

2025 学年第二学期阶段练习 1

八年级数学试卷

(考试时间 100 分钟, 总分 150 分)

考生注意: 请将所有答案写在答题卡上, 写在试卷上不计分

一、选择题 (每题 4 分, 共 24 分)

1. 一个多边形的内角和是其外角和的 6 倍, 则这个多边形的边数是 ()

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

【答案】C

【解析】

【分析】已知多边形的外角和为 360° , 结合题意, 利用多边形的内角和公式列方程并解方程即可.

【详解】解: 设这个多边形的边数是 n ,

$$\text{则 } (n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \times 6,$$

解得: $n=14$,

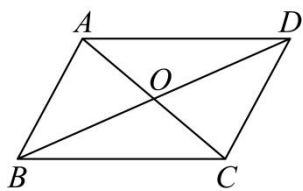
即这个多边形的边数是 14.

故选: C.

【点睛】本题主要考查多边形的内角和与外角和, 利用方程思想将外角和与内角和建立等量关系是解题的关键.

2. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=4\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 则 OA 的取值范围是

()



A. $2\text{cm} < OA < 6\text{cm}$

B. $2\text{cm} < OA < 10\text{cm}$

C. $1\text{cm} < OA < 5\text{cm}$

D. $4\text{cm} < OA < 10\text{cm}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了对平行四边形的性质, 三角形的三边关系定理等知识点的理解和掌握, 得到 AO 是 AC 的一半是解此题的关键.

根据三角形的三边关系定理得到 AC 的取值范围, 再根据平行四边形的性质即可求出 OA 的取值范围.

【详解】解： $\because AB = 4\text{cm}, BC = 6\text{cm}, BC - AB < AC < AB + BC$,

$$\therefore 2\text{cm} < AC < 10\text{cm},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore 1\text{cm} < OA < 5\text{cm},$$

故选: C.

3. 如果正比例函数的图象经过点 $A(2, -2)$, $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 和 y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2$

B. $y_1 > y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. 不能比较

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了正比例函数图象上点的坐标特点, 熟知正比例函数的性质是解题的关键.

通过点 A 坐标求出正比例函数解析式, 再计算和比较 y_1 和 y_2 的大小即可.

【详解】解: $\because$ 正比例函数图象经过点 $A(2, -2)$,

$$\therefore \text{设函数为 } y = kx, \text{ 代入得 } -2 = k \times 2,$$

$$\therefore k = -1,$$

$$\therefore \text{函数解析式为 } y = -x,$$

$\because$ 点 $B(x_1, y_1)$ 和点 $C(x_2, y_2)$ 在图象上,

$$\therefore y_1 = -x_1, \quad y_2 = -x_2,$$

$$\therefore x_1 < x_2,$$

$$\therefore -x_1 > -x_2, \text{ 即 } y_1 > y_2.$$

故选: B.

4. 关于反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象性质, 下列说法不正确的是 ()

A. 图象经过点 $(-1, 3)$

B. 图象分别位于第二、四象限

C. 图象关于原点对称

D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查反比例函数的图象与性质，熟练掌握反比例函数的图象与性质是解题的关键；根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的性质，当 $k < 0$ 时，图象位于第二、四象限，关于原点对称，且在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

【详解】 解： $\because$ 反比例函数为 $y = -\frac{3}{x}$ ， $k = -3 < 0$ ，

$\therefore$ A: 当 $x = -1$ 时， $y = -\frac{3}{-1} = 3$ ， $\therefore$ 图象经过点 $(-1, 3)$ ， 正确；

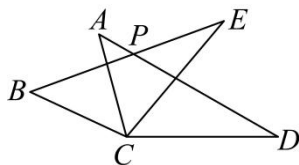
B: $\because k < 0$ ， $\therefore$ 图象位于第二、四象限， 正确；

C: 反比例函数图象关于原点对称， 正确；

D: $\because k < 0$ ， $\therefore$ 当 $x < 0$ 时， 在第二象限， y 随 x 的增大而增大， $\therefore$ 说法错误；

故选 D.

5. 如图, 平面上有 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$, 其中 AD 与 BE 相交于 P 点, 如图, 若 $AC = BC$, $AD = BE$, $CD = CE$, $\angle ACE = 55^\circ$, $\angle BCD = 155^\circ$, 则 $\angle BPD$ 的度数为 ()



A. 110°

B. 125°

C. 130°

D. 155°

【答案】C

【解析】

【分析】 易证 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 由全等三角形的性质可知: $\angle A = \angle B$, 再根据已知条件和四边形的内角和为 360° , 即可求出 $\angle BPD$ 的度数.

【详解】 解: 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AC = BC \\ CD = CE \\ AD = BE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SSS)$,

$\therefore \angle BCE = \angle ACD$,

$\therefore \angle BCA = \angle ECD$,

$\because \angle ACE = 55^\circ$, $\angle BCD = 155^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BCA + \angle ECD = 100^\circ, \\
&\therefore \angle BCA = \angle ECD = 50^\circ, \\
&\therefore \angle ACE = 55^\circ, \\
&\therefore \angle ACD = 105^\circ \\
&\therefore \angle A + \angle D = 75^\circ, \\
&\therefore \angle B + \angle D = 75^\circ, \\
&\therefore \angle BCD = 155^\circ, \\
&\therefore \angle BPD = 360^\circ - 75^\circ - 155^\circ = 130^\circ,
\end{aligned}$$

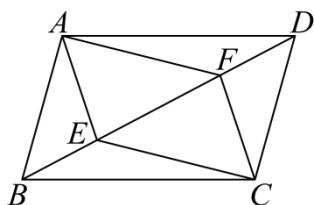
故选：C.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质、三角形的内角和定理以及四边形的内角和定理，解题的关键是利用整体的数学思想求出 $\angle B + \angle D = 75^\circ$.

6. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，在对角线 BD 上取两点 E, F ，连结 AE, CE, AF, CF . 下列条件：

- ① $BE = DF$ ；② $\angle BAE = \angle DCF$ ；
- ③ $AE \perp BD, CF \perp BD$ ；
- ④ $AE = CF$ ；⑤ $AE \parallel CF$ ；

能得到四边形 $AECF$ 是平行四边形的个数是 ()



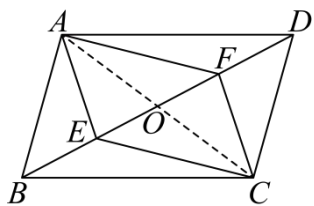
- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查平行四边形的定义及其判定，熟练掌握平行四边形的性质及判定，则比较简单. 此题利用平行四边形的判定及全等三角形的性质求解.

【详解】解：连接 AC 交 BD 于点 O ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD, AB = CD, AO = CO, DO = BO,$

$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$

① $BE = DF$, 可得 $OE = OF, OA = OC$, 即可判定四边形 $AECF$ 是平行四边形;

② 添加 $\angle BAE = \angle DCF$, 结合 $\angle ABE = \angle CDF, AB = CD$, 可证得 $\triangle ABE \cong \triangle CDF (ASA)$, $\therefore BE = DF$, 可得 $OE = OF, OA = OC$, 可以证明四边形 $AECF$ 是平行四边形;

③ $AE \perp BD, CF \perp BD$, 可证得 $AE \parallel CF$, 根据 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ, \angle ABE = \angle CDF, AB = CD$, 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF (AAS)$, 可得 $AE = CF$, 可以证明四边形 $AECF$ 是平行四边形;

④ $AE = CF$, 无法判定 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 则无法判定四边形 $AECF$ 是平行四边形;

⑤ $AE \parallel CF$, 则 $\angle AEF = \angle CFE$, 可得 $\angle AEB = \angle CFD$, 结合 $\angle ABE = \angle CDF, AB = CD$, 则 $\triangle ABE \cong \triangle CDF (AAS)$, 继而可得 $AE = CF$, 可以证明四边形 $AECF$ 是平行四边形;

$\therefore$ 能得到四边形 $AECF$ 是平行四边形的个数是 4 个.

故选: C.

二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. 如果某个多边形的内角和为 1260° , 那么它的边数是_____.

【答案】九

【解析】

【分析】本题考查多边形内角和, 设它的边数为 n , 根据多边形的内角和公式列方程求解即可.

【详解】解: 设它的边数为 n , 根据题意, 得 $(n-2) \times 180^\circ = 1260^\circ$, 解得 $n = 9$,

所以这是一个九边形.

故答案为: 九.

8. 在直角坐标平面内, 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 都经过点 $A(1, 2)$, 则 $k + m =$ _____.

【答案】4

【解析】

【分析】本题主要考查了反比例函数和一次函数的交点问题, 理解待定系数法是解题的关键. 先根据待定系数法求出 m 、 k 的值, 再代入求解即可.

【详解】解: $\because$ 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 都经过点 $A(1, 2)$,

$$\therefore k=2, m=1 \times 2=2,$$

$$\therefore k+m=4,$$

故答案为：4.

9. 一个多边形从一个顶点出发有 5 条对角线，那么这个多边形共有_____条对角线.

【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了多边形对角线条数问题，从一个 n 边形的一个顶点出发有 $(n-3)$ 对角线， n 边形公有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线，据此先求出多边形的边数，再求出其对角线条数即可.

【详解】 解：设多边形为 n 边形，

$\therefore$ 从 n 边形的一个顶点出发共有 5 条对角线，

$$\therefore n-3=5,$$

$$\therefore n=8,$$

$\therefore$ 这个多边形的边数为 8，

$$\therefore \text{这个多边形共有 } \frac{8 \times 5}{2} = 20 \text{ 条对角线,}$$

故答案为：20.

10. 平行四边形一组对角的和为 260° ，那么这个平行四边形中较小内角的度数为_____.

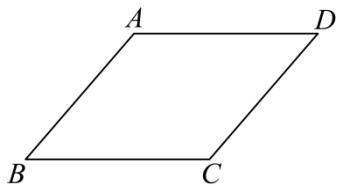
【答案】 50°

【解析】

【分析】 此题考查了平行四边形的性质. 解题的关键是注意数形结合思想与平行四边形的对角相等定理的应用.

根据平行四边形对角相等的性质，结合四边形内角和定理求解即可.

【详解】 解：如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle A + \angle C = 260^\circ$,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle B = \angle D, \angle A = \angle C, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B + \angle A = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 260^\circ,$$

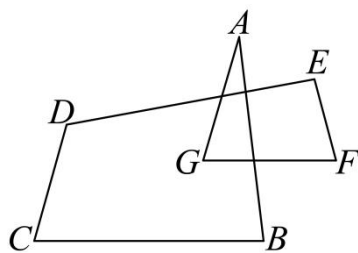
$$\therefore \angle A = \angle C = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A = 50^\circ,$$

$\therefore$ 在这个平行四边形中较小的一个内角等于 50° .

故答案为: 50° .

11. 如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$ _____

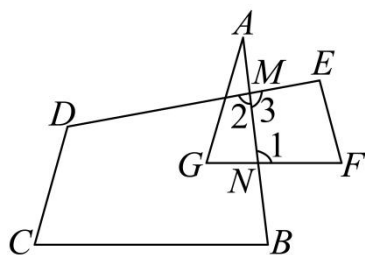


【答案】 540° .

【解析】

【分析】 根据四边形的内角和是 360° , 可求 $\angle C + \angle B + \angle D + \angle 2 = 360^\circ$, $\angle 1 + \angle 3 + \angle E + \angle F = 360^\circ$. 又由三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和, 得 $\angle 1 = \angle A + \angle G$, 而 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 从而求出所求的角的和.

【详解】 解: 在四边形 BCDM 中,



$$\angle C + \angle B + \angle D + \angle 2 = 360^\circ,$$

在四边形 MEFN 中: $\angle 1 + \angle 3 + \angle E + \angle F = 360^\circ$.

$$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle G, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 360^\circ + 360^\circ - 180^\circ = 540^\circ.$$

故答案为 540° .

【点睛】 本题考查三角形外角的性质及四边形的内角和定理，解答的关键是利用外角和内角的关系.

12. 在直角坐标平面内，如果 $\square ABCD$ 的两条对角线的交点正好与坐标原点重合，已知点 $A(3,2)$ ，那么点 C 的坐标是_____.

【答案】 $(-3,-2)$

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质，点坐标. 熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

由 $\square ABCD$ 的两条对角线的交点正好与坐标原点重合，点 $A(3,2)$ ，可得 $C(-3,-2)$.

【详解】 解： $\because \square ABCD$ 的两条对角线的交点正好与坐标原点重合，点 $A(3,2)$ ，

$\therefore O(0,0)$ 是 AC 的中点，

$\therefore C(-3,-2)$ ，

故答案为： $(-3,-2)$.

13. 一个多边形截去一个角后，形成的新多边形的内角和是 2880° ，则原多边形的边数是__.

【答案】 17, 18 或 19

【解析】

【分析】 根据多边形的内角和公式可得： $(n-2) \cdot 180^\circ = 2880^\circ$ ，求出新多边形的边数，然后再根据截去一个角的情况进行讨论，计算即可.

【详解】 解： 设新多边形的边数为 n ，

则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 2880^\circ$ ，

解得： $n=18$ ，

若截去一个角后边数增加 1，则原多边形边数为 19，

若截去一个角后边数减少 1，则原多边形边数为 17，

若截去一个角后边数不变，则原多边形边数为 18，

则多边形的边数是 17, 18 或 19，

故答案为： 17, 18 或 19.

【点睛】 本题主要考查了多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 是整数)，注意要分情况进行讨论，避免漏解.

14. 在平面直角坐标系中，点 P 在第四象限内，且 P 点到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 2，则点 P 的坐

标为_____.

【答案】(2, -3).

【解析】

【详解】分析：根据第四象限内点的横坐标是正数，纵坐标是负数，点到 x 轴的距离等于纵坐标的长度，点到 y 轴的距离等于横坐标的长度解答.

详解： $\because$ 点 P 在第四象限，且点 P 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 2， $\therefore$ 点 P 的横坐标是 2，纵坐标是 -3， $\therefore$ 点 P 的坐标为 (2, -3).

故答案为 (2, -3).

点睛：本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 (+, +)；第二象限 (-, +)；第三象限 (-, -)；第四象限 (+, -).

15. 已知函数 $y = (3m - 8)x^{m^2 - 10}$ 是反比例函数，且其图象所在的每一个象限内， y 随 x 的增大而减小，则此函数的表达式为_____.

【答案】 $y = \frac{1}{x}$

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数的性质和定义，熟练掌握反比例函数的定义与性质是解题的关键.

根据反比例函数的定义，指数需为 -1，且系数需大于 0 以保证函数在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

【详解】解：由反比例函数的定义，得 $m^2 - 10 = -1$,

解得 $m = 3$ 或 $m = -3$,

$\therefore$ 图象在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore 3m - 8 > 0$,

当 $m = 3$ 时， $3m - 8 = 3 \times 3 - 8 = 1 > 0$ ，满足条件，

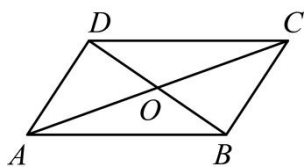
当 $m = -3$ 时， $3m - 8 = 3 \times (-3) - 8 = -17 < 0$ ，不满足条件，

$\therefore m = 3$,

$\therefore$ 函数的表达式为 $y = (3 \times 3 - 8)x^{-1} = \frac{1}{x}$.

故答案为： $y = \frac{1}{x}$.

16. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O ，如果 $\square ABCD$ 的周长为 32， $\triangle COD$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长多 4，那么 BC 的长为_____.



【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形性质、解二元一次方程组，熟练掌握平行四边形性质是解答的关键．先根据平行四边形性质得到 $OD = OB$ ， $CD = AB$ ， $AD = BC$ ，再根据已知得到 $CD + BC = 16$ ①，

$CD - BC = 4$ ②，然后解方程组即可求解．

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OD = OB$ ， $CD = AB$ ， $AD = BC$ ，

$\because \square ABCD$ 的周长为 32，

$\therefore 2CD + 2BC = 32$ ，即 $CD + BC = 16$ ①；

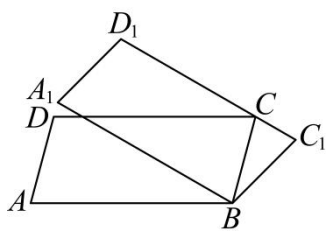
$\because \triangle COD$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长多 4，

$\therefore CD + OC + OD - (OC + OB + BC) = 4$ ，即 $CD - BC = 4$ ②，

由①②联立方程组，解得 $BC = 6$ ，

故答案为： 6.

17. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ，将 $\square ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到 $\square A_1BC_1D_1$ ，当 C_1D_1 首次经过顶点 C 时，旋转角 $\angle ABA_1 =$ _____ $^\circ$.



【答案】 40

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质、旋转的性质、等腰三角形的判定和性质以及三角形的内角和定理，解题的关键是证明三角形 CBC_1 是等腰三角形．由旋转的性质可知 $BC = BC_1$ ，由等腰三角形的性质得出

$\angle BCC_1 = \angle C_1$ ，根据旋转角相等可得 $\angle ABA_1 = \angle CBC_1 = 40^\circ$ ．

【详解】 解： $\because \square ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到 $\square A_1BC_1D_1$ ，

$$\therefore BC = BC_1,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1,$$

$$\because \angle A = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle C_1 = 70^\circ,$$

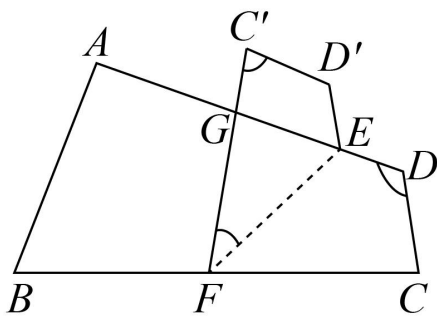
$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1,$$

$$\therefore \angle CBC_1 = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ABA_1 = \angle CBC_1 = 40^\circ$$

故答案为：40.

18. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle C + \angle D = 210^\circ$ ， E 、 F 分别是 AD 、 BC 上的点，将四边形 $CDEF$ 沿直线 EF 翻折，得到四边形 $C'D'EF$ ， $C'F$ 交 AD 于点 G ，若 $\triangle EFG$ 有两个相等的角，则 $\angle EFG =$ _____.



【答案】 40° 或 50°

【解析】

【分析】根据题意 $\triangle EFG$ 有两个角相等，于是有三种情况，分别令不同的两个角相等，利用折叠的性质和四边形的内角和列方程，最后综合得出答案.

【详解】解：分三种情况：

(1) 当 $\angle FGE = \angle FEG$ 时，

$$\text{设 } \angle EFG = x, \text{ 则 } \angle EFC = x, \angle FGE = \angle FEG = \frac{1}{2}(180^\circ - x),$$

在四边形 $GFCD$ 中，由内角和为 360° 得：

$$\frac{1}{2}(180^\circ - x) + 2x + \angle C + \angle D = 360^\circ,$$

$$\because \angle C + \angle D = 210^\circ,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(180^\circ - x) + 2x = 360^\circ - 210^\circ,$$

解得: $x = 40^\circ$;

(2) 当 $\angle GFE = \angle FEG$ 时, $\angle FGE = 180^\circ - 2x$

在四边形 $GFCD$ 中, 由内角和为 360° 得: $180^\circ - 2x + 2x + \angle C + \angle D = 360^\circ$,

得 $180^\circ + 210^\circ = 360^\circ$, 显然不成立,

即此种情况不存在;

(3) 当 $\angle FGE = \angle GFE$ 时,

同理有: $x + 2x + \angle C + \angle D = 360^\circ$,

$\therefore \angle C + \angle D = 210^\circ$,

$\therefore x + 2x + 210^\circ = 360^\circ$,

解得: $x = 50^\circ$,

故答案为: 40° 或 50° .

【点睛】 本题考查了图形的翻折, 三角形和四边形的内角和, 有一定难度, 熟悉三角形和四边形的内角和定理以及正确的分情况讨论是解题关键.

三、解答题 (19-22 每题 10 分; 23 题 12 分; 24 题 12 分; 25 题 14 分)

19. 已知 $y - 2$ 与 $3x - 4$ 成正比例, 且当 $x = 2$ 时, $y = 3$.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若点 $P(a, -3)$ 在这个函数的图象上, 求 a 的值;

(3) 若 y 的取值范围为 $-1 \leq y \leq 1$, 求 x 的最小值.

【答案】 (1) $y = \frac{3}{2}x$

(2) $a = -2$

(3) $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 题目主要考查正比例函数的图象与性质, 熟练掌握正比例函数的性质是解题关键.

(1) 根据题意设 $y - 2 = k(3x - 4)$, 然后利用待定系数法代入求解即可;

(2) 将点 $P(a, -3)$ 代入 $y = \frac{3}{2}x$ 求解即可;

(3) 根据正比例函数的性质求解即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意, 设 $y - 2 = k(3x - 4)$,

将 $x=2, y=3$ 代入, 得 $2k=1$,

$$\text{解得 } k = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } y-2 = \frac{1}{2}(3x-4), \text{ 即 } y = \frac{3}{2}x.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 将点 } P(a, -3) \text{ 代入 } y = \frac{3}{2}x,$$

$$\text{得 } \frac{3}{2}a = -3,$$

$$\text{解得 } a = -2.$$

【小问 3 详解】

$$\text{在 } y = \frac{3}{2}x \text{ 中,}$$

$$\text{因为 } \frac{3}{2} > 0,$$

所以 y 随 x 的增大而增大,

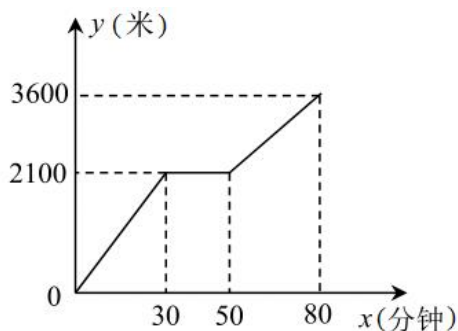
所以当 x 取最小值时, y 值最小.

$$\text{当 } y = -1 \text{ 时, } \frac{3}{2}x = -1,$$

$$\text{解得 } x = -\frac{2}{3},$$

$$\text{所以 } x \text{ 的最小值为 } -\frac{2}{3}.$$

20. 小明爸妈上山游玩, 爸爸步行, 妈妈乘坐缆车, 相约在山顶缆车的终点会合. 步行的路程是缆车所经线路长的 2.5 倍, 妈妈在爸爸出发后 50 分钟才坐上缆车, 缆车的平均速度为每分钟 180 米. 图中反映了爸爸整个过程中步行的路程 y (米) 与时间 x (分钟) 之间的函数关系.



(1) 爸爸行走的总路程是_____米, 他途中休息了_____分钟;

(2) 当 $0 \leq x \leq 30$ 时, y 与 x 之间的函数关系式是_____;

(3) 爸爸休息之后,行走的速度是每分钟_____米;当妈妈到达缆车终点时,爸爸离缆车终点的路程是_____米.

【答案】(1) 3600; 20

(2) $y = 70x$

(3) 50; 1100

【解析】

【分析】(1) 根据图象获取信息:爸爸到达山顶用时80分钟,中途休息了20分钟,行程为3600米;

(2) 利用待定系数法解答正比例函数解析式即可;

(3) 休息前30分钟行走2100米,休息后30分钟行走 $(3600 - 2100)$ 米,利用路程、时间得出速度即可,先求妈妈到达缆车终点的时间,再计算爸爸行走路程,从而求出爸爸离缆车终点的路程.

【小问1详解】

根据图象知:爸爸行走的总路程是3600米,他途中休息了20分钟.

故答案为 3600, 20;

【小问2详解】

设函数关系式为 $y = kx$, 图像过 $(30, 2100)$

可得: $2100 = 30k$,

解得: $k = 70$,

所以解析式为: $y = 70x$,

故答案为 $y = 70x$;

【小问3详解】

爸爸休息之后行走的速度是 $(3600 - 2100) \div (80 - 50) = 50$ 米/分钟,

妈妈到达缆车终点的时间: $3600 \div 2.5 \div 180 = 8$ (分),

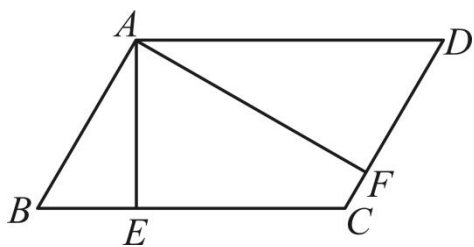
此时爸爸比妈妈迟到 $80 - 50 - 8 = 22$ (分),

$\therefore$ 妈妈到达终点时,爸爸离缆车终点的路程为: $50 \times 22 = 1100$ (米),

故答案为 50; 1100.

【点睛】此题考查一次函数及其图象的应用,从图象中获取相关信息是关键.

21. 如图所示,在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于 E , $AF \perp CD$ 于 F , $\angle BAD = 120^\circ$, $BE = 2$, $FD = 3$,



- (1) 求 $\angle EAF$ 的度数;
 (2) 求平行四边形 $ABCD$ 的周长.

【答案】(1) 60°

(2) 20

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质，直角三角形的性质：

(1) 根据平行四边形的性质可得 $AD \parallel BC$ ， $\angle B = \angle D$ ，从而得到 $\angle B = \angle D = 60^\circ$ ，再由 $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，可得 $\angle BAE = \angle DAF = 30^\circ$ ，即可求解；

(2) 根据平行四边形的性质可得 $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，在 $\text{Rt}\triangle BAE$ 和 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中，根据直角三角形的性质可得 $AB = 2BE$ ， $AD = 2DF$ ，即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 60^\circ,$$

$$\therefore AE \perp BC, AF \perp CD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle BAD - \angle BAE - \angle DAF = 60^\circ;$$

【小问 2 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = CD, AD = BC,$$

在 $\text{Rt}\triangle BAE$ 和 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中， $\angle BAE = \angle DAF = 30^\circ$ ，

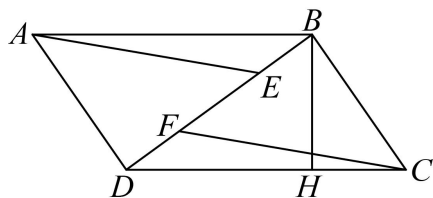
$$\therefore AB = 2BE, AD = 2DF,$$

$$\therefore BE = 2, FD = 3,$$

$$\therefore AB = 4, AD = 6,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的周长为 } 2(AB + AD) = 2 \times (4 + 6) = 20.$$

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F 在 BD 上, 且 $AE \parallel FC$, $AB \parallel CD$, $BE = DF$.



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) 若 $BH \perp CD$, $\angle DBC = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 5$, 求 BH 的长.

【答案】(1) 详见解析

$$(2) \frac{12}{5}$$

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的判定与性质、平行线的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理以及三角形面积等知识, 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键.

(1) 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (ASA), 得 $AB = CD$, 根据一边平行且相等的四边形为平行四边形得出结论;

(2) 由平行四边形的性质得 $BC = AD = 3$, $CD = AB = 5$, 再由勾股定理求出 $BD = 4$, 然后由三角形面积求出 BH 的长即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because AE \parallel FC$,

$$\therefore \angle AEF = \angle CFE,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CFD,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle CFD \\ BE = DF \\ \angle ABE = \angle CDF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (\text{ASA}),$$

$$\therefore AB = CD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

【小问2 详解】

由 (1) 可知, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BC = AD = 3, \quad CD = AB = 5,$$

$$\because \angle DBC = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\because BH \perp CD,$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} CD \times BH = \frac{1}{2} BC \times BD,$$

$$BH = \frac{BC \times BD}{CD} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

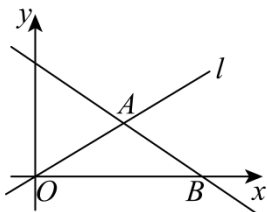
$$\therefore BH \text{ 的长为 } \frac{12}{5}.$$

23. 如图, 平面直角坐标系中, 直线 l 经过原点 O 和点 $A(6, 4)$, 经过点 A 的另一条直线交 x 轴于点 $B(12, 0)$.

(1) 求直线 l 的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 在直线 l 上求点 P , 使 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB}$.



【答案】(1) $y = \frac{2}{3}x$; (2) 24; (3) $\left(4, \frac{8}{3}\right)$ 或 $\left(8, \frac{16}{3}\right)$

【解析】

【分析】(1) 直线 l 是正比例函数的图象, 用待定系数法即可求得;

(2) 过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C , 则可得 AC 的长度, 从而可求得 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 设点 P 的坐标为 $\left(a, \frac{2}{3}a\right)$, 分点 P 在线段 OA 上和点 P 在线段 OA 的延长线上两种情况考虑即可.

【详解】(1) 设直线 l 的解析式为: $y=kx$, 其中 $k \neq 0$

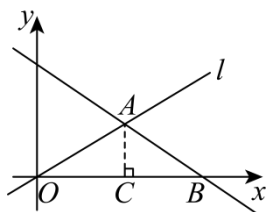
$\because$ 点 $A(6, 4)$ 在直线 $y=kx$ 上

$$\therefore 6k=4$$

$$\therefore k = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = \frac{2}{3}x$$

(2) 过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C , 如图



$$\therefore A(6, 4), B(12, 0)$$

$$\therefore AC=4, OB=12$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OB \times AC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$

$$(3) \text{ 设点 } P \text{ 的坐标为 } \left(a, \frac{2}{3}a\right)$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB}$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = 8$$

当点 P 在线段 OA 上时, 如图所示

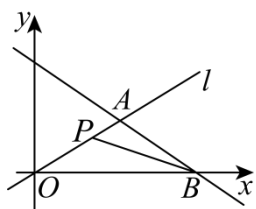
$$\therefore S_{\triangle POB} = S_{\triangle AOB} - S_{\triangle PAB}$$

$$\therefore \triangle POB \text{ 的面积为 } 24-8=16$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{2}{3}a = 16$$

$$\text{解得: } a=4$$

$$\text{此时点 } P \text{ 的坐标为 } \left(4, \frac{8}{3}\right)$$



当点 P 在线段 OA 的延长线上时, 如图所示

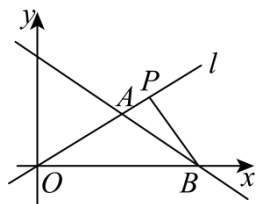
$$\therefore S_{\triangle POB} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle PAB}$$

$$\therefore \triangle POB \text{ 的面积为 } 24+8=32$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{2}{3} a = 32$$

解得: $a=8$

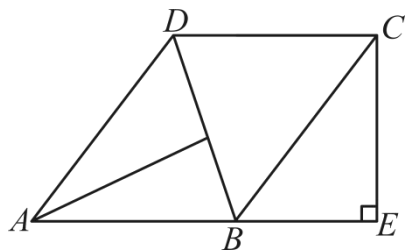
此时点 P 的坐标为 $\left(8, \frac{16}{3}\right)$



综上所述, 点 P 的坐标为 $\left(4, \frac{8}{3}\right)$ 或 $\left(8, \frac{16}{3}\right)$

【点睛】 本题考查了待定系数法求正比例函数的解析式, 图形面积, 正比例函数的图象等知识, 涉及分类讨论思想.

24. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 $BD=5$, 过点 C 作 $CE \perp AB$, 交 AB 延长线于点 E , $BE=4$.



(1) 当 $BC=BD$ 时, 求 AE 的长;

(2) 设 $AB=x$, $EC=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式 (不需要写定义域);

(3) 当 $\triangle ABD$ 是等腰三角形时, 求 AB 的长.

【答案】 (1) 12

$$(2) y = \sqrt{9+8x-x^2}$$

$$(3) AB=5 \text{ 或 } AB=8 \text{ 或 } AB=\frac{4+\sqrt{66}}{2}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解直角三角形、勾股定理、求函数解析式、平行四边形的性质, 熟练掌握勾股定理是解题的关键.

(1) 过点 C 作 $CO \parallel BD$ 交 AB 延长线于点 O , 根据平行四边形的性质和等腰三角形的性质求解即可.

(2) 由 (1) 可得 $AB=CD=BO$, $BD=CO$, 根据勾股定理得到 $CE^2=CO^2-OE^2$, 代入数据求解即可.

(3) 分情况讨论, ①当 $AB=BD$ 时, 可得 $AB=5$, ②当 $AD=BD$ 时, 由 (1) 可得 $AB=8$, ③当 $AD=AB$

时，由 (1) 可得 $AB = AD = CB = OB$ ，根据勾股定理可得 $CE^2 = BC^2 - BE^2 = CO^2 - OE^2$ ，代入数据计算求解即可。

【小问 1 详解】

解：过点 C 作 $CO \parallel BD$ 交 AB 延长线于点 O ，

$$\because CO \parallel BD, CD \parallel AB,$$

$\therefore$ 四边形 $DBOC$ 是平行四边形。

$$\therefore AB = CD = BO, BD = CO,$$

$$\because BC = BD,$$

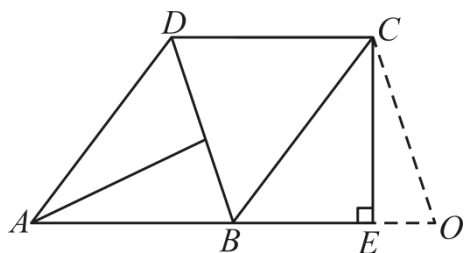
$$\therefore BC = CO,$$

$$\because CE \perp AB,$$

$$\therefore BO = 2BE = 8,$$

$$\therefore AB = 8,$$

$$\therefore AE = AB + BE = 8 + 4 = 12;$$



【小问 2 详解】

解：由 (1) 可得 $AB = CD = BO, BD = CO$ ，

$$\therefore OE = x - 4, CO = 5,$$

$$\because CE^2 = CO^2 - OE^2,$$

$$\therefore y^2 = 5^2 - (x - 4)^2$$

$$\text{解得: } y = \sqrt{9 + 8x - x^2}.$$

【小问 3 详解】

解：当 $\triangle ABD$ 是等腰三角形时，

①当 $AB = BD$ 时，

$$AB = 5.$$

②当 $AD = BD$ 时，

$$\because AD = BC,$$

$$\therefore BC = BD,$$

由 (1) 可得: $AB = 8$.

③当 $AD = AB$ 时,

由 (1) 可得 $AB = AD = CB = OB$,

$$\therefore CE^2 = BC^2 - BE^2 = CO^2 - OE^2,$$

$$\therefore AB^2 - 4^2 = 5^2 - (AB - 4)^2,$$

$$\therefore AB^2 - 16 = 25 - AB^2 - 16 + 8x,$$

$$\therefore 2AB^2 - 8AB - 25 = 0,$$

$$\text{解得 } AB = \frac{4 + \sqrt{66}}{2} \text{ 或 } AB = \frac{4 - \sqrt{66}}{2} \text{ (舍去),}$$

综上所述: AB 的长为 $AB = 5$ 或 $AB = 8$ 或 $AB = \frac{4 + \sqrt{66}}{2}$.

25. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 的中点, 连结 AE , 将 $\triangle AEB$ 沿直线 AE 翻折, 得到 $\triangle AFE$.

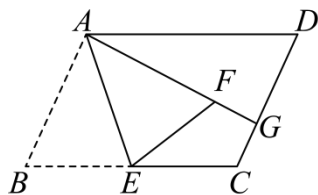


图1

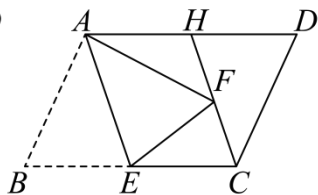
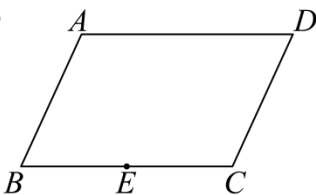


图2



备用图

- (1) 如图 1, 延长 AF 交 CD 于点 G , 求证: $CG = FG$;
- (2) 如图 2, 连结 CF 并延长交 AD 于 H , 求证: $AH = DH$;
- (3) 当 $AD = 4$, $\angle CEF = \angle DAF = 30^\circ$ 时, 求线段 AE 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

$$(3) AE = \sqrt{6}$$

【解析】

【分析】 (1) 连接 GE 并延长交 AB 的延长线于 M , 证出 $\triangle CGE \cong \triangle BME$, 得到 $BM = CG$, $ME = GE$, 再由角平分线性定理及面积关系得 $AM = AG$, 从而得出 $AM - AB = AG - AF$, 即可得出结论;

(2) 设 GM 与 CH 交于点 N , 根据等腰三角的三线合一, 证出 $\triangle FGE \cong \triangle CGE$, 得到 $\angle CEG = \angle FEG$,

再根据平行四边形的判定得到 $AHCE$ 为平行四边形，得到 $AH = EC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD$ ，即可得出结论；

(3) 根据已知 $\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，得到 $\angle GAE = 45^\circ$ ，得到直角 $\triangle ADG$ ，得出，

$GD = 2, AG = 2\sqrt{3}$ ，得到 $\triangle AEG$ 为等腰直角三角形，根据 $AE = \frac{AG}{\sqrt{2}}$ 即可得出结论.

【小问 1 详解】

证明：见图 1，连接 GE 并延长交 AB 的延长线于 M ，

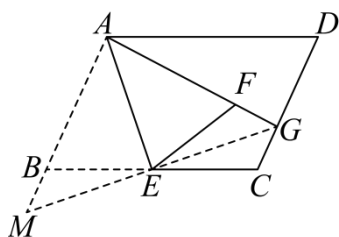


图1

$\because CG \parallel BM$ ，

$\therefore \angle CGE = \angle M, \angle C = \angle EBM$ ；

$\because$ 点 E 是 BC 的中点，

$\therefore CE = BE$ ；

在 $\triangle CGE$ 和 $\triangle BME$ 中，

$$\begin{cases} \angle CGE = \angle M \\ \angle C = \angle EBM \\ CE = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CGE \cong \triangle BME$ (AAS)，

$\therefore BM = CG, ME = GE$ ，

即 E 为 MG 的中点；

$\therefore S_{\triangle AEM} = S_{\triangle AEG}$ ；

又 $\because AE$ 为 $\angle GAM$ 的平分线，且设 E 点到 AM 、 AG 的距离分别为 a 、 b ，

则 $a = b$ ；

$$\therefore \frac{1}{2}AM \times a = \frac{1}{2}AG \times b,$$

$\therefore AM = AG$ ；

$\because AB = AF$ ，

$$\therefore AM - AB = AG - AF,$$

$$\text{即 } BM = FG,$$

$$\therefore BM = CG,$$

$$\therefore FG = CG;$$

【小问 2 详解】

证明：见图 2，延长 AF 交 CD 于 G ，设 GM 与 CH 交于点 N ，

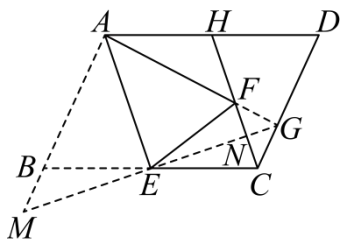


图2

由 (1) 知， $\triangle AMG$ 为等腰三角形，

$\therefore$ 等腰三角的三线合一，

$$\therefore \angle AEG = 90^\circ;$$

在 $\triangle FGE$ 和 $\triangle CGE$ 中，

$$\begin{cases} FE = CE \\ FG = CG, \\ EG = EG \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FGE \cong \triangle CGE (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle CEG = \angle FEG,$$

$$\therefore EN \text{ 垂直平分 } FC, \quad \angle EFN + \angle FEN = 90^\circ;$$

$$\text{又} \because \angle FEN + \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFN = \angle AEF;$$

$$\therefore HC \parallel AE;$$

$$\therefore AH \parallel EC,$$

即四边形 $AHCE$ 为平行四边形，

$$\therefore AH = EC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD,$$

$$\text{即 } AH = DH;$$

【小问 3 详解】

解：同图 2，

$$\because AD \parallel BC, \angle DAG = 30^\circ, \angle CEF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = 60^\circ = \angle ABE = \angle D,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle GAE = \frac{120^\circ - 30^\circ}{2} = 45^\circ;$$

在 $\triangle ADG$ 中，

$$\angle ADG = 30^\circ, \angle D = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AGD = 90^\circ,$$

$$\because AD = 4,$$

$$\therefore GD = 2, AG = 2\sqrt{3};$$

在直角三角形 AEG 中，

$$\angle GAE = 45^\circ, \angle AEG = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AEG$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore AE = \frac{AG}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}.$$

【点睛】 本题主要考查三角形全等，等腰三角形，平行四边形的性质，角平分线的性质定理，三角形内角和、勾股定理等知识，采用数形结合的方法构造三角形全等以及熟练掌握等腰三角形三线合一的运用是解题的关键。