

上海民办至德实验学校 2025-2026 学年第二学期第二次随堂练习八年 级数学试卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

一、选择题 (共 6 小题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 已知四边形 $ABCD$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列条件中, 能判断它是平行四边形的是 ()

A. $AB \parallel CD, AD = BC$

B. $AB = CD, AO = CO$

C. $AB = CD, \angle DAB = \angle BCD$

D. $AB \parallel CD, DO = BO$

【答案】D

【解析】

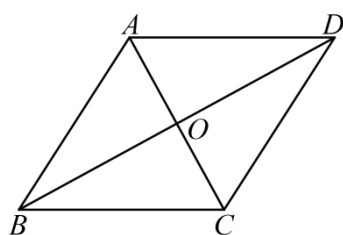
【分析】本题考查了平行四边形的判定. 根据平行四边形的判定定理逐一分析选项, 选项 D 满足对角线互相平分且一组对边平行的条件.

【详解】解: 选项 A 中, $AB \parallel CD, AD = BC$, 但无法证明另一组对边平行或相等, 可能存在等腰梯形的情况, 故排除;

选项 B 中, $AB = CD, AO = CO$, 仅说明 AC 被平分, 但未给出 BD 被平分的条件, 无法确定四边形为平行四边形;

选项 C 中, $AB = CD$ 且 $\angle DAB = \angle BCD$, 但这两个角并非对角, 无法通过边角关系直接判定为平行四边形;

选项 D 中, $AB \parallel CD, DO = BO$ (即 BD 被 O 平分); 由 $AB \parallel CD$ 可得 $\angle ABO = \angle CDO$ (内错角相等), 结合 $BO = DO, \angle AOB = \angle COD$, 可证 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ (AAS), 从而 $AO = CO$, 此时对角线 AC 、 BD 均被 O 平分, 满足对角线互相平分的判定条件, 故四边形 $ABCD$ 为平行四边形.



故选: D.

2. 平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 2)$, $B(3, 5)$, $C(x, y)$, 若 $AC \parallel x$ 轴, 则线段 BC 的最小值及此时点 C 的坐标分别为 ()

A. 6, $(-3, 5)$

B. 10, $(3, -5)$

C. 1, $(3, 4)$

D. 3, $(3, 2)$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查已知点求坐标及如何根据坐标描点. 由 $AC \parallel x$ 轴, $A(-2, 2)$, 根据坐标的定义可求得 y 值, 根据线段 BC 最小, 确定 $BC \perp AC$, 垂足为点 C , 进一步求得 BC 的最小值和点 C 的坐标.

【详解】 解: $\because AC \parallel x$ 轴,

$$\therefore y = 2,$$

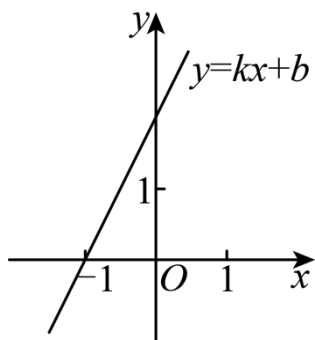
根据垂线段最短, 当 $BC \perp AC$ 于点 C 时,

点 B 到 AC 的距离最短, 即 BC 的最小值 $= 5 - 2 = 3$,

此时点 C 的坐标为 $(3, 2)$,

故选: D.

3. 如图, 函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象过点 $(-1, 0)$, 则关于 x 的不等式 $k(x+1) + b < 0$ 的解集是 ()



A. $x > -2$

B. $x < -2$

C. $x < 0$

D. $x > 0$

【答案】B

【解析】

【分析】 根据函数图象的平移规律即可得出结果.

【详解】 解: 函数 $y = kx + b$ 的图象向左移动一个单位后,

即为函数 $y = k(x+1) + b$ 的图象, 该图象过点 $(-2, 0)$,

且函数图像上升,

故关于 x 的不等式 $k(x+1) + b < 0$ 的解集为 $x < -2$.

4. 如果函数 $y = (k+1)x^{|k|-2}$ 是反比例函数, 那么 k 的值为 ()

A. 6

B. -1

C. 1

D. 2 或 3

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数的定义. 反比例函数的形式为 $y = kx^{-1} (k \neq 0)$, 因此需满足指数为 -1 且系数非零, 据此进行分析, 即可作答.

【详解】解: $\because$ 函数 $y = (k+1)x^{|k|-2}$ 是反比例函数,

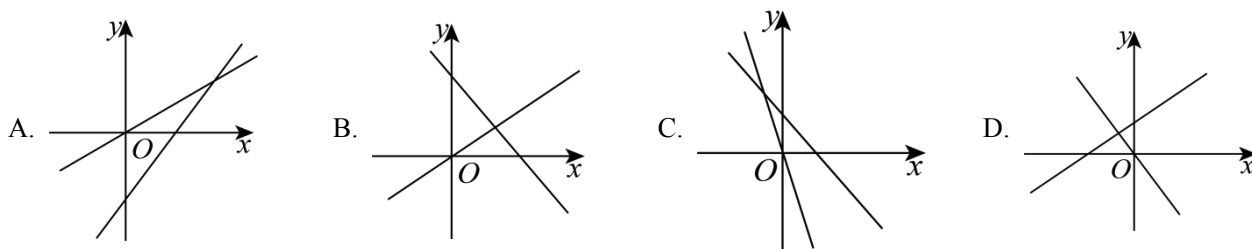
$$\therefore k+1 \neq 0, |k|-2 = -1$$

$$\therefore k \neq -1, |k| = 1$$

解得 $k = 1$,

故选: C

5. 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = \frac{b}{k}x$ (k, b 为常数, 且 $kb \neq 0$), 它们在同一坐标系内的图象可能为 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的图象与系数的关系, 由一次函数 $y = kx + b$ 图象分析可得 k, b 的符号, 进而可得 $\frac{b}{k}$ 的符号, 从而判断 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象是否符合, 进而比较可得答案.

【详解】解: 根据一次函数的图象分析可得:

对于 A、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0, b < 0$, 则 $\frac{b}{k} < 0$;

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} > 0$, 故此选项不符合题意;

对于 B、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0, b > 0$, 则 $\frac{b}{k} < 0$;

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} > 0$, 故此选项不符合题意;

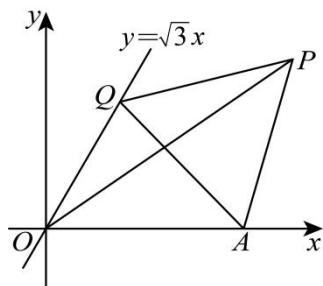
对于 C、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0, b > 0$, $\frac{b}{k} < 0$;

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} < 0$, 故此选项符合题意;

对于 D、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0, b > 0$, $\frac{b}{k} > 0$;

正比例函数 $y = \frac{b}{k}x$ 的图象可知 $\frac{b}{k} < 0$ ，故此选项不符合题意.

6. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(8, 0)$ ，点 Q 是直线 $y = \sqrt{3}x$ 上的一个动点，以 AQ 为边，在 AQ 的右侧作等边 $\triangle APQ$ ，使得点 P 落在第一象限，连接 OP ，则 $OP + AP$ 的最小值为()



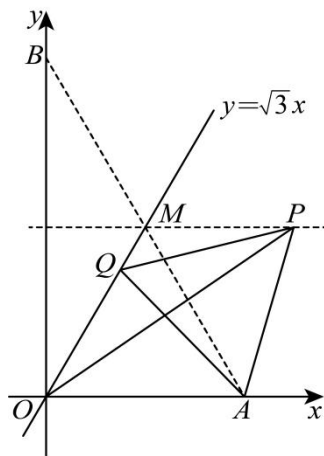
- A. 16 B. $8\sqrt{3}$ C. 12 D. $12\sqrt{3}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征、等边三角形的判定与性质及轴对称-最短路线问题，根据点 Q 的运动先证明点 P 在直线 PM 上运动，再根据轴对称最值问题，作点 P 关于直线 PM 的对称点 B ，连接 AB ，求出 AB 的长即可.

【详解】 解：如图，作 $\angle OAM = 60^\circ$ ，边 AM 交直线 OQ 于点 M ，作直线 PM ，



由直线 $y = \sqrt{3}x$ 可知， $\angle MOA = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle MOA = \angle OAM = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle OAM$ 是等边三角形，

$\therefore OA = OM$ ，

$\because \triangle APQ$ 是等边三角形，

$\therefore AQ = AP$ ， $\angle PAQ = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle OAQ = \angle MAP,$$

$$\therefore \triangle OAQ \cong \triangle MAP (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle QOA = \angle PMA = 60^\circ = \angle MAO,$$

$\therefore PM \parallel x$ 轴, 即点 P 在直线 PM 上运动,

过点 O 作关于直线 PM 的对称点 B , 连接 AB , AB 即为所求最小值,

此时, 在 $Rt\triangle OAB$ 中, $OA = 8$, $\angle BAO = 60^\circ$,

$$\therefore \angle OBA = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2OA = 16.$$

故选: A.

二、填空题 (共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知一个多边形的对角线的条数与它的边数相等, 则此多边形的内角和为_____.

【答案】 540° ##540 度

【解析】

【分析】 根据 n 边形的对角线条数 $= \frac{n(n-3)}{2}$, 以及多边形的内角和公式求解即可.

【详解】 解: 设多边形有 n 条边,

$$\text{则 } \frac{n(n-3)}{2} = n,$$

解得 $n = 5$ 或 $n = 0$ (应舍去).

$$\therefore \text{这个多边形的内角和为: } (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ.$$

故答案为: 540° .

【点睛】 本题考查了多边形的内角和与对角线, 解一元二次方程, 解题的关键是能够根据 n 边形的对角线条数公式列方程, 熟练运用因式分解法解方程.

8. 已知 ABC 三个顶点的坐标分别为 $A(3,4)$ 、 $B(-3,2)$ 、 $C(1,-2)$, 则 ABC 的形状是_____.

【答案】 等腰三角形

【解析】

【分析】 利用两点间距离公式求出 ABC 三边的长度, 根据边的数量关系判断三角形的形状.

【详解】解： $AB^2 = (3+3)^2 + (4-2)^2 = 36 + 4 = 40$ ， $AC^2 = (3-1)^2 + (4+2)^2 = 4 + 36 = 40$ ，

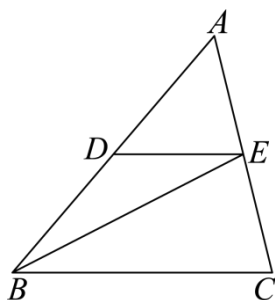
$$BC^2 = (-3-1)^2 + (2+2)^2 = 16 + 16 = 32，$$

可得 $AB^2 = AC^2$ ，

即 $AB = AC$ ，

因此 ABC 是等腰三角形.

9. 如图, D, E 分别是 ABC 边 AB, AC 的中点, 连接 BE, DE . 若 $\angle AED = \angle BEC, DE = 2$, 则 BE 的长为_____



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查三角形中位线定理和等腰三角形的判定, 由三角形中位线定理得 $DE \parallel BC, BC = 2DE = 4$, 得出 $\angle C = \angle AED = \angle BEC$, 得出 $BE = BC = 4$

【详解】解: $\because D, E$ 分别是 ABC 边 AB, AC 的中点,

$\therefore DE$ 是 ABC 的中位线,

$\therefore DE \parallel BC, BC = 2DE = 4$,

$\therefore \angle AED = \angle C$,

$\because \angle AED = \angle BEC$,

$\therefore \angle C = \angle BEC$,

$\therefore BE = BC = 4$,

故答案为: 4

10. 在平面直角坐标系中, 把点 $P(a-1, 3)$ 向右平移 5 个单位得到点 $Q(2-2b, 3)$, 则 $2a+4b+7$ 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了坐标系中点的平移规律，平移中点的坐标规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减，熟知点的坐标平移规律是解题的关键.

根据横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减即可得出答案.

【详解】 解： $\because$ 把点 $P(a-1,3)$ 向右平移 5 个单位得到点 $Q(2-2b,3)$,

$$\therefore a-1+5=2-2b, \text{ 即: } a+2b=-2$$

$$\therefore 2a+4b+7=2(a+2b)+7=-4+7=3.$$

故答案为: 3.

11. 直线 $y=(m-2)x+m-5$ 不经过第二象限, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $2 \leq m \leq 5$

【解析】

【分析】 根据直线 $y=(m-2)x+m-5$ 不经过第二象限, 可得函数表达式当中一次项系数大于等于零, 常数项小于等于零, 进而得到 m 取值范围.

【详解】 解: $\because$ 直线 $y=(m-2)x+m-5$ 不经过第二象限,

$$\therefore \begin{cases} m-2 \geq 0 \\ m-5 \leq 0 \end{cases},$$

解得: $2 \leq m \leq 5$.

12. 某山地地区地面气温为 4°C , 海拔每升高 1km 气温下降 5°C . 该地区距离地面高度为 $x\text{km}$ 处的气温为 $y^{\circ}\text{C}$, 则 y 与 x 的函数关系式是_____.

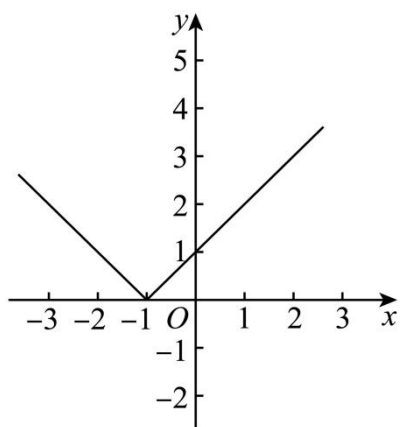
【答案】 $y=4-5x$

【解析】

【详解】 解: 该地区距离地面高度为 $x\text{km}$ 处, 气温下降 $5x^{\circ}\text{C}$,

$$\therefore y=4-5x.$$

13. 如图所示是函数 $y=|x+1|$ 的图象, 若 $\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}>|x+1|$, 则 x 的取值范围为_____.



【答案】 $-\frac{5}{3} < x < 1$

【解析】

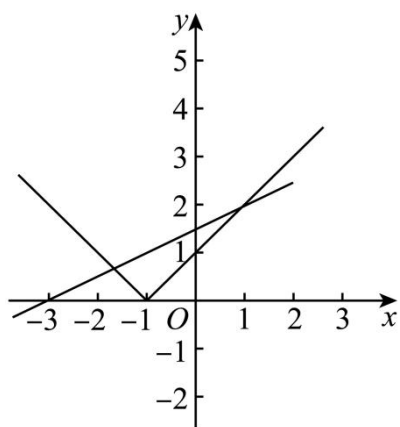
【分析】令 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = x + 1$, 解得 $x = 1$, 令 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -x - 1$, 解得 $x = -\frac{5}{3}$, 在同一坐标系中作出 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, 结合图形即可得解.

【详解】解: 由图象可得 $y = |x + 1| = \begin{cases} x + 1 & (x \geq -1) \\ -x - 1 & (x < -1) \end{cases}$,

令 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = x + 1$, 解得 $x = 1$,

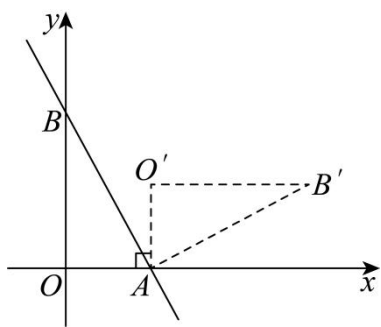
令 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -x - 1$, 解得 $x = -\frac{5}{3}$,

在同一坐标系中作出 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 如图所示,



由图可知, 若 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} > |x + 1|$, 则 x 的取值范围为 $-\frac{5}{3} < x < 1$.

14. 如图, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 把 $\triangle AOB$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle AOB'$, 则点 B' 的坐标是 _____.



【答案】(7,3)

【解析】

【分析】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，坐标与图形变化—旋转，利用一次函数图象上点的坐标特征及旋转的性质，找出点 B' 的坐标是解题的关键．利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 A ， B 的坐标，进而可得出 OA ， OB 的长，利用旋转的性质可得出 $O'A$ ， $O'B'$ 的长，再结合图中点 B' 的位置，即可得出点 B' 的坐标．

【详解】解：当 $x=0$ 时， $y=-\frac{4}{3}\times 0+4=4$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0,4)$ ，

$\therefore OB=4$ ．

当 $y=0$ 时， $-\frac{4}{3}x+4=0$ ，

解得： $x=3$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3,0)$ ，

$\therefore OA=3$ ．

由旋转可知： $O'A=OA=3$ ， $O'B'=OB=4$ ，

$\therefore$ 点 B' 的坐标为 $(3+4,3)$ ，即 $(7,3)$ ．

故答案为： $(7,3)$ ．

15. 已知一次函数 $y=kx+3$ ，当 $-3\leq x\leq 4$ 时， y 的最大值是 $\frac{9}{2}$ ，则 y 的最小值是_____．

【答案】1 或 $\frac{15}{8}$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的增减性及解一元一次方程，解题的关键是理解函数的增减性．

分 $k>0$ 及 $k<0$ 两种情况，根据 y 的最大值是 $\frac{9}{2}$ ，求出此时的 x 的值，从而得出 k 的值，再求出 y 的值即

可.

【详解】解: 当 $k > 0$ 时, 一次函数 $y = kx + 3$ 中, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $-3 \leq x \leq 4$ 时, y 的最大值是 $\frac{9}{2}$,

$\therefore x = 4$,

此时 $k = \frac{3}{8}$, 即 $y = \frac{3}{8}x + 3$

当 $x = -3$ 时, 一次函数有最小值, 最小值为 $y = \frac{15}{8}$;

当 $k < 0$ 时, 一次函数 $y = kx + 3$ 中, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $-3 \leq x \leq 4$ 时, y 的最大值是 $\frac{9}{2}$,

$\therefore x = -3$,

此时 $k = -\frac{1}{2}$, 即 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

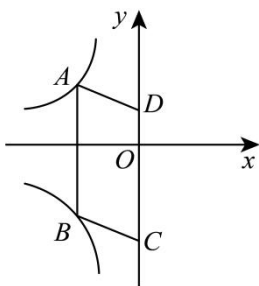
当 $x = 4$ 时, 一次函数有最小值, 最小值为 $y = 1$;

综上所述, y 的最小值是 1 或 $\frac{15}{8}$;

故答案为: 1 或 $\frac{15}{8}$.

16. 如图, 在平面直角坐标系中, $\square ABCD$ 的顶点 C, D 在 y 轴上, A, B 两点分别在反比例函数

$y = -\frac{2}{x} (x < 0)$ 与 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x < 0)$ 的图象上, 若 $S_{\square ABCD} = 5$, 则 k 的值为_____.

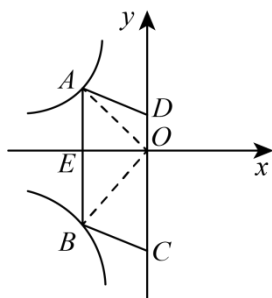


【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义, 平行四边形的性质, 连接 OA, OB , 设 AB 交 x 轴于 E , 如图, 利用平行四边形的性质得 AB 垂直 x 轴, 则利用反比例函数的比例系数 k 的几何意义得到 $S_{\triangle OAE}$ 和 $S_{\triangle OBE}$, 所以 $S_{\triangle OAB} = \frac{k}{2} + 1$, 然后根据平行四边形的面积公式可得到 $\square ABCD$ 的面积 $= 2S_{\triangle OAB} = 5$, 即可求出 k 的值.

【详解】解：连接 OA 、 OB ，设 AB 交 x 轴于 E ，如图



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB$ 垂直于 x 轴，

$$\therefore S_{\triangle OAE} = \frac{1}{2} \times |-2| = 1, \quad S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2} \times |k| = \frac{k}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OAE} + S_{\triangle OBE} = \frac{k}{2} + 1,$$

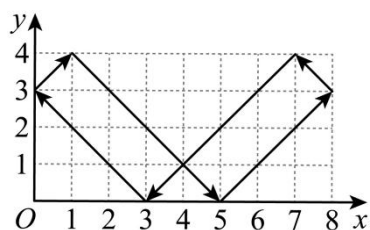
$\because \square ABCD$ 的面积 $= 2S_{\triangle OAB} = 5$ 。

$$\therefore k + 2 = 5,$$

解得 $k = 3$ ，

故答案为：3。

17. 如图，将一个台球桌面分成网格图，小球起始时位于 $(3,0)$ 处，击球使球沿图中箭头所指方向运动，小球在球桌上的运动轨迹如图所示。如果小球起始时位于 $(2,0)$ 处，仍按原来的方向击球，小球第 1 次碰到球桌边时，小球的位置是 $(0,2)$ ，那么小球第 2026 次碰到球桌边时，小球的位置是_____。



【答案】 $(8,2)$

【解析】

【分析】 本题考查坐标位置，根据题意，可以画出相应的图形，然后即可发现点所在的位置变化特点，即可得到小球第 2026 次碰到球桌边时小球的位置。解答本题的关键是明确题意，发现点的坐标位置的变化特点，利用数形结合的思想解答。

【详解】解：如图，小球起始时位于 $(2,0)$ 处，

小球第一次碰到球桌边时，小球的位置是 $(0,2)$ ，

小球第二次碰到球桌边时，小球的位置是 $(2,4)$ ，

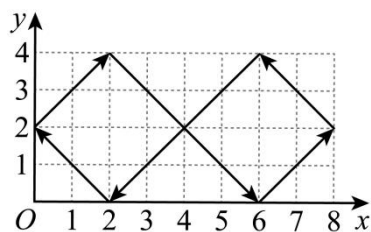
小球第三次碰到球桌边时，小球的位置是 $(6,0)$ ，

小球第四次碰到球桌边时，小球的位置是 $(8,2)$ ，

小球第五次碰到球桌边时，小球的位置是 $(6,4)$ ，

小球第六次碰到球桌边时，小球的位置是 $(2,0)$ ，

.....



$$\therefore 2026 \div 6 = 337 \quad 4,$$

$\therefore$ 小球第 2026 次碰到球桌边时，小球的位置是 $(8,2)$ ，

故答案为： $(8,2)$ 。

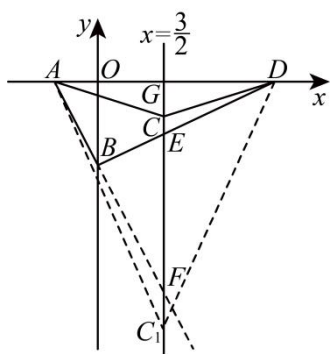
18. 由平面内不在同一直线上的一些线段首尾顺次连接所组成的封闭图形叫做多边形，对于平面内的一个多边形，画出它的任意一边所在的直线，如果其余各边都在这条直线的一侧，那么这个多边形叫做“凸多边形”；否则叫做“凹多边形”。在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线与 x 轴交于 $A(-1,0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0,-2)$ 。如果点 C 是直线 $x = \frac{3}{2}$ 上的一个动点，纵坐标为 t ， $D(4,0)$ ，且四边形 $ABDC$ 是凹四边形（线段 AC 与线段 BD 不相交），求 t 的取值范围_____。

【答案】 $-\frac{5}{4} < t < 0$ 或 $t < -5$

【解析】

【分析】先根据已知作出图像，设 BD 、 AB 、 AD 分别与直线 $x = \frac{3}{2}$ 交于 E 、 F 、 G 三点，结合凹四边形的定义及线段 AC 与 BD 不相交的条件，得出点 C 的两种位置：位于 E 、 G 之间（不与端点重合）或位于 F 下方；再用待定系数法分别求出直线 BD 、 AB 的解析式，代入 $x = \frac{3}{2}$ 计算出 E 、 F 两点的纵坐标（ G 点在 x 轴上，纵坐标为 0 ）；最后根据点 C 的位置范围，直接得出 t 的取值范围。

【详解】解：如图，设 BD 、 AB 、 AD 分别与直线 $x = \frac{3}{2}$ 交于 E 、 F 、 G 三点，



四边形 $ABDC$ 是凹四边形（线段 AC 与线段 BD 不相交），分两种情况讨论：

①点 C 位于 E 、 G 之间（不与 E 、 G 重合），

设直线 BD 的解析式为 $y = kx + b$ ，代入 $B(0, -2)$ 和 $D(4, 0)$ 得

$$\begin{cases} b = -2 \\ 4k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BD 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 2$ ；

当 $x = \frac{3}{2}$ 时， $y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 2 = -\frac{5}{4}$ ，

$\therefore E\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right)$ ，

$\therefore t$ 的取值范围为 $-\frac{5}{4} < t < 0$ ；

②点 C 位于点 F 下方，

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + n$ ，代入 $A(-1, 0)$ 和 $B(0, -2)$ 得

$$\begin{cases} -m + n = 0 \\ n = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -2 \\ n = -2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -2x - 2$ ；

当 $x = \frac{3}{2}$ 时， $y = -2 \times \frac{3}{2} - 2 = -5$ ，

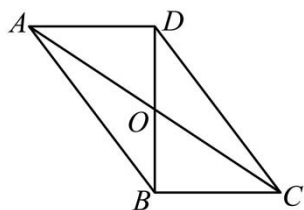
$$\therefore F\left(\frac{3}{2}, -5\right),$$

$\therefore t$ 的取值范围为 $t < -5$;

综上, t 的取值范围为 $-\frac{5}{4} < t < 0$ 或 $t < -5$.

三、解答题 (19-22 每题 10 分, 23-24 每题 12 分, 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AB = 10$, $AD = 6$, $\angle DBC = 90^\circ$.



(1) 求 DO 的长;

(2) 求 $\triangle DOC$ 的面积.

【答案】 (1) 4

(2) 12

【解析】

【分析】 此题考查了平行四边形的性质、勾股定理等知识, 熟练掌握平行四边形的性质是关键.

(1) 根据平行四边形的性质和勾股定理得到 $BD = 8$, 即可得到 DO 的长;

(2) 根据平行四边形的性质得到 $BC = AD = 6$, 利用三角形的面积公式进行计算即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OB = OD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中,

$$\therefore AB = 10, AD = 6,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 8,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2}BD = 4.$$

【小问 2 详解】

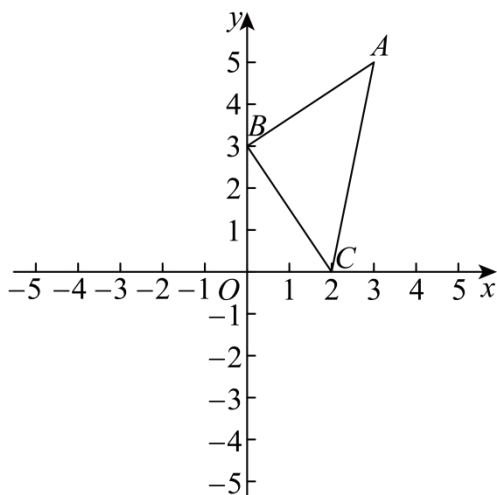
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BC = AD = 6,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DOC \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} OD \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

20. ABC 在平面直角坐标系中如图所示, 点 A 的坐标为 $(3, 5)$.



(1) 请求出 $S_{\triangle ABC}$;

(2) x 轴上是否存在点 P , 使得 $S_{\triangle BCP} = 2S_{\triangle ABC}$, 若不存在, 说明理由; 若存在, 求出 P 点的坐标.

【答案】 (1) 6.5 (2) 存在, 点 P 的坐标为 $\left(\frac{32}{3}, 0\right)$ 或 $\left(-\frac{20}{3}, 0\right)$

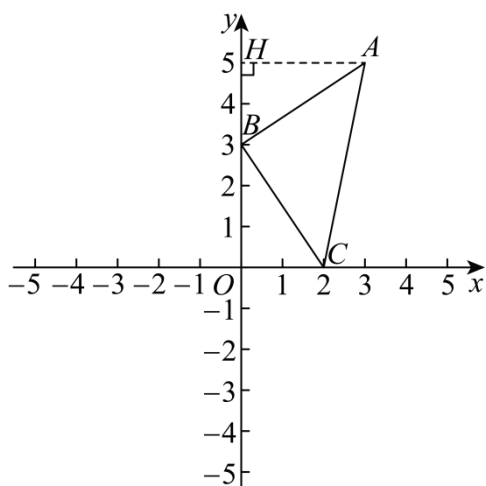
【解析】

【分析】 (1) 由 ABC 的面积 = 梯形 $ACOH$ 的面积 - $\triangle ABH$ 的面积 - $\triangle BOC$ 的面积, 即可计算;

(2) 分两种情况, 由三角形面积公式, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 作 $AH \perp y$ 轴于 H ,



$\therefore \triangle ABC$ 的面积 = 梯形 $ACOH$ 的面积 $-\triangle ABH$ 的面积 $-\triangle BOC$ 的面积,

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2}(2+3) \times 5 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 6.5;$$

【小问 2 详解】

解: 存在, 理由如下:

$$\therefore \triangle BCP \text{ 的面积} = \frac{1}{2} PC \cdot OB = 2 \times 6.5 = 13,$$

$$\therefore PC = \frac{26}{3},$$

$$\text{当 } P \text{ 在 } C \text{ 的右侧, } OP = OC + PC = 2 + \frac{26}{3} = \frac{32}{3},$$

$$\therefore \text{此时 } P \text{ 的坐标是 } \left(\frac{32}{3}, 0 \right),$$

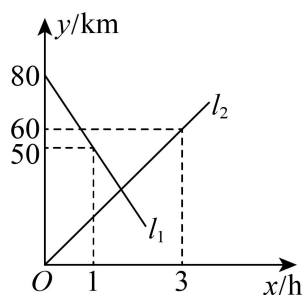
$$\text{当 } P \text{ 在 } C \text{ 的左侧, } PO = PC - OC = \frac{26}{3} - 2 = \frac{20}{3},$$

$$\therefore \text{此时 } P \text{ 的坐标是 } \left(-\frac{20}{3}, 0 \right),$$

$$\therefore P \text{ 的坐标是 } \left(\frac{32}{3}, 0 \right) \text{ 或 } \left(-\frac{20}{3}, 0 \right).$$

21. A, B 两地相距 80km, 甲、乙两人骑车分别从 A, B 两地同时相向而行, 他们都保持匀速行驶. 如图, l_1 ,

l_2 分别表示甲、乙两人离 B 地的距离 $y(\text{km})$ 与骑车时间 $x(\text{h})$ 的函数关系.



(1) l_1 对应的函数表达式为____, l_2 对应的函数表达式为____;

(2) 求甲到达 B 地所用的时间;

(3) 求经过多少小时后两人相距 10 km .

【答案】 (1) $y = -30x + 80$, $y = 20x$

(2) 甲到达 B 地用了 $\frac{8}{3}$ 小时

(3) $\frac{7}{5}$ 或 $\frac{9}{5}$ 小时

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的表达式求解及一次函数的实际应用.

(1) 设 l_1 的函数表达式为 $y = k_1x + b_1$, l_2 的函数表达式为 $y = k_2x + b_2$, 结合图象利用待定系数法即可求得函数表达式;

(2) 甲到达 B 地时, 离 B 地的距离 $y = 0$, 将 $y = 0$ 代入 l_1 的函数表达式即可求得 x 的值;

(3) 分两种情况讨论: 两人相遇前相距 10 km , 两人相遇后相距 10 km , 根据不同的情况列方程求解 x 的值即可.

【小问 1 详解】

解: 设 l_1 的函数表达式为 $y = k_1x + b_1$,

由图可知, l_1 过点 $(0, 80)$ 和 $(1, 50)$, 代入 $y = k_1x + b_1$,

$$\text{得} \begin{cases} 50 = k_1 + b_1 \\ 80 = b_1 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_1 = -30 \\ b_1 = 80 \end{cases},$$

$\therefore l_1$ 的函数表达式为 $y = -30x + 80$,

设 l_2 的函数表达式为 $y = k_2x + b_2$,

由图可知, l_2 过点 $(0, 0)$ 和 $(3, 60)$, 代入 $y = k_2x + b_2$,

$$\text{得} \begin{cases} 0 = b_2 \\ 60 = 3k_2 + b_2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_2 = 20 \\ b_2 = 0 \end{cases},$$

$\therefore l_2$ 的函数表达式为 $y = 20x$,

故答案为: $y = -30x + 80$, $y = 20x$.

【小问 2 详解】

解: 甲到达 B 地时, 离 B 地的距离 $y = 0$,

对于 l_1 的函数表达式 $y = -30x + 80$, 令 $y = 0$, 则: $0 = -30x + 80$,

$$\text{解得 } x = \frac{8}{3},$$

$\therefore$ 甲到达 B 地用了 $\frac{8}{3}$ 小时.

【小问 3 详解】

解: 分两种情况讨论:

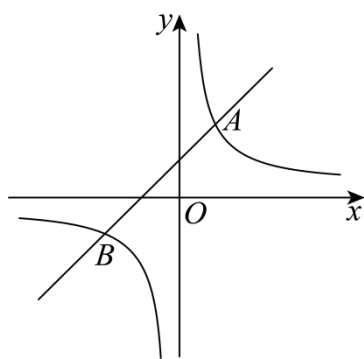
情形一: 两人相遇前相距 10 千米, 则有 $(80 - 30x) - 20x = 10$,

$$\text{解得 } x = \frac{7}{5};$$

情形二: 两人相遇后相距 10 千米, 则有 $20x - (80 - 30x) = 10$,

$$\text{解得 } x = \frac{9}{5}.$$

22. 如图, 直线 $y = k_1x + b$ 与双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 相交于 $A(1, 2)$ 、 $B(m, -1)$ 两点.



(1) 求直线 $y = k_1x + b$ 与双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 的表达式;

(2) 若 $M_1(-2, y_1)$ 、 $M_2(-1, y_2)$ 、 $M_3\left(-\frac{1}{2}, y_3\right)$ 为双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 上的三点, 请直接 “>” 或 “<” 或

“=” 表示 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系;

(3) 连接 AO , BO , 求 AOB 的面积.

【答案】(1) $y = x + 1$, $y = \frac{2}{x}$

(2) $y_3 < y_2 < y_1$

(3) $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】本题考查反比例函数与一次函数综合, 解题的关键是掌握一次函数和反比例函数的图象和性质, 进行解答, 即可.

(1) 先把点 A 坐标代入反比例函数解析式, 求出反比例函数解析式, 再把点 B 坐标代入反比例函数解析式, 求出点 B 的坐标, 再把 A 、 B 坐标代入一次函数解析式, 求出一次函数解析式即可;

(2) 先判断出反比例函数的增减性和分布的象限, 然后比较大小即可;

(3) 设直线 $y = x + 1$ 与 x 轴交于点 C , 根据进行求解即可.

【小问 1 详解】

解: 把 $A(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k_2}{x}$

$$\therefore 2 = \frac{k_2}{1},$$

$$\therefore k_2 = 2,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{2}{x},$$

把 $B(m, -1)$ 代入 $y = \frac{2}{x}$ 得: $-1 = \frac{2}{m},$

$$\therefore m = -2,$$

$$\therefore B(-2, -1),$$

把 $A(1, 2)$, $B(-2, -1)$ 代入 $y = k_1x + b$

$$\therefore \begin{cases} k_1 + b = 2 \\ -2k_1 + b = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k_1 = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = x + 1$.

【小问 2 详解】

解: $\because$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{2}{x}$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 经过第一、三象限, 在每个象限内 y 随 x 增大而减小,

$\therefore M_1(-2, y_1)$ 、 $M_2(-1, y_2)$ 、 $M_3\left(-\frac{1}{2}, y_3\right)$ 为双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 上的三点, $-2 < -1 < -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore y_3 < y_2 < y_1 < 0$,

即 $y_3 < y_2 < y_1$.

【小问3详解】

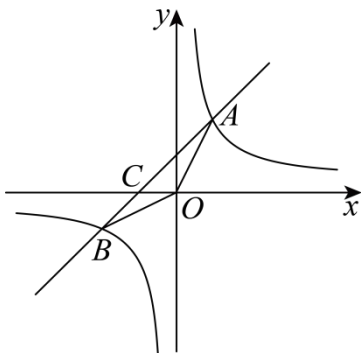
解: 设直线 $y = x + 1$ 与 x 轴交于点 C ,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-1, 0)$,

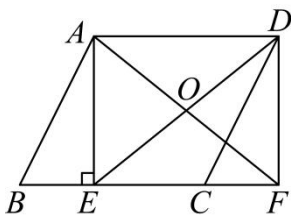
$\therefore OC = 1$,

又 $\because A(1, 2)$, $B(-2, -1)$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} \times 1 \times [2 - (-1)] = \frac{3}{2}$.



23. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , 延长 BC 至点 F , 使 $CF = BE$, 连接 DF , AF 与 DE 交于点 O .



(1) 求证: 四边形 $AEFD$ 为矩形;

(2) 若 $AB = 3$, $OE = 2$, $BF = 5$, 求 DF 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) $DF = \frac{12}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了矩形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、勾股定理的逆定理以及三角形面积等知识，熟练掌握矩形的判定与性质是解题的关键.

(1) 先证四边形 $AEFD$ 为平行四边形，再证 $\angle AEF = 90^\circ$ ，即可得出结论；

(2) 由矩形的性质得 $DF = AE$ ， $AF = DE = 4$ ，再由勾股定理的逆定理得 $\triangle BAF$ 为直角三角形， $\angle BAF = 90^\circ$ ，然后由面积法求出 AE 的长，即可得出答案.

【小问 1 详解】

证明： $\because BE = CF$ ，

$\therefore BE + CE = CF + CE$ ，即 $BC = EF$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，

$\therefore AD = BC = EF$ ，

又 $\because AD \parallel EF$ ，

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 为平行四边形，

$\because AE \perp BC$ ，

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 平行四边形 $AEFD$ 为矩形；

【小问 2 详解】

解： 由 (1) 知，四边形 $AEFD$ 为矩形，

$\therefore DF = AE$ ， $AF = DE = 2OE = 4$ ，

$\because AB = 3$ ， $AF = 4$ ， $BF = 5$ ，

$\therefore AB^2 + AF^2 = BF^2$ ，

$\therefore \triangle BAF$ 为直角三角形， $\angle BAF = 90^\circ$ ，

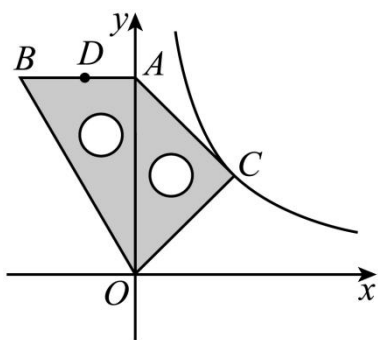
$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} AB \times AF = \frac{1}{2} BF \times AE$ ，

$\therefore AB \times AF = BF \times AE$ ，即 $3 \times 4 = 5AE$ ，解得 $AE = \frac{12}{5}$ ，

$\therefore DF = AE = \frac{12}{5}$ ．

24. 小军将一副三角板按如图方式摆放在平面直角坐标系 xOy 中，其中含 30° 角的三角板 OAB 的直角边

OA 落在 y 轴上，含 45° 角的三角板 OAC 的直角顶点 C 的坐标为 $(2, 2)$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 C ．



(1) 求反比例函数的表达式.

(2) 将三角板 OAB 绕点 O 顺时针旋转 90° , AB 边上的点 D 恰好落在反比例函数图象上, 求旋转前点 D 的坐标.

【答案】 (1) 反比例函数的表达式为: $y = \frac{4}{x}$

(2) $D(-1, 4)$

【解析】

【分析】 (1) 把 C 的坐标为 $(2, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 即可得到答案;

(2) 求解 $CO^2 = 2^2 + 2^2 = 8$, 证明 $AC = CO$, 求解 $AO = \sqrt{CO^2 + AC^2} = 4$, 如图, 连接 OD , $\triangle OAB$ 旋转到 $\triangle OEF$ 的位置; 可得 $OE = OA = 4$, 结合 D 的对应点 G 在 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, 可得 $EG = 1$, 进一步求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 含 45° 角的三角板 OAC 的直角顶点 C 的坐标为 $(2, 2)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 C .

$\therefore k = 2 \times 2 = 4$,

$\therefore$ 反比例函数的表达式为: $y = \frac{4}{x}$;

【小问 2 详解】

解: $\because C(2, 2)$,

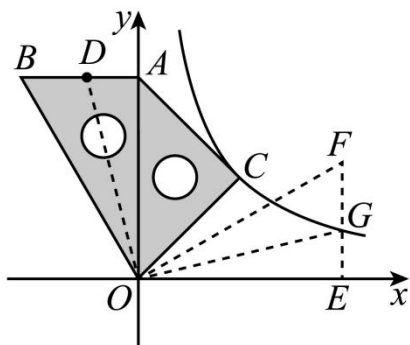
$\therefore CO^2 = 2^2 + 2^2 = 8$,

$\because$ 含 45° 角的三角板 OAC 为等腰直角三角形, $\angle ACO = 90^\circ$,

$\therefore AC = CO$, $AO = \sqrt{CO^2 + AC^2} = 4$,

如图，连接 OD ， $\triangle OAB$ 旋转到 $\triangle OEF$ 的位置；

$$\therefore OE = OA = 4,$$



$\therefore D$ 的对应点 G 在 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上，

$$\therefore y_G = 1,$$

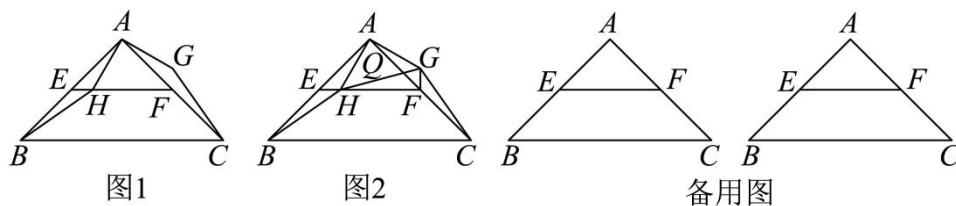
$$\therefore EG = 1,$$

由旋转可得： $AD = GE = 1$ ，

$$\therefore D(-1, 4).$$

【点睛】 本题考查的是勾股定理的应用，等腰直角三角形的性质，旋转的性质，反比例函数的应用，理解题意是解本题的关键.

25. 如图 1，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$. 点 E, F 分别为 AB, AC 的中点， H 为线段 EF 上一动点（不与点 E, F 重合），将线段 AH 绕点 A 逆时针方向旋转 90° 得到 AG ，连接 GC, HB .



(1) 证明： $\triangle AHB \cong \triangle AGC$ ；

(2) 如图 2，连接 GF, HG, AF 交 AC 于点 Q .

①当 $EH = 3, FH = 4$ ，求 AH 的值；

②若 $AB = AC = 4$ ，当 EH 的长度为多少时， $\triangle AQG$ 为等腰三角形？（不要求写解答过程，只需直接写出答案即可）

【答案】 (1) 见解析 (2) ① $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ ；② $\sqrt{2}$ 或 2

【解析】

【分析】 (1) 根据 SAS 可证明 $\triangle AHB \cong \triangle AGC$ ；

(2) ①证明 $\triangle AEH \cong \triangle AFG$ (SAS), 可得 $\angle AFG = \angle AEH = 45^\circ$, $FG = EH = 3$, 从而根据两角的和可得 $\angle HFG = 90^\circ$, 由勾股定理得 $HG = 5$, 在等腰直角三角形 HAG 中可得 $AH = \frac{5\sqrt{2}}{2}$;

②分两种情况: i) 如图 3, $AQ = QG$ 时, ii) 如图 4, 当 $AG = QG$ 时, 分别根据等腰三角形的性质可得结论.

【小问 1 详解】

证明: 如图 1,

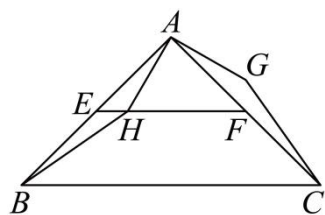


图1

由旋转得: $AH = AG$, $\angle HAG = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAH = \angle CAG$,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle AFG$ (SAS);

【小问 2 详解】

解: ①证明: 如图 2, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$,

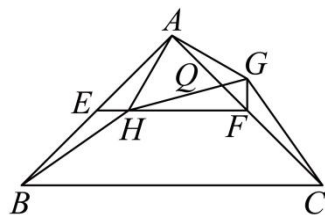


图2

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$,

$\therefore$ 点 E , F 分别为 AB , AC 的中点,

$\therefore EF$ 是 ABC 的中位线,

$\therefore EF \parallel BC$, $AE = \frac{1}{2}AB$, $AF = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore AE = AF$, $\angle AEF = \angle ABC = 45^\circ$, $\angle AFE = \angle ACB = 45^\circ$,

$\therefore \angle EAH = \angle FAG$, $AH = AG$,

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle AFG$ (SAS),

$$\therefore \angle AFG = \angle AEH = 45^\circ, \quad FG = EH = 3,$$

$$\therefore \angle HFG = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore HG = \sqrt{HF^2 + FG^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AHG \text{ 中, } AH = \frac{\sqrt{2}}{2}HG = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

②分两种情况:

i) 如图 3, $AQ = QG$ 时,

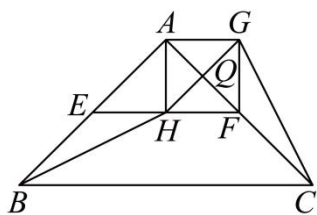


图3

$$\therefore AQ = QG,$$

$$\therefore \angle QAG = \angle AGQ,$$

$$\therefore \angle HAG = \angle HAQ + \angle QAG = \angle AHG + \angle AGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QAH = \angle AHQ,$$

$$\therefore AQ = QH = QG,$$

$$\therefore AH = AG,$$

$$\therefore AQ \perp GH,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle AFH = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FGQ = \angle FHQ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle HFG = \angle AGF = \angle AHF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AHFG$ 是正方形,

$$\therefore AC = 4,$$

$$\therefore AF = 2,$$

$$\therefore FG = EH = \sqrt{2},$$

$\therefore$ 当 EH 的长度为 $\sqrt{2}$ 时, $\triangle AQG$ 为等腰三角形;

ii) 如图 4, 当 $AG = QG$ 时, $\angle GAQ = \angle AQQ$,

