

2026 年闵行区八年级第二学期数学月考试卷

一、选择题（共 6 小题，满分 12 分，每小题 2 分）

1. 一个多边形的内角和是它的外角和的 2 倍，则这个多边形是（ ）

- A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形

【答案】B

【解析】

【分析】多边形的外角和是 360° ，则内角和是 $2 \times 360 = 720^\circ$ ．设这个多边形是 n 边形，内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，这样就得到一个关于 n 的方程，从而求出边数 n 的值．

【详解】解：设这个多边形是 n 边形，根据题意，得

$$(n-2) \times 180^\circ = 2 \times 360,$$

解得： $n = 6$ ．

故这个多边形是六边形．

故选：B．

【点睛】本题考查了多边形的内角和与外角和，熟记内角和公式和外角和定理并列方程是解题的关键．

2. 将 $(-1, 2)$ 向右平移 3 个单位长度后得到点 B ，则点 B 的坐标为（ ）

- A. $(-2, 2)$ B. $(2, -3)$
C. $(-1, -2)$ D. $(2, 2)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据点的平移规律：左右平移改变横坐标，右移加左移减，纵坐标不变，本题按规律计算即可得到结果．

【详解】解：将 $(-1, 2)$ 向右平移 3 个单位长度后得到点 B ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-1+3, 2)$ ，即 $(2, 2)$ ．

3. 下列四个函数中，一次函数是（ ）

- A. $y = 6$ B. $y = 3x$ C. $y = \frac{1}{3x}$ D. $y = ax + 1$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一次函数的定义逐一判断选项，一次函数的定义为：形如 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的函数是一次函数，正比例函数是特殊的一次函数.

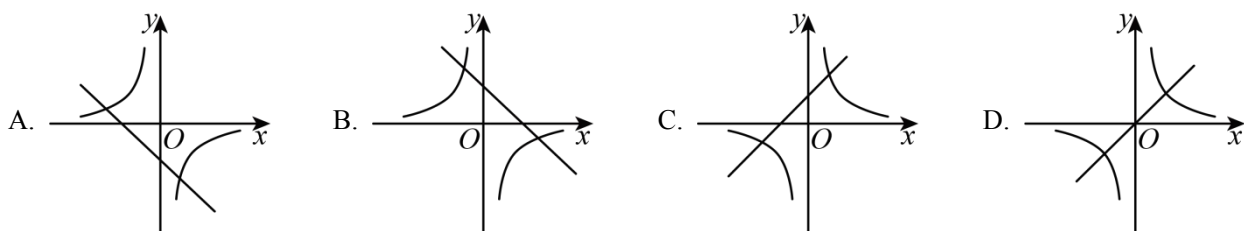
【详解】解：A. $y = 6$ 是常数函数，不符合一次函数定义，错误；

B. $y = 3x$ 中 $k = 3 \neq 0$, $b = 0$, 属于特殊的一次函数，符合定义，正确；

C. $y = \frac{1}{3x}$ 是反比例函数，不符合一次函数定义，错误；

D. $y = ax + 1$ 中未说明 $a \neq 0$, 当 $a = 0$ 时该函数是常数函数，不符合定义，错误.

4. 函数 $y = kx - k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的大致图象可能是图中的 ()



【答案】B

【解析】

【分析】根据一次函数和反比例函数的图象与性质，分 $k < 0$ 和 $k > 0$ 两种情况讨论，能同时成立的即为正确答案.

【详解】解：当 $k < 0$ 时，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分布在二、四象限，一次函数 $y = kx - k$ 的图象过一、二、四象限；B 符合题意；

当 $k > 0$ 时，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分布在一、三象限，一次函数 $y = kx - k$ 的图象过一、三、四象限，没有符合题意的图象.

5. 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 则下列条件中，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

A. $AB \parallel CD, AD \parallel BC$

B. $\angle BAD = \angle BCD, \angle ABC = \angle ADC$

C. $AD \parallel BC, BO = DO$

D. $AB \parallel CD, AD = BC$

【答案】D

【解析】

【详解】解：A、 $\because AB \parallel CD, AD \parallel BC$, 两组对边分别平行,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

B、 $\because \angle BAD + \angle ABC + \angle BCD + \angle ADC = 360^\circ$, $\angle BAD = \angle BCD, \angle ABC = \angle ADC$,

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$, 则

$\therefore AD \parallel BC$,

同理可得 $AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 不符合题意;

C、 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle OAD = \angle OCB, \angle ODA = \angle OBC$,

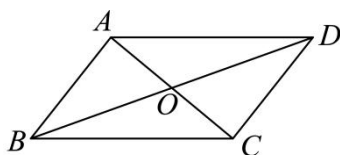
又 $\because BO = DO$,

$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OCB$ (AAS),

$\therefore AO = CO$, 对角线互相平分,

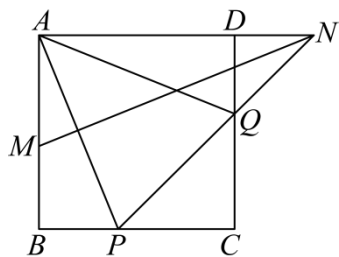
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 不符合题意;

D、当 $AB \parallel CD, AD = BC$ 时, 一组对边平行, 另一组对边相等, 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 符合题意.



6. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是 BC 边上一点, AP 的垂直平分线交 AB 于点 M , 交 AD 的延长线于点 N , 连结 PN 交 CD 于点 Q , 连接 AQ . 给出下面四个结论: ① $NA = NP$; ② PA 平分 $\angle BPN$;

③ $BP + DQ = PQ$; ④ 若 P 是 BC 中点, 则 Q 也是 CD 中点. 上述结论中, 正确结论的序号有 ()



A. ①②③④

B. ①②

C. ①②③

D. ①②④

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 角平分线的判定与性质, 垂直平分线的性质, 掌握相关知识点是解题的关键.

根据线段垂直平分线的性质即可判断①；根据平行线的性质以及等腰三角形即可判断②；过点 A 作 $AE \perp PN$ 于点 E ，根据角平分线的性质可得 $AB = AE$ ，证 $\text{Rt}\triangle ABP \cong \text{Rt}\triangle AEP$ (HL)，得 $BP = EP$ ，证 $\text{Rt}\triangle ADQ \cong \text{Rt}\triangle AEQ$ (HL)，得 $DQ = EQ$ ，即可判断③；假设 Q 是 CD 的中点，此时 $DQ = CQ = \frac{1}{2}CD$ ，可得 $PC + CQ = PQ$ ，不满足三角形的三边关系，故假设不成立，即可判断④。

【详解】解： $\because MN$ 垂直平分 AP ，

$\therefore NA = NP$ ，故结论①正确；

$\therefore \angle NAP = \angle NPA$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

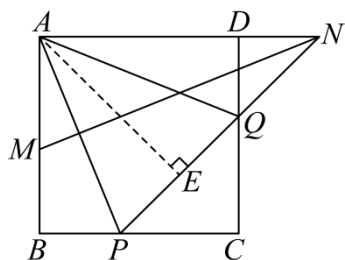
$\therefore AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ， $AD \perp CD$ ， $AB = AD$ ，

$\therefore \angle NAP = \angle BPA$ ，

$\therefore \angle NPA = \angle BPA$ ，

$\therefore PA$ 平分 $\angle BPN$ ，故结论②正确；

如图，过点 A 作 $AE \perp PN$ 于点 E ，



$\because PA$ 平分 $\angle BPN$ ， $AB \perp BC$ ，

$\therefore AB = AE$ ，

$\therefore AD = AE$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 和 $\text{Rt}\triangle AEP$ 中，

$$\begin{cases} AP = AP \\ AB = AE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABP \cong \text{Rt}\triangle AEP$ (HL)，

$\therefore BP = EP$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADQ$ 和 $\text{Rt}\triangle AEQ$ 中，

$$\begin{cases} AQ = AQ \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADQ \cong \text{Rt}\triangle AEQ (\text{HL}),$$

$$\therefore DQ = EQ,$$

$$\therefore BP + DQ = EP + EQ = PQ, \text{ 故结论③正确;}$$

$\because$ 点 P 是 BC 的中点,

$$\therefore PC = PB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}CD,$$

假设点 Q 是 CD 的中点, 则 $DQ = CQ = \frac{1}{2}CD,$

$$\therefore BP + DQ = PC + CQ = CD,$$

$$\therefore BP + DQ = PQ,$$

$$\therefore PC + CQ = PQ,$$

与在 $\triangle PCQ$ 中, $PC + CQ > PQ$ 相矛盾, 故假设不成立, 即此时点 Q 不是 CD 的中点, 故结论④错误;

综上所述, 结论①②③正确.

故选: C.

二、填空题 (共 12 小题, 满分 24 分, 每小题 2 分)

7. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq 1$

【解析】

【分析】 本题考查了求自变量的取值范围、分式有意义的条件, 熟练掌握分式有意义的条件是分母不为 0 是解题的关键. 根据分式有意义的条件即可求解.

【详解】 解: 由题意得, $x-1 \neq 0,$

解得 $x \neq 1,$

故答案为: $x \neq 1.$

8. 平面直角坐标系第三象限内有一点 P , 它到 x 轴的距离为 2, 到 y 轴的距离为 6, 则点 P 的坐标为_____.

【答案】 $(-6, -2)$

【解析】

【分析】 本题考查平面直角坐标系中点的坐标特征以及点到坐标轴的距离的意义, 解题的关键是根据点所在象限确定横纵坐标的符号, 结合点到坐标轴的距离得到点的坐标; 先根据点到坐标轴的距离得到横纵坐

标的绝对值，再根据第三象限内点的横纵坐标均为负，推导出点 P 的坐标.

【详解】解： $\because$ 点 P 到 x 轴的距离为 2，到 y 轴的距离为 6，

$\therefore$ 点 P 纵坐标的绝对值为 2，横坐标的绝对值为 6；

又 $\because$ 点 P 在平面直角坐标系第三象限，第三象限内点的横，纵坐标均为负数，

$\therefore$ 点 P 的横坐标为 -6 ，纵坐标为 -2 ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-6, -2)$.

9. 在平面直角坐标系中， $P(a, -3)$ ， $Q(4, a-1)$ ，且 $PQ \parallel x$ 轴，则 a 的值为_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】平行于 x 轴的直线上的点纵坐标相等，根据该性质列方程即可求解 a 的值.

【详解】解： $\because P(a, -3)$ ， $Q(4, a-1)$ ，且 $PQ \parallel x$ 轴，

$\therefore$ 点 P 和点 Q 的纵坐标相等，即 $a-1 = -3$ ，

解得： $a = -2$.

10. 已知一次函数 $y = (3-m)x + 1$ ，且 y 的值随 x 值的增大而减小，则 m 的取值范围为_____.

【答案】 $m > 3$

【解析】

【分析】根据一次函数的性质， y 随 x 的增大而减小时，一次项系数小于 0，据此列出不等式求解即可.

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y = (3-m)x + 1$ ，且 y 的值随 x 值的增大而减小，

$\therefore 3-m < 0$ ，

解得： $m > 3$.

11. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = x^\circ$ ， $\angle C = (60-x)^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____.

【答案】 150° ## 150 度

【解析】

【分析】根据平行四边形对角相等的性质列方程求出 x ，得到 $\angle A$ 的度数，再利用平行四边形邻角互补的性质计算 $\angle B$ 的度数.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A = \angle C$ ，

又 $\because \angle A = x^\circ$ ， $\angle C = (60-x)^\circ$ ，

$$\therefore x = 60 - x,$$

$$\text{解得 } x = 30,$$

$$\text{即 } \angle A = 30^\circ,$$

$\because$ 平行四边形对边平行, 同旁内角互补,

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

12. 若点 $A(-3, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是_____.

【答案】 $y_3 > y_1 > y_2$

【解析】

【分析】 先根据反比例函数中 $k > 0$ 判断出函数图象所在的象限及增减性, 再根据各点横坐标的特点即可得出结论.

【详解】 解: $\because$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 中 $k > 0$,

$\therefore$ 函数图象的两支分别位于一、三象限, 且在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

$$\because -3 < 0, \quad -1 < 0,$$

$\therefore$ 点 $A(-3, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 位于第三象限,

$$\therefore y_1 < 0, \quad y_2 < 0,$$

$$\because -3 < -1 < 0,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < 0$$

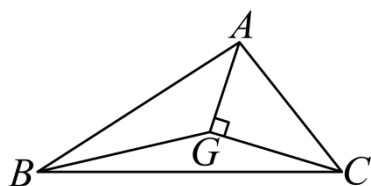
$$\because 2 > 0,$$

$\therefore$ 点 $C(2, y_3)$ 位于第一象限,

$$\therefore y_3 > 0,$$

$$\therefore y_3 > y_1 > y_2.$$

13. 如图在 $\triangle ABC$ 中, G 是三角形的重心, $AG \perp GC$, $AC = 8$, 则 BG 的长为_____.



【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查了三角形重心的性质及其应用问题，延长 BG 交 AC 于点 H ，证明 $GH = \frac{1}{2}AC$ ， $BG = 2GH$ ，即可解决问题.

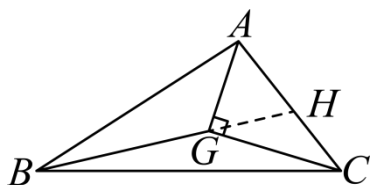
【详解】 解： 延长 BG 交 AC 于点 H ，
则 H 是 AC 的中点，

$$\therefore GH = \frac{1}{2}AC = 4,$$

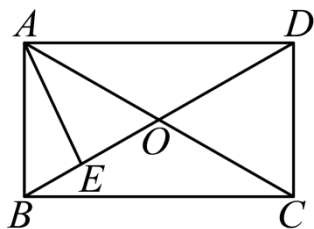
又 $\because G$ 是三角形的重心，

$$\therefore BG = 2GH = 8,$$

故答案为： 8.



14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 6$ ，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $AE \perp BD$ ，垂足为 E ， $DE = 3BE$ ，则 AE 的长是_____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 由在矩形 $ABCD$ 中， $AE \perp BD$ 于 E ， $BE : ED = 1 : 3$ ，易证得 $\triangle ABO$ 是等边三角形，继而可求出 $\angle ADE$ 的度数，又由 $AD = 6$ ，即可求得 AE 的长.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore OB = OD = \frac{1}{2}BD, \quad OA = OC = \frac{1}{2}AC, \quad AC = BD, \quad \angle BAD = 90^\circ.$$

$$\therefore AO = BO = DO = OC,$$

$$\because ED = 3BE,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{2}OB,$$

$$\therefore BE = OE.$$

又 $\because AE \perp BD$,

$\therefore AB = AO$.

$\therefore AB = AO = BO$,

即 $\triangle ABO$ 是等边三角形.

$\therefore \angle ABO = 60^\circ$.

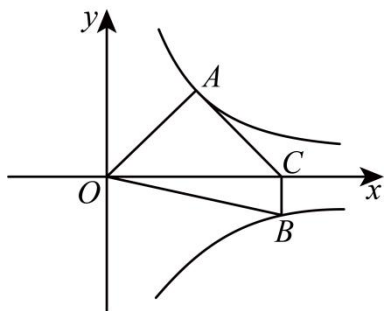
$\therefore \angle ADB = 90^\circ - \angle ABO = 30^\circ$.

$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

15. 如图, A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k > 0, x > 0$) 的图象上, 点 B 在反比例函数 $y = -\frac{k}{x}$ ($x > 0$)

的图象上, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 连接 OA 、 OB 、 AC . 若 $OA = AC$, $S_{\text{四边形}OACB} = 6$, 则 k 的值为

_____.



【答案】4

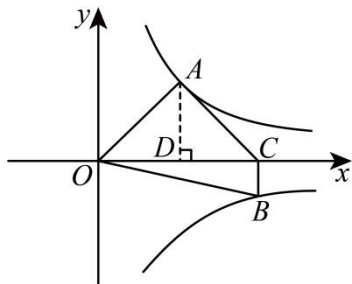
【解析】

【分析】本题考查反比例函数的图象和性质, k 的几何意义, 正确掌握 k 的几何意义是解题的关键.

过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 根据 k 的几何意义和等腰三角形的性质, 易求 $S_{\triangle OAC} = 2S_{\triangle OAD} = k$, $S_{\triangle OBC} = \frac{k}{2}$,

再根据 $S_{\text{四边形}OACB} = 6$, 列出方程, 求解即可.

【详解】解: 如图, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ,



$\because A$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, $AD \perp x$ 轴,

$$\therefore S_{\triangle OAD} = \frac{k}{2},$$

$$\because OA = AC, AD \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore S_{\triangle OAC} = 2S_{\triangle OAD} = 2 \times \frac{k}{2} = k,$$

$$\because \text{点 } B \text{ 在反比例函数 } y = -\frac{k}{x} (x > 0) \text{ 的图象上, } BC \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{|-k|}{2} = \frac{k}{2},$$

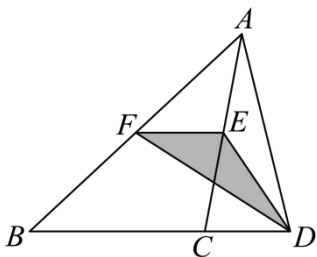
$$\because S_{\text{四边形 } OACB} = 6,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } OACB} = S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC}, \text{ 即 } k + \frac{k}{2} = 6,$$

解得 $k = 4$.

故答案为: 4.

16. 如图, 在 $\triangle ABD$ 中, C 是 BD 上一点, 且 $BC = 2CD$, 若 E 、 F 分别是 AC 、 AB 的中点, $\triangle ABD$ 的面积为 24, 则 $\triangle DEF$ 的面积为_____.

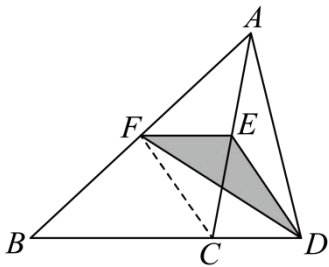


【答案】4

【解析】

【分析】由 $BC = 2CD$, 可得 $S_{\triangle ABC} = 16$, $S_{\triangle ACD} = 8$, 结合 E 、 F 分别是 AC 、 AB 的中点, 可得 $EF \parallel BC$, 进一步可得答案.

【详解】解: 连接 CF .



$\because \triangle ABD$ 的面积为 24, $BC = 2CD$,

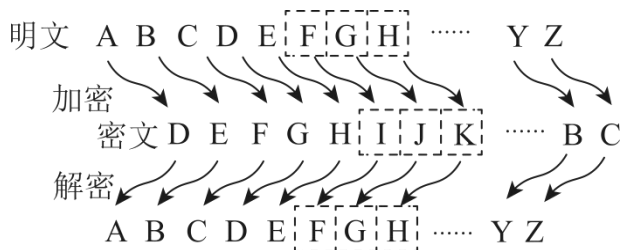
$$\therefore S_{\triangle ABC} = 16, S_{\triangle ACD} = 8,$$

$\because E、F$ 分别是 $AC、AB$ 的中点,

$$\therefore EF \parallel BC, S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BCF} = 8, S_{\triangle AEF} = S_{\triangle CEF} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle EFD} = S_{\triangle EFC} = 4.$$

17. 恺撒密码是世界上最古老的加密技术之一, 采用位移加密方法: 明文中的所有字母都按照一个固定数值在字母表上向后 (或向前) 进行移位后形成密文. 例如, 向前移动 3 位 (密钥 $k=3$) 的恺撒密码, 如上图所示: 解密: 已知密钥 $k=3$, 密文 $uhdgb$ 所对应的明文是_____.



【答案】 *ready*

【解析】

【分析】 根据规则分别确定密文 $uhdgb$ 中每个字母对应的明文中的字母, 进一步可得答案.

【详解】 解: 由题意可得: u 向前移动 3 位对应的是 r ,

h 向前移动 3 位对应的是 e ,

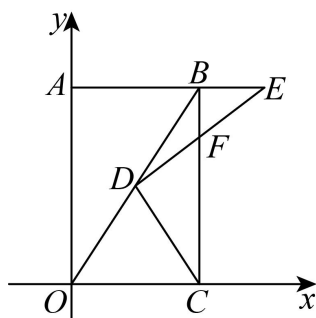
d 向前移动 3 位对应的是 a ,

g 向前移动 3 位对应的是 d ,

结合循环可得: b 向前移动 3 位对应的是 y ,

$\therefore$ 当密钥 $k=3$, 密文 $uhdgb$ 所对应的明文是 *ready*.

18. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(0,8)$, 点 C 为 x 轴正半轴上一动点, 以 OA, OC 为边作矩形 $OABC$, 点 E 为线段 AB 的延长线上一点, 且 $BE = \frac{1}{2}AB$, D 为 OB 的中点, 连接 DE 交 BC 于点 F , 连接 CD , 当三角形 CDF 为等腰三角形时, 点 B 的坐标为_____.



【答案】 $(4\sqrt{5}, 8)$ 或 $(8\sqrt{2}, 8)$

【解析】

【分析】 取 BC 的中点 G , 连接 DG , 则 DG 为 $\triangle OCB$ 的中位线, $DG \parallel OC$, $DG = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}AB$, 证明 $\triangle BEF \cong \triangle GDF$ (AAS), 推出 $BF = GF = \frac{1}{2}BG = 2$, $CF = 6$, 分 $CD = CF = 6$ 和 $DF = CF = 6$ 两种情况, 分别讨论即可求解.

【详解】 解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(0, 8)$, 四边形 $OABC$ 为矩形,

$$\therefore OA = BC = 8, AB \parallel OC,$$

取 BC 的中点 G , 连接 DG ,

$$\text{则 } CG = BG = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$\because D$ 为 OB 的中点, G 为 BC 的中点,

$\therefore DG$ 为 $\triangle OCB$ 的中位线,

$$\therefore DG \parallel OC, DG = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because BE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore DG = BE,$$

$$\because DG \parallel OC, AB \parallel OC,$$

$$\therefore DG \parallel BE,$$

$$\therefore \angle E = \angle GDF,$$

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle GDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle GDF \\ \angle BFE = \angle GFD, \\ EB = DG \end{cases}$$

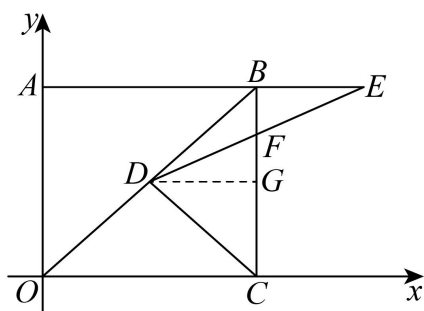
$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle GDF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BF = GF = \frac{1}{2}BG = 2,$$

$$\therefore CF = CG + GF = 4 + 2 = 6,$$

由图可得 $DF < DC$, 故分两种情况讨论:

当 $CD = CF = 6$ 时, 如图:

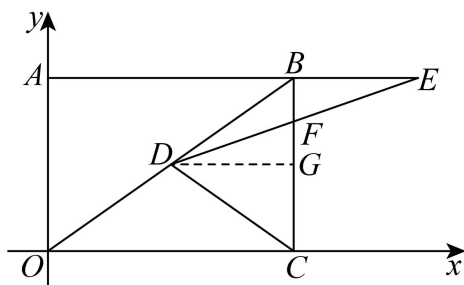


则 $OB = 2CD = 12$,

$$\therefore AB = \sqrt{OB^2 - OA^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore B(4\sqrt{5}, 8);$$

当 $DF = CF = 6$ 时, 如图:



$$\text{则 } DG = \sqrt{DF^2 - FG^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore AB = OC = 2DG = 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2},$$

$$\therefore B(8\sqrt{2}, 8);$$

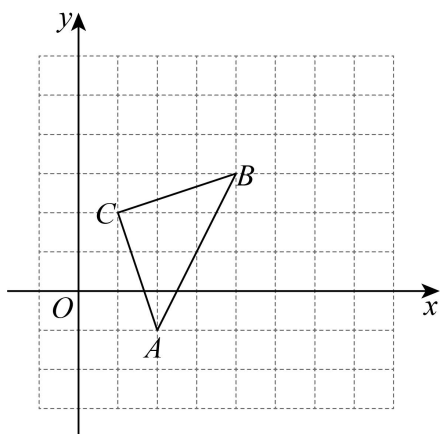
综上所述, 点 B 的坐标为 $(4\sqrt{5}, 8)$ 或 $B(8\sqrt{2}, 8)$

故答案为: $(4\sqrt{5}, 8)$ 或 $B(8\sqrt{2}, 8)$.

【点睛】 本题考查矩形的性质, 三角形中位线的性质, 全等三角形的判定和性质, 勾股定理, 等腰三角形的定义等, 注意分情况讨论是解题的关键.

三. 解答题 (共 7 题, 总分 64)

19. 如图, 直角坐标系中, ABC 的顶点都在网格点上, 其中 C 点坐标为 $(1, 2)$.



- (1) 写出点 A 、 B 的坐标: A (____)、 B (____);
- (2) 判断 ABC 的形状____, 计算 ABC 的面积是____;
- (3) 将 ABC 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 若 ABC 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是_____.

【答案】 (1) 2, -1, 4, 3.

(2) 等腰直角三角形, 5.

(3) 图见解析, $(a-2, b+1)$

【解析】

【分析】 本题考查作图 - 平移变换, 勾股定理以及勾股定理的逆定理等知识, 解题的关键是掌握勾股定理以及逆定理, 学会利用平移变换的性质解决问题.

- (1) 根据点在坐标系中的位置写出答案;
- (2) 根据勾股定理求出三边长, 再根据两边长相等及勾股定理的逆定理即可判断三角形是等腰直角三角形, 进一步求出三角形的面积即可;
- (3) 根据 ABC 的平移规律即可求出答案.

【小问 1 详解】

解: 由题意可得, $A(2, -1), B(4, 3)$.

故答案为: 2, -1, 4, 3.

【小问 2 详解】

$$\because AC = BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, \quad AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AC = BC, \quad AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

即 ABC 的形状是等腰直角三角形,

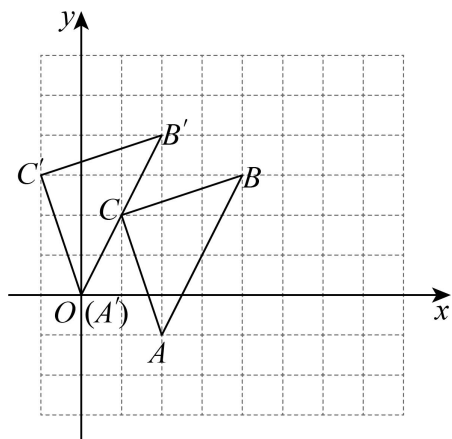
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 5,$$

故 $\triangle ABC$ 的面积为 5.

故答案为: 等腰直角三角形, 5.

【小问 3 详解】

解: 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求,



$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 若 $\triangle ABC$ 内一点 P 的坐标是 (a, b) , 则点 P 在 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标是 $(a-2, b+1)$.

故答案为: $(a-2, b+1)$.

20. 已知 y 与 $x-2$ 成正比例, 且当 $x=3$ 时, $y=-2$.

(1) y 关于 x 的函数表达式;

(2) 当 $y=-3$ 时, 求 x 的值.

【答案】(1) $y = -2x + 4$;

(2) x 的值为 3.5.

【解析】

【分析】本题主要考查了用待定系数法求解析式, 求自变量的值, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 根据题意设出函数关系式 $y = k(x-2) (k \neq 0)$, 然后代入即可求解;

(2) 把 $y = -3$ 代入 (1) 中函数解析式即可求出 x 的值.

【小问 1 详解】

解: 由题意, 设 y 关于 x 的函数表达式为 $y = k(x-2) (k \neq 0)$,

$\therefore$ 当 $x=3$ 时, $y=-2$,

$$\therefore -2 = k(3-2),$$

解得： $k = -2$ ；

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数表达式为 } y = -2x + 4;$$

【小问 2 详解】

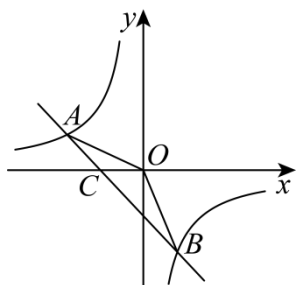
解： $\because y \text{ 关于 } x \text{ 的函数表达式为 } y = -2x + 4,$

$$\therefore \text{当 } y = -3 \text{ 时, } -3 = -2x + 4,$$

解得： $x = 3.5,$

$\therefore x \text{ 的值为 } 3.5.$

21. 如图，已知 $A(-3, n)$ ， $B(2, -3)$ 是一次函数 $y = kx + b$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.



(1) 求出一一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 观察图象，直接写出不等式 $kx + b - \frac{m}{x} < 0$ 的解集;

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】(1) $y = -x - 1$; $y = \frac{-6}{x}$

(2) $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$;

(3) $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】(1) 先根据 B 点的坐标求出反比例函数解析式，再求出 A 点的坐标，两个 A 、 B 两点的坐标代入一次函数解析式中，求出一一次函数解析式;

(2) 根据图象求出不等式的解集;

(3) 先求一次函数与 x 轴交点 C ，从而可求得 $OC = 1$ ，利用三角形面积公式求解.

【小问 1 详解】

解： $\because A(-3, n)$ ， $B(2, -3)$ 是一次函数 $y = kx + b$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象的两个交点，

$$\therefore m = -3 \times 2 = -6,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{-6}{x},$$

$$\therefore n = \frac{-6}{-3} = 2,$$

$$\therefore A(-3, 2),$$

$$\text{将 } A(-3, 2), B(2, -3) \text{ 代入 } y = kx + b \text{ 得 } \begin{cases} -3k + b = 2 \\ 2k + b = -3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -x - 1;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 由函数图象得, } kx + b - \frac{m}{x} < 0 \text{ 的解集为 } -3 < x < 0 \text{ 或 } x > 2;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because \text{一次函数的解析式为 } y = -x - 1,$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } 0 = -x - 1,$$

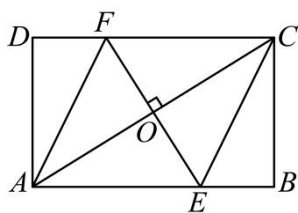
$$\text{解得 } x = -1,$$

$$\therefore C(-1, 0),$$

$$\therefore OC = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{5}{2}.$$

22. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 的垂直平分线分别交 AB , CD 于点 E , F , 连接 AF , CE .



(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形;

(2) 如果 $\angle BCE = 26^\circ$, 求 $\angle CAF$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle CAF = 32^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了矩形的性质、菱形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、线段的垂直平分线的性

质.

(1) 根据矩形的性质得到 $AB \parallel CD$, $OC = OA$, 证明 $\triangle FCO \cong \triangle EAO$ (ASA), 进而证明四边形 $AECF$ 是平行四边形, 根据线段的垂直平分线的性质得到 $FA = FC$, 即可证明四边形 $AECF$ 是菱形;

(2) 根据矩形的性质得到 $\angle DCB = 90^\circ$, 进而求出 $\angle FCE = 64^\circ$, 根据菱形的性质即可求出 $\angle CAF$ 的度数.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD, \quad OC = OA,$$

$$\therefore \angle FCO = \angle EAO,$$

$$\because \angle COF = \angle AOE,$$

$$\therefore \triangle FCO \cong \triangle EAO \text{ (ASA)},$$

$$\therefore CF = AE,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$\because EF$ 垂直平分线段 AC ,

$$\therefore FA = FC,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCE = 26^\circ,$$

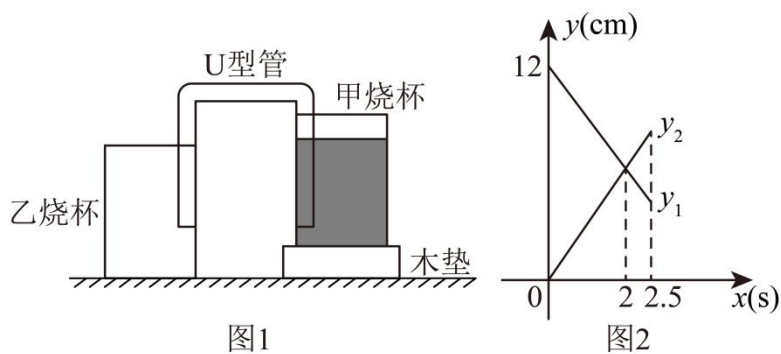
$$\therefore \angle FCE = 64^\circ,$$

由 (1) 得四边形 $AECF$ 是菱形,

$$\therefore \angle FAE = \angle FCE = 64^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = \frac{1}{2} \angle FAE = 32^\circ.$$

23. 如图 1, 桌面上有甲、乙两个形状大小完全相同的烧杯. 初始时, 甲烧杯内的水面离杯底的高度为 12 cm, 乙烧杯中无水. 用一根 U 型管可将垫有木垫的甲烧杯中的水引流至乙烧杯中, 当两烧杯的水面离桌面高度相平时, 引流会自动停止. 引流过程中, 设甲、乙烧杯内的水面离杯底的高度分别为 y_1 , y_2 (单位: cm).



(1) y_1 与 y_2 的交点坐标为_____.

(2) 图 2 是 y_1 , y_2 与引流时间 x (单位: s) 的函数图象, 若第 2.5 秒时引流停止, 则木垫的高度为多少厘米?

【答案】 (1) $(2, 6)$ (2) 3 厘米

【解析】

【分析】 (1) 根据当 $x = 2$ 时, 甲、乙烧杯内的水面离杯底的高度相同, 则此时甲、乙烧杯内的水面离杯底的高度均为 6cm , 即可确定 y_1 与 y_2 的交点坐标;

(2) 利用待定系数法解得 y_1 与 y_2 的函数解析式, 然后根据当第 2.5 秒时引流停止, 即两烧杯的水面离桌面高度相平, 进一步求解即可.

【小问 1 详解】

解: 根据题意, 当 $x = 2$ 时, 甲、乙烧杯内的水面离杯底的高度相同,

$\therefore$ 初始时, 甲烧杯内的水面离杯底的高度为 12cm ,

$\therefore$ 此时甲、乙烧杯内的水面离杯底的高度均为 $\frac{12}{2} = 6\text{cm}$,

即 y_1 与 y_2 的交点坐标为 $(2, 6)$;

【小问 2 详解】

设 $y_1 = kx + b$ ($k \neq 0$), 将点 $(0, 12), (2, 6)$ 代入,

$$\text{可得} \begin{cases} b = 12 \\ 6 = 2k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -3 \\ b = 12 \end{cases},$$

$$\therefore y_1 = -3x + 12,$$

设 $y_2 = mx$ ($m \neq 0$), 将点 $(2, 6)$ 代入,

$$\text{可得} 6 = 2m, \text{解得} m = 3,$$

$$\therefore y_2 = 3x,$$

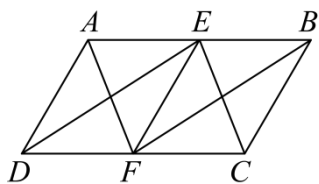
当第 2.5 秒时引流停止，即两烧杯的水面离桌面高度相平，

$$\therefore \text{木垫的高度为 } 3 \times 2.5 - (-3 \times 2.5 + 12) = 3 \text{ cm}.$$

24. 按要求解答问题:

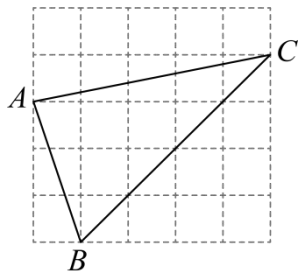
【问题情境】

(1) 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 和点 F 分别是边 AB ， CD 的中点，连接 EF ， DE ， CE ， AF ， BF ，那么图中与 $\triangle DEC$ 面积相等的平行四边形是_____。(写出图中所有符合要求的平行四边形)



【问题探究】

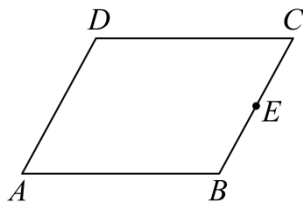
(2) 在由边长为 1 的小正方形构成的网格图形中，每个小正方形的顶点称为格点。如图，已知在 5×5 的网格图形中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 都在格点上，画出平行四边形 $ABGH$ ，使 $S_{\triangle ABC} = S_{\square ABGH}$ ，且点 G ， H 均在格点上 (要求：只需画出一个符合要求的图形)。



阅读:《无刻度直尺作图》“无刻度直尺作图是一种特殊的几何作图方式，仅依靠无刻度的直尺这一工具来完成特定的几何图形绘制”，我们规定无刻度的直尺只能用来连接两点作线段。

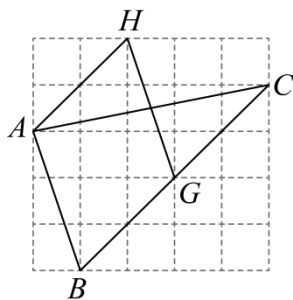
【问题拓展】

(3) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ ， E 是边 BC 的中点，求作一点 Q ，使 $S_{\triangle CDQ} = S_{\square ABCD}$ 。(仅利用无刻度直尺作图，保留作图痕迹)。

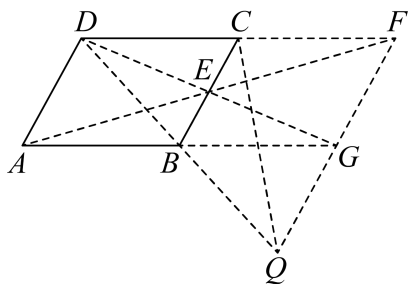


【答案】(1) $\square ADFE, \square AFCE, \square EFCB, \square DEBF$

(2) 解: 如图所示, 平行四边形 $ABGH$, 为所求:



(3) 解: 如图所示, 点 Q 为所求:



【解析】

【分析】(1) 先证明四边形 $ADFE$, 四边形 $AFCE$, 四边形 $EFCD$, 四边形 $DEBF$ 都是平行四边形, 再利用平行线间距离处处相等即可解答;

(2) 利用网格的特点取 BC 的中点, 即格点 G , 再利用平移的性质取格点 H , 连接 GH , 即 $AB \parallel GH, AB = GH$, 连接 AH 即可得到平行四边形 $ABGH$, 可得 $AH \parallel BC$, 再根据点 A , 点 H 到 BC 的距离相等, $BG = \frac{1}{2}BC$, 可得 $S_{\triangle ABC} = S_{\square ABGH}$;

(3) 连接 DE 并延长交 AB 延长线于点 G , 连接 AE 并延长交 DC 延长线于点 F , 作射线 FG, DB 交于点 Q 即可.

【小问 1 详解】

解: 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AB = CD$,

$\because$ 点 E 和点 F 分别是边 AB, CD 的中点,

$$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB, DF = CF = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore AE = DF = BE = CF,$$

$\therefore$ 四边形 $ADFE$, 四边形 $AFCE$, 四边形 $EFCD$, 四边形 $DEBF$ 都是平行四边形,

$\because$ 平行线间距离处处相等,

设 AB, CD 间的距离为 h ,

$\therefore \square ADFE, \square AFCE, \square EFCB, \square DEBF$ 等底等高, 且面积都为 $AE \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot h$,

$$\therefore S_{DEC} = \frac{1}{2} CD \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot h,$$

$\therefore$ 与 $\triangle DEC$ 面积相等的平行四边形是 $\square ADFE, \square AFCE, \square EFCB, \square DEBF$;

【小问 2 详解】

解: $\because B$ 点先向左平移 1 个单位, 再向上平移 3 个单位得到 A 点, G 点先向左平移 1 个单位, 再向上平移 3 个单位得到 H 点,

$\therefore AB \parallel GH$,

$\therefore$ 四边形 $ABGH$ 是平行四边形,

$\therefore AH \parallel BG$, 即 $AH \parallel BC$,

点 A , 点 H 到 BC 的距离相等,

设点 A , 点 H 到 BC 的距离为 h ,

$\because$ 点 G 是 BC 的中点,

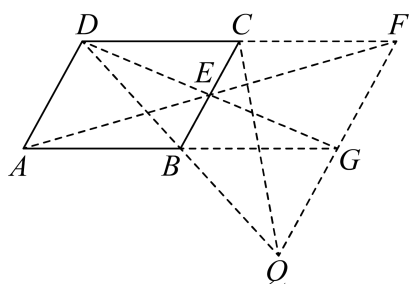
$$\therefore BG = \frac{1}{2} BC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h, S_{\square ABGH} = BC \cdot h,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h = S_{\square ABGH};$$

【小问 3 详解】

解: 如图,



$\because E$ 是边 BC 的中点,

$$\therefore BE = CE,$$

$\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AB = CD$,

$$\therefore DF \parallel AG,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle BAE, \angle FCE = \angle ABE,$$

$$\therefore \triangle CFE \cong \triangle BAE (A, A, S),$$

$$\therefore AB = CF,$$

$$\therefore CD = CF = \frac{1}{2} DF,$$

同理, $\triangle CDE \cong \triangle BGE$,

$$\therefore CD = BG,$$

$$\therefore AB = BG = \frac{1}{2} AG,$$

$$\therefore AG = DF,$$

$$\therefore DF \parallel AG,$$

$\therefore$ 四边形 $AGFD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel FQ, AD = FG,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle QGB, \angle ADB = \angle BQG,$$

$$\therefore AB = BG,$$

$$\therefore \triangle DAB \cong \triangle QGB (A, A, S),$$

$$\therefore BD = BQ,$$

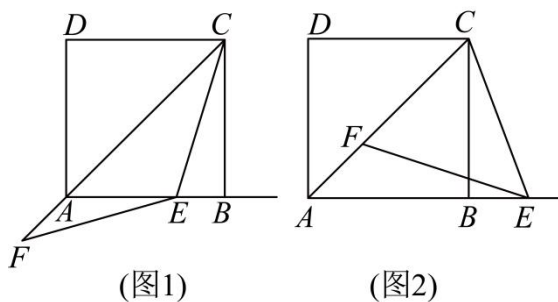
$$\therefore S_{\triangle BCQ} = S_{\triangle BCD},$$

$$\therefore S_{\triangle CDQ} = 2S_{\triangle BCD},$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

$$\therefore S_{\triangle CDQ} = S_{\square ABCD}.$$

25. 已知, 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 6, 点 E 为射线 AB 上一个动点, 连接 CE , 以点 E 为圆心, CE 为半径画弧与直线 CA 交于点 F , 连接 EF , 且规定 $0^\circ < \angle BCE < 45^\circ$.



(1) 如图 1, 当点 E 在边 AB 上时, 求证: $\angle BCE = \angle AEF$;

(2) 如图 2, 当点 E 在边 AB 的延长线上时, 求解下列问题:

① 设 BE 的长为 x , AF 的长为 y , 试求 y 关于 x 的函数解析式及 x 的取值范围;

② 当 $\angle BEC = 3\angle BCE$ 时, 求 BE 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) ① $y = \sqrt{2}x (0 < x < 6)$; ② $BE = 6\sqrt{2} - 6$

【解析】

【分析】 (1) 根据正方形的性质及三角形的外角的性质即可求解;

(2) ① 如图所示, 过点 E 作 $EG \perp AC$ 于点 G , 勾股定理求出 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 6\sqrt{2}$, 然后得到 $\triangle AGE$ 是等腰直角三角形, 求出 AG , FG , 证明出 $CF = 2FG$ 得到 $6\sqrt{2} - y = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x + 3\sqrt{2} - y\right)$, 进而求解即可; 然后由 $0^\circ < \angle BCE < 45^\circ$ 即可得到 x 的取值范围;

② 由 $\angle BEC = 3\angle BCE$ 求出 $\angle BCE = 22.5^\circ$, 然后证明出 $\angle ACE = \angle AEC$, 得到 $AC = AE = 6\sqrt{2}$, 进而求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 正方形 $ABCD$,

$\therefore \angle CAB = \angle BCA = 45^\circ$.

$\because CE = EF$,

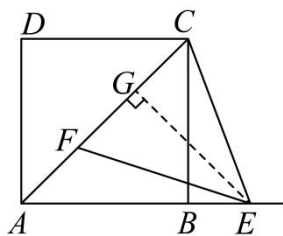
$\therefore \angle AFE = \angle ACE$.

$\because \angle CAB = \angle AFE + \angle AEF, \angle BCA = \angle ACE + \angle BCE$,

$\therefore \angle AEF = \angle BCE$.

【小问 2 详解】

① 如图所示, 过点 E 作 $EG \perp AC$ 于点 G



$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 6

$\therefore AB = BC = 6$

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 6\sqrt{2}$

$\because$ 设 BE 的长为 x , AF 的长为 y

$$\therefore CF = AC - AF = 6\sqrt{2} - y, \quad AE = AB + BC = x + 6$$

$$\because EG \perp AC, \quad \angle BAC = 45^\circ$$

$\therefore \triangle AGE$ 是等腰直角三角形

$$\therefore AG = EG = \frac{\sqrt{2}}{2} AE = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + 6) = \frac{\sqrt{2}}{2} x + 3\sqrt{2}$$

$$\therefore FG = AG - AF = \frac{\sqrt{2}}{2} x + 3\sqrt{2} - y$$

$$\because CE = EF, \quad EG \perp AC$$

$$\therefore CG = FG$$

$$\therefore CF = 2FG$$

$$\therefore 6\sqrt{2} - y = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x + 3\sqrt{2} - y \right)$$

整理得, $y = \sqrt{2}x$

$$\because \text{规定 } 0^\circ < \angle BCE < 45^\circ$$

$$\therefore x > 0$$

当 $\angle BCE = 45^\circ$ 时,

$$\because \angle ACB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ$$

$\therefore$ 此时点 F 和点 C 重合,

$$\because BC \perp BE$$

$\therefore \triangle BCE$ 是等腰直角三角形

$$\therefore x = BE = BC = 6$$

$\therefore x$ 的取值范围 $0 < x < 6$;

②当 $\angle BEC = 3\angle BCE$ 时

$$\because BC \perp BE, \quad \text{即 } \angle CBE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCE + \angle BEC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCE + 3\angle BCE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCE = 22.5^\circ$$

$$\therefore \angle BEC = 3\angle BCE = 67.5^\circ, \quad \angle ACE = \angle ACB + \angle BCE = 67.5^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = \angle AEC$$

$$\therefore AC = AE = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore BE = AE - AB = 6\sqrt{2} - 6.$$

【点睛】 本题考查正方形的性质，三角形外角的性质，勾股定理，等腰直角三角形的判定及性质，熟练掌握相关性质是解决问题的关键.