)$ 或 $M(5 - \sqrt{17}, 5 + \sqrt{17})$ 或 $M\left(\frac{8}{3}, 3\right)$.

【点睛】 本题考查了待定系数法求一次函数和反比例函数的解析式、全等三角形的判定和性质、正方形的性质、反比例函数与几何综合、函数图象上点的坐标特点等知识, 熟练掌握上述知识、灵活应用数形结合

思想是解题的关键.