

上海市华育中学 2025-2026 学年度第二学期

八年级数学基础版试卷

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列变量之间的关系不是函数关系的是 ()

A. 长方形的宽一定, 其长与面积

B. 正方形的周长与面积

C. 等腰三角形的底边与面积

D. 速度一定时, 行驶的路程与时间

【答案】C

【解析】

【分析】在一个变化过程中, 存在两个变量 x, y , 对于变量 x 的每一个值, 变量 y 都有唯一的值与之对应, 我们就说: y 是 x 的函数, 根据函数的定义逐一判断即可得到答案.

【详解】解: 长方形的宽一定, 其长与面积, 符合函数定义, 故 A 不符合题意;

正方形的周长与面积, 符合函数定义, 故 B 不符合题意;

等腰三角形的底边与面积, 在这个变化过程中, 还有底边上的高是变量, 所以不符合函数定义, 故 C 符合题意;

速度一定时, 行驶的路程与时间, 符合函数定义, 故 D 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查的是函数的定义, 掌握“函数的定义判断变量之间是不是函数关系”是解题的关键.

2. 已知 $P(-2, 3)$ 关于 x 轴的对称点为 $Q(a, -3)$, 则 a 的值是 ()

A. 1

B. -5

C. 3

D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了关于 x 轴对称点的坐标特点, 关键是掌握点的坐标的变化规律. 根据关于 x 轴对称点的坐标特点: 横坐标不变, 纵坐标互为相反数, 即可求解.

【详解】解: $\because P(-2, 3)$ 关于 x 轴的对称点为 $Q(a, -3)$,

$\therefore$ 横坐标不变, 即 $a = -2$.

故选: D.

3. 若三点 $(0, 1), (3, a), (2, 7)$ 在同一直线上, 则 a 的值等于 ()

A. 10

B. 0

C. 3

D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】利用 $(0, 1)$, $(2, 7)$ 两点求出所在的直线解析式, 再将点 $(3, a)$ 代入解析式即可;

【详解】解: 设经过 $(0, 1)$, $(2, 7)$ 两点的直线解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} 7 = 2k + b \\ 1 = b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 3 \\ b = 1 \end{cases},$$

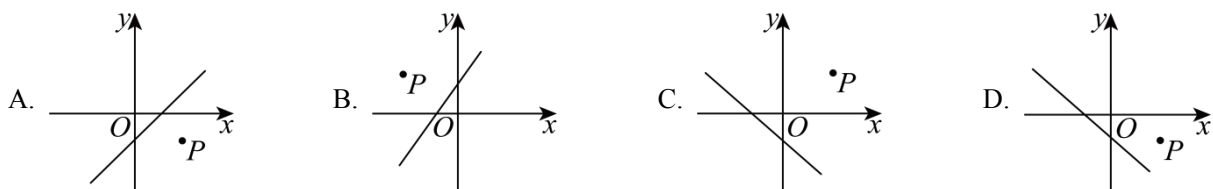
$$\therefore y = 3x + 1,$$

将点 $(3, a)$ 代入解析式, 则 $a = 10$;

故选: A.

【点睛】本题考查一次函数上点的特点; 熟练待定系数法求函数解析式是解题的关键.

4. 平面直角坐标系中点 $P(a, b)$ 和一次函数 $y = ax + b$ 的图象可能是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了平面直角坐标系中点的坐标和一次函数的图象和性质, 掌握一次函数的图象和性质是解题的关键.

先根据平面直角坐标系中点 $P(a, b)$ 在那个象限, 确定 a, b 是正数还是负数, 再根据一次函数的图象和性质判断即可.

【详解】解: A: $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第四象限,

$$\therefore a > 0, b < 0,$$

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象随着 x 的增大而增大, 当 x 的值为 0 时, 图象交于 y 轴的负半轴,

$\therefore$ A 选项图象符合;

B: $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第二象限,

$$\therefore a < 0, b > 0,$$

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象随着 x 的增大而减小, 当 x 的值为 0 时, 图象交于 y 轴的正半轴,

$\therefore$ B 选项图象不符合;

C: $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第一象限,

$\therefore a > 0, b > 0,$

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象随着 x 的增大而增大, 当 x 的值为 0 时, 图象交于 y 轴的正半轴,

$\therefore$ C 选项图象不符合;

D: $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第四象限,

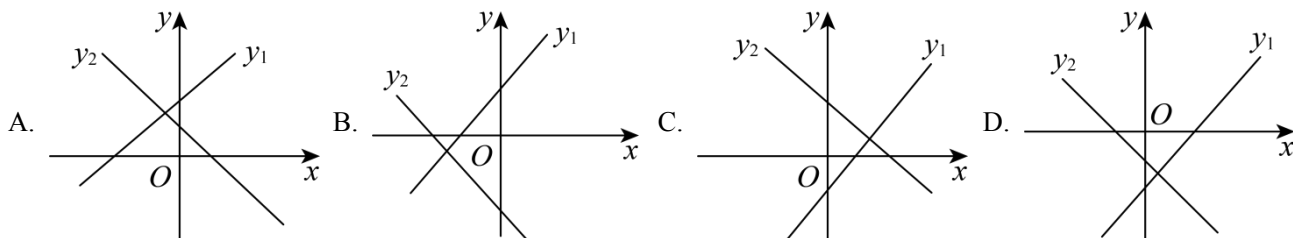
$\therefore a > 0, b < 0,$

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象随着 x 的增大而增大, 当 x 的值为 0 时, 图象交于 y 轴的负半轴,

$\therefore$ D 选项图象不符合;

故选: A.

5. 一次函数 $y_1 = mx - n$ 与 $y_2 = nx - m$ (m, n 常数, 且 $mn \neq 0$) 是在同一平面直角坐标系中的图象大致是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查一次函数图象与系数的关系, 分析一次项系数与常数项判断一次函数的大致图象是解题的关键.

首先通过分析一次项系数与常数项的符号, 再逐一验证选项是否符合图象特征即可.

【详解】 解: 对于 A: y_1 的图象从左到右上升, $\therefore m > 0$, y_1 与 y 轴交于正半轴, $\therefore -n > 0$, 即 $n < 0$; 此时 $y_2 = nx - m$ 的斜率 $n < 0$, $m > 0$, 图象应下降, 且与 y 轴交于负半轴, $\therefore$ 与图象不符, 故 A 错误;

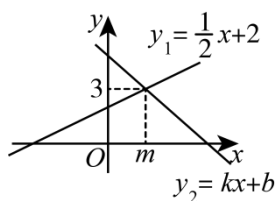
对于 B: y_1 的图象从左到右上升, $\therefore m > 0$, y_1 与 y 轴交于正半轴, $\therefore -n > 0$, 即 $n < 0$; 此时 $y_2 = nx - m$ 的斜率 $n < 0$, $m > 0$, 图象应下降, 且与 y 轴交于负半轴, $\therefore$ 与图象相符合, 故 B 正确;

对于 C: y_1 的图象从左到右上升, $\therefore m > 0$, y_1 与 y 轴交于负半轴, $\therefore -n < 0$, 即 $n > 0$; 此时 $y_2 = nx - m$ 的斜率 $n > 0$, $m > 0$, 图象应上升, 且与 y 轴交于负半轴, $\therefore$ 与图象不符, 故 C 错误;

对于 D: y_1 的图象从左到右上升, $\therefore m > 0$, y_1 与 y 轴交于负半轴, $\therefore -n < 0$, 即 $n > 0$; 此时 $y_2 = nx - m$ 的斜率 $n > 0$, $m > 0$, 图象应上升, 且与 y 轴交于负半轴, $\therefore$ 与图象不符, 故 D 错误;

故选: B.

6. 在同一直角坐标系中, 一次函数 $y_1 = \frac{1}{2}x + 2$, $y_2 = kx + b (k < 0)$ 的图象如图所示, 则下列结论错误的是 ()



A. y_2 随 x 的增大而减小

B. $b > 3$

C. 当 $0 < y_1 < y_2$ 时, $-1 < x < 2$

D. 方程组 $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ kx - y = -b \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

【答案】 C

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数的图象和性质, 一次函数与二元一次方程组, 一次函数与一元一次不等式. 从函数图象中有效的获取信息, 熟练掌握图象法解方程组和不等式, 是解题的关键. 结合图象, 逐一进行判断即可.

【详解】解: A、由图可知, y_2 随 x 的增大而减小, 故选项 A 正确, 不符合题意;

B、由图象可知, 一次函数 $y_2 = kx + b$ 与 y 轴的交点在 $y = 3$ 的上方, 即 $b > 3$, 故选项 B 正确, 不符合题意;

C、把 $y = 3$ 代入 $y_1 = \frac{1}{2}x + 2$ 得 $3 = \frac{1}{2}x + 2$, 解得 $x = 2$, 故 $y_1 = \frac{1}{2}x + 2$ 与 $y_2 = kx + b (k < 0)$ 的交点为 $(2, 3)$, 由图象可知: 当 $0 < y_1 < y_2$ 时, $-4 < x < 2$, 故选项 C 错误, 符合题意;

D、由图象可知, 两条直线的交点为 $(2, 3)$,

$\therefore$ 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax - y = -b \\ mx - y = -n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$, 故选项 D 正确, 不符合题意.

故选: C.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 3 分, 共 36 分)

7. 已知一次函数 $y = 3x - 2$, 其图象不经过的象限是_____.

【答案】

第二象限

【解析】

【分析】根据一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的性质，由解析式中 k 和 b 的符号，判断函数图象经过的象限，进而得到图象不经过的象限.

【详解】解：一次函数为 $y=3x-2$,

$k=3>0$ ，则函数图象经过第一，第三象限，

$b=-2<0$ ，则函数图象与 y 轴交于负半轴，此函数图象还经过第四象限，

综上，一次函数 $y=3x-2$ 的图象经过第一，三，四象限，不经过第二象限.

8. 将直线 $y=\frac{1}{2}x-1$ 向下平移 3 个单位长度得到直线 l ，则直线 l 的解析式为_____.

【答案】 $y=\frac{1}{2}x-4$

【解析】

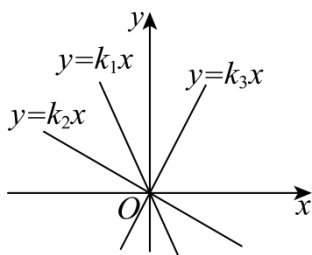
【分析】本题考查了一次函数的平移规律. 根据一次函数图像的平移规律，向下平移 3 个单位长度，只需将原解析式中的常数项减去平移的单位长度即可.

【详解】解：原直线解析式为 $y=\frac{1}{2}x-1$,

向下平移 3 个单位长度后，新解析式为 $y=\frac{1}{2}x-1-3=\frac{1}{2}x-4$.

故答案为： $y=\frac{1}{2}x-4$.

9. 在同一平面直角坐标系中，正比例函数 $y=k_1x$, $y=k_2x$ 和 $y=k_3x$ 的图象如图所示，则 k_1, k_2, k_3 的大小关系是_____. (用 “>” 连接)



【答案】 $k_3 > k_2 > k_1$

【解析】

【分析】本题考查正比例函数图象与性质，掌握正比例函数的性质是解题的关键. 首先根据直线经过的象限判断 k 的符号，再根据直线的平缓趋势判断 k 的绝对值的大小，最后判断三个系数的大小.

【详解】解：由直线经过的象限知： $k_3 > 0, k_1 < 0, k_2 < 0$,

∴ 根据直线越陡, $|k|$ 越大,

$$\therefore |k_1| > |k_2|,$$

$$\therefore k_3 > k_2 > k_1,$$

故答案为: $k_3 > k_2 > k_1$.

10. 已知点 $(-2, y_1)$, $(2, y_2)$ 都在直线 $y = -x + 3$ 上, 则 y_1 _____ y_2 . (填“>”或“<”或“=”)

【答案】>

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 利用一次函数图象上点的坐标特征求出 y_1 , y_2 的值是解题的关键. 将点的横坐标代入直线解析式, 分别求出纵坐标的值, 再比较大小即可解答.

【详解】解: ∵ 点 $(-2, y_1)$, $(2, y_2)$ 都在直线 $y = -x + 3$ 上,

$$\therefore y_1 = -(-2) + 3 = 2 + 3 = 5, \quad y_2 = -2 + 3 = 1,$$

$$\therefore 5 > 1,$$

$$\therefore y_1 > y_2,$$

故答案为: >.

11. 已知一次函数 $y = (1-m)x + 2$, 若 y 随 x 的增大而减小, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m > 1$

【解析】

【分析】本题考查一次函数的性质, 熟练掌握一次函数的性质是解题的关键. 根据一次函数的性质得出 $1-m < 0$, 求解即可.

【详解】解: ∵ 一次函数 $y = (1-m)x + 2$, 若 y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore 1-m < 0,$$

$$\text{解得: } m > 1,$$

故答案为: $m > 1$.

12. 若一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图象经过点 $A(0, -1), B(1, 1)$, 则该函数的解析式为_____.

【答案】 $y = 2x - 1$

【解析】

【分析】利用待定系数法把 A, B 代入一次函数 $y=kx+b$ ，可得到一个关于 k, b 的方程组，再解方程组即可得到 k, b 的值，然后即可得到一次函数的解析式。

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过两点 $A(0, -1), B(1, 1)$,

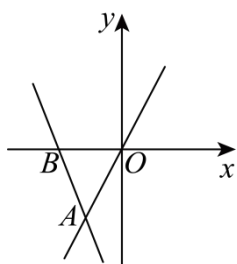
$$\therefore \begin{cases} b = -1 \\ k + b = 1 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 2 \\ b = -1 \end{cases},$$

∴一次函数解析式为: $y=2x-1$,

故答案为: $y=2x-1$.

【点睛】此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，关键是掌握待定系数法求一次函数解析式一般步骤是：(1) 先设出函数的一般形式，如求一次函数的解析式时，先设 $y=kx+b$ ；(2) 将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式，得到关于待定系数的方程或方程组；(3) 解方程或方程组，求出待定系数的值，进而写出函数解析式。

13. 如图，直线 $y = mx$ 与直线 $y = kx + b$ 交于点 $A(-1, -2)$ ，则关于 x 的不等式 $mx < kx + b$ 的解集为_____.



【答案】 $x < -1$

【解析】

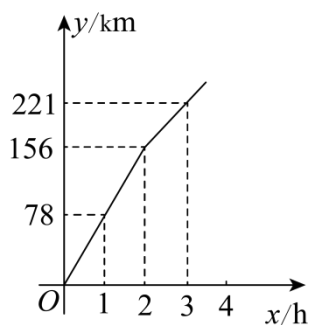
【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式及一次函数图象的交点问题，根据函数的图象即可求解，掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】解：∵直线 $y = mx$ 与直线 $y = kx + b$ 交于点 $A(-1, -2)$,

∴根据图象可得，关于 x 的不等式 $mx < kx + b$ 的解集为 $x < -1$,

故答案为: $x < -1$.

14. 某企业用货车向乡镇运送农用物资，行驶 2 小时后，天空突然下起大雨，影响车辆行驶速度，货车行驶的路程 y (单位: km) 与行驶时间 x (单位: h) 的函数关系如图所示. 货车行驶 4 小时的路程是_____ km.



【答案】 286

【解析】

【分析】 此题考查函数图象问题，解题的关键是根据待定系数法得出解析式.

根据函数图象得出 2 2 小时后货车的解析式后解答即可.

【详解】 解：当 $x > 2$ 时，设其解析式为： $y = kx + b (k \neq 0)$,

把 $(2, 156)$ 和 $(3, 221)$ 代入解析式，

$$\text{可得} \begin{cases} 2k + b = 156 \\ 3k + b = 221 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 65 \\ b = 26 \end{cases},$$

$\therefore$ 解析式为 $y = 65x + 26 (x > 2)$,

当 $x = 4$ 时， $y = 65 \times 4 + 26 = 286$,

故答案为： 286 .

15. 在同一平面直角坐标系中，直线 $y = 2x + 4$ 与 $y = x + b$ 相交于点 $A(1, m)$ ，则关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ x - y + b = 0 \end{cases} \text{ 的解为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与二元一次方程组，解题关键是掌握函数图象交点的坐标是对应方程组的解. 将点 $A(1, m)$ 代入直线 $y = 2x + 4$ 上，求出 m 的值，再代入求出 b 的值，再利用加减消元法求出二元一次方程组的解即可.

【详解】 解： $\because$ 直线 $y = 2x + 4$ 过点 $A(1, m)$,

$$\therefore m = 2 \times 1 + 4 = 6,$$

$$\therefore A(1, 6), \text{ 且过 } y = x + b,$$

$$\therefore 6 = 1 + b,$$

$$\therefore b = 5,$$

$$\therefore \text{方程组为 } \begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \text{ ①} \\ x - y + 5 = 0 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得: } x - 1 = 0,$$

$$\text{解得: } x = 1,$$

$$\text{将 } x = 1 \text{ 代入 ②, 解得: } y = 6$$

$$\therefore \text{方程组的解为 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases},$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$$

16. 在平面直角坐标系中, 直线 AB 过点 $A(a, 12)$ 、 $B(12, -a)$, 点 A 在第二象限, 点 O 为坐标原点, 连接 OA 、 OB , $\triangle AOB$ 的面积为 90, 则直线 AB 的函数表达式是_____.

【答案】 $y = -\frac{1}{3}x + 10$

【解析】

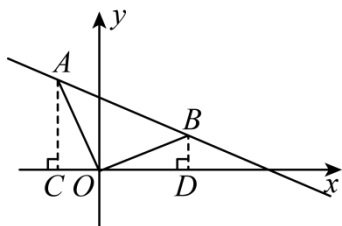
【分析】 先判断点 B 所在的象限, 然后根据面积法求出 a 的值, 再利用待定系数法求解即可.

【详解】 $\because A(a, 12)$, 点 A 在第二象限,

$$\therefore a < 0, -a > 0,$$

$$\therefore B(12, -a) \text{ 在第一象限,}$$

如图, 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , 作 $BD \perp x$ 轴于点 D ,



$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{梯形} ACDB} - S_{\triangle ACO} - S_{\triangle BDO} = 90,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(-a+12) \cdot (-a+12) - \frac{1}{2} \times (-a) \times 12 - \frac{1}{2} \times (-a) \times 12 = 90,$$

$$\therefore a^2 = 36,$$

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore a = -6,$$

$$\therefore A(-6, 12)、B(12, 6),$$

设线 AB 的函数表达式是 $y = kx + b$ ，把 $A(-6, 12)$ 、 $B(12, 6)$ 代入，得

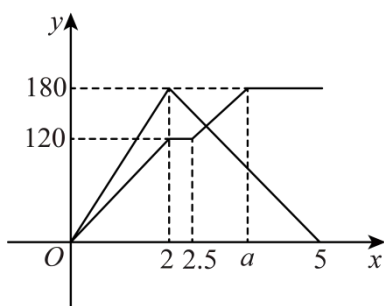
$$\begin{cases} 12 = -6k + b \\ 6 = 12k + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{3}, \\ b = 10 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 10.$$

【点睛】本题考查了坐标与图形的性质，待定系数法求一次函数解析式，求出 A 、 B 的坐标是解答本题的关键。

17. 某校八年级学生外出参加实践活动，家长志愿者乘坐小巴士、学生乘坐大巴士沿着相同的路线同时前往目的地。小巴士送完家长后立即返回学校，大巴士因交通管制，在中途停留了一会后继续保持原速前往。如下图是两辆巴士距学校的距离 $y(\text{km})$ 与行驶时间 $x(\text{h})$ 之间的图象。结合图象分析以下信息：①大巴士遇到交通管制时已经行驶了 120km；② $a = 3$ ；③当 $x = \frac{11}{4}$ 时，两辆巴士相遇；④小巴士返回的速度为 60km/h，其中描述正确的是_____（填入正确的序号）



【答案】①③④

【解析】

【分析】本题考查一次函数的应用。

①观察图象即可；②根据速度 = 路程 ÷ 时间和时间 = 路程 ÷ 速度计算即可；③分别求出当 $2.5 \leq x \leq 3.5$ 时大

巴士 y 与 x 的函数关系式和当 $2 \leq x \leq 5$ 时 y 与 x 的函数关系式，令两函数值相等，求出相遇 x 的值，即相遇时间即可；④根据速度 = 路程 ÷ 时间计算即可。

【详解】解：大巴士遇到交通管制时已经行驶了 120km，

∴ ①正确，符合题意；

大巴士行驶速度为 $120 \div 2 = 60(\text{km/h})$ ，

$$2.5 + (180 - 120) \div 60 = 3.5(\text{h}),$$

$$\therefore a = 3.5,$$

∴ ②不正确，不符合题意；

当 $2.5 \leq x \leq 3.5$ 时，大巴士 y 与 x 的函数关系式为 $y = 120 + 60(x - 2.5) = 60x - 30$ ，

当 $2 \leq x \leq 5$ 时，小巴士行驶速度为 $180 \div (5 - 2) = 60(\text{km/h})$ ，则 y 与 x 的函数关系式为

$$y = 180 - 60(x - 2) = -60x + 300,$$

当两辆巴士相遇时，得 $60x - 30 = -60x + 300$ ，

$$\text{解得 } x = \frac{11}{4},$$

$$\therefore x = \frac{11}{4} \text{ 时，两辆巴士相遇，}$$

∴ ③正确，符合题意；

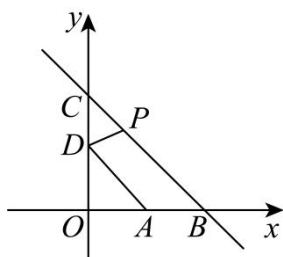
由②可知，小巴士返回的速度为 60km/h，

④正确，符合题意。

故答案为：①③④。

18. 如图，点 $A(3, 0)$ 在 x 轴上，直线 $y = -x + 6$ 与两坐标轴分别交于 B, C 两点， D, P 分别是线段 OC ，

BC 上的动点，则 $PD + DA$ 的最小值为 _____。

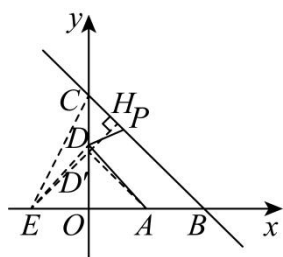


【答案】 $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ## $\frac{9}{2}\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，轴对称-最短路线问题，熟练掌握轴对称的性质和一次函数图象上点的坐标特征是解题的关键．作点 A 关于 y 轴的对称点 E ，过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H ，交 y 轴于点 D' ，连接 $D'A$ ，连接 CE ，则 $PD + DA$ 的最小值即为 EH 的长度，分别求出 BE ， OC 和 BC 的长度，根据 $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BE \cdot OC = \frac{1}{2}BC \cdot EH$ ，可得 $9 \times 6 = 6\sqrt{2}EH$ ，求出 EH 的长度，即可确定 $PD + DA$ 的最小值．

【详解】解：作点 A 关于 y 轴的对称点 E ，过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H ，交 y 轴于点 D' ，连接 $D'A$ ，连接 CE ，则 $PD + DA$ 的最小值即为 EH 的长度，



由题意得：点 E 坐标为 $(-3, 0)$ ，

$\because$ 直线 $y = -x + 6$ 与两坐标轴分别交于 B ， C 两点，

令 $x = 0$ ，则 $y = 6$ ，

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(0, 6)$ ，

令 $y = 0$ ，则 $x = 6$ ，

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(6, 0)$ ，

$\therefore BE = 6 + 3 = 9$ ， $OC = 6$ ， $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 6\sqrt{2}$ ，

$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BE \cdot OC = \frac{1}{2}BC \cdot EH$ ，

$\therefore 9 \times 6 = 6\sqrt{2}EH$ ，

$\therefore EH = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ ，

$\therefore PD + DA$ 的最小值为 $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ，

故答案为： $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ．

三、解答题 (本大题共 7 小题, 19-21 每题 6 分, 22-24 每题 8 分, 第 25 题 10 分, 共 52 分)

19. 已知 $y-1$ 与 $x+2$ 成正比例, 且当 $x=3$ 时, $y=11$;

(1) 求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当 $x=-1$ 时, 求 y 的值;

(3) 当 $y=0$ 时, 求 x 的值.

【答案】(1) $y=2x+5$;

(2) $y=3$;

(3) $x=-2.5$.

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求函数的解析式即可;

(2) 把 $x=-1$ 代入解析式, 便可求出 y 的值;

(3) 把 $y=0$ 代入解析式, 便可求出 x 的值.

【小问 1 详解】

解: $\because y-1$ 与 $x+2$ 成正比例,

$\therefore$ 设 $y-1=k(x+2)$,

$\therefore 11-1=k(3+2)$, 解得: $k=2$,

$\therefore y-1=2(x+2)$,

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式 $y=2x+5$;

【小问 2 详解】

解: 把 $x=-1$ 代入 $y=2x+5$ 得, $y=2 \times (-1)+5=3$;

【小问 3 详解】

解: 把 $y=0$ 代入 $y=2x+5$ 得, $0=2x+5$,

$\therefore x=-2.5$.

20. 已知直线 $y=(3m-10)x+2-m$, 当 m 为何值时:

(1) 此直线与直线 $y=-x-4$ 平行.

(2) 此直线与直线 $y=2x-4$ 交于点 $(a,2)$.

(3) 此直线不经过第三象限.

(4) 函数值 y 随 x 的增大而减小且与 y 轴的交点在 x 轴下方.

【答案】(1) $m = 3$

$$(2) \quad m = \frac{15}{4}$$

$$(3) \quad m \leq 2$$

$$(4) \quad 2 < m < \frac{10}{3}$$

【解析】

【分析】(1) 两直线平行, 比例系数 k 相等, 即 $3m - 10 = -1$, 求出方程的解即可;

(2) 先将点 $(a, 2)$ 代入直线 $y = 2x - 4$ 求出 a , 然后再将该点代入 $y = (3m - 10)x + 2 - m$, 即可求出 m 的值;

(3) ①当 $k \neq 0$ 时, 直线不经过第三象限, 那么直线经过第二、四象限或第一、二、四象限, 即满足 $k < 0$, $b \geq 0$, 由此可得到关于 m 的不等式组, 求出不等式组的解即可; ②当 $k = 0$ 时, 直线不经过第三象限, 即满足 $b \geq 0$, 由此可得到关于 m 的不等式组, 求出不等式组的解即可;

(4) 根据函数值 y 随 x 的增大而减小且与 y 轴的交点在 x 轴下方, 可得 $k < 0$, $b < 0$, 由此可得到关于 m 的不等式组, 求出不等式组的解即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意, 得 $3m - 10 = -1$,

解得 $m = 3$.

【小问 2 详解】

解: 将点 $(a, 2)$ 代入直线 $y = 2x - 4$, 得 $2a - 4 = 2$,

解得 $a = 3$, 即交点坐标为 $(3, 2)$.

将点 $(3, 2)$ 代入 $y = (3m - 10)x + 2 - m$, 得 $(3m - 10) \times 3 + 2 - m = 2$,

$$\text{解得 } m = \frac{15}{4}.$$

【小问 3 详解】

解: 直线不经过第三象限, 则其斜率 $k \leq 0$ 且在 y 轴上的截距 $b \geq 0$

$$\text{因此有 } \begin{cases} 3m - 10 \leq 0 \\ 2 - m \geq 0 \end{cases}$$

解得 $m \leq 2$

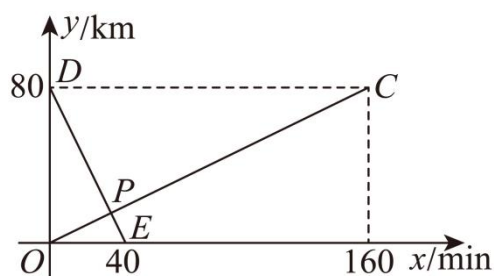
【小问 4 详解】

解：依题意，得 $\begin{cases} 3m-10 < 0, \\ 2-m < 0, \end{cases}$

解得 $2 < m < \frac{10}{3}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的性质，一次函数图象上点的坐标特征，两条直线平行的条件，解题的关键是掌握一次函数的性质.

21. 在河道 A, B 两个码头之间有客轮和货轮通行. 一天，客轮从 A 码头匀速行驶到 B 码头，同时货轮从 B 码头出发，运送一批物资匀速行驶到 A 码头，两船距 B 码头的距离 $y(\text{km})$ 与行驶时间 $x(\text{min})$ 之间的函数关系如图所示，请根据图象解决下列问题：



(1) A, B 两个码头之间的距离是_____ km；

(2) 已知货轮距 B 码头的距离与行驶时间的图象表达式为 $y_1 = \frac{1}{2}x$ ，求客轮距 B 码头的距离 $y_2(\text{km})$ 与时间 $x(\text{min})$ 之间的函数表达式；

(3) 求出点 P 的坐标，并指出点 P 的横坐标与纵坐标所表示的实际意义.

【答案】 (1) 80 (2) $y_2 = -2x + 80 (0 \leq x \leq 40)$

(3) 点 P 的坐标为 $(32, 16)$ ，见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的实际应用，从函数图象获取信息，利用待定系数法求出对应的函数表达式是解题的关键.

(1) 根据函数图象即可得到答案；

(2) 利用待定系数法求解即可；

(3) 联立两个函数解析式，求出点 P 的坐标，点 P 的横坐标代表两船相遇的时间，纵坐标表示两船相遇时两船与 B 码头的距离.

【小问 1 详解】

解：根据图象可知： A, B 两个码头之间的距离是 80km.

故答案为：80；

【小问 2 详解】

解: 设 $y_2 = kx + b (k \neq 0)$,

把 $(0, 80)$, $(40, 0)$ 代入得 $\begin{cases} b = 80 \\ 40k + b = 0 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 80 \end{cases}$,

$\therefore y_2$ (km) 与时间 x (min) 之间的函数表达式为 $y_2 = -2x + 80 (0 \leq x \leq 40)$.

【小问 3 详解】

解: 联立 $\begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}x \\ y_2 = -2x + 80 \end{cases}$,

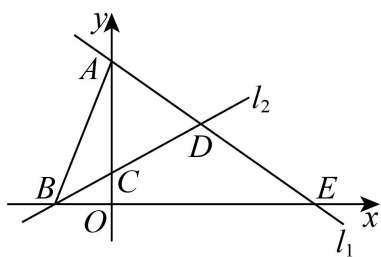
解得 $\begin{cases} x = 32 \\ y = 16 \end{cases}$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(32, 16)$,

$\therefore$ 点 P 的横坐标表示的实际意义是两船同时出发经 32 分钟相遇, 点 P 的纵坐标表示的实际意义是两船相遇时两船距 B 码头 16 千米.

22. 如图, 直线 $l_1: y = -\frac{3}{4}x + m$ 与 y 轴交于点 $A(0, 6)$, 与 x 轴交于点 E ; 直线 $l_2: y = kx + b$ 经过点 $B(-2, 0)$

和点 $C(0, 1)$, 且与 l_1 相交于点 D , 连接 AB .



(1) 求直线 l_1 和 l_2 的函数表达式;

(2) 当 x 取何值时, $y_1 > y_2$?

(3) 求 $\triangle ABD$ 的面积;

(4) 已知点 P 为 x 轴上一点, 当 $\angle PAB = \angle ABD$ 时, 请直接写出满足条件的点 P 的坐标.

【答案】(1) $l_1: y = -\frac{3}{4}x + 6$; $l_2: y = \frac{1}{2}x + 1$

(2) $x < 4$

(3) 15

(4) $(3, 0)$ 或 $(-12, 0)$

【解析】

【分析】(1) 由待定系数法即可求解；

(2) 联立 (1) 中两个函数表达式得到交点坐标

(3) 由 $\triangle ABD$ 的面积 $= S_{\triangle ABE} - S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} \times BE \times (y_A - y_D)$ ，即可求解；

(4) 当点 P 在 y 轴右侧时，由 $\angle PAB = \angle ABD$ ，则 $AH = BH$ ，求出点 $H(2, 2)$ ，即可求解；当点 P' 在 y 轴左侧时，得到直线 AP' 的表达式为： $y = \frac{1}{2}x + 6$ ，即可求解。

【小问 1 详解】

解：将点 A 的坐标代入直线 l_1 的函数表达式得： $6 = m$ ，

则直线 l_1 的表达式为： $y = -\frac{3}{4}x + 6$ ；

将点 B 、 C 的坐标代入直线 l_2 的函数表达式得：
$$\begin{cases} b = 1 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

则直线 l_2 的表达式为： $y = \frac{1}{2}x + 1$ ；

【小问 2 详解】

联立 (1) 中两个函数表达式得： $-\frac{3}{4}x + 6 = \frac{1}{2}x + 1$ ，

解得： $x = 4$ ，则点 $D(4, 3)$ ，

结合图像可知 $x < 4$ 时， $y_1 > y_2$ ；

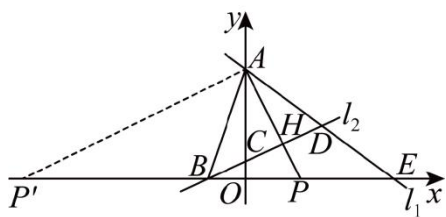
【小问 3 详解】

解：由直线 l_1 的表达式知，点 $E(8, 0)$ ，则 $BE = 10$ ，

则 $\triangle ABD$ 的面积 $= S_{\triangle ABE} - S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} \times BE \times (y_A - y_D) = \frac{1}{2} \times 10 \times (6 - 3) = 15$ ；

【小问 4 详解】

解：当点 P 在 y 轴右侧时，令 AP 与直线 l_2 的交点为 H ，



$\because \angle PAB = \angle ABD$ ，则 $AH = BH$ ，

设点 $H(m, \frac{1}{2}m+1)$ ，则 $m^2 + (\frac{1}{2}m+1-6)^2 = (m+2)^2 + (\frac{1}{2}m+1)^2$ ，

解得： $m = 2$ ，则点 $H(2, 2)$ ，

由点 A 、 H 的坐标得，直线 AH 的表达式为： $y = -2x + 6$ ，

则点 $P(3, 0)$ ；

当点 P' 在 y 轴左侧时，

$\because \angle PAB = \angle ABD$ ，则 $AP' \parallel l_2$ ，

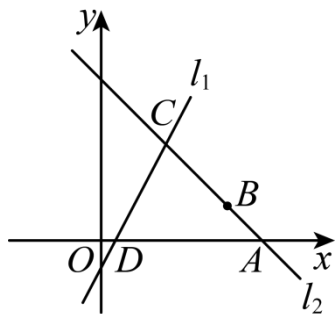
则直线 AP' 的表达式为： $y = \frac{1}{2}x + 6$ ，

则点 $P'(-12, 0)$ ；

综上，点 P 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-12, 0)$ 。

23. 综合与探究

如图，直线 l_1 的函数表达式为 $y = 2x - 1$ ，与 x 轴交于点 D ；直线 l_2 的函数表达式为 $y = -x + 5$ ，与 x 轴交于点 A ； l_2 与 l_1 交于点 C 。



(1) 求点 C 的坐标。

(2) 求 $\triangle ACD$ 的面积。

(3) 若 $B(4, m)$ 是直线 l_2 上的点， P 为线段 AD 上的一个动点，且 $S_{\triangle CBP} = 3$ 。求点 P 的坐标。

【答案】(1) $C(2,3)$

(2) $\frac{27}{4}$

(3) $P(2,0)$

【解析】

【分析】 本题考查了两条直线相交问题，求交点坐标，及求三角形面积.

(1) 根据两直线解析式，列二元一次方程组求交点坐标；

(2) 根据两直线解析式，求出两直线分别与 x 轴的交点 A 、 D 的坐标，进而计算 AD 的长，结合点 C 的坐标得 $\triangle ACD$ 的高，从而计算 $\triangle ACD$ 的面积；

(3) 先求出点 B 坐标，设 $P(a,0)$ 得 $DP = a - \frac{1}{2}$ ， $AP = 5 - a$ ，根据 $S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle CDP} - S_{\triangle ABP} = 3$ 得 $\frac{27}{4} - \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{1}{2}\right) \times |y_c| - \frac{1}{2}(5-a)|y_b| = 3$ ，从而计算 a 的值，进而表示出 P 的坐标.

【小问 1 详解】

解：根据题意，可列方程组 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ ，

$\therefore C(2,3)$ ；

【小问 2 详解】

解：对于 $l_1: y = 2x - 1$ ，

当 $y = 0$ 时， $2x - 1 = 0$ ，解得 $x = \frac{1}{2}$ ， $\therefore D\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ，

对于 $l_2: y = -x + 5$ ，

当 $y = 0$ 时， $-x + 5 = 0$ ，解得 $x = 5$ ， $\therefore A(5,0)$ ，

$\therefore AD = x_D - x_A = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ ，

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot |y_c| = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 3 = \frac{27}{4}$ ；

【小问 3 详解】

(3) $\because B(4, m)$ 在直线 $y = -x + 5$ 上, $\therefore -m + 5 = 4$, 解得 $m = 1$

设 $P(a, 0)$ 则 $DP = a - \frac{1}{2}$, $AP = 5 - a$,

$$\therefore S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle CDP} - S_{\triangle ABP} = 3,$$

$$\text{即 } \frac{27}{4} - \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{1}{2}\right) \times |y_c| - \frac{1}{2}(5 - a)|y_b| = 3,$$

$$\frac{27}{4} - \frac{3}{2} \left(a - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}(5 - a) = 3,$$

解得 $a = 2$,

$$\therefore P(2, 0).$$

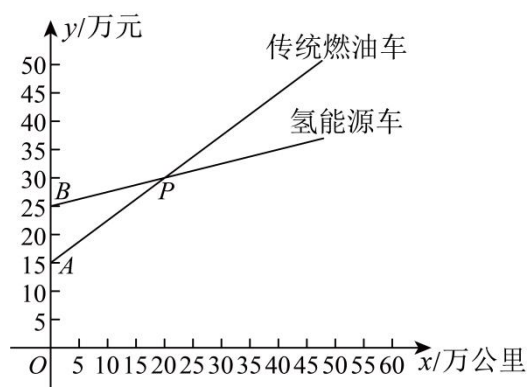
24. 某公司拟采购一批车辆, 现面临传统燃油(汽油)车与氢能源车两种选型方案. 该公司对两种车型在购置及整个生命周期使用过程中的费用进行了系统性分析: 若总费用只受购车费用和行驶过程中燃料使用费用影响, 其他因素忽略不计(即总费用=购车费用+行驶过程中燃料使用费用), 调研信息如下:

设车辆行驶路程为 x (单位: 万公里), 总费用为 y (单位: 万元)

①下表是调研中的两组数据:

车辆类型	传统燃油车	氢能源车
行驶路程 x (万公里)	10	10
总费用 y (万元)	23	28

②两类车型各自的总费用 y 与行驶路程 x 的函数关系的图象如图所示, 两函数图象交于点 P , 且与 y 轴分别交于点 $A(0, 15)$, 点 $B(0, 25)$.



结合上述调研信息, 回答问题:

- (1) 传统燃油车购车费用是_____万元;
- (2) 根据车辆行驶路程的变化, 怎样选择车型使总费用较低.

【答案】(1) 15

(2) 当 $x < 20$ 时, 选传统燃油车总费用较低; 当 $x = 20$ 时, 两种车总费用一样; 当 $x > 20$ 时, 选氢能源车总费用较低

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数的运用, 掌握待定系数法, 一次函数图象的性质是关键.

(1) 根据两类车型各自的总费用 y 与行驶路程 x 的函数关系的图象,

(2) 运用待定系数法算出各自总费用与行驶路程的函数解析式 $y_1 = 0.8x + 15$, $y_2 = 0.3x + 25$, 当两种车总费用相等时, 即 $0.8x + 15 = 0.3x + 25$, 得到行驶路程, 结合图形判定即可求解.

【小问 1 详解】

解: $A(0, 15), B(0, 25)$, 即当 $x = 0$ 时, 传统燃油车的总费用为 15 万元, 氢能源车的总费用为 25 万元,
 $\therefore$ 传统燃油车购车费用是 15 万元;

【小问 2 详解】

解: 设传统燃油车总费用与行驶路程的解析式为 $y_1 = k_1x + 15 (k_1 \neq 0)$,

把 $(10, 23)$ 代入得, $10k_1 + 15 = 23$,

解得, $k_1 = 0.8$,

$\therefore$ 传统燃油车总费用与行驶路程的解析式为 $y_1 = 0.8x + 15$,

同理, 设氢能源车总费用与行驶路程的解析式为 $y_2 = k_2x + 25 (k_2 \neq 0)$,

把 $(10, 28)$ 代入得, $10k_2 + 25 = 28$,

解得, $k_2 = 0.3$,

$\therefore$ 氢能源车总费用与行驶路程的解析式为 $y_2 = 0.3x + 25$,

当 $y_1 = y_2$ 时, $0.8x + 15 = 0.3x + 25$,

解得, $x = 20$,

$\therefore$ 当 $x < 20$ 时, 选传统燃油车总费用较低;

当 $x = 20$ 时, 两种车总费用一样;

当 $x > 20$ 时, 选氢能源车总费用较低.

25. 如图1, 直线 AB 与 x 轴, y 轴于 A , $B(0,1)$ 两点, 直线 $l: y = -2x + 6$ 与直线 AB 交于点 $C(a, a)$, 与 x 轴交于点 D , 点 $P(0, m)$ 是 y 轴上一动点.

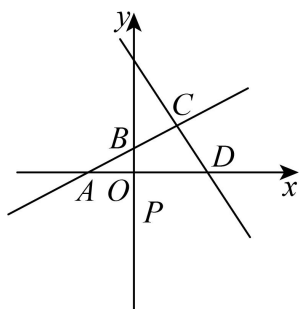


图 1

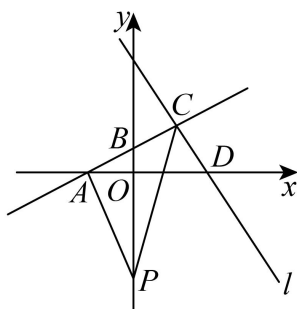
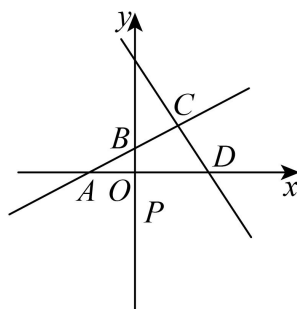


图 2



备用图

- (1) 求点 C 的坐标与直线 AB 的解析式;
- (2) 若 $\angle OAB + \angle OAP = 45^\circ$, 求 m 的值;
- (3) 如图 2, 连接 PA , PC , 将 $\triangle APC$ 沿 PC 翻折, 若当点 A 的对应点 A' 刚好落在直线 l 上, 求此时点 P 的坐标.

【答案】 (1) $C(2, 2)$, $y = \frac{1}{2}x + 1$

(2) m 的值为 $\pm \frac{2}{3}$

(3) 点 P 的坐标为 $(0, -4)$ 或 $(0, \frac{8}{3})$

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法求得 a , 即可得点 C 坐标, 再利用待定系数法求解直线 AB 的解析式即可;

(2) 利用分类讨论的思想方法分两种情况讨论解答: ① 当点 P 在 y 轴的负半轴时, $m < 0$, 过点 B 作 $BE \perp AP$ 于点 E , 利用点的坐标和勾股定理表示出线段 AB , AP , BP , OA , 利用等腰直角三角形的性质求得 BE , 再利用三角形的面积公式解答即可得出结论; 当点 P 在 y 轴的正半轴时, $m > 0$, 作出点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 过点 P 作 $PE \perp AB'$ 于点 E , 类比 ① 的解法解答即可;

(3) 过点 C 作 $CE \perp OD$ 于点 E , $CH \perp y$ 轴于点 H , 过点 A 作 $AF \perp PC$ 于点 F , 利用点的坐标和勾股定理表示出线段 AB' , AP , $B'P$, OA , 利用等腰直角三角形的性质求得 AF , FC , 利用勾股定理表示出 AC , 列出方程, 解方程即可得出结论.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $l: y = -2x + 6$ 与直线 AB 交于点 $C(a, a)$,

$\therefore a = -2a + 6$, 解得 $a = 2$,

$$\therefore C(2,2).$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

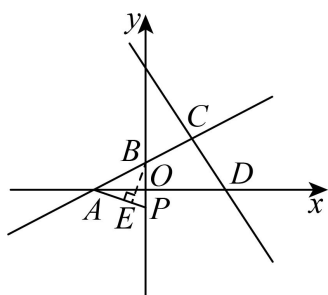
将点 $B(0,1)$, $C(2,2)$ 代入得:

$$\begin{cases} b = 1 \\ 2k + b = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$;

【小问 2 详解】

解: ① 当点 P 在 y 轴的负半轴时, $m < 0$, 过点 B 作 $BE \perp AP$ 于点 E , 如图,



对于直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

令 $y = 0$, 则 $\frac{1}{2}x + 1 = 0$,

$$\therefore x = -2,$$

$$\therefore A(-2, 0),$$

$$\therefore OA = 2,$$

$$\because B(0, 1),$$

$$\therefore OB = 1,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

$$\because P(0, m), \quad m < 0,$$

$$\therefore OP = -m,$$

$$\therefore AP = \sqrt{OA^2 + OP^2} = \sqrt{4 + m^2}, \quad BP = OB + OP = 1 - m.$$

$$\because \angle OAB + \angle OAP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = 45^\circ,$$

$$\because BE \perp AP,$$

$\therefore \triangle ABE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore BE = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{5} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

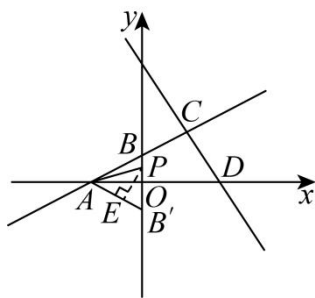
$$\because S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} BP \cdot OA = \frac{1}{2} AP \cdot BE,$$

$$\therefore (1-m) \times 2 = \sqrt{4+m^2} \times \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\text{解得 } m = -\frac{2}{3} \text{ 或 } m = 6 \text{ (不合题意, 舍去),}$$

$$\therefore m = -\frac{2}{3};$$

② 当点 P 在 y 轴的正半轴时, $m > 0$, 作出点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 过点 P 作 $PE \perp AB'$ 于点 E , 如图,



$$\text{则 } B'(0, -1), \angle BAO = \angle B'AO,$$

$$\therefore OB' = 1,$$

$$\therefore AB' = \sqrt{OA^2 + OB'^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

$$\because P(0, m), \quad m > 0,$$

$$\therefore OP = m,$$

$$\therefore AP = \sqrt{OA^2 + OP^2} = \sqrt{4 + m^2}, \quad B'P = OB' + OP = 1 + m.$$

$$\because \angle OAB + \angle OAP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B'AP = 45^\circ,$$

$$\because PE \perp AB',$$

$\therefore \triangle APE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{2}}{2} AP = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{4+m^2}.$$

$$\therefore S_{\triangle APB'} = \frac{1}{2} AB' \cdot PE = \frac{1}{2} PB' \cdot OA,$$

$$\therefore \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{4+m^2} = (1+m) \times 2,$$

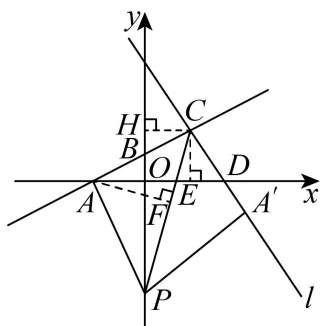
$$\text{解得 } m = \frac{2}{3} \text{ 或 } m = -6 \text{ (不合题意, 舍去),}$$

$$\therefore m = \frac{2}{3}.$$

综上, 若 $\angle OAB + \angle OAP = 45^\circ$, m 的值为 $\pm \frac{2}{3}$;

【小问3详解】

解: 过点 C 作 $CE \perp OD$ 于点 E , $CH \perp y$ 轴于点 H , 过点 A 作 $AF \perp PC$ 于点 F , 如图,



$$\therefore C(2,2),$$

$$\therefore CH = CE = 2,$$

对于直线 $l: y = -2x + 6$,

令 $y = 0$, 则 $-2x + 6 = 0$,

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore D(3,0),$$

$$\therefore OD = 3,$$

$$\therefore AD = OA + OD = 2 + 3 = 5, \quad DE = 3 - 2 = 1, \quad AE = 2 + 2 = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \quad CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore AC^2 + CD^2 = 20 + 5 = 25 = AD^2,$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 将 $\triangle APC$ 沿 PC 翻折, 若当点 A 的对应点 A' 刚好落在直线 l 上,

$$\therefore \angle ACP = \angle DCP = \frac{1}{2} \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\because AF \perp PC,$$

$\therefore \triangle AFC$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore AF = FC = \frac{\sqrt{2}}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{10},$$

$$\because P(0, m),$$

$$\therefore PH = |m - 2|, \quad OP = |m|,$$

$$\because AP = \sqrt{OA^2 + OP^2} = \sqrt{4 + (|m|)^2} = \sqrt{4 + m^2},$$

$$\therefore PF = \sqrt{AP^2 - AF^2} = \sqrt{4 + m^2 - 10} = \sqrt{m^2 - 6},$$

$$\therefore PC = PF + CF = \sqrt{m^2 - 6} + \sqrt{10},$$

$$\because PC = \sqrt{CH^2 + PH^2} = \sqrt{4 + (2 - m)^2},$$

$$\therefore \sqrt{m^2 - 6} + \sqrt{10} = \sqrt{4 + (2 - m)^2},$$

$$\left(\sqrt{m^2 - 6} + \sqrt{10}\right)^2 = \left(\sqrt{4 + (2 - m)^2}\right)^2$$

$$m^2 - 6 + 2\sqrt{10(m^2 - 6)} + 10 = 4 + (2 - m)^2,$$

$$\sqrt{10(m^2 - 6)} = 2 - 2m,$$

$$10(m^2 - 6) = (2 - 2m)^2,$$

$$\therefore m = -4 \text{ 或 } m = \frac{8}{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (0, -4) \text{ 或 } \left(0, \frac{8}{3}\right).$$