

2021-2022 学年上海市徐汇区长桥中学八年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，共 18 分）

1. 以下函数中，属于一次函数的是（ ）

A. $y = x^2 + 2$

B. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

C. $y = \frac{1-x}{2}$

D. $y = \frac{2}{x}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的定义逐项判断即可.

【详解】解：A. 选项不是一次函数，故该选项不符合题意；

B. 选项没有强调 $k \neq 0$ ，故该选项不符合题意；

C. 选项， $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ，故该选项符合题意；

D. 选项不是一次函数，故该选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了一次函数的定义. 一般地，形如 $y = kx + b$ (k 、 b 是常数， $k \neq 0$) 的函数叫做一次函数. 掌握一次函数的形式是解答本题的关键.

2. 一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象不经过下列哪个象限（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】先根据一次函数 $y = 2x + 1$ 中 $k = 2$ ， $b = 1$ 判断出函数图象经过的象限，进而可得出结论.

【详解】解： $\because k = 2 > 0, b = 1 > 0$,

$\therefore$ 一次函数的图像经过一、二、三象限，不经过第四象限，

故选：D.

3. 下列关于 x 的方程中，有实数根的是（ ）

A. $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 0$

B. $x^3 + 2 = 0$

C. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

D. $\sqrt{x+2} + 3 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】先解每个方程，求出相应的 x 的值，再进行检验即可.

【详解】A. $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 0$,

$$\sqrt{x+2} = -\sqrt{x-2},$$

平方得: $x+2=x-2$,

$$2=-2,$$

此方程无解, 故本选项不符合题意;

$$\text{B. } x^3 + 2 = 0,$$

$$x^3 = -2,$$

$x = -\sqrt[3]{2}$, 此方程有解, 故本选项符合题意;

$$\text{C. } \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1},$$

方程两边都乘以 $x-1$ 得: $x=1$,

检验: 当 $x=1$ 时, $x-1=0$, $\therefore$ 此方程无解, 故本选项不符合题意;

$$\text{D. } \sqrt{x+2} + 3 = 0$$

$$\sqrt{x+2} = -3,$$

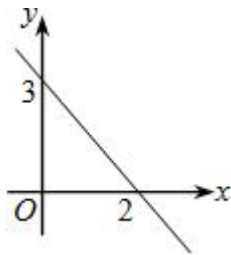
$\therefore$ 算术平方根的结果是非负数,

$\therefore$ 此方程无解, 故本选项不符合题意,

故选: B.

【点睛】此题考查分式方程的解, 高次方程及无理方程, 正确解方程是解题的关键.

4. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示, 当 $y>3$ 时, x 的取值范围是()



$$\text{A. } x < 0$$

$$\text{B. } x > 0$$

$$\text{C. } x < 2$$

$$\text{D. } x > 2.$$

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意在函数图像中寻找 $y>3$ 时函数图像所在的位置, 发现此时函数图像对应的 x 范围是小于零, 从而得出答案

【详解】解：∵由函数图象可知，当 $x < 0$ 时函数图象在 3 的上方，

∴当 $y > 3$ 时， $x < 0$.

故选 A.

【点睛】本题考查的是一次函数的图象，能利用数形结合求出 x 的取值范围是解答此题的关键.

5. 下列说法正确的是()

A. $x^2 + 3x = 0$ 是二项方程

B. $xy + 2y = 3$ 是二元二次方程

C. $\frac{x^2 + 2x}{2} = 5$ 是分式方程

D. $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{6} = 1$ 是无理方程

【答案】B

【解析】

【分析】根据二项方程：形如 $ax^n + b = 0 (a \neq 0)$ ；无理方程：根式方程就是根号下含有未知数的方程.二元二次方程：含有两个未知数，并且含有未知数的项的最高次数是二的整式方程；分式方程：是指分母里含有未知数的有理方程，依次判断即可.

【详解】解：A、没有常数项，不符合题意；

B、符合二元二次方程的定义，符合题意；

C、分母中无未知量，不符合分式方程的定义，不符合题意；

D、根号下无未知量，不符合无理方程的定义，不符合题意；

故选：B.

【点睛】此题考查了各类方程的定义，熟记二项方程，二元二次方程，分式方程，无理方程的定义是解题的关键.

6. 下列不能判断一个四边形是平行四边形的是 ()

A. 一组对边平行且相等四边形

B. 两组对角分别相等的四边形

C. 一组对边平行，且一组对角相等的四边形

D. 一组对边相等，且另一组对边平行的四边形

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定方法逐一分析解题.

【详解】解：A，∵一组对边平行且相等四边形是平行四边形，

∴选项 A 不符合题意；

B, $\because$ 两组对角分别相等的四边形是平行四边形,

$\therefore$ 选项 B 不符合题意;

C, $\because$ 一组对边平行, 且一组对角相等的四边形是平行四边形,

$\therefore$ 选项 C 不符合题意;

D, $\because$ 一组对边相等, 且另一组对边平行不一定是平行四边形,

$\therefore$ 选项 D 符合题意;

故选: D.

【点睛】 本题考查平行四边形的判定, 是重要考点, 难度较易, 掌握相关知识是解题关键.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 共 24 分)

7. 一次函数 $y = (k+1)x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -1$

【解析】

【分析】 根据一次函数的增减性与系数的关系求解即可.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = (k+1)x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 的增大而减小,

$$\therefore k+1 < 0,$$

解得: $k < -1$.

$\therefore k$ 的取值范围是 $k < -1$.

故答案为: $k < -1$.

【点睛】 本题考查了一次函数的性质, 在一次函数 $y = kx + b$ 中, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

8. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(0, -2)$, 并与直线 $y = 3x$ 平行, 那么这个一次函数解析式是_____.

【答案】 $y = 3x - 2$ 或 $y = -2 + 3x$

【解析】

【分析】 根据两条直线平行, k 值相等, 即可求出 k , 再根据与 y 轴的交点坐标即可求解.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与直线 $y = 3x$ 平行,

$$\therefore k = 3, \text{ 即 } y = 3x + b,$$

$\because$ 图象经过点 $A(0, -2)$,

$$\therefore -2 = b, \text{ 即 } b = -2,$$

∴这个一次函数的解析式是： $y = 3x - 2$.

故答案为： $y = 3x - 2$.

【点睛】本题考查了求解一次函数解析式的知识，掌握根据两条直线平行，其解析式的 k 值相等，是解答本题的关键.

9. 方程 $x^3 + 125 = 0$ 的根是_____.

【答案】 -5

【解析】

【分析】先将常数项移到等号右边，根据立方根定义解方程即可.

【详解】解：移项得 $x^3 = -125$,

开立方得， $x = -5$,

故答案为： -5 .

【点睛】此题考查了立方根的定义，正确理解立方根定义是解题的关键.

10. 用换元法解分式方程 $\frac{x-2}{x} - \frac{3x}{x-2} - 2 = 0$ 时，如果设 $\frac{x-2}{x} = y$ ，则原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 2y - 3 = 0$;

【解析】

【分析】如果设 $\frac{x-2}{x} = y$ ，那么 $\frac{x}{x-2} = \frac{1}{y}$ ，原方程变为： $y - \frac{3}{y} - 2 = 0$ ，方程两边乘最简公分母 y ，可以

把分式方程转化为整式方程.

【详解】解：设 $\frac{x-2}{x} = y$,

原方程变为 $y - \frac{3}{y} - 2 = 0$,

方程两边都乘 y 得 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

故原方程可化为关于 y 的整式方程是 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

故答案为 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

【点睛】本题考查用换元法使分式方程简便，换元后再在方程两边乘最简公分母可以把分式方程转化为整式方程，应注意换元后的字母系数.

11. 方程 $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x=2$

【解析】

【分析】 根据题意可得 $x=2$ 或 $x=1$ ，然后根据二次根式的性质舍去 $x=1$ 。

【详解】 解： $\because \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ ，

$\therefore x-2=0$ 或 $x-1=0$ ，

解得 $x=2$ 或 $x=1$ ，

当 $x=1$ 时， $x-2=1-2=-1<0$ ，舍去，

则原方程的解为 $x=2$ 。

故答案为 $x=2$ 。

【点睛】 本题主要考查解方程，二次根式的性质，解此题的关键在于求出的方程的解要使二次根式有意义。

12. 方程组 $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$ 的解是_____。

【答案】 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$

【解析】

【分析】 根据根与系数的关系， x, y 可看作方程 $t^2 - 5t + 6 = 0$ 的两根，利用因式分解法求得 $t_1 = 2, t_2 = 3$ ，

则 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ 。

【详解】 解： 根据题意 x, y 可看作方程 $t^2 - 5t + 6 = 0$ 的两根，

$(t-2)(t-3) = 0$ ，

解得 $t_1 = 2, t_2 = 3$ ，

所以 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ 。

故答案为 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ 。

【点睛】 本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法：先把方程的右边化为 0，再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式，那么这两个因式的值就都有可能为 0，这就能得到两个一元一次方程的解，这样也就把原方程进行了降次，把解一元二次方程转化为解一元一次方程的问题了（数学转化思想）。也考查了根与系数的关系。

13. 一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$, 试写出符合要求的方程组_____ (只要填写一个即可).

【答案】 $\begin{cases} y=2x \\ xy=8 \end{cases}$

【解析】

【分析】从方程组的两组解入手, 找到两组解之间的乘积关系为二元二次方程, 倍数关系为二元一次方程, 联立方程组即可.

【详解】解: 根据方程组的解可看出: $xy=8$, $y=2x$,

$\therefore$ 符合要求的方程组为 $\begin{cases} y=2x \\ xy=8 \end{cases}$.

【点睛】根据未知数的解写方程组的题目通常是利用解之间的数量关系 (和差关系或倍数关系等) 来表示方程组的解.

14. 把二元二次方程 $x^2 - 6xy + 9y^2 = 9$ 化成两个一次方程, 则这两个一次方程分别是_____.

【答案】 $x-3y=3$ 或 $x-3y=-3$

【解析】

【分析】利用完全平方公式分解因式, 两边同时开平方得到答案.

【详解】解: $(x-3y)^2 = 9$,

$x-3y=3$ 或 $x-3y=-3$,

故答案为: $x-3y=3$ 或 $x-3y=-3$.

【点睛】此题考查了多项式的分解因式, 降次解一元二次方程, 正确掌握直接开平方法解方程是解题的关键.

15. 如果一个多边形的每一个内角都等于 135° , 那么这个多边形的边数是_____.

【答案】 8

【解析】

【分析】根据多边形的内角和等于 $180(n-2)$ 度求解即可.

【详解】解: 设该多边形的边数为 n , 由题意, $180(n-2)=135n$, 解得 $n=8$,

故答案为: 8.

【点睛】本题考查正多边形的内角和, 熟知内角和公式是解答的关键.

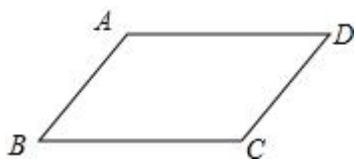
16. 已知平行四边形相邻两个内角相差 40° ，则该平行四边形中较小内角的度数是_____.

【答案】 70°

【解析】

【分析】 由平行四边形的性质得出 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ ，由已知条件得出 $\angle C - \angle B = 40^\circ$ ，解答即可.

【详解】 如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

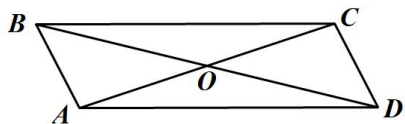
$\because \angle C - \angle B = 40^\circ$ ，

解得： $\angle B = 70^\circ$ ，

故答案是： 70° .

【点睛】 考查了平行四边形的性质、平行线的性质；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键.

17. 在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 和 BD 交于点 O ， $AB = 2$ ， $AC = 6$ ， $BD = 8$ ，那么 $\triangle COD$ 的周长为_____.



【答案】 9

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质，可得 $OC = \frac{1}{2}AC$ ， $OD = \frac{1}{2}BD$ ， $CD = AB$ 从而得解.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OC = OA = \frac{1}{2}AC = 3$ ， $OD = OB = \frac{1}{2}BD = 4$ ， $CD = AB = 2$ ，

$\therefore \triangle COD$ 的周长 $= OC + OD + CD = 3 + 4 + 2 = 9$.

故答案为： 9 .

【点睛】 本题考查平行四边形的性质，掌握平行四边形的对边相等，对角线互相平分是解题的关键.

18. 如果直线 $y=-2x+k$ 与两坐标轴所围成的三角形面积是 9, 则 k 的值为_____.

【答案】 ± 6 .

【解析】

【详解】 试题分析: 当 $x=0$ 时, $y=k$; 当 $y=0$ 时, $x=\frac{k}{2}$, $\therefore$ 直线 $y=-2x+k$ 与两坐标轴的交点坐标为 A

$(0, k)$, B $(\frac{k}{2}, 0)$, $\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times \frac{k^2}{2} = 9$, $\therefore k = \pm 6$. 故答案为 ± 6 .

考点: 一次函数综合题.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 58 分)

19. 解关于 x 的方程: $ax-x=2(x+1)$.

【答案】 当 $a \neq 3$ 时, $x = \frac{2}{a-3}$, 当 $a = 3$ 时, 方程无解.

【解析】

【分析】 先去括号, 移项, 合并同类项后系数化为 1 解方程.

【详解】 解: $ax-x=2(x+1)$,

$$ax-x=2x+2,$$

$$ax-x-2x=2,$$

$$(a-3)x=2,$$

当 $a-3 \neq 0$ 时, 即 $a \neq 3$ 时, $x = \frac{2}{a-3}$,

当 $a-3 = 0$ 时, 即 $a=3$ 时, 方程无解.

【点睛】 此题考查了解一元一次方程, 掌握解一元一次方程的解法, 以及注意讨论系数化为 1 时除数的取值范围是解题的关键.

20. 解方程: $3-\sqrt{2x-3}=x$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 先移项, 两边平方, 然后整理求得 x 的值, 最后进行检验即可.

【详解】 解: 原方程化为: $3-x=\sqrt{2x-3}$

两边平方, 得 $(3-x)^2 = 2x-3$,

整理, 得 $x^2 - 8x + 12 = 0$,

解得 $x_1 = 2, x_2 = 6$,

经检验: $x_1 = 2$ 是原方程的根, $x_2 = 6$ 是原方程的增根,

$\therefore$ 原方程的根为 $x = 2$.

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程, 二次根式的性质, 解此题的关键在于熟练掌握其知识点.

21. 解分式方程: $\frac{x-2}{x+2} + 1 = \frac{16}{x^2 - 4}$.

【答案】 $x=4$

【解析】

【详解】 分析: 首先进行去分母将其转化为整式方程, 然后求出整式方程的解, 最后对解进行验根得出答案.

详解: 化为整式方程得: $x^2 - 4x + 4 + x^2 - 4 = 16$,

$x^2 - 2x - 8 = 0$, 解得: $x_1 = -2, x_2 = 4$

经检验 $x = -2$ 时, $x+2=0$,

所以 $x=4$ 是原方程的解.

点睛: 本题主要考查的是分式方程的解法, 属于基础题型. 解分式方程的时候我们一定不要忘记最后要验根.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ x^2 + 3xy - 10y^2 = 0 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 12 \\ y_1 = 6 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = -1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 先将二次方程化为两个一次方程, 则原方程组化为两个二元一次方程组, 解方程组即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ x^2 + 3xy - 10y^2 = 0 \end{cases}$$

由②得: $(x-2y)(x+5y) = 0$

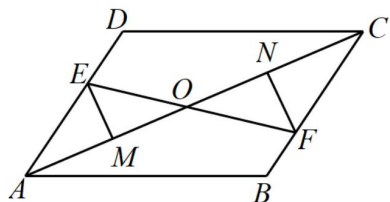
原方程组可化为
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - y = 6 \\ x + 5y = 0 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x_1 = 12 \\ y_1 = 6 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = -1 \end{cases}.$$

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x_1 = 12 \\ y_1 = 6 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = -1 \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解高次方程组，将高次方程化为一次方程是解题的关键.

23. 如图, 已知 E 、 F 分别为 $\square ABCD$ 的对边 AD 、 BC 上的点, 且 $DE = BF$, $EM \perp AC$ 于 M , $FN \perp AC$ 于 N , EF 交 AC 于点 O , 求证: EF 与 MN 互相平分.

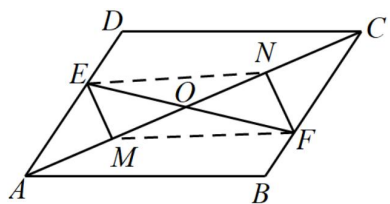


【答案】 见解析

【解析】

【分析】 连接 EN 、 FM , 利用 $EM \perp AC$ 于 M , $FN \perp AC$ 于 N , 推出 $EM \parallel FN$, 根据 AAS 证明 $\triangle AEM \cong \triangle CFN$, 得到 $EM = FN$, 证明四边形 $EMFN$ 是平行四边形, 由此得到结论.

【详解】 证明: 连接 EN 、 FM ,



$\because EM \perp AC, FN \perp AC,$

$\therefore \angle AME = \angle EMN = \angle FNC = \angle FNM = 90^\circ,$

$\therefore EM \parallel FN,$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$

$\therefore \angle EAM = \angle FCN,$

$\because DE = BF,$

$\therefore AE = CF,$

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle CFN$ 中

$$\begin{cases} \angle EAM = \angle FCN \\ \angle AME = \angle CNF \\ AE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle CFN (AAS),$

$\therefore EM = FN,$

$\therefore EM \parallel FN$,

$\therefore$ 四边形 $EMFN$ 是平行四边形,

$\therefore EF$ 与 MN 互相平分.

【点睛】此题考查了平行四边形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 正确掌握平行四边形的判定定理和性质定理及全等三角形的判定定理是解题的关键.

24. 为了响应上海市市政府“绿色出行”的号召, 减轻校门口道路拥堵的现状, 王强决定改父母开车接送为自己骑自行车上学. 已知他家离学校 7.5 千米, 上下班高峰时段, 驾车的平均速度比自行车平均速度快 15 千米 / 小时, 骑自行车所用时间比驾车所用时间多 $\frac{1}{4}$ 小时, 求自行车的平均速度?

【答案】自行车的平均速度是 15 千米 / 时.

【解析】

【详解】试题分析: 根据题目中的关键语句“骑自行车所用时间比驾车所用时间多 $\frac{1}{4}$ 小时”, 找到等量关系列出分式方程求解即可.

试题解析: 解: 设自行车的平均速度是 x 千米/时. 根据题意, 列方程得:

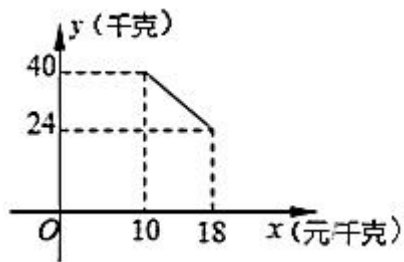
$$\frac{7.5}{x} - \frac{7.5}{x+15} = \frac{1}{4}$$

解得: $x_1=15$, $x_2=-30$.

经检验, $x_1=15$ 是原方程的根, 且符合题意, $x_2=-30$ 不符合题意舍去.

答: 自行车的平均速度是 15 千米/时.

25. 今年本市蜜桔大丰收, 某水果商销售一种蜜桔, 成本价为 10 元/千克, 已知销售价不低于成本价, 且物价部门规定这种产品的销售价不高于 18 元/千克, 市场调查发现, 该产品每天的销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系如图所示:



(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为多少?

【答案】(1) $y = -2x + 60 (10 \leq x \leq 18)$; (2) 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为 15 元.

【解析】

【分析】(1) 观察函数图象找出点的坐标，再利用待定系数法即可求出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 根据总利润 = 每千克的销售利润 $\times$ 销售数量，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取符合题意值即可得出结论.

【详解】(1) 设 y 与 x 之间的函数关系式 $y = kx + b (k \neq 0)$,

把 $(10, 40)$, $(18, 24)$ 代入得:
$$\begin{cases} 10k + b = 40 \\ 18k + b = 24 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 60 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式 $y = -2x + 60 (10 \leq x \leq 18)$;

(2) 根据题意得: $(x - 10)(-2x + 60) = 150$,

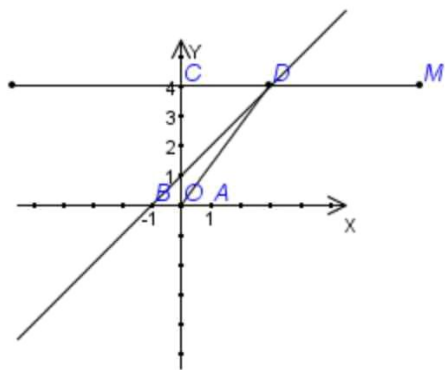
整理得: $x^2 - 40x + 375 = 0$,

解得: $x_1 = 15$, $x_2 = 25$ (不合题意, 舍去).

答: 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为 15 元.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用以及一次函数的应用, 解题的关键是: (1) 找准点的坐标, 利用待定系数法求出函数关系式; (2) 找准等量关系, 正确列出一元二次方程.

26. 在直角坐标平面内, O 为原点, 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 4)$, 直线 $CM \parallel x$ 轴. 点 B 与点 A 关于原点对称, 直线 $y = x + b$ (b 为常数) 经过点 B , 且与直线 CM 相交于点 D .



(1) 求 b 的值和点 D 的坐标;

(2) 在 x 轴上有一点 Q , 使 $\triangle BQD$ 的面积为 8, 求 Q 点的坐标;

(3) 在 x 轴的正半轴上是否存在一点 P , 使得 $\triangle POD$ 为等腰三角形, 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) $b = 1$, $D(3, 4)$; (2) $Q_1(3, 0)$ 或 $Q_2(-5, 0)$. (3) 存在. $P_1(5, 0)$ 或 $P_2(6, 0)$ 或 $P_3(\frac{25}{6}, 0)$.

【解析】

【分析】(1) 先求出点 B 的坐标，由直线过点 B，把点 B 的坐标代入解析式，可求得 b 的值；点 D 在直线 CM 上，其纵坐标为 4，利用求得的解析式确定该点的横坐标即可；

(2) 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴，根据三角形面积公式求出 BQ 的长，可得 Q 点坐标；

(3) $\triangle POD$ 为等腰三角形，有三种情况： $OP = OD$ ， $PD = OD$ ， $PD = PO$ ，故需分情况讨论，要求点 P 的坐标，只要求出点 P 到原点 O 的距离即可；

【详解】解：(1) $\because B$ 与 $A(1,0)$ 关于原点对称

$$\therefore B(-1,0)$$

$$\because y = x + b \text{ 过点 } B$$

$$\therefore -1 + b = 0$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore y = x + 1$$

$$\text{当 } y = 4 \text{ 时, } x + 1 = 4$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore D(3,4)$$

$$\therefore b = 1, D(3,4).$$

(2) 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴，垂足为 E，则 $DE = 4$ DE 是 $\triangle BQD$ 在边 BQ 上的高.

$$S_{\triangle BQD} = \frac{1}{2} BQ \cdot DE = 8$$

$$\therefore BQ = 4$$

$\therefore$ 在 x 轴上存在两个 Q 点满足条件.

即： $Q_1(3,0)$ 或 $Q_2(-5,0)$.

(3) 存在.

$$OD = \sqrt{OC^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

① 当 $OP = OD$ 时

$$\because OP = OD = 5, O(0,0)$$

$$\therefore P_1(5,0)$$

② 当 $PD = OD$ 时

$$\because PD = OD, DE \perp x$$

$\therefore DE$ 是 OP 边得中线

$$\therefore OE = PE$$

$$\because DE \perp x, OD = 5, DE = 4$$

$$\therefore OE = 3$$

$$\therefore OP = 6$$

$$\therefore P_2(6,0)$$

③ 当 $PD = PO$ 时

设 $P(a,0)$

$$\because PD = PO$$

$$\therefore PD = a$$

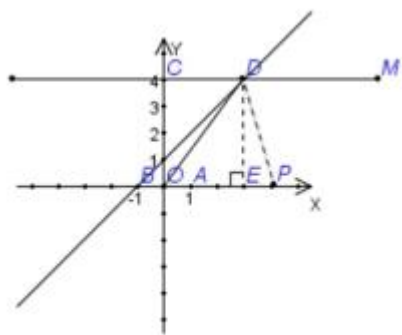
$$\because \text{在 } Rt\triangle PED \text{ 中, } PD = a, PE = a - 3, DE = 4$$

$$\therefore a^2 = (a - 3)^2 + 4^2$$

$$\text{解得: } a = \frac{25}{6}.$$

$$\therefore P_3(\frac{25}{6}, 0)$$

综上所述: $P_1(5,0)$ 或 $P_2(6,0)$ 或 $P_3(\frac{25}{6}, 0)$.



【点睛】 本题考查了待定系数法求函数解析式，一次函数图像上点的坐标特征以及等腰三角形的判定和性质，注意分情况讨论是解决本题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能