

2022 学年第二学期初二年级数学学科第二次质量调研试题卷

(满分: 100 分, 时间: 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 若一次函数 $y = kx + b$ 的 y 随 x 的增大而减小, 且图象与 y 轴的负半轴相交, 则对 k 和 b 的符号判断正确的是 ()

- A. $k > 0, b > 0$ B. $k > 0, b < 0$ C. $k < 0, b > 0$ D. $k < 0, b < 0$

【答案】D

【解析】

【分析】先根据函数的增减性判断出 k 的符号, 再根据图象与 y 轴的负半轴相交判断出 b 的符号.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的函数值 y 随 x 的增大而减小,

$\therefore k < 0$;

$\because$ 图象与 y 轴的负半轴相交,

$\therefore b < 0$

故选 D

【点睛】本题考查一次函数图象与系数的关系, 解题的关键是掌握一次函数图象与系数的关系.

2. 一个多边形的内角和是其外角和的 6 倍, 则这个多边形的边数是 ()

- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

【答案】C

【解析】

【分析】已知多边形的外角和为 360° , 结合题意, 利用多边形的内角和公式列方程并解方程即可.

【详解】解: 设这个多边形的边数是 n ,

则 $(n - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \times 6$,

解得: $n = 14$,

即这个多边形的边数是 14.

故选: C.

【点睛】本题主要考查多边形的内角和与外角和, 利用方程思想将外角和与内角和建立等量关系是解题的关键.

3. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 一次函数 $y = 4(x - 1) - 2$ 在 y 轴上的截距是 -2

B. 一次函数 $y = x - 1$ 的图像与 x 轴交于点 $(-1, 0)$

C. 一次函数 $y = -2x + 3 (-1 \leq x \leq 3)$ 的图像是一条线段

D. 一次函数 $y = (-m^2 - 1)x + 3x + n$ 的图像一定经过第二、四象限

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的图象和性质判断即可.

【详解】解：A、一次函数 $y = 4(x - 1) - 2$ ，可化为 $y = 4x - 6$ ，在 y 轴上的截距是 -6 ，本选项说法错误，不符合题意；

B、一次函数 $y = x - 1$ 的图象与 x 轴交于点 $(1, 0)$ ，本选项说法错误，不符合题意；

C、一次函数 $y = -2x + 3 (-1 \leq x \leq 3)$ 的图象是一条线段，本选项说法正确，符合题意；

D、一次函数 $y = (-m^2 - 1)x + 3x + n$ ，可化为 $y = (-m^2 + 2)x + n$ ，

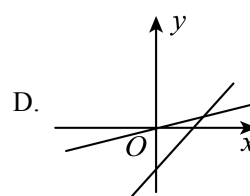
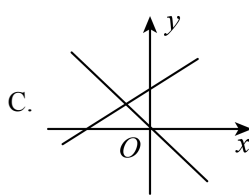
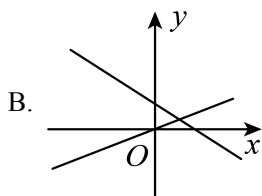
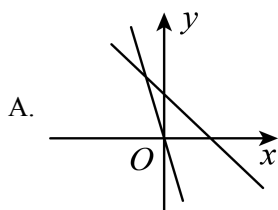
当 $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ 时， $-m^2 + 2 > 0$ ，

它的图象经过第一、三象限，本选项说法错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题，掌握一次函数的图象和性质是解题的关键.

4. 一次函数 $y_1 = kx + b$ 与 $y_2 = kbx$ (k, b 为常数，且 $kb \neq 0$) 在同一平面直角坐标系内的图象可能是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】此题主要考查了一次函数图象，注意：一次函数 $y = kx + b$ 的图象有四种情况：当 $k > 0, b > 0$ ，函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、三象限；当 $k > 0, b < 0$ ，函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、三、四象限；当 $k < 0, b > 0$ 时，函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、四象限；当 $k < 0, b < 0$ 时，函数 $y = kx + b$ 的图象经过第二、三、四象.

根据一次函数的图象与系数的关系，由一次函数 $y = kx + b$ 图象分析可得 k 、 b 的符号，进而可得 $k \cdot b$ 的符号，从而判断 $y = kbx$ 的图象是否正确，进而比较可得答案.

【详解】解：根据一次函数的图象分析可得：

A、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0, b > 0, kb < 0$ ；正比例函数 $y = kbx$ 的图象可知 $kb < 0$ ，一致，故此选项正确；

B、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0, b > 0$ ；即 $kb < 0$ ，与正比例函数 $y = kbx$ 的图象可知 $kb > 0$ ，矛盾，故此选项错误；

C、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0, b > 0$ ；即 $kb > 0$ ，与正比例函数 $y = kbx$ 的图象可知 $kb < 0$ ，矛盾，故此选项错误；

D、由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0, b < 0$ ；即 $kb < 0$ ，与正比例函数 $y = kbx$ 的图象可知 $kb > 0$ ，矛盾，故此选项错误；

故选：A.

5. 下列说法中，正确的个数有（ ）

(1) 关于 x 的方程 $\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$ 既是分式方程，又是无理方程；

(2) 关于 x 的方程 $x^2 = 0$ 是二项方程；

(3) 关于 x 、 y 的方程 $x^2 - 3xy - y^2 = 0$ 是二元二次方程；

(4) 关于 x 的方程 $x^2 - 3\sqrt{2}x + 1 = 0$ 是无理方程.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据分式方程的定义和无理方程的定义对 (1) 进行判断；根据一元二次方程定义对 (2) (4) 进行判断；根据二元二次方程的定义对 (3) 进行判断.

【详解】解：关于 x 的方程 $\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$ 不是分式方程，是无理方程，所以 (1) 错误；

关于 x 的方程 $x^2 = 0$ 是二次方程，所以 (2) 错误；

关于 x 、 y 的方程 $x^2 - 3xy - y^2 = 0$ 是二元二次方程，所以 (3) 正确；

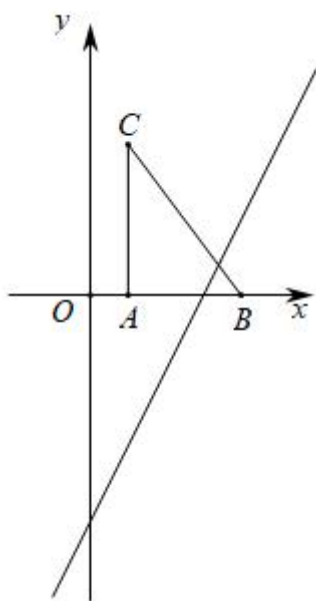
关于 x 的方程 $x^2 - 3\sqrt{2}x + 1 = 0$ 是一元二次方程，所以 (4) 错误.

所以，正确的个数共有 1 个，

故选：B.

【点睛】本题考查了无理方程：方程中含有根式，且开方数是含有未知数的代数式，这样的方程叫做无理方程. 也考查了高次方程和分式方程的定义.

6. 如图，把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 放在直角坐标系内，其中 $\angle CAB=90^\circ$ ， $BC=5$ ，点 A、B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移，当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时，线段 BC 扫过的面积为 ()



A. 4

B. 8

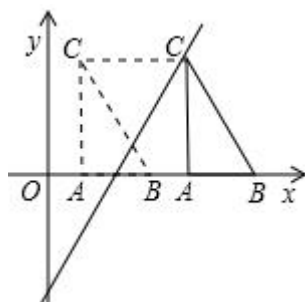
C. 16

D. $8\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【详解】试题分析：∵点 A、B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$ ，∴ $AB=3$ ， $BC=5$ ，∵ $\angle CAB=90^\circ$ ，∴ $AC=4$ ，∴点 C 的坐标为 $(1, 4)$ ，当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时，∴令 $y=4$ ，得到 $4=2x-6$ ，解得 $x=5$ ，∴平移的距离为 $5-1=4$ ，∴线段 BC 扫过的面积为 $4 \times 4=16$ ，故选 C.



考点：1. 一次函数综合题；2. 一次函数图象上点的坐标特征；3. 平行四边形的性质；4. 平移的性质.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. 方程 $\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x+3} = 0$ 的解为_____.

【答案】 $x = 5$

【解析】

【分析】 根据两个数的积为零，则至少一个为零，即可求解.

【详解】 解： $\because \sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x+3} = 0$,

$\therefore \sqrt{x-5} = 0$ 或 $\sqrt{x+3} = 0$,

即 $x-5=0$ 或 $x+3=0$,

解得： $x=5$ 或 $x=-3$,

经检验， $x=-3$ 时， $x-5 < 0$ ，故它不是原方程的解.

故答案为： $x=5$.

【点睛】 本题考查的是解无理方程，关键是通过乘方转化为有理方程，注意解无理方程要检验.

8. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{2x} - \frac{3x}{x^2-1} = 5$ ，设 $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，则得到关于 y 的整式方程为_____.

【答案】 $y^2 - 10y - 6 = 0$

【解析】

【分析】 设 $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，则 $\frac{x^2-1}{2x} = \frac{1}{2}y$ ， $\frac{3x}{x^2-1} = \frac{3}{y}$ ，转化后再进一步整理得到整式方程即可.

【详解】 解： 设 $\frac{x^2-1}{x} = y$,

$\therefore \frac{x^2-1}{2x} = \frac{1}{2}y$, $\frac{3x}{x^2-1} = \frac{3}{y}$,

则原方程为： $\frac{1}{2}y - \frac{3}{y} = 5$,

整理得： $y^2 - 10y - 6 = 0$,

故答案为： $y^2 - 10y - 6 = 0$.

【点睛】 本题考查了用换元法解分式方程，掌握换元法、变量代换法，通过引进新的变量，可以把分散的

条件联系起来，隐含的条件显露出来，或者把条件与结论联系起来，或者变为熟悉的形式，把复杂的计算和推证简化是解题的关键.

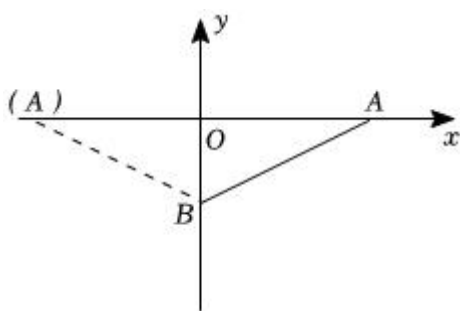
9. 已知直线 $y = kx - 3$ 与两坐标轴所围成的三角形的面积为 6，则 k 的值为_____.

【答案】 $\pm \frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出直线与坐标轴的交点坐标，利用三角形的面积公式结合三角形的面积，即可求出 k 值，此题得解.

【详解】 解：依照题意，画出图象，如图所示.



当 $x = 0$ 时， $y = kx - 3 = -3$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, -3)$;

当 $y = 0$ 时， $kx - 3 = 0$,

解得： $x = \frac{3}{k}$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(\frac{3}{k}, 0)$.

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 3 \times |\frac{3}{k}| = 6$,

解得： $k = \pm \frac{3}{4}$.

故答案为： $\pm \frac{3}{4}$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及三角形的面积，利用一次函数图象上点的坐标特征，求出直线与坐标轴的交点坐标是解题的关键.

10. 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(-2, 3)$ ，且不经第四象限，请写出一个符合上述条件的函数关系式：_____.

【答案】 $y = x + 5$ (不唯一)

【解析】

【分析】 根据题意可知 $k > 0$ ，这时可任设一个满足条件的 k ，则得到含 x 、 y 、 b 三个未知数的函数关系式，将 $(-2, 3)$ 代入函数关系式，求得 b ，那么符合条件的函数关系式也就求出。

【详解】 解： $\because$ 图象经过点 $(-2, 3)$ ，且不过第四象限，

$\therefore k > 0$ ，

$\therefore$ 可选取 1，那么一次函数的解析式可表示为： $y = x + b$ ，

把点 $(-2, 3)$ 代入得： $b = 5$ ，

$\therefore$ 要求的函数解析式为： $y = x + 5$ 。

故答案为： $y = x + 5$ (不唯一)。

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，一次函数的性质，需注意应先确定 x 的系数，然后把适合的点代入求得常数项。

11. 一次函数 $y = x + 5$ 的图像经过 $(a, b)(c, d)$ ，则 $a(c - d) - b(c - d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 25

【解析】

【分析】 将 $a(c - d) - b(c - d)$ 因式分解为 $(a - b)(c - d)$ ，再将 $P(a, b)$ 、 $Q(c, d)$ 分别代入解析式，求出 $a - b$ 与 $c - d$ 的值，再进行计算。

【详解】 将 $P(a, b)$ 、 $Q(c, d)$ 分别代入解析式 $y = x + 5$ 得： $a + 5 = b$ ， $c + 5 = d$ ，整理得： $a - b = -5$ ， $c - d = -5$ ， $\therefore a(c - d) - b(c - d) = (a - b)(c - d) = -5 \times (-5) = 25$ 。

故答案为 25。

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，知道函数图象上点的坐标符合函数解析式以及因式分解是解题的关键。

12. 已知 x 为实数，若 $x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 8 = 0$ ，那么 $x + \frac{1}{x}$ 的值为_____。

【答案】 2 或 3

【解析】

【分析】 将原方程变形为 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$ ，然后把 $x + \frac{1}{x}$ 看作一个整体运用因式分解法求出

$x + \frac{1}{x}$ 的值即可.

【详解】解: $\because x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 8 = 0,$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0,$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0,$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x} - 2\right)\left(x + \frac{1}{x} - 3\right) = 0,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} - 2 = 0, x + \frac{1}{x} - 3 = 0,$$

解得, $x + \frac{1}{x} = 2, x + \frac{1}{x} = 3,$

故答案为: 2 或 3.

【点睛】本题主要考查了配方法, 用因式分解法解一元二次方程, 正确将原方程进行变形运用因式分解法求解是解答本题的关键.

13. 若关于 x 的方程 $\frac{2m+x}{x-3} - 1 = \frac{2}{x}$ 无解, 则 m 的值是_____.

【答案】 $-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】将分式方程转化为整式方程, 分整式方程无解和分式方程有增根两种情况求解即可.

【详解】解: $\frac{2m+x}{x-3} - 1 = \frac{2}{x},$

方程两边同乘: $x(x-3)$, 得: $2mx + x^2 - x^2 + 3x = 2x - 6,$

整理得: $(2m+1)x = -6,$

①整式方程无解: $2m+1=0$, 解得: $m = -\frac{1}{2};$

②分式方程有增根: $x=0$ 或 $x-3=0$, 解得: $x=0$ 或 $x=3;$

当 $x=0$ 时: 整式方程无解;

当 $x=3$ 时: $3(2m+1) = -6$, 解得: $m = -\frac{3}{2};$

综上, 当 $m = -\frac{1}{2}$ 或 $m = -\frac{3}{2}$ 时, 分式方程无解;

故答案为: $-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$.

【点睛】 本题考查分式方程无解问题. 熟练掌握整式方程无解或分式方程有增根时, 分式方程无解, 是解题的关键.

14. 已知一个多边形的对角线的条数与它的边数相等, 则此多边形的内角和为_____.

【答案】 540° 或 540 度

【解析】

【分析】 根据 n 边形的对角线条数 $= \frac{n(n-3)}{2}$, 以及多边形的内角和公式求解即可.

【详解】 解: 设多边形有 n 条边,

$$\text{则 } \frac{n(n-3)}{2} = n,$$

解得 $n = 5$ 或 $n = 0$ (应舍去).

$\therefore$ 这个多边形的内角和为: $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$.

故答案为: 540° .

【点睛】 本题考查了多边形的内角和与对角线, 解一元二次方程, 解题的关键是能够根据 n 边形的对角线条数公式列方程, 熟练运用因式分解法解方程.

15. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $2\angle A + 3\angle B = 400^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ 度.

【答案】 140

【解析】

【分析】 根据平行四边形的邻角互补可得 $\angle A + \angle B = 180^\circ$, 和已知 $2\angle A + 3\angle B = 400^\circ$, 就可联立方程求出 $\angle A$ 的度数, 再由平行四边形的性质即可得 $\angle C$ 的度数.

【详解】 解: 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle B = 180^\circ$,

又 $\because 2\angle A + 3\angle B = 400^\circ$,

$$\therefore \begin{cases} \angle A + \angle B = 180^\circ \\ 2\angle A + 3\angle B = 400^\circ \end{cases}$$

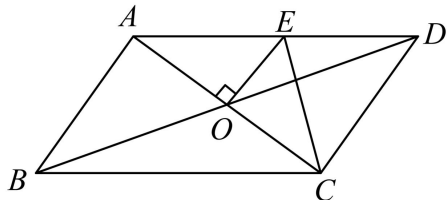
$$\text{解得 } \begin{cases} \angle A = 140^\circ \\ \angle B = 40^\circ \end{cases},$$

$\therefore \angle C = \angle A = 140^\circ$,

故答案为 140.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质：邻角互补，对角相等，以及二元一次方程组的计算，熟知性质是解题的关键.

16. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $OE \perp AC$ 交 AD 边于点 E ，若 $\triangle EDC$ 的周长为 15 厘米，则平行四边形 $ABCD$ 的周长为_____厘米.



【答案】 30

【解析】

【分析】 根据题意可知 OE 是 AC 的垂直平分线，得 $AE = EC$ ，再由 $\triangle EDC$ 的周长为 15 厘米求出 $AD + CD = 15$ 厘米，再根据平行四边形周长公式求解即可.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AO = OC,$$

又 $OE \perp AC$,

$\therefore OE$ 是 AC 的垂直平分线，

$$\therefore AE = EC,$$

$\because \triangle EDC$ 的周长为 15 厘米，

$$\therefore DE + DC + EC = 15 \text{ 厘米},$$

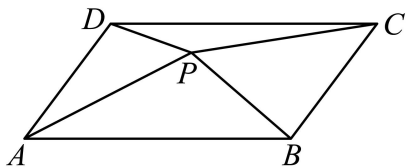
$$\therefore DE + DC + AE = 15 \text{ 厘米}, \text{ 即 } AD + DC = 15 \text{ 厘米},$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的周长} = (AD + DC) \times 2 = 15 \times 2 = 30 \text{ 厘米},$$

故答案为：30.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的性质，线段垂直平分线的判定与性质，三角形的周长以及平行四边形的周长，正确求出 $AD + DC = 15$ 厘米是解答本题的关键.

17. 如图，平行四边形 $ABCD$ 内有一点 P ，已知 $\triangle APB$ 、 $\triangle BPC$ 、 $\triangle CPD$ 的面积分别为 4、3、1，则 $\triangle APD$ 的面积为_____.



【答案】 2

【解析】

【分析】由于平行四边形的两组对边分别相等，且 $S_{\triangle BPC}$ ， $S_{\triangle APD}$ 的高的和是 AD ， BC 间的距离，所以得到

$$S_{\triangle BPC} + S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD}, \text{ 同理可得 } S_{\triangle APB} + S_{\triangle CPD} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD}, \text{ 即可求出结果.}$$

【详解】解： $\because$ 平行四边形的两组对边分别相等，且 $S_{\triangle BPC}$ ， $S_{\triangle APD}$ 的高的和是 AD ， BC 间的距离，它们的底分别是 AD ， BC ，而 $AD = BC$ ，

$$\therefore S_{\triangle BPC} + S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

$$\text{同理可得 } S_{\triangle APB} + S_{\triangle CPD} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

$$\therefore S_{\triangle APB} + S_{\triangle CPD} = S_{\triangle BPC} + S_{\triangle APD},$$

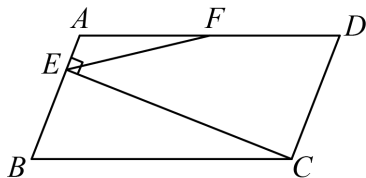
$$\therefore 4 + 1 = 3 + S_{\triangle APD},$$

$$\therefore S_{\triangle APD} = 2;$$

故答案为：2.

【点睛】主要考查了平行四边形的性质、三角形面积的计算方法，熟练掌握平行四边形的性质，由底和高的关系得出三角形面积之间的关系是解决问题的关键.

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $BC = 2AB$ ， $CE \perp AB$ 于点 E ， F 为 AD 的中点， $\angle AEF = 72^\circ$ ，那么 $\angle A =$ _____ 度.



【答案】144

【解析】

【分析】取 BC 的中点 G ，连接 EG ，可得四边形 $ABGF$ 是平行四边形，由直角三角形的性质可得 $BG = EG$ ，由已知可得 $BG = EG = FG$ ，由等腰三角形的性质及角的和差关系、平行四边形的性质即可求得结果.

【详解】解：取 BC 的中点 G ，连接 EG ，如图，

$\because F$ 为 AD 的中点，

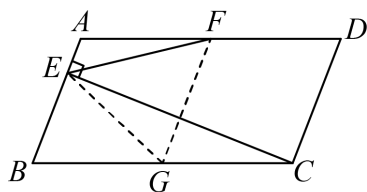
$$\therefore AF = \frac{1}{2} AD, BG = \frac{1}{2} BC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$\therefore AF = BG$,
 $\therefore$ 四边形 $ABGF$ 是平行四边形,
 $\therefore AB = FG, AB \parallel FG$,
 $\therefore BC = 2AB$,
 $\therefore BG = AB = FG$;
 $\therefore G$ 为中点, 且 $CE \perp AB$,
 $\therefore BG = EG$,
 $\therefore BG = EG = FG$,
 $\therefore \angle B = \angle BEG, \angle GEF = \angle EFG$,
 $\therefore AB \parallel FG$,
 $\therefore \angle EFG = \angle AEF = 72^\circ$,
 $\therefore \angle GEF = 72^\circ$,
 $\therefore \angle B = \angle BEG = 180^\circ - \angle AEF - \angle BEG = 36^\circ$,
 $\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B = 144^\circ$.

故答案为: 144.



【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，等腰三角形的判定，直角

三角形斜边上中线的性质等知识，构造辅助线是关键.

三、解方程（组）（本大题共 4 小题、每小题 7 分，共 28 分）

19. 解方程: $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$.

【答案】 $x = 5$

【解析】

【分析】先移项得到 $x - 3 = \sqrt{x-1}$ ，再把方程两边平方，整理得到 $x^2 - 7x + 10 = 0$ ，解得 $x_1 = 2$ ， $x_2 = 5$ ，然后进行检验确定原方程的解.

【详解】解: $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$,

$$\therefore x - 3 = \sqrt{x-1},$$

$$\therefore (x-3)^2 = x-1, \text{ 整理得 } x^2 - 7x + 10 = 0,$$

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, 检验: 当 $x = 2$ 时, 方程左边 $= 2 - \sqrt{2-1} - 3 = -2 \neq 0$,

所以方程左边 $\neq$ 方程右边, $x = 2$ 不是原方程的解,

当 $x = 5$ 时, 方程左边 $= 5 - \sqrt{5-1} - 3 = 0$,

所以方程左边 = 方程右边, $x = 5$ 是原方程的解;

所以原方程的解为 $x = 5$.

【点睛】本题考查了无理方程: 解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解, 解无理方程, 往往会产生增根, 应注意验根.

20. 解方程: $\frac{6x}{x^2-9} + \frac{3}{3-x} = 1 - \frac{1}{x+3}$.

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解: $\frac{6x}{x^2-9} + \frac{3}{3-x} = 1 - \frac{1}{x+3}$

去分母得: $6x - 3(x+3) = x^2 - 9 - (x-3)$,

整理得: $x^2 - 4x + 3 = 0$,

即 $(x-1)(x-3) = 0$,

解得: $x = 1$ 或 $x = 3$,

当 $x = 1$ 时, $(x+3)(x-3) \neq 0$,

当 $x = 3$ 时, $(x+3)(x-3) = 0$,

$\therefore x = 3$ 是增根, 分式方程的解为 $x = 1$.

【点睛】此题考查了解分式方程, 利用了转化的思想, 解分式方程注意要检验.

21. 解方程组: $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{7}{3} \\ y_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$

【解析】

【分析】将方程①转化为 $x - y + 1 = 0$ 或 $x - y - 1 = 0$, 再次联立方程②, 得到两个方程组, 然后逐一求

解, 即可解决问题.

【详解】解:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0 \textcircled{1} \\ x + 2y = 5 \textcircled{2} \end{cases},$$

由①得: $x - y + 1 = 0$ 或 $x - y - 1 = 0$

原方程组化为
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases};$$

解得:
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{7}{3} \\ y_2 = \frac{4}{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 原方程组的解是
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{7}{3} \\ y_2 = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

【点睛】本题考查了二元高次方程的求解问题; 解题的一般策略是降次转化, 化高次方程组为低次方程组, 然后求解.

22. 解关于 x 的方程: $(k^2 - 4)x^2 - (5k - 2)x + 6 = 0$.

【答案】 $x = \frac{3}{k+2}$ 或 $x = \frac{2}{k-2}$ 或 $x = \frac{3}{4}$ 或 $x = -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】先求出“ Δ ”的值, 再代入公式求出即可.

【详解】解: $(k^2 - 4)x^2 - (5k - 2)x + 6 = 0$,

分为两种情况: ①当方程是一元二次方程时, $k^2 - 4 \neq 0$,

$$\Delta = [-(5k - 2)]^2 - 4(k^2 - 4) \cdot 6 = (k - 10)^2,$$

$$\therefore x = \frac{(5k - 2) \pm \sqrt{(k - 10)^2}}{2(k^2 - 4)}$$

$$\therefore x_1 = \frac{3}{k+2}, \quad x_2 = \frac{2}{k-2};$$

②当方程是一元一次方程时, $k^2 - 4 = 0$ 且 $-(5k - 2) \neq 0$,

解得 $k = \pm 2$,

当 $k = 2$ 时, 方程为 $-8x + 6 = 0$,

解得 $x = \frac{3}{4}$;

当 $k = -2$ 时, 方程为 $12x + 6 = 0$,

解得 $x = -\frac{1}{2}$.

所以, 方程的解为: $x = \frac{3}{k+2}$, $x = \frac{2}{k-2}$, $x = \frac{3}{4}$ 或 $x = -\frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程和解一元一次方程, 掌握公式法解一元二次方程是解此题的关键.

四、应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

23. 小正同学带着 48 元钱去水果店买水果, 看到水果店里的苹果比梨每千克贵 2 元, 数学能手小正同学发现: 如果将 48 元全部买苹果就比将 48 元全部买梨少 4 千克, 最后, 小正同学用 42 元买了这两种水果, 且两者的千克数相同.

(1) 这家水果店的苹果和梨每千克的价格各是多少元?

(2) 小正同学最终买了多少千克的水果?

【答案】 (1) 苹果每千克的价格是 6 元; 梨每千克的价格是 4 元

(2) 最终购买了 8.4 千克水果

【解析】

【分析】 (1) 设这家水果店的苹果每千克的价格是 x 元, 则梨每千克为 $(x-2)$ 元, 根据等量关系: 48 元全部买苹果就比将 48 元全部买梨少 4 千克, 列出分式方程求解即可;

(2) 设梨和苹果各买了 y 千克, 由题意列出一元一次方程, 求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设这家水果店的苹果每千克的价格是 x 元, 则梨每千克为 $(x-2)$ 元,

根据题意得: $\frac{48}{x} + 4 = \frac{48}{x-2}$,

解方程得: $x = 6$, $x = -4$,

经检验, $x = 6$ 、 $x = -4$ 都是原方程的解,

但 $x = -4$ 不符合题意, 故舍去,

$\therefore x - 2 = 6 - 2 = 4$ (元);

答: 这家水果店的苹果和梨每千克的价格分别是 6 元与 4 元;

【小问 2 详解】

解: 设梨和苹果各买了 y 千克,

由题意得: $6y + 4y = 42$,

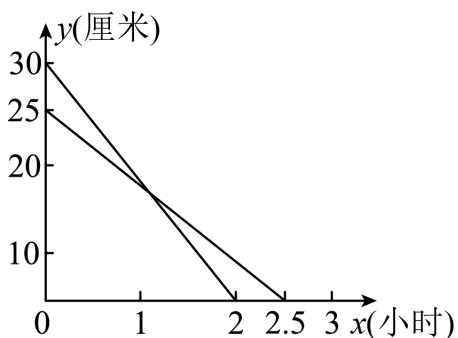
解得: $y = 4.2$,

$$\therefore 2y = 2 \times 4.2 = 8.4 \text{ (千克)},$$

答：最终购买了8.4千克水果.

【点睛】本题考查了分式方程与一元一次方程的应用，正确理解题意，找到等量关系列出方程是关键. 注意分式方程要检验.

24. 在一次蜡烛燃烧试验中，甲、乙两根蜡烛燃烧时剩余部分的高度 y （厘米）与燃烧时间 x （小时）之间的关系如图所示，请根据图像所提供的信息解答下列问题：



- (1) 两根蜡烛燃烧前的高度分别是_____厘米，_____厘米；
- (2) 两根蜡烛从点燃到燃尽所用的时间分别是_____小时，_____小时；
- (3) 燃烧多长时间，甲、乙两根蜡烛等高？（不考虑都燃尽时的情况）

【答案】(1) 25, 30;

(2) 2.5, 2; (3) 燃烧 1 小时，甲、乙两根蜡烛等高.

【解析】

【分析】(1) 根据 y 轴表示蜡烛燃烧时剩余部分的高度可直接得出答案；

(2) 根据 x 轴表示燃烧时间可直接得出答案；

(3) 根据函数图象分别求出两根蜡烛的燃烧速度，然后由甲、乙两根蜡烛等高作为等量关系列方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：由函数图象可得：两根蜡烛燃烧前的高度分别是 25 厘米，30 厘米，

故答案为：25, 30;

【小问 2 详解】

解：由函数图象可得：两根蜡烛从点燃到燃尽所用的时间分别是 2.5 小时，2 小时，

故答案为：2.5, 2;

【小问 3 详解】

解：由函数图象得：长度为 25 厘米的蜡烛燃烧的速度为 $\frac{25}{2.5} = 10$ （厘米/小时），

长度为 30 厘米的蜡烛燃烧的速度为 $\frac{30}{2} = 15$ （厘米/小时），

设燃烧 x 小时，甲、乙两根蜡烛等高，

由题意得： $25 - 10x = 30 - 15x$ ，

解得： $x = 1$ ，

答：燃烧 1 小时，甲、乙两根蜡烛等高.

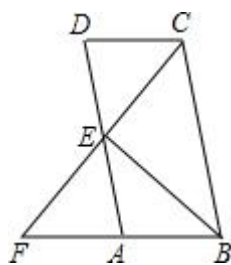
【点睛】本题考查了从函数图象获取信息，一元一次方程的应用，正确理解 x 轴和 y 轴表示的意义是解题的关键.

五、几何证明和计算题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

25. 如图，已知平行四边形 ABCD 中，E 为 AD 中点，CE 延长线交 BA 延长线于点 F.

(1) 求证： $CD = AF$ ；

(2) 若 $BC = 2CD$ ，求证： $\angle F = \angle BCF$



【答案】(1) 证明见解析；(2) 证明见解析.

【解析】

【分析】(1) CD 和 AF 分别在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle AFE$ 中，要证它们相等，只需证 $\triangle DCE \cong \triangle AFE$ ，根据平行四边形的性质及 E 为 AD 中点可证.

(2) 在平行四边形中，对边相等，由 (1) 的结论可证 $BF = BC$ ，根据等边对等角可证.

【详解】证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel DC$.

$\therefore \angle DCE = \angle AFE$.

$\because E$ 是 AD 的中点，

$\therefore DE = AE$.

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle AFE$ 中

$$\begin{cases} \angle DCE = \angle AFE \\ \angle CED = \angle FEA, \\ DE = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCE \cong \triangle AFE.$$

$$\therefore CD = AF.$$

(2) 由 (1) 得 $CD = AF$,

$$\therefore AB = CD,$$

$$\therefore BF = AF + AB = 2CD.$$

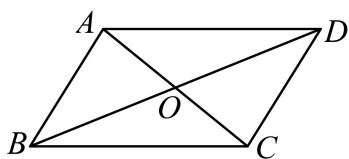
$$\therefore BC = 2CD,$$

$$\therefore BF = BC.$$

$$\therefore \angle F = \angle BCF.$$

【点睛】解题关键是利用平行四边形的性质结合三角形全等来解决有关的证明.

26. 如图, 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 相交于点 O , $\angle AOB = 60^\circ$, $AD = \sqrt{19}$ 厘米, BD 比 AC 长 2 厘米, 求平行四边形 $ABCD$ 的面积.

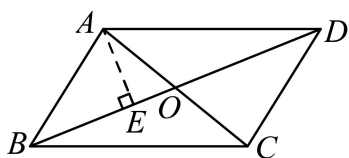


【答案】 $6\sqrt{3}\text{cm}^2$

【解析】

【分析】过点 A 作 $AE \perp BD$ 于点 E , 利用勾股定理先确定 BO 和 AE 的长, 进而求出 $\triangle ABO$ 的面积, 再根据平行四边形的性质得出 $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ADO} = S_{\triangle BCO} = S_{\triangle DCO}$ 确定平行四边形的面积.

【详解】解: 如图, 过点 A 作 $AE \perp BD$ 于点 E , 如图,



设 $AC = 2x\text{cm}$,

$\therefore BD$ 比 AC 长 2cm , ,

$$\therefore BD = (2x + 2)\text{cm} ,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO = CO, BO = DO,$$

$$\therefore AO = CO = x\text{cm}, BO = DO = (x+1)\text{cm},$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ, AE \perp BO,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}x\text{cm}, AE = \sqrt{3}OE = \frac{\sqrt{3}}{2}x\text{cm},$$

$$\therefore DE = x+1 + \frac{1}{2}x = \left(\frac{3}{2}x+1\right)\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AED \text{ 中, } AE^2 + DE^2 = AD^2,$$

$$\text{即 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(\frac{3}{2}x+1\right)^2 = (\sqrt{19})^2,$$

解得 $x_1 = 2, x_2 = -3$ (负值不合题意, 舍去),

$$\therefore AC = 4\text{cm}, BD = 6\text{cm},$$

$$\therefore BO = 3, AE = \sqrt{3}\text{cm},$$

$$\therefore AO = CO, BO = DO,$$

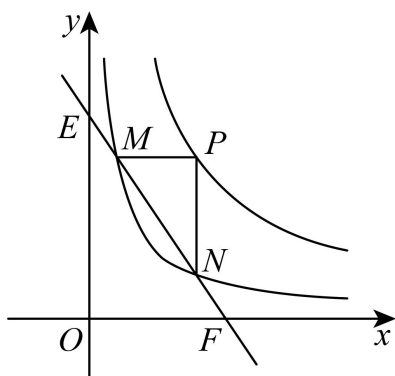
$$\therefore S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ADO} = S_{\triangle BCO} = S_{\triangle DCO} = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} (\text{cm}^2),$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积为 } \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 4 = 6\sqrt{3} (\text{cm}^2).$$

【点睛】 本题考查了平行四边形以及直角三角形的性质, 解题的关键是添加适当的辅助线构造直角三角形.

六、(本题 8 分)

27. 如图, 点 P 在函数 $y = \frac{16}{x} (x > 0)$ 的图像上, 过点 P 作 x 轴和 y 轴的垂线, 分别交函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图像于点 M 、 N , 直线 MN 与坐标轴的交点为 E 、 F ;



(1) 当点 P 在函数 $y = \frac{16}{x} (x > 0)$ 的图像上运动时, $\triangle PMN$ 的面积是否会发生变化? 若不变, 请求出 $\triangle PMN$ 的面积; 若变化, 请说明理由;

(2) 当点 P 在函数 $y = \frac{16}{x} (x > 0)$ 的图像上运动时, 线段 EM 与 FN 的长度有怎样的数量关系? 并证明你的结论.

【答案】 (1) $\triangle PMN$ 的面积不变, $\frac{9}{2}$

(2) $EM = FN$, 证明见解析

【解析】

【分析】 (1) 设点 $P\left(a, \frac{16}{a}\right)$, 则可表示出点 M 、 N 的坐标, 从而可求得 PM 、 PN 的长度, 进而求得 $\triangle PMN$ 的面积是不变的;

(2)

【小问 1 详解】

解: $\triangle PMN$ 的面积不变;

理由如下:

设点 $P\left(a, \frac{16}{a}\right)$,

$\because$ 点 M 、 N 均在 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图像上,

$\therefore M\left(\frac{a}{4}, \frac{16}{a}\right), N\left(a, \frac{16}{a}\right)$,

$\therefore PM = a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}, PN = \frac{16}{a} - \frac{4}{a} = \frac{12}{a},$

$$\therefore S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} PM \cdot PN = \frac{1}{2} \times \frac{3a}{4} \times \frac{12}{a} = \frac{9}{2};$$

即 $\triangle PMN$ 的面积不变, $\frac{9}{2}$

【小问 2 详解】

证明: $EM = FN$

证明如下:

分别延长 PM 、 PN 交 y 轴、 x 轴于点 G 、 H , 如图,

$\because PG \perp y$ 轴, $PH \perp x$ 轴,

$\therefore PG \perp PH$,

$\because \angle EMG = \angle PMN$, $\angle PNM = \angle HNF$,

$\therefore \triangle EMG \sim \triangle NMP$, $\triangle HNF \sim \triangle PNM$,

$$\therefore \frac{MN}{EM} = \frac{PM}{GM}, \frac{MN}{FN} = \frac{PN}{HN},$$

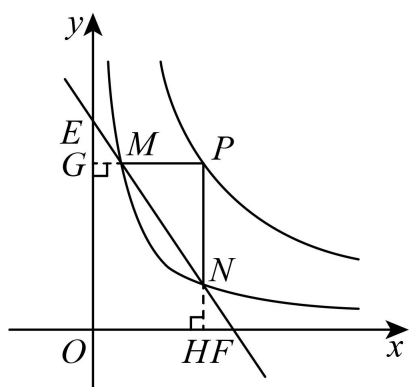
设点 $P\left(a, \frac{16}{a}\right)$, 则 $M\left(\frac{a}{4}, \frac{16}{a}\right)$, $N\left(a, \frac{16}{a}\right)$,

$$\therefore PM = \frac{3a}{4}, \quad PN = \frac{12}{a}, \quad GM = \frac{a}{4}, \quad NH = \frac{4}{a},$$

$$\therefore \frac{MN}{EM} = \frac{PM}{GM} = 3, \quad \frac{MN}{FN} = \frac{PN}{HN} = 3,$$

$$\text{即 } \frac{MN}{EM} = \frac{MN}{FN},$$

$$\therefore EM = FN.$$



【点睛】 本题考查了反比例函数的图象与性质, 相似三角形的判定与性

质, 根据点在函数图象上的特点设点的坐标, 并用它表示线段是解题的关键, 这是一种设而不求的方法.