

八年级数学第二学期 3 月阶段检测卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 点 P 的坐标为 (a, b) , 若 $a > 0$, $b < 0$, 则点 P 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据平面直角坐标系内第四象限的符号特征 $(+, -)$, 即可得出答案

【详解】 解: $\because a > 0, b < 0$,

$\therefore$ 点 $P(a, b)$ 位于第四象限.

2. 将点 $M(-3, 2)$ 先向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 4 个单位长度后到达点 N , 那么点 N 的坐标是 ()

- A. $(-3, -2)$ B. $(0, -2)$ C. $(0, 2)$ D. $(-6, -2)$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据将点向左平移 3 个单位, 即横坐标减去 3, 再根据将点向下平移 4 个单位, 即纵坐标减去 4, 可得答案.

【详解】 解: 将点 $M(-3, 2)$ 向左平移 3 个单位长度可得点的坐标为 $(-3-3, 2)$, 即 $(-6, 2)$, 再将点 $(-6, 2)$ 向下平移 4 个单位长度得到点 $N(-6, 2-4)$, 即 $N(-6, -2)$.

3. 函数 $y = (2m-1)x$ 是正比例函数, 且 y 随着 x 的增大而减小, 那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m < \frac{1}{2}$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $m \leq \frac{1}{2}$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了正比例函数图象的性质: 它是经过原点的一条直线. 当 $k < 0$ 时, 图象经过一、三象限,

y 随 x 的增大而增大；当 $k < 0$ 时，图象经过二、四象限， y 随 x 的增大而减小。根据正比例函数图象的增减性可求出 m 的取值范围。

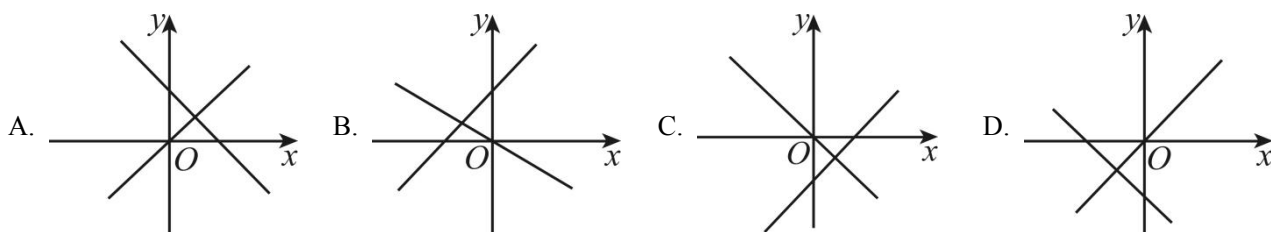
【详解】解：∵ 函数 $y = (2m-1)x$ 是正比例函数，且 y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore 2m-1 < 0,$$

$$\text{解得 } m < \frac{1}{2}.$$

故选：A.

4. 在同一平面直角坐标系中，直线 $y = x - a$ 和直线 $y = ax$ 的图象可能是 ()



【答案】B

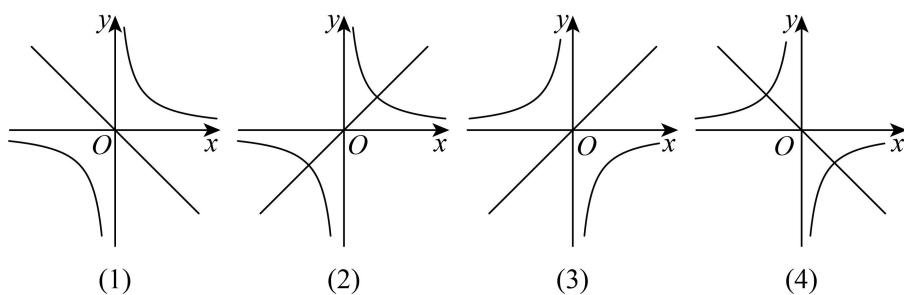
【解析】

【分析】分两种情况分别确定两条直线的位置即可得出答案。

【详解】解：当 $a > 0$ 时，直线 $y = ax$ 经过第一、三象限，且经过原点，直线 $y = x - a$ 经过第一、三、四象限，无符合题意的选项；

当 $a < 0$ 时，直线 $y = ax$ 经过第二、四象限，且经过原点，直线 $y = x - a$ 经过第一、二、三象限，B 符合题意。

5. 函数 $y = kx$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在同一坐标平面内的大致图象是 ()



A. (1) 和 (2)

B. (1) 和 (3)

C. (2) 和 (3)

D. (2) 和 (4)

【答案】D

【解析】

【分析】分两种情况讨论直线和双曲线的位置即可得出答案。

【详解】解：当 $k > 0$ 时，函数 $y = kx$ 经过第一、三象限，函数 $y = \frac{k}{x}$ 位于第一、三象限，则 (2) 符合题

意;

当 $k < 0$ 时, 函数 $y = kx$ 经过第二, 四象限, 函数 $y = \frac{k}{x}$ 位于第二, 四象限, 则 (4) 符合题意,

所以函数 $y = kx$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 在同一坐标平面的大致图象是 (2) 和 (4).

6. 已知反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 经过平移后可以得到函数 $y = \frac{1}{x} - 1$, 关于新函数 $y = \frac{1}{x} - 1$, 下列结论正确的是 ()

A. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大

B. 该函数的图象与 y 轴有交点

C. 该函数图象与 x 轴的交点为 (1, 0)

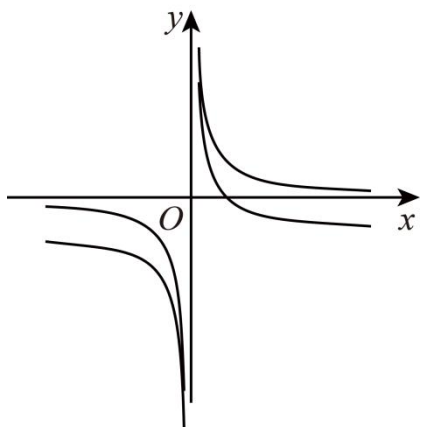
D. 当 $0 < x \leq \frac{1}{2}$ 时, y 的取值范围是 $0 < y \leq 1$

【答案】C

【解析】

【分析】函数 $y = \frac{1}{x} - 1$ 的图象是由函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象向下平移 1 个单位长度后得到的, 根据两个函数的图像, 可排除 A, B, C 选项, 将 $y=0$ 代入函数 $y = \frac{1}{x} - 1$ 可得到函数与 x 轴交点坐标为 (1,0), 故 C 选项正确.

【详解】解: 函数 $y = \frac{1}{x}$ 与函数 $y = \frac{1}{x} - 1$ 的图象如下图所示:



函数 $y = \frac{1}{x} - 1$ 的图象是由函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象向下平移 1 个单位长度后得到的,

A、由图象可知函数 $y = \frac{1}{x} - 1$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 选项说法错误, 与题意不符;

B、函数 $y = \frac{1}{x} - 1$ 的图象是由函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象向下平移一个单位后得到的, 所以函数与 y 轴无交点, 选项说法错误, 与题意不符;

C、将 $y=0$ 代入函数 $y = \frac{1}{x} - 1$ 中得, $0 = \frac{1}{x} - 1$, 解得 $x=1$, 故函数与 x 轴交点坐标为 (1,0), 选项说法正确, 与题意相符;

D、当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $y = 1 \div \frac{1}{2} - 1 = 1$, 有图像可知当 $0 < x \leq \frac{1}{2}$ 时, y 的取值范围是 $y \geq 1$, 故选项说法错误,

与题意不符;

故选: C.

【点睛】 本题考查反比例函数的图象, 以及函数图象的平移, 函数与数轴的交点求法, 能够画出图象, 并掌握数形结合的方法是解决本题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 函数 $y = \frac{2x-1}{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围为_____.

【答案】 $x \neq -1$

【解析】

【分析】 根据分式有意义的条件: 分母不能为零. 据此列出不等式求解即可.

【详解】 解: 依题意得: $x+1 \neq 0$,

解得: $x \neq -1$.

8. 直线 $y = 5 - 2x$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 令 $x = 0$ 时求出 y 值, 即可得出答案.

【详解】 解: 当 $x = 0$ 时, $y = 5$,

所以直线 $y = 5 - 2x$ 在 y 轴上的截距是 5.

9. 如果点 $P(m-2, m+3)$ 在 y 轴上, 那么点 P 的坐标为_____.

【答案】 $(0, 5)$

【解析】

【分析】 根据 y 轴上点的坐标特征: 横坐标为 0, 即可求出 m , 从而求出结论.

【详解】 解: $\because$ 点 $P(m-2, m+3)$ 在 y 轴上,

$$\therefore m-2=0$$

$$\therefore m=2$$

$$\therefore m+3=5$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 5)$

故答案为: $(0,5)$.

【点睛】此题考查的是根据点在 y 轴上, 求点的坐标, 掌握 y 轴上点的坐标特征是解决此题的关键.

10. 点 $N(2\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 沿 y 轴翻折后与点 M 重合, 那么点 M 的坐标为_____.

【答案】 $(-2\sqrt{2}, -\sqrt{3})$

【解析】

【分析】根据关于 y 轴对称的点, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数求解即可.

【详解】解: $\because$ 点 $N(2\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 沿 y 轴翻折后与点 M 重合,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(-2\sqrt{2}, -\sqrt{3})$.

11. 点 $A(-\sqrt{2}, 6)$ 和点 $B(\sqrt{2}, -1)$ 之间的距离是_____.

【答案】 $\sqrt{57}$

【解析】

【分析】先表示出两点之间的横向的距离和纵向的距离, 再根据勾股定理得出答案.

【详解】解: 根据勾股定理, 得 $AB = \sqrt{(-\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + [6 - (-1)]^2} = \sqrt{57}$,

所以点 A 和 B 之间的距离是 $\sqrt{57}$.

12. 将点 $A(3, a-4)$ 向上平移 6 个单位长度后正好落在 x 轴上, 则 $a =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】本题考查点的平移, 根据平移规则左减右加, 上加下减, 求出平移后的点的坐标, 根据 x 轴上的点的纵坐标为 0, 进行求解即可.

【详解】解: 由题意, 平移后的点的坐标为: $(3, a-4+6)$,

$\because (3, a-4+6)$ 在 x 轴上,

$\therefore a-4+6=0$,

$\therefore a=-2$;

故答案为: -2 .

13. 已知点 $P(2x-3, 3-x)$, 点 $Q(3, 2)$, 若 $PQ \parallel x$ 轴, 则线段 PQ 的长为_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】根据平行于 x 轴的直线上点的特征可得点 P 与点 Q 的纵坐标相等，求得 $x=1$ ， $P(-1,2)$ ，即可求解.

【详解】解： $\because PQ \parallel x$ ，

$\therefore$ 点 P 与点 Q 的纵坐标相等，

$$\therefore 3-x=2,$$

解得： $x=1$ ，

$$\therefore P(-1,2),$$

$$\therefore PQ=3-(-1)=4,$$

故答案为：4.

【点睛】本题考查了两点间的距离公式，点的坐标特征，熟练运用平行于 x 轴的直线上点的特征求得点 P 的坐标是解题的关键.

14. 函数 $y = \frac{3k-1}{x}$ 的图像在每个象限内 y 的值随 x 的增大而增大，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < \frac{1}{3}$

【解析】

【分析】对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$ ， k 为常数)，当 $k > 0$ 时，函数的图像在第一、三象限，在每个象限内， y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，函数的图像在第二、四象限，在每个象限内， y 随 x 的增大而增大. 据此列出关于 k 的不等式求解即可.

【详解】解： $\because$ 函数 $y = \frac{3k-1}{x}$ 的图像在每个象限内 y 的值随 x 的增大而增大，

$$\therefore 3k-1 < 0,$$

解得： $k < \frac{1}{3}$.

15. 一次函数 $y = (3m-7)x + 2 + m$ 的图象不经过第三象限，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 \leq m < \frac{7}{3}$

【解析】

【分析】依据一次函数 $y = (3m-7)x + 2 + m$ 的图象不经过第三象限，可得函数表达式中一次项系数小于0，常数项不小于0，进而得到 m 的取值范围.

【详解】解：根据题意得

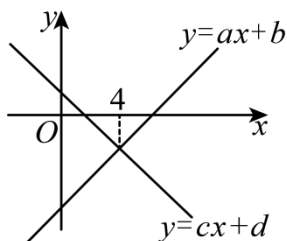
$$\begin{cases} 3m-7 < 0 \\ 2+m \geq 0 \end{cases},$$

解得 $-2 \leq m < \frac{7}{3}$.

故答案为： $-2 \leq m < \frac{7}{3}$.

【点睛】本题考查了一次函数与系数的关系：对于一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$)， $k > 0$ ， $b > 0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图象在一、二、三象限； $k > 0$ ， $b < 0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图象在一、三、四象限； $k < 0$ ， $b > 0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图象在一、二、四象限； $k < 0$ ， $b < 0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图象在二、三、四象限。

16. 如图所示，直线 $y=ax+b$ 与直线 $y=cx+d$ 交点的横坐标是 4，那么不等式 $ax-d \geq cx-b$ 的解集是 _____.



【答案】 $x \geq 4$

【解析】

【分析】先将不等式整理为 $ax+b \geq cx+d$ ，再根据直线 $y=ax+b$ 在直线 $y=cx+d$ 上方部分确定自变量取值范围即可。

【详解】解： $\because ax-d \geq cx-b$,

$$\therefore ax+b \geq cx+d.$$

观察图像可知当 $x=4$ 时， $ax+b=cx+d$ ，

$$\therefore \text{当 } x \geq 4 \text{ 时， } ax+b \geq cx+d,$$

所以不等式 $ax+b \geq cx+d$ 的解集是 $x \geq 4$ ，

即不等式 $ax-d \geq cx-b$ 的解集是 $x \geq 4$ 。

17. 已知一次函数 $y_1=kx-2k$ (k 是常数) 和 $y_2=-x+1$. 若无论 x 取何值, 总有 $y_1 > y_2$, 则 k 的值是_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】根据 y_1 的图象始终在 y_2 的图象的上方可得这两个函数的图象平行，由此即可得出答案。

【详解】解：∵无论 x 取何值，总有 $y_1 > y_2$ ，

∴函数 y_1 的图象始终在函数 y_2 的图象的上方，

∴这两个函数的图象平行，

∴ $k = -1$ ，

故答案为：-1.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题关键.

18. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 $P(a, b)$ ，若点 P' 的坐标为 $(a+kb, ka+b)$ (其中 k 为常数，且 $k \neq 0$)，则称点 P' 为点 P 的“ k 属派生点”，例如： $P(1, 4)$ 的“2 属派生点”为 $P'(1+2 \times 4, 2 \times 1+4)$ ，即 $P'(9, 6)$. 若点 P 在 x 轴的正半轴上，点 P 的“ k 属派生点”为 P' 点，且线段 PP' 的长度为线段 OP 长度的 3 倍，则 k 的值_____.

【答案】 ± 3

【解析】

【分析】由已知可设 $P(b, 0)$ ，则点 P 的“ k 属派生点” P' 点为 (b, kb) ，再由题意可得 $|kb|=3|b|$ ，即可求 k 的值.

【详解】解：∵点 P 在 x 轴的正半轴上，

∴ P 点的纵坐标为 0，

设 $P(b, 0)$ ，

则点 P 的“ k 属派生点” P' 点为 (b, kb) ，

∴ $PP' = |kb|$ ， $PO = |b|$ ，

∴线段 PP' 的长度为线段 OP 长度的 3 倍，

∴ $|kb|=3|b|$ ，

∴ $k = \pm 3$.

故答案为： ± 3 .

【点睛】本题考查坐标与图形的性质；理解定义，能够根据定义求出“ k 属派生点”的坐标是解题的关键.

三、解答题：(本大题共 9 题，满分 64 分)

19. 已知关于 x 的一次函数 $y = (3m+1)x + m - 5$.

(1) 如果函数图象经过原点，求 m 的值；

(2) 如果直线 $y = (3m+1)x + m - 5$ 与 y 轴交于负半轴，求 m 的取值范围.

【答案】(1) $m = 5$

(2) $m < 5$, 且 $m \neq -\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】(1) 根据一次函数经过原点可得 $m-5=0$, 且 $3m+1 \neq 0$, 求出答案即可;

(2) 根据直线经过 y 轴交于负半轴, 可得 $m-5 < 0$, 且 $3m+1 \neq 0$, 求出解集即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = (3m+1)x + m-5$ 经过原点,

$$\therefore m-5=0, \text{ 且 } 3m+1 \neq 0,$$

解得 $m=5$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 该图象与 y 轴交于负半轴,

$$\therefore m-5 < 0, \text{ 且 } 3m+1 \neq 0,$$

解得 $m < 5$, 且 $m \neq -\frac{1}{3}$.

20. 已知直线 $y = kx + b$ 过点 $(1, 1)$ 和 $(-3, -5)$.

(1) 求此直线的表达式;

(2) 如果点 P 在该直线上, 且点 P 的横坐标为 -2 , 求该直线上所有位于点 P 上方的点的纵坐标的取值范围.

【答案】(1) $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

(2) $y > -\frac{7}{2}$

【解析】

【分析】(1) 将两个点分别代入关系式可得方程组, 再求出解即可;

(2) 先求出点 P 的坐标, 再根据点的位置可得答案.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $y = kx + b$ 过点 $(1, 1)$ 和 $(-3, -5)$,

$$\therefore \begin{cases} k+b=1 \\ -3k+b=-5 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{3}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数关系式为 $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 P 在直线 $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ 上, 且横坐标为 -2 ,

$$\therefore y = \frac{3}{2} \times (-2) - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}.$$

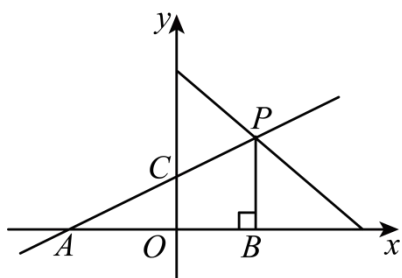
$\because$ 直线 $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ 中, $\frac{3}{2} > 0$,

$\therefore$ 一次函数值 y 随着 x 的增大而增大,

设直线上位于点 P 上方点的纵坐标为 y ,

$$\therefore y > -\frac{7}{2}.$$

21. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 C , 与一次函数 $y = -x + 7$ 的图象交于点 P , 点 P 的横坐标为 3, $PB \perp x$ 轴, B 为垂足, $AB = 2PB$.



(1) 求点 P 的坐标;

(2) 求一次函数 $y = kx + b$ 的表达式.

【答案】(1) $P(3, 4)$

$$(2) y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

【解析】

【分析】(1) 将点 P 的横坐标为 3 代入表达式, 可得答案;

(2) 结合点 P 的坐标可得 $PB = 4, OB = 3$, 再结合已知条件可得点 C 的坐标, 然后根据待定系数法求出表达式即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = -x + 7$ 的图象经过点 P , 且点 P 的横坐标为 3,

$$\therefore y = -3 + 7 = 4,$$

$\therefore$ 点 $P(3,4)$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 $P(3,4)$, $PB \perp x$ 轴,

$\therefore PB = 4, OB = 3$.

$\because AB = 2PB$,

$\therefore AB = 8$,

$\therefore AO = AB - OB = 5$,

$\therefore$ 点 $A(-5,0)$.

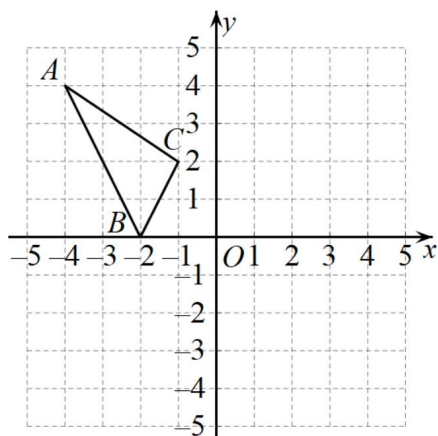
$\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 经过点 $P(3,4)$, $A(-5,0)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 4 \\ -5k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(-4,4)$, 点 B 的坐标为 $(-2,0)$, 点 C 的坐标为 $(-1,2)$.



(1) 请画出 ABC 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 直接写出 A_1 , B_1 , C_1 三点的坐标;

(3) 求 ABC 的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) $A_1(4,4)$, $B_1(2,0)$, $C_1(1,2)$

(3) 4

【解析】

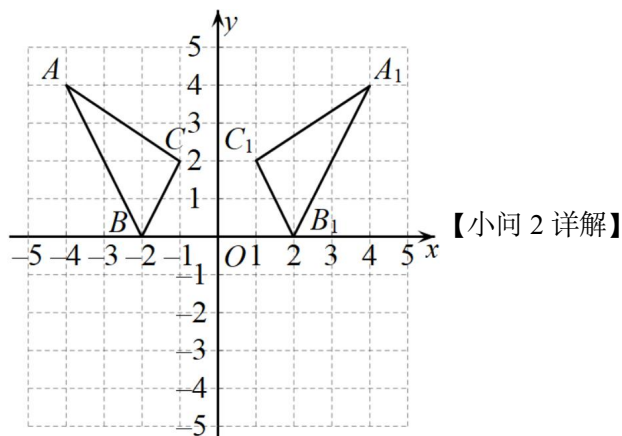
【分析】(1) 作出点 A 、 B 、 C 关于 y 轴的对称点 A_1 , B_1 , C_1 , 顺次连接即可得出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 根据图像直接写出点的坐标即可;

(3) 用割补法求出 $\triangle ABC$ 的面积即可.

【小问 1 详解】

解: 作出点 A 、 B 、 C 关于 y 轴的对称点 A_1 , B_1 , C_1 , 顺次连接, 则 $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求作的三角形, 如图所示:



解: A_1 , B_1 , C_1 三点的坐标分别为: $A_1(4,4)$, $B_1(2,0)$, $C_1(1,2)$.

【小问 3 详解】

解: $S_{\triangle ABC} = 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 4$.

【点睛】本题主要考查了作轴对称图形, 求三角形的面积, 平面直角坐标系中点的坐标, 解题的关键是作出对应点的坐标.

23. 已知直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = 3x - \frac{1}{2}$ 平行, 且过点 $\left(\frac{2}{3}, 5\right)$.

(1) 求这条直线的表达式;

(2) 设这条直线与 x 、 y 轴分别交于点 A 、 B , 如果点 P 在这条直线上 (与点 A 、 B 不重合), 且 $S_{\triangle OPA} = \frac{1}{3} S_{\triangle OAB}$,

求点 P 的坐标.

【答案】(1) $y = 3x + 3$

(2) $(-\frac{2}{3}, 1)$ 或 $(-\frac{4}{3}, -1)$

【解析】

【分析】(1) 根据两直线平行可得 $k = 3$ ，再将点 $(\frac{2}{3}, 5)$ 代入表达式可得答案；

(2) 先求出点 $A(-1, 0), B(0, 3)$ ，即可求出 $S_{\triangle AOB}$ ，再设点 $P(m, 3m+3)$ ，然后根据 $S_{\triangle OPA} = \frac{1}{3} S_{\triangle OAB}$ 可得 $|3m+3| = 1$ ，接下来求出 m 的值，则此题可解。

【小问 1 详解】

解：∵ 一次函数 $y = kx + b$ 与直线 $y = 3x - \frac{1}{2}$ 平行，且过点 $(\frac{2}{3}, 5)$ ，

$$\therefore k = 3, \frac{2}{3}k + b = 5,$$

$$\therefore b = 3,$$

$$\therefore y = 3x + 3;$$

【小问 2 详解】

解：当 $x = 0$ ， $y = 3$ ； $y = 0$ ， $3x + 3 = 0$ ，

解得 $x = -1$ ，

$$\therefore \text{点 } A(-1, 0), B(0, 3),$$

$$\therefore OA = 1, OB = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}.$$

设点 $P(m, 3m+3)$ ，

$$\therefore S_{\triangle OPA} = \frac{1}{3} S_{\triangle OAB},$$

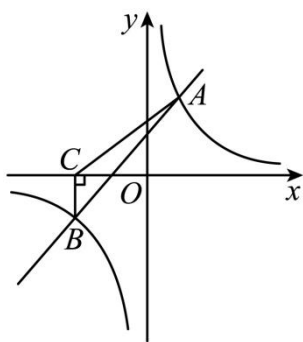
$$\therefore \frac{1}{2} OA \cdot |3m+3| = \frac{1}{2} |3m+3| = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } |3m+3| = 1,$$

$$\text{解得 } m = -\frac{2}{3} \text{ 或 } -\frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (-\frac{2}{3}, 1) \text{ 或 } (-\frac{4}{3}, -1).$$

24. 如图，一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(2, 3)$ ， $B(-3, n)$ 两点。



- (1) 求一次函数与反比例函数的表达式；
- (2) 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴，垂足为 C ，求 $\triangle ABC$ 的面积.
- (3) 根据所给条件，请直接写出不等式 $kx + b > \frac{m}{x}$ 的解集.

【答案】 (1) 一次函数解析式为 $y = x + 1$ ；反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$

(2) 5 (3) $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$

【解析】

【分析】 (1) 把 A 坐标代入反比例解析式求出 m 的值，确定出反比例解析式，将 B 坐标代入求出 n 的值，确定出 B 坐标，将 A 与 B 坐标代入一次函数解析式求出 k 与 b 的值即可；

(2) 根据 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times (x_A - x_B)$ ，即可求解；

(3) 利用图象找出所求不等式的解集即可.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 过 $A(2, 3)$,

$$\therefore m = 2 \times 3 = 6,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{6}{x},$$

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{m}{x} \text{ 过 } B(-3, n),$$

$$\therefore n = \frac{6}{-3} = -2,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标 } (-3, -2),$$

把 A 与 B 代入一次函数解析式得:

$$\begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = x + 1;$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 $B(-3, -2)$, $BC \perp x$ 轴,

$$\therefore BC = 2,$$

根据题意得: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times (x_A - x_B) = \frac{1}{2} \times 2 \times [2 - (-3)] = 5;$

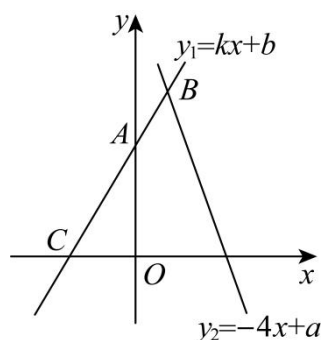
【小问3详解】

解: $\because$ 由图象得: 当 $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$ 时, 反比例函数的图象位于一次函数的图象的下方,

$$\therefore kx + b > \frac{m}{x} \text{ 的解集为 } -3 < x < 0 \text{ 或 } x > 2.$$

【点睛】此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 熟练掌握反比例函数与一次函数性质是解本题的关键.

25. 一次函数 $y_1 = kx + b$ 和 $y_2 = -4x + a$ 的图象如图所示, 且 $A(0, 4)$, $C(-2, 0)$.



(1) 由图可知, 不等式 $kx + b > 0$ 的解集是_____;

(2) 若不等式 $kx + b > -4x + a$ 的解集是 $x > 1$.

① 求点 B 的坐标;

② 求 a 的值.

【答案】(1) $x > -2$;

(2) ① 点 B 的坐标是 $(1, 6)$; ② a 的值是 10.

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求一次函数解析式, 一次函数与一元一次不等式, 一次函数的图象, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

(1) 根据函数图象和题意可以直接写出不等式 $kx + b > 0$ 的解集;

(2) ① 由题意可以求得 k 、 b 的值, 然后将 $x = 1$ 代入 $y_1 = kx + b$ 即可求得点 B 的坐标;

② 根据点 B 也在函数 $y_2 = -4x + a$ 的图象上, 从而可以求得 a 的值.

【小问 1 详解】

解：由图象可知不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 $x > -2$ ，

故答案为： $x > -2$ ；

【小问 2 详解】

解：① $\because A(0, 4)$ ， $C(-2, 0)$ 在一次函数 $y_1 = kx + b$ 上，

$$\therefore \begin{cases} b = 4 \\ -2k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数 $y_1 = 2x + 4$ ，

$\therefore$ 不等式 $kx + b > -4x + a$ 的解集是 $x > 1$ ，

$\therefore$ 点 B 的横坐标是 $x = 1$ ，

当 $x = 1$ 时， $y_1 = 2 + 4 = 6$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(1, 6)$ ；

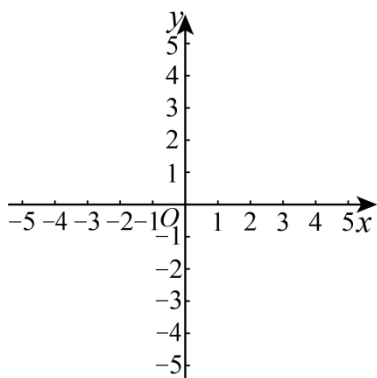
② $\because B(1, 6)$ ，

$\therefore 6 = -4 \times 1 + a$ ，解得 $a = 10$ ，

即 a 的值是 10.

26. 在直角坐标平面系 xOy 中（如图），点 $C(-1, 0)$ 在 x 轴上，一次函数 $y = kx + 2$ 的图象经过点 $\left(1, \frac{5}{2}\right)$ ，

与 x 轴和 y 轴分别相交于点 A 、 B .



(1) 求线段 AB 的长；

(2) 求点 C 到直线 $y = kx + 2$ 的距离：

(3) 如果点 Q 在 x 轴上, 且使得 $\triangle BCQ$ 是等腰三角形, 请直接写出点 Q 的坐标.

【答案】(1) $2\sqrt{5}$

$$(2) \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$(3) Q_1(1,0) \text{ 或 } Q_2(-1+\sqrt{5},0) \text{ 或 } Q_3(-1-\sqrt{5},0) \text{ 或 } Q_4\left(\frac{3}{2},0\right)$$

【解析】

【分析】(1) 根据先确定一次函数的解析式, 再确定函数与坐标轴的交点坐标, 利用两点间距离公式解答即可.

(2) 设点 C 到 AB 的距离为 h , 得 $AC = -1 - (-4) = 3$, 根据 $\frac{1}{2}AB \cdot h = \frac{1}{2}AC \cdot |y_B|$ 解答即可.

(3) 利用等腰三角形的定义, 分类计算即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = kx + 2$ 的图象经过点 $\left(1, \frac{5}{2}\right)$, 与 x 轴和 y 轴分别相交于点 A 、 B .

$$\therefore \frac{5}{2} = k + 2,$$

$$\text{解得 } k = \frac{1}{2},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 2,$$

$$\therefore A(-4,0), B(0,2),$$

$$\therefore AB = \sqrt{(-4-0)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{5}.$$

【小问 2 详解】

解: 设点 C 到 AB 的距离为 h ,

$$\therefore A(-4,0), B(0,2), C(-1,0),$$

$$\therefore AC = -1 - (-4) = 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot h = \frac{1}{2}AC \cdot |y_B|,$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{5},$$



图1



图2

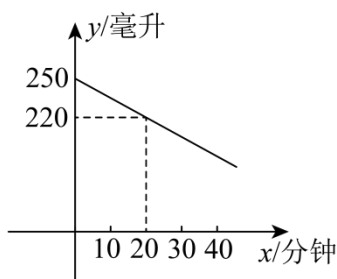


图3

(1) 小明用旋钮式输液器设定了每小时 120 毫升的档位测试液体 A 的流速，输液袋内初始药液量为 250 毫升，得到输液袋剩余药液量 y (毫升) 和时间 x (分钟) 之间的关系如图 3 所示：

①求 y 关于 x 的函数解析式 (不写定义域)；

②判断液体 A 的实际流速是否与设定流速 (120 毫升/小时) 一致？若一致，请说明理由；若不一致，假设液体 A 的实际流速与设定流速成正比，则想要达到每小时 120 毫升的流速，应该把旋钮式输液器的流速设定为多少毫升/小时？

(2) 小明用相同档位测试液体 B 和液体 C 的实际流速，实验发现：液体 B 的流速比液体 C 每小时快 60 毫升，因此输 250 毫升液体 C 所需时间是输 200 毫升液体 B 所需时间的 2 倍，求用该档位输液时液体 B 和液体 C 的实际流速。

【答案】 (1) ① $y = -\frac{3}{2}x + 250$ ②不一致，160

(2) 该档位输液时液体 B 的流速为 160ml/h ，液体 C 的实际流速为 100ml/h

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的图形和性质，利用待定系数法求函数解析式，列分式方程解决实际问题等内容，解题的关键是熟练掌握一次函数的性质，并找出等量关系列出方程。

(1) ①利用待定系数法即可求出函数解析式；

②求出实际流速进行比较即可，利用待定系数法求出正比例函数，代入求值即可；

(2) 假设液体 C 的实际流速为 $t\text{ml/h}$ ，则液体 B 的实际流速为 $(t + 60)\text{ml/h}$ ，根据等量关系列出分式方程，进行求解即可。

【小问 1 详解】

解：①假设函数解析式为 $y = kx + b$ ，

将 $(0, 250)$ ， $(20, 220)$ 代入解析式得，

$$\begin{cases} b = 250 \\ 220 = 20 \cdot k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{3}{2}, \\ b = 250 \end{cases}$$

$\therefore$ 函数解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + 250$;

②不一致, 理由如下:

当 $y = -\frac{3}{2}x + 250$ 函数值为 0 时,

$$-\frac{3}{2}x + 250 = 0,$$

$$\text{解得 } x = \frac{500}{3},$$

$$250 - \frac{500}{3} = 1.5 \text{ml/min},$$

$$120 \text{ml/h} = 2 \text{ml/min},$$

$$2 \neq 1.5,$$

所以, 液体 A 的实际流速是否与设定流速不一致,

假设液体 A 的实际流速为 m , 设定流速为 n , $m = an$,

将 $(2, 1.5)$ 代入上式得, $1.5 = 2a$,

$$\text{解得 } a = 0.75,$$

$$\therefore m = 0.75n$$

当 $m = 2$ 时, 代入 $m = 0.75n$ 得,

$$n = \frac{8}{3},$$

$$\frac{8}{3} \text{ml/min} = 160 \text{ml/h},$$

所以, 应该把旋钮式输液器的流速设定为 160 毫升/小时;

【小问 2 详解】

解: 假设液体 C 的实际流速为 $t \text{ml/h}$, 则液体 B 的实际流速为 $(t + 60) \text{ml/h}$,

$$\text{根据题意得 } \frac{250}{t} = 2 \cdot \frac{200}{t + 60},$$

解方程得 $t = 100$,

经检验, $t = 100$ 是分式方程的解, 并符合题意,

$$\text{此时, } t + 60 = 160,$$

所以, 该档位输液时液体 B 的流速为 160ml/h , 液体 C 的实际流速为 100ml/h .