

2025-2026 学年八年级数学下学期 5 月学情自测

全解全析版

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版八年级下册第 23~25 章。

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -2x + 6$ 的图象不过第几象限 ()

- A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

【答案】C

【分析】本题考查了一次函数的图象及性质, 关键如何判断图象所在象限; 根据一次函数解析式中的 k 和 b 的符号, 判断图象经过的象限.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = -2x + 6$ 的 $k = -2 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

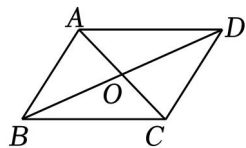
又 $\because b = 6 > 0$,

$\therefore$ 直线与 y 轴的交点位于 y 轴的正半轴,

$\therefore$ 直线经过第一、第二和第四象限, 不经过第三象限.

故选: C.

2. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于 O , 则下列结论一定成立的是 ()



- A. $OA = OB$ B. $AC = BD$ C. $AC \parallel BD$ D. $AB = CD$

【答案】D

【分析】根据平行四边形的性质可直接判断求解.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

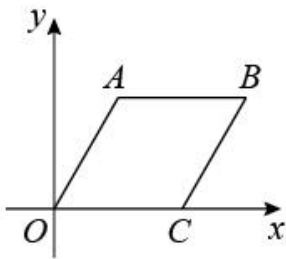
∴ $OA = OC$ ， $OB = OD$ ， $AB = CD$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = \angle ADC$ ，

故 D 选项成立；B，A，C 选项错误.

故选：D.

【点睛】本题主要考查平行四边形的性质，掌握平行四边形的性质是解题的关键.

3. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $OABC$ 的顶点 C 在 x 轴的正半轴上. 若点 A 的坐标是 $(3,4)$ ，则点 B 的坐标为 ()



A. $(5,4)$

B. $(5,3)$

C. $(8,3)$

D. $(8,4)$

【答案】D

【分析】先利用两点之间的距离公式可得 $OA = 5$ ，再根据菱形的性质可得 $AB \parallel OC$ ， $AB = OA = 5$ ，由此即可得出答案.

【详解】解：∵点 A 的坐标为 $(3,4)$ ，

$$\therefore OA = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 5,$$

∵ 四边形 $OABC$ 是菱形，

∴ $AB \parallel OC$ ， $AB = OA = 5$ ，

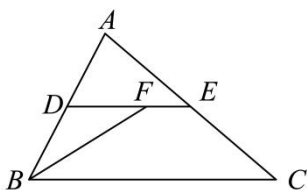
∴ 点 B 的横坐标为 $3 + 5 = 8$ ，纵坐标与点 A 的纵坐标相同，即为 4，

即 $B(8,4)$ ，

故选：D.

【点睛】本题主要考查了菱形的性质和点坐标，熟练掌握菱形的性质是解题关键.

4. 如图， DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线， $\angle ABC$ 的角平分线交 DE 于点 F ， $AB = 8$ ， $BC = 12$ ，则 EF 的长为 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【分析】由中位线的性质定理得 $DE \parallel BC$ ， $DE = \frac{1}{2}BC = 6$ ，且 $BD = 4$ ，由平行线的性质结合角平分线可得 $DF = BD = 4$ ，则可求得 EF 的长.

【详解】解：∵ DE 是 ABC 的中位线， $AB = 8$ ， $BC = 12$ ，

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 4, \quad DE \parallel BC, \quad DE = \frac{1}{2}BC = 6,$$

$$\therefore \angle DFB = \angle CBF,$$

∵ BF 是 $\angle ABC$ 的平分线，

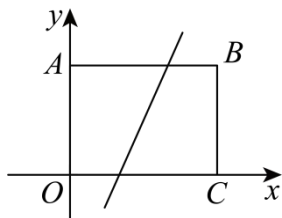
$$\therefore \angle DBF = \angle CBF,$$

$$\therefore \angle DFB = \angle DBF,$$

$$\therefore DF = BD = 4,$$

$$\therefore EF = DE - DF = 6 - 4 = 2.$$

5. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A 和 C 分别落在 y 轴与 x 轴的正半轴上， $OA = 6$ ， $OC = 8$. 若直线 $y = 2x + b$ 能将矩形的面积分成相等的两部分，则 b 的值为 ()



A. 5

B. 2

C. -2

D. -5

【答案】D

【分析】本题考查了矩形的性质（对角线互相平分）与一次函数的待定系数法，解题关键是先确定对角线交点坐标，再代入直线方程求解参数.

先确定矩形对角线交点的坐标，再将其代入直线方程求解 b 的值.

【详解】解：∵ $OA = 6$ ， $OC = 8$ ，

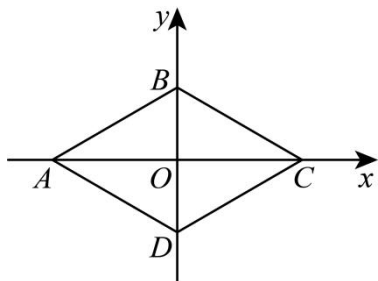
∴ 点 A 的坐标为 $(0, 6)$ ，点 C 的坐标为 $(8, 0)$ ，则线段 AC 的中点坐标为 $(4, 3)$.

∵ 直线 $y = 2x + b$ 经过矩形对角线的交点，即经过线段 AC 的中点，

∴ 把 $(4, 3)$ 代入 $y = 2x + b$ ，得 $3 = 2 \times 4 + b$ ，解得 $b = -5$.

故答案为：D.

6. 如图, $A(-3\sqrt{3}, 0)$ 、 $B(0, 3)$ 关于原点 O 对称的点分别为 C 、 D , 点 M 从点 B 出发, 按顺时针方向绕四边形 $ABCD$ 的边运动, 点 N 从点 A 出发, 按逆时针方向绕四边形 $ABCD$ 的边运动, 若点 M 的速度是点 N 的速度的 2 倍, 则点 M 和点 N 第 2025 次相遇时, 点 M 的坐标为 ()



- A. $(0, -3)$ B. $(-2\sqrt{3}, 1)$ C. $(3\sqrt{3}, 0)$ D. $(\sqrt{3}, 2)$

【答案】B

【分析】先证明四边形 $ABCD$ 是菱形, 则 $BC = CD = AD = AB = 6$, 再分别求出点 M 和点 N 第 1~4 次相遇时, 点 M 的坐标, 归纳类推出一般规律即可.

【详解】解: $\because A(-3\sqrt{3}, 0)$ 、 $B(0, 3)$ 关于原点 O 对称的点分别为 C 、 D ,

$$\therefore OA = OC = 3\sqrt{3}, \quad OB = OD = 3, \quad BD = 2OB = 6,$$

$$\because AC \perp BD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是菱形, 且 } AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 6,$$

$$\therefore BC = CD = AD = AB = 6, \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \angle BCD,$$

$$\therefore BC = CD = BD,$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore \angle BCD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\because \text{点 } M \text{ 的速度是点 } N \text{ 的速度的 } 2 \text{ 倍,}$$

$$\therefore \text{设点 } N \text{ 的速度为 } a(a > 0), \text{ 则点 } M \text{ 的速度为 } 2a,$$

$$\textcircled{1} \text{ 点 } M \text{ 和点 } N \text{ 第 1 次相遇时, 运动的时间为 } \frac{6+6+6}{a+2a} = \frac{6}{a},$$

$$\therefore \text{此时点 } M \text{ 运动的路程为 } \frac{6}{a} \times 2a = 12,$$

$$\therefore \text{此时点 } M \text{ 在点 } D \text{ 上, 坐标为 } (0, -3);$$

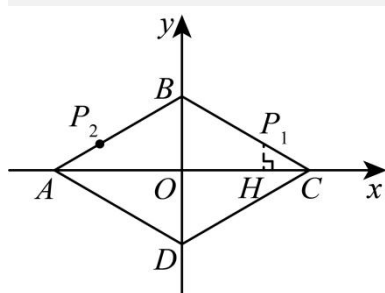
②当点 M 和点 N 第 2 次相遇时，运动的时间为 $\frac{6+6+6+6}{a+2a} = \frac{8}{a}$ ，

$\therefore$ 此时点 M 运动的路程为 $\frac{8}{a} \times 2a = 16$ ，

$\therefore (16 - 6 \times 2) \div 6 = \frac{2}{3}$ ，

$\therefore$ 此时点 M 在 BC 边的三等分点上，且靠近点 C ，

如图，设第 2 次相遇点为 P_1 ，过点 P_1 作 $P_1H \perp x$ 轴于点 H ，则 $P_1C = \frac{1}{3}BC = 2$ ，



$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CHP_1$ 中， $P_1H = \frac{1}{2}P_1C = 1$ ，

$\therefore CH = \sqrt{P_1C^2 - P_1H^2} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore OH = OC - CH = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore P_1(2\sqrt{3}, 1)$ ，即此时点 M 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 1)$ ；

③当点 M 和点 N 第 3 次相遇时，运动的时间为 $\frac{6+6+6+6}{a+2a} = \frac{8}{a}$ ，

$\therefore$ 此时点 M 运动的路程为 $\frac{8}{a} \times 2a = 16$ ，

$\therefore (16 - 2 - 6 \times 2) \div 6 = \frac{1}{3}$ ，

$\therefore$ 此时点 M 在 AB 边的三等分点上，且靠近点 A ，

如图，设第 3 次相遇点为 P_2 ，

同理可得： $P_2(-2\sqrt{3}, 1)$ ，即此时点 M 的坐标为 $(-2\sqrt{3}, 1)$ ；

④当点 M 和点 N 第 4 次相遇时，运动的时间为 $\frac{6+6+6+6}{a+2a} = \frac{8}{a}$ ，

$\therefore$ 此时点 M 运动的路程为 $\frac{8}{a} \times 2a = 16$ ，

$\therefore 16 = 4 + 6 \times 2$ ，

$\therefore$ 此时点 M 在点 D 上，坐标为 $(0, -3)$ ；

归纳类推得：点 M 和点 N 相遇时，点 M 的坐标是按 $(0, -3)$ ， $(2\sqrt{3}, 1)$ ， $(-2\sqrt{3}, 1)$ 为周期循环往复的，

$\therefore 2025 \div 3 = 675$ ，

$\therefore$ 点 M 和点 N 第 2025 次相遇时，点 M 的坐标为 $(-2\sqrt{3}, 1)$ 。

二、填空题（本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. 如果函数 $y = k(x-1) + 2$ 是正比例函数，那么常数 k 的值是_____。

【答案】 2

【分析】 正比例函数的解析式的形式为 $y = mx (m \neq 0)$ ，先将题目给出的函数整理为一般形式，令常数项为 0，且一次项系数不为 0，即可求出 k 的值。

【详解】 解： $\because$ 函数 $y = k(x-1) + 2 = kx - k + 2$ 是正比例函数，

$$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ -k + 2 = 0 \end{cases},$$

$\therefore k = 2$ 。

8. 将函数 $y = 3x$ 的图象沿 y 轴向下平移 2 个单位后经过点 $(3, m)$ ，则 m 的值为_____。

【答案】 7

【分析】 本题考查了一次函数图象和性质，一次函数平移变化，掌握平移的规律，根据一次函数的性质确定函数值的变化是解题关键。

根据平移的规律得 $y = 3x - 2$ ，把 $(3, m)$ 代入得 $m = 7$ 。

【详解】 解：函数 $y = 3x$ 的图象向下平移 2 个单位后得： $y = 3x - 2$ ，

把 $(3, m)$ 代入 $y = 3x - 2$ 得 $m = 3 \times 3 - 2$ ，

解得： $m = 7$ ，

故答案为： 7。

9. 已知 $(1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ 是直线 $y = -2x + 3n$ 上的两个点，则 y_1 _____ y_2 。（填“>”“<”或“=”）

【答案】 >

【分析】 本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征，根据一次函数的性质，当 k 小于 0 时，函数值随自变量的增大而减小。

【详解】 解：由直线方程 $y = -2x + 3n$ ，得 $k = -2 < 0$ ，

因此 y 随 x 的增大而减小，

$\because$ 点 $(1, y_1)$ 和 $(2, y_2)$ 在直线上，且 $1 < 2$ ，

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故答案为：>.

10. 若一个正多边形的每个内角比每个外角的 2 倍还大 45° ，则该正多边形的边数为_____.

【答案】 8

【分析】 本题主要考查正多边形的内角与外角的关系以及多边形外角和定理，设该正多边形的每个外角为 x° ，可得方程 $x + (2x + 45) = 180$ ，再根据多边形外角和为 360° ，计算得到正多边形的边数.

【详解】 设该正多边形的每个外角为 x° ，则每个内角为 $(2x + 45)^\circ$.

由邻补角的性质，可得 $x + (2x + 45) = 180$

解得 $x = 45$

因为任意多边形的外角和为 360° ，

所以该正多边形的边数 $= \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$.

11. 已知点 Q 关于 y 轴的对称点为 $(2, y)$ ，关于 x 轴的对称点为 $(x, -7)$ ，那么点 Q 的坐标为_____.

【答案】 $(-2, 7)$

【分析】 关于 y 轴对称，横坐标变为原数的相反数，纵坐标不变；关于 x 轴对称，横坐标不变，纵坐标变为原数的相反数，据此求解即可.

【详解】 解： $\because$ 点 Q 关于 y 轴的对称点为 $(2, y)$ ，

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-2, y)$ ，

$\because$ 点 Q 关于 x 轴的对称点为 $(x, -7)$ ，

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(x, 7)$ ，

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-2, 7)$.

12. 已知 ABC 三个顶点的坐标为 $A(1, 2)$ ， $B(4, 3)$ ， $C(3, -4)$ ，则三角形的形状为_____.

【答案】 直角三角形

【分析】 先计算出三角形三边的平方，再利用勾股定理逆定理判断三角形形状即可.

【详解】 解： $\because A(1, 2)$ ， $B(4, 3)$ ， $C(3, -4)$ ，

$$\therefore AB^2 = (1-4)^2 + (2-3)^2 = 9+1=10,$$

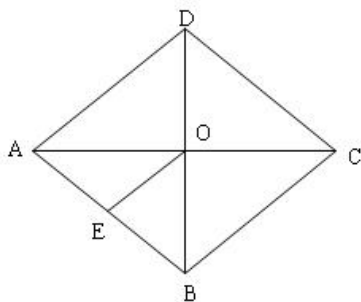
$$AC^2 = (1-3)^2 + (2+4)^2 = 4 + 36 = 40,$$

$$BC^2 = (4-3)^2 + (3+4)^2 = 1 + 49 = 50,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 10 + 40 = 50 = BC^2,$$

$\therefore ABC$ 是直角三角形.

13. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 是边 AB 的中点, 若 $OE = 6$, 则 BC 的长为_____.



【答案】 12

【分析】 先根据菱形的性质可得 $OA = OC$, 再根据三角形中位线定理即可得.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore OA = OC,$$

$\because$ 点 E 是边 AB 的中点,

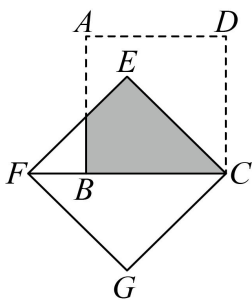
$\therefore OE$ 是 ABC 的中位线,

$$\therefore BC = 2OE = 2 \times 6 = 12,$$

故答案为: 12.

【点睛】 本题考查了菱形的性质、三角形中位线定理, 熟练掌握三角形中位线定理是解题关键.

14. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 将其绕顶点 C 按逆时针方向旋转一定角度到如图所示的位置, 使得点 B 落在对角线 CF 上, 则阴影部分的面积是_____.

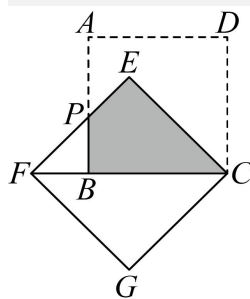


【答案】 $4\sqrt{2} - 4$

【分析】 该题考查了旋转的性质, 正方形的性质, 勾股定理, 根据题意求出 BF, BP , 再利用阴影部分的面

积 = $S_{\triangle CEF} - S_{\triangle BFP}$ 求解即可.

【详解】解：正方形 $ABCD$ 的边长为 2，将其绕顶点 C 按逆时针方向旋转一定角度到 $CEFG$ 位置，使得点 B 落在对角线 CF 上，



$\therefore EF = CE = CB = 2, \angle E = \angle FBA = \angle CBA = 90^\circ, \angle CFE = 45^\circ$,

$$\therefore CF = \sqrt{2}CE = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore BF = 2\sqrt{2} - 2,$$

$$\therefore \angle BFE = 45^\circ$$

$$\therefore BP = BF = 2\sqrt{2} - 2,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = S_{\triangle CEF} - S_{\triangle BFP} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} - 2)^2 = 4\sqrt{2} - 4;$$

故答案为： $4\sqrt{2} - 4$.

15. 某水果店卖出的苹果数量 x (千克) 与售价 y (元) 之间的关系如下表:

苹果数量 x (千克)	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	...
售价 y (元)	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	...

上表反映了两个变量之间的关系，则 y 与 x 的关系式为_____

【答案】 $y = 5x$

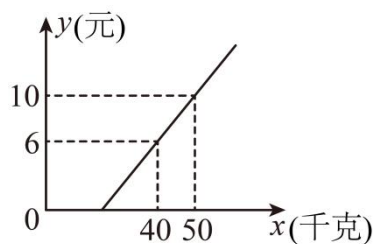
【分析】本题主要考查了列函数关系式，根据表格可知，苹果数量每增加 0.5 千克，那么售价就增加 2.5 元，据此可得答案.

【详解】解：由表格可知，苹果数量每增加 0.5 千克，那么售价就增加 2.5 元，

$$\therefore y = 2.5 + 2.5 \times \frac{x - 0.5}{0.5} = 5x,$$

故答案为： $y = 5x$.

16. 某长途汽车客运公司规定旅客可免费随身携带一定质量的行李，如果超过规定的质量，则需购买行李票. 行李费用 y (元) 是行李质量 x (千克) 的一次函数，其图象如图所示. 旅客最多可免费携带行李的质量是_____千克.



【答案】 25

【分析】由图，已知直线上两坐标，可根据待定系数法列方程，求函数关系式，旅客可免费携带行李，即 $y=0$ ，代入所求得的函数关系式，即可知质量为多少.

【详解】解：设一次函数 $y=kx+b$ ，

当 $x=40$ 时， $y=6$ ，当 $x=50$ 时， $y=10$ ，

$$\therefore \begin{cases} 40k+b=6 \\ 50k+b=10 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k=\frac{2}{5} \\ b=-10 \end{cases}$ ，

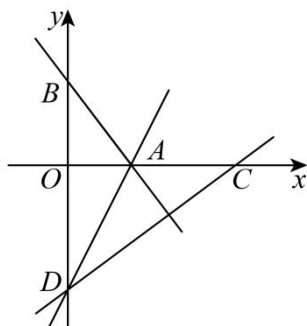
$\therefore$ 函数关系式为 $y=\frac{2}{5}x-10(x \geq 25)$ ；

当 $y=0$ 时， $\frac{2}{5}x-10=0$ ，

所以 $x=25$ ，

故旅客最多可免费携带 25 千克行李.

17. 如图，直线 $y=-\frac{4}{3}x+8$ 分别交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点，在 y 轴的负半轴上有一点 D ，若将 $\triangle DAB$ 沿直线 AD 折叠得到 $\triangle DAC$ ，点 C 在 x 轴上，则点 D 的坐标为_____.



【答案】 $(0, -12)$

【分析】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特征，折叠的性质、勾股定理的应用等，解决问题的关键是根据折叠的性质得出 $AC=CB$ ， $CD=BD$ ．先求得点 A 、 B 的坐标，进而求得 $AB=10$ ，由题意得：

$AC=AB=10$ ，故点 $C(16, 0)$ ，设点 D 的坐标为： $(0, m)$ ，根据 $CD=BD$ ，即可得到 m 的值.

【详解】解：∵直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 分别交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点，

$$\therefore A(6,0), B(0,8),$$

$$\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

由题意得： $AC = AB = 10$ ，

$$\therefore OC = OA + AC = 6 + 10 = 16,$$

故点 $C(16,0)$ ，

设点 D 的坐标为： $(0,m)$ ，

$$\therefore CD = BD,$$

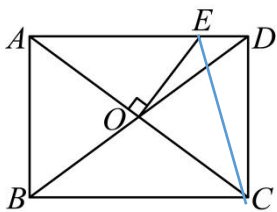
$$\therefore \sqrt{m^2 + 16^2} = 8 - m,$$

解得： $m = -12$ ，

故点 $D(0, -12)$ 。

故答案为： $(0, -12)$ 。

18. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3, BC = 4$ ，过对角线交点 O 作 $OE \perp AC$ 交 AD 于点 E ，则 AE 的长是_____。



【答案】 3.125

【详解】解：连接 EC

∵矩形 $ABCD$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ, AO = \frac{1}{2}AC,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5,$$

$$\therefore AO = 2.5,$$

易证 $AE = EC$

设 $AE = EC = x$

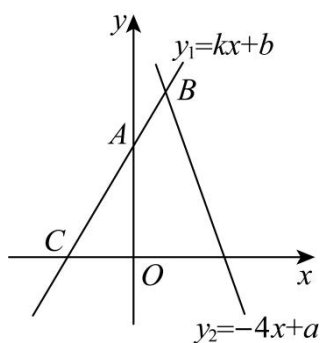
则 $x^2=3^2+(4-x)^2$

解得: $AE=3.125$.

故答案为: 3.125.

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 64 分)

19. (本题共 8 分) 一次函数 $y_1=kx+b$ 和 $y_2=-4x+a$ 的图象如图所示, 且 $A(0,4)$, $C(-2,0)$.



(1)由图可知, 不等式 $kx+b>0$ 的解集是_____;

(2)若不等式 $kx+b>-4x+a$ 的解集是 $x>1$.

① 求点 B 的坐标;

② 求 a 的值.

【答案】 (1) $x>-2$;

(2) ① 点 B 的坐标是 $(1,6)$; ② a 的值是 10.

【分析】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式, 一次函数与一元一次不等式, 一次函数的图象, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

(1) 根据函数图象和题意可以直接写出不等式 $kx+b>0$ 的解集;

(2) ① 由题意可以求得 k 、 b 的值, 然后将 $x=1$ 代入 $y_1=kx+b$ 即可求得点 B 的坐标;

② 根据点 B 也在函数 $y_2=-4x+a$ 的图象上, 从而可以求得 a 的值.

【详解】 (1) 解: 由图象可知不等式 $kx+b>0$ 的解集是 $x>-2$,

故答案为: $x>-2$;

(2) 解: ① $\because A(0,4)$, $C(-2,0)$ 在一次函数 $y_1=kx+b$ 上,

$$\therefore \begin{cases} b=4 \\ -2k+b=0 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=2 \\ b=4 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数 $y_1 = 2x + 4$,

$\therefore$ 不等式 $kx + b > -4x + a$ 的解集是 $x > 1$,

$\therefore$ 点 B 的横坐标是 $x = 1$,

当 $x = 1$ 时, $y_1 = 2 + 4 = 6$,

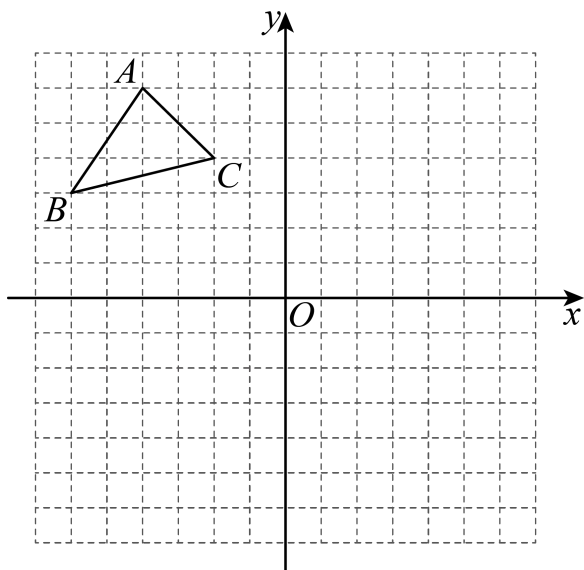
$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(1, 6)$;

② $\because B(1, 6)$,

$\therefore 6 = -4 \times 1 + a$, 解得 $a = 10$,

即 a 的值是 10.

20. (本题共 8 分) 如图, 网格中每个小方格是边长为 1 个单位的小正方形, ABC 的位置如图所示.



(1) 写出点 A 、 B 、 C 的坐标: A _____, B _____, C _____;

(2) 平移 ABC , 使点 C 移动到点 $F(4, -1)$.

① 画出平移后的 $\triangle DEF$, 其中点 D 与点 A 对应, 点 E 与点 B 对应 (不写画法, 写出结论);

② 若点 $P(m, n)$ 在 ABC 内, 其平移后的对应点为 P' , 写出 P' 的坐标: P' _____. (用含 m , n 的代数式表示)

【答案】 (1) $A(-4, 6)$, $B(-6, 3)$, $C(-2, 4)$

(2) ① 图见解析

② $P'(m+6, n-5)$.

【分析】(1) 根据平面直角坐标系坐标的规则：横坐标左负右正、纵坐标下负上正，数格点可得 A 、 B 、 C 的坐标；

(2) ① 点 $C(-2, 4)$ 移动到点 $F(4, -1)$ 的坐标变化，得出平移规则为向右平移 6 个单位，向下平移 5 个单位，根据对应关系，给 A 、 B 坐标按平移规则计算得到 D 、 E 坐标，连接 D 、 E 、 F 即得到平移后的三角形；② 所有点都遵循相同的平移规律，点 $P(m, n)$ 平移后横坐标加 6，纵坐标减 5，因此对应点 P' 坐标为 $(m+6, n-5)$.

【详解】(1) 解： $A(-4, 6)$ ， $B(-6, 3)$ ， $C(-2, 4)$ ；

(2) 解： ① 点 $C(-2, 4)$ 移动到点 $F(4, -1)$ ，

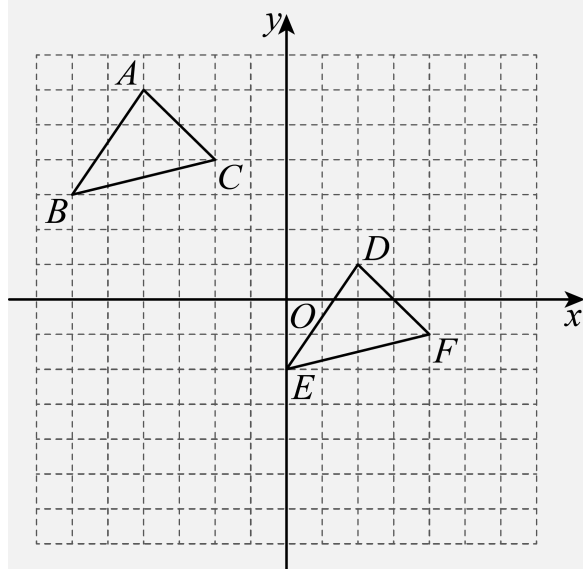
横坐标变化： $4 - (-2) = 6$ ， 得： 向右平移 6 个单位，

纵坐标变化： $-1 - 4 = -5$ ， 得： 向下平移 5 个单位，

$\therefore A(-4, 6)$ 平移后： $D(-4+6, 6-5) = (2, 1)$ ，

$B(-6, 3)$ 平移后： $E(-6+6, 3-5) = (0, -2)$ ，

平移后 $\triangle DEF$ 的三个顶点坐标为 $D(2, 1)$ ， $E(0, -2)$ ， $F(4, -1)$ ， 连接三点即可得到平移后的三角形；



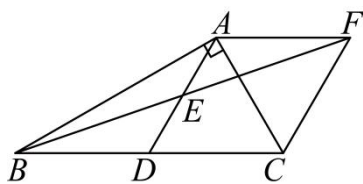
② $\because$ 平移 ABC ， 使点 C 移动到点 $F(4, -1)$ ，

$\therefore$ 点 $P(m, n)$ 在 ABC 内， 向右平移 6 个单位， 向下平移 5 个单位，

$\therefore P'(m+6, n-5)$.

21. (本题共 8 分) 如图， 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是斜边 BC 上的中线， 点 E 是 AD 的中点， 过 A

作 $AF \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F ，连结 CF 。



(1) 求证：四边形 $ADCF$ 是菱形；

(2) 如果 $AC = 6$ ，四边形 $ADCF$ 的面积是 30，求 AB 的长。

【答案】(1) 见解析

(2) 10

【分析】(1) 先证明 $\triangle AEF \cong \triangle DEB$ ，得 $AF = BC$ ，结合斜边上的中线等于斜边的一半，得出 $AF = DC$ ，因为 $AF \parallel BC$ ，证明四边形 $ADCF$ 是平行四边形，因为 $AD = DC$ ，所以证明四边形 $ADCF$ 是菱形；

(2) 先证明四边形 $ABDF$ 是平行四边形，得出 $AB = DF$ ，由四边形 $ADCF$ 是菱形，得出 $\frac{1}{2} AC \times DF = 30$ ，把 $AC = 6$ 代入计算，即可作答。

【详解】(1) 证明： $\because$ 点 E 是 AD 的中点，

$$\therefore AE = DE,$$

$$\because AF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle DBE,$$

$$\because \angle AEF = \angle DEB,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEB (\text{AAS}),$$

$$\therefore AF = BD,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AD \text{ 是斜边 } BC \text{ 上的中线},$$

$$\therefore AD = DB = CD = \frac{1}{2} BC,$$

$$\therefore AF = DC,$$

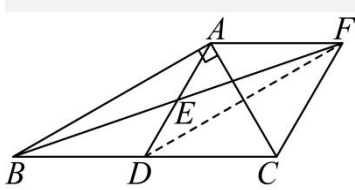
$$\because AF \parallel BC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ADCF \text{ 是平行四边形},$$

$$\because AD = DC,$$

$$\therefore \square ADCF \text{ 是菱形};$$

(2) 解：连结 DF ，



由 (1) 知 $AF = BD$

$\therefore AF \parallel BC$

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形,

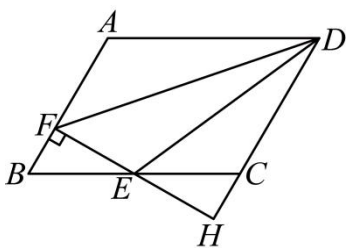
$\therefore AB = DF$,

$\therefore S_{\text{菱形}ADCF} = \frac{1}{2} AC \cdot DF$, 即 $\frac{1}{2} \times 6 \times DF = 30$,

$\therefore DF = 10$,

$\therefore AB = DF = 10$.

22. (本题共 10 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 3, AD = 4, \angle ABC = 60^\circ$, 过 BC 的中点 E 作 $EF \perp AB$, 垂足为点 F , 与 DC 的延长线相交于点 H .



(1) 求证: $EF = EH$;

(2) 求 $\triangle DEF$ 的面积.

【答案】 (1) 见解析

(2) $2\sqrt{3}$

【分析】 (1) 由平行四边形的性质和平行线的性质证明 $\angle B = \angle ECH$, 则可证明 $\triangle BFE \cong \triangle CHE$ (ASA) 得到 $EF = EH$;

(2) 根据平行四边形的性质得到 $AD = BC = 4$, $AB = CD = 3$, 证明 $\angle BEF = 30^\circ$, 求出 $BF = 1$, $EF = \sqrt{3}$, 由全等三角形的性质得到 $CH = 1$, $\angle EHC = 90^\circ$, 据此根据三角形的面积公式求解即可.

【详解】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle B = \angle ECH$,

$\because E$ 是 BC 的中点,

$$\therefore BE = CE,$$

在 $\triangle BFE$ 和 $\triangle CHE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle ECH \\ BE = CE \\ \angle BEF = \angle CEH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BFE \cong \triangle CHE (\text{ASA}),$$

$$\therefore EF = EH;$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC = 4, \quad AB = CD = 3,$$

$\because E$ 为 BC 中点,

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 2,$$

$$\because \angle B = 60^\circ, \quad EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle FEB = 30^\circ,$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2}BE = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, 由勾股定理得 $EF = \sqrt{BE^2 - BF^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3};$

由 (1) 知 $\triangle BFE \cong \triangle CHE,$

$$\therefore CH = BF = 1, \quad \angle BFE = \angle CHE = 90^\circ$$

$$\therefore DH = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}EF \cdot DH = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4 = 2\sqrt{3}.$$

23. (本题共 10 分) 某农机租赁公司共有 50 台收割机, 其中甲型 20 台, 乙型 30 台, 现将这 50 台联合收割机派往 A, B 两地区收割水稻, 其中 30 台派往 A 地区, 20 台派往 B 地区, 两地区与该农机公司商定的每天租赁价格如表:

	每台甲型收割机的租金	每台乙型收割机的租金
A 地区	1800 元	1600 元
B 地区	1600 元	1200 元

(1) 设派往 A 地区 x 台乙型联合收割机, 租赁公司这 50 台联合收割机一天获得的租金为 y 元, 求 y 关于 x 的

函数关系式；

(2)若使农机租赁公司这 50 台收割机一天所获租金不低于 79600 元，试写出满足条件的所有分派方案；

(3)农机租赁公司拟出一个分派方案，使该公司 50 台收割机每天获得租金最高，并说明理由.

【答案】 (1) $y = 200x + 74000 (10 \leq x \leq 30)$

(2)三种分配方案，方案一：派往 A 地区的甲型联合收割机 2 台，乙型联合收割机 28 台，其余的全派往 B 地区；方案二：派往 A 地区的甲型联合收割机 1 台，乙型联合收割机 29 台，其余的全派往 B 地区；方案三：派往 A 地区的甲型联合收割机 0 台，乙型联合收割机 30 台，其余的全派往 B 地区

(3)派往 A 地区 30 台乙型联合收割机，20 台甲型联合收割机全部派往 B 地区，使该公司 50 台收割机每天获得租金最高；理由见解析

【分析】 本题考查一次函数的应用，一元一次不等式的应用，掌握相关知识是解决问题的关键.

(1) 设派往 A 地区 x 台乙型联合收割机，则派往 B 地区乙型联合收割机为 $(30-x)$ 台，派往 A、B 地区的甲型联合收割机分别为 $(30-x)$ 台和 $(x-10)$ 台，每种情况乘以相应的租金，然后相加即可得关系式；

(2) 由题意可得， $200x + 74000 \geq 79600$ ，求出整数解，得到分配方案；

(3) 利用一次函数的增减性求出函数在自变量范围内的最值即可.

【详解】 (1) 解：设派往 A 地区 x 台乙型联合收割机，则派往 B 地区乙型联合收割机为 $(30-x)$ 台，派往 A、B 地区的甲型联合收割机分别为 $(30-x)$ 台和 $(x-10)$ 台，

$$\therefore y = 1600x + 1200(30-x) + 1800(30-x) + 1600(x-10) = 200x + 74000 (10 \leq x \leq 30);$$

(2) 解：由题意可得，

$$200x + 74000 \geq 79600,$$

得 $x \geq 28$,

$$\therefore 28 \leq x \leq 30, \quad x \text{ 为整数},$$

$$\therefore x = 28, 29, 30,$$

$\therefore$ 有三种分配方案，

方案一：派往 A 地区的甲型联合收割机 2 台，乙型联合收割机 28 台，其余的全派往 B 地区；

方案二：派往 A 地区的甲型联合收割机 1 台，乙型联合收割机 29 台，其余的全派往 B 地区；

方案三：派往 A 地区的甲型联合收割机 0 台，乙型联合收割机 30 台，其余的全派往 B 地区；

(3) 解：派往 A 地区 30 台乙型联合收割机，20 台甲型联合收割机全部派往 B 地区，使该公司 50 台收割机每天获得租金最高，

理由：∵ $y = 200x + 74000$,

∵ $200 > 0$,

∴ y 随 x 的增大而增大,

∵ $10 \leq x \leq 30$ 且 x 为整数,

∴ 当 $x = 30$ 时, y 取得最大值, 此时 $y = 80000$,

∴ 派往 A 地区 30 台乙型联合收割机, 20 台甲型联合收割机全部派往 B 地区, 使该公司 50 台收割机每天获得租金最高.

24. (本题共 10 分) 如图 1, 将矩形 $OABC$ 放在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 C 在 x 轴上, 点 A 在 y 轴上, $OA = 4$, $OC = 8$. 把矩形 $OABC$ 沿对角线 OB 所在直线翻折, 点 C 落到点 D 处, OD 交 AB 于点 E .

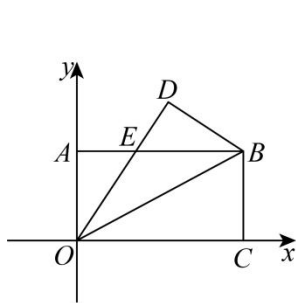


图 1

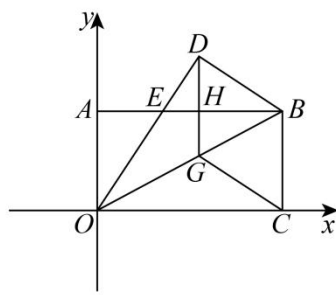
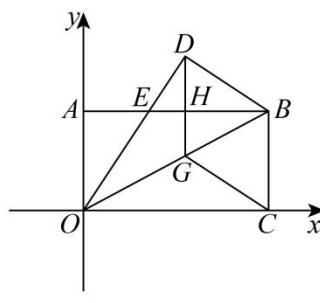


图 2



备用图

(1) 点 E 坐标为 _____; 点 D 坐标为 _____.

(2) 如图 2, 过点 D 作 $DG \parallel BC$, 交 OB 于点 G , 交 AB 于点 H , 连接 CG , 试判断四边形 $BCGD$ 的形状, 并说明理由.

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M 是平面直角坐标系内一点, 且以 O 、 D 、 G 、 M 为顶点的四边形是平行四边形, 请直接写出点 M 坐标.

【答案】 (1) $(3, 4)$; $(\frac{24}{5}, \frac{32}{5})$

(2) 菱形, 见解析

(3) 满足条件的点 M 的坐标为 $(0, 4)$, $(0, -4)$, $(\frac{48}{5}, \frac{44}{5})$.

【分析】 (1) 根据矩形的性质结合折叠的性质证明 $EO = EB$, 证明 $Rt\triangle AOE \cong Rt\triangle DBE (HL)$, 得到 $AE = DE$, 设 $AE = x$, 则 $OE = BE = 8 - x$, 在 $Rt\triangle AEO$ 中, 利用勾股定理构建方程求解即可得到点 E 的坐标; 过点 D 作 $DL \perp OC$ 于点 L , 交 AB 于点 K , 利用等面积法列式计算即可求得点 D 的坐标;

(2) 根据邻边相等的平行四边形是菱形证明即可;

(3) 根据平行四边形的性质分三种情况分析: 当 OD 为对角线时, 当 OG 为对角线时, 当 OM 为对角线时, 分别求解即可.

【详解】(1) 解：四边形 $OABC$ 是矩形， $OA=4$ ， $OC=8$ ，

$\therefore AB=OC=8$ ， $BC=AO=4$ ， $AB\parallel OC$ ， $\angle ABC=\angle OAB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABO=\angle BOC$ ，

$\therefore$ 把矩形 $OABC$ 沿对角线 OB 所在直线翻折，点 C 落到点 D 处， OD 交 AB 于点 E ，

$\therefore \angle BOC=\angle BOD$ ， $BD=BC=4$ ， $\angle BDE=\angle OCB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle EOB=\angle EBO$ ， $AO=BD$ ，

$\therefore EO=EB$ ，

在 $Rt\triangle AOE$ 和 $Rt\triangle DBE$ 中，

$$\begin{cases} AO=BD \\ EO=EB \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AOE\cong Rt\triangle DBE(HL)$ ，

$\therefore AE=DE$ ，

设 $AE=x$ ，则 $OE=BE=8-x$ ，

在 $Rt\triangle AEO$ 中， $OA^2+AE^2=OE^2$ ，

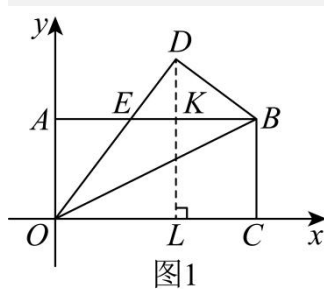
$$\therefore 4^2+x^2=(8-x)^2,$$

解得 $x=3$ ，

即 $DE=AE=3$ ，

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3,4)$ ， $BE=AB-AE=8-3=5$ ，

如图，过点 D 作 $DL\perp OC$ 于点 L ，交 AB 于点 K ，则 $KL=OA=4$ ，



$$\therefore S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}DE\times BD=\frac{1}{2}DK\times BE,$$

$$\therefore \frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}DK\times 5,$$

解得 $DK=\frac{12}{5}$ ，

$$\therefore DL = \frac{32}{5}, \quad EK = \sqrt{DE^2 - DK^2} = \frac{9}{5},$$

$$\therefore AK = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } \left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5} \right);$$

(2) 解：四边形 $BCGD$ 是菱形，理由如下：

$$\because DG \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BGD = \angle CBG,$$

$\because$ 把矩形 $OABC$ 沿对角线 OB 所在直线翻折，点 C 落到点 D 处， OD 交 AB 于点 E ，

$$\therefore \angle DBG = \angle CBG, \quad BD = BC = 4, \quad \angle BDE = \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBG = \angle DGB,$$

$$\therefore DG = DB = CB,$$

$\therefore$ 四边形 $BCGD$ 是平行四边形，

$$\because BD = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $BCGD$ 是菱形；

(3) 解：由 (1) (2) 得点 D 的坐标为 $\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5} \right)$ ， $DG = DB = CB = 4$ ，

$$\therefore \text{点 } G \text{ 到 } x \text{ 轴的距离为 } \frac{32}{5} - 4 = \frac{12}{5},$$

$$\therefore G\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right),$$

$$\because O(0,0), \quad D\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right),$$

设 $M(m,n)$ ，

当 OD 为对角线时，由中点坐标公式得：

$$\begin{cases} \frac{24}{5} + m = \frac{24}{5} \\ \frac{12}{5} + n = \frac{32}{5} \end{cases}, \quad \text{解得} \begin{cases} m = 0 \\ n = 4 \end{cases},$$

$$\therefore M_1(0,4);$$

$$\text{当 } OG \text{ 为对角线时, } O(0,0), \quad D\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right), \quad G\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right),$$

由中点坐标公式得：

$$\begin{cases} \frac{24}{5} = \frac{24}{5} + m \\ \frac{12}{5} = \frac{32}{5} + n \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = 0 \\ n = -4 \end{cases},$$

$$\therefore M_2(0, -4);$$

当 OM 为对角线时, $O(0,0)$, $D\left(\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right)$, $G\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right)$,

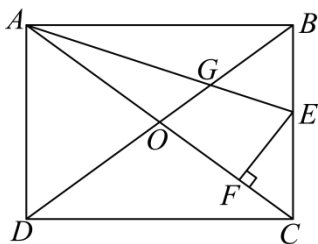
由中点坐标公式得:

$$\begin{cases} \frac{24}{5} + \frac{24}{5} = m \\ \frac{32}{5} + \frac{12}{5} = n \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = \frac{48}{5} \\ n = \frac{44}{5} \end{cases},$$

$$\therefore M_3\left(\frac{48}{5}, \frac{44}{5}\right).$$

综上所述, 满足条件的点 M 的坐标为 $(0,4)$, $(0,-4)$, $\left(\frac{48}{5}, \frac{44}{5}\right)$.

25. (本题共 12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $OA = OB = OC = OD$, AE 交 BC 于点 E , 交 BD 于点 G , F 是 AC 上的一点, $EF \perp AC$.



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 若 $AB = 8$, $BC = 6$, E 为 BC 中点, 求 EF 的长;

(3) 若 $BE = EF = EG$, 现有以下 3 个结论: ① $\frac{CF + BG}{OA} > 1$, ② $\frac{CF + BG}{OA} = 1$, ③ $\frac{CF + BG}{OA} < 1$. 请你看一看, 想一想, 证一证以上 3 个结论中正确的一个.

【答案】 (1) 证明见解析;

(2) EF 的长为 $\frac{12}{5}$;

(3) $\frac{CF + BG}{OA} = 1$, 证明见解析.

【分析】 本题考查了平行四边形的判定与性质, 勾股定理, 全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的判定与性质等知识, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 由 $OA = OB = OC = OD$, 则四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC = BD$, 然后通过矩形的判定方法即可求证;

(2) 由四边形 $ABCD$ 是矩形, $\angle ABC = 90^\circ$, 即 $AB \perp BC$, 通过勾股定理得 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$,

因为 E 为 BC 中点, 所以 $BE = EC = \frac{1}{2}BC = 3$, 再根据 $S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}AC \times EF = \frac{1}{2}EC \times AB$ 即可求出 EF 的长;

(3) 连接 GF , 证明 $\text{Rt}\triangle BAE \cong \text{Rt}\triangle FAE$ (HL), 则 $\angle AEB = \angle AEF$, 再证明 $\triangle BGE \cong \triangle FGE$ (SAS), 得到 $BG = GF$, $\angle BGE = \angle FGE$, $\angle GBE = \angle GFE$, 设 $\angle BGE = \angle FGE = x$, 则有 $\angle BGE = \angle FGE = \angle GBE = \angle GFE = x$, 然后通过三角形内角和定理得出 $OF = GF$, 最后由线段的和与差即可求解.

【详解】(1) 证明: $\because OA = OB = OC = OD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC = BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, 即 $AB \perp BC$,

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$,

$\because E$ 为 BC 中点,

$\therefore BE = EC = \frac{1}{2}BC = 3$,

$\because S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}AC \times EF = \frac{1}{2}EC \times AB$,

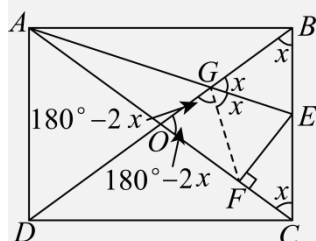
$\therefore \frac{1}{2} \times 10 \times EF = \frac{1}{2} \times 3 \times 8$,

$\therefore EF = \frac{12}{5}$,

$\therefore EF$ 的长为 $\frac{12}{5}$;

(3) 解: $\frac{BG + CF}{OA} = 1$,

证明: 如图, 连接 GF ,



由 (2) 得 $\angle ABE = 90^\circ$,

$\because EF \perp AC$,

$\therefore \angle AFE = \angle ABE = 90^\circ$,

$$\because BE = EF, \quad AE = AE,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BAE \cong \text{Rt}\triangle FAE \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AEF,$$

在 $\triangle BGE$ 和 $\triangle FGE$ 中,

$$\begin{cases} BE = FE \\ \angle AEB = \angle AEF, \\ GE = GE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BGE \cong \triangle FGE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BG = GF, \quad \angle BGE = \angle FGE, \quad \angle GBE = \angle GFE,$$

$$\text{设 } \angle BGE = \angle FGE = x,$$

$$\because BE = EF = EG,$$

$$\therefore \angle BGE = \angle FGE = \angle GBE = \angle GFE = x,$$

$$\because OA = OB = OC = OD,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle GBE = x,$$

$$\therefore \angle OGF = \angle BOC = 180^\circ - 2x,$$

$$\therefore OF = GF,$$

$$\because OC = OF + CF,$$

$$\therefore OA = GF + CF = BG + CF,$$

$$\therefore \frac{CF + BG}{OA} = 1.$$